Hay mucho de lengua en las matemáticas

Núria Planas

Universitat Autònoma de Barcelona.

Francesc Reverter

Institut Terra Alta, de Gandesa (Tarragona)

Cuadernos de Pedagogía, Nº 413, Sección Experiencias, Junio 2011, Editorial **Wolters Kluwer España**

Varios ejemplos extraídos del aula demuestran que hacer matemáticas es hablar, escribir, leer y escuchar matemáticas de forma combinada con hablar, escribir, leer y escuchar lengua. Comprender la complejidad lingüística que entrañan las matemáticas puede contribuir a entender mejor las difi cultades de su aprendizaje.

Decía el matemático Henri Poincaré que las matemáticas no son sino un lenguaje bien hecho. Aun así, en el ámbito escolar continúa manteniéndose la distinción entre Lengua y Matemáticas, sobre todo en las edades más avanzadas (afortunadamente, los currículos de los más pequeños se refieren de forma amplia al aprendizaje global de lenguajes). El distanciamiento institucional entre la enseñanza de las Matemáticas y la enseñanza de la Lengua tiene varios orígenes y se argumenta de modos muy diversos. Uno de los argumentos recurrentes es la universalidad del lenguaje matemático en comparación con la arbitrariedad atribuida a los denominados lenguajes ordinarios. Sin embargo, a pesar de los aspectos universales en el código de las matemáticas, el lenguaje matemático es, en la práctica, un lenguaje mixto con elementos de los lenguajes ordinarios. Para entender significados expresados por medio del lenguaje matemático, éstos se tienen que interpretar desde fórmulas lingüísticamente híbridas de conocimiento que conjuguen vocabulario específico, vocabulario especializado, sintaxis específica y sintaxis especializada. Pero ¿qué se entiende por cada una de estas expresiones? Los ejemplos que siguen contribuyen a comprenderlas y a situarlas en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela.

Complejidad lingüística en matemáticas

Imaginemos que tenemos delante una ecuación. Algunas personas reconocerán que se trata de una ecuación e incluso la resolverán. Pero, para empezar, no todas las culturas utilizan los mismos símbolos en la representación de una ecuación. Por ejemplo, x+1=2 en árabe se escribe

.2 = 1 + س

, sin abecedario latino y con lectura de derecha a izquierda.

Tras superar cuestiones de representación, el proceso de resolución de una ecuación precisa el uso de términos como "primer miembro", "incógnita", etc., que forman parte tanto del lenguaje matemático como del ordinario. Conviene conocer su significado en el mundo matemático para referirnos a ellos y construir conceptos derivados, sin la interferencia de acepciones propias de situaciones no matemáticas.

Hay, además, diversidad de símbolos, como exponentes, paréntesis, fracciones, etc., que forman parte de la sintaxis matemática y que es imprescindible entender. Un mayor grado de sofisticación surge al unir dos ecuaciones con la conjunción "y", de modo que deban cumplirse ambas a la vez. Si alguna de estas ecuaciones incluye la multiplicación de -3 por -4, se necesita el paréntesis entre el símbolo de multiplicación y el del número, de acuerdo con las reglas básicas de sintaxis matemática.

Y así, podríamos continuar elaborando este ejemplo para mostrar la complejidad lingüística de lo que matemáticamente rodea al término "ecuación". En cualquier caso, lo tomamos como inicio de la explicación de los elementos primitivos que constituyen dicha complejidad lingüística.

Vocabulario específico

Con Bernat, un alumno de ocho años que acaba de finalizar un taller de matemáticas en su escuela, observamos unas fotografías tomadas en este taller y surge la siguiente conversación:

Bernat: ¿Ves? Estas son las fotos de prismas.

Núria: ¡Son chimeneas!

Bernat: No, son prismas.

Núria: Claro, son chimeneas y prismas.

Bernat: Sí, pero son más prismas que chimeneas.

Hay términos que sólo existen en el mundo de las matemáticas, tales como "poliedro", "hipotenusa" o "paralelogramo", que se aprenden como consecuencia de procesos escolares de enculturación matemática. Además, hay palabras como "numerador", "prisma" o "ecuación" que tienen otras acepciones junto con el signifi cado matemático y que pueden ser términos específicos dentro de otros campos del saber.

Así, por ejemplo, el término "ecuación" tiene una acepción en astronomía: "Diferencia que hay entre el lugar o movimiento medio y el verdadero o aparente de un astro", según la última actualización del *Diccionario de la Real Academia Española*. La utilización de este término en química es más parecida a la de las matemáticas: "Expresión simbólica de una reacción química, que indica las cantidades relativas de reactantes y productos". A pesar de la evidente polisemia, en la escuela se acostumbra a vincular la palabra "ecuación" al campo de las matemáticas. Para su aprendizaje no basta con dar la definición de ecuación y que los alumnos la aprendan de memoria, sino que hay un proceso de enculturación que se consigue con el paso de los años y que va ligado a la práctica matemática; se empieza con ecuaciones de primer grado, para ir progresando, según distintos niveles de dificultad matemática, que son también niveles de complejidad lingüística.

El propio término "matemáticas" (de la composición de los términos griegos que designan "técnica" y "conocimiento") es parte del vocabulario específico de esta área.

Hay varias palabras de raíz clásica que designan dominios y conceptos matemáticos, cuyo origen tiene que ver con la ampliación del lenguaje matemático y sus significantes: aritmética (del término griego que denomina al número), trigonometría (de la composición de los términos griegos equivalentes a "tres", "ángulo" y "medida"), secante (del término latino que designa el acto de cortar), etc.

Una cuestión importante relativa a la enseñanza y al aprendizaje es hasta qué punto debe controlarse la identificación y el uso de este vocabulario específico para entender y explicar prácticas matemáticas. ¿Se pueden llegar a comprender bien los procesos de generalización matemática sin manejar con exactitud los significados de aritmética y álgebra? ¿Ayuda la diferenciación terminológica entre estos dos dominios de la matemática al paso de la aritmética al álgebra? No se trata sólo de manejar significados del vocabulario específico en matemáticas porque, en definitiva, éstos son resultado de convenciones históricas; conviene asegurar la claridad y flexibilidad en el uso de vocabulario específico (por ejemplo, prisma) y cotidiano (por ejemplo, chimenea).

Vocabulario especializado

A lo largo de una entrevista, Pedro, un alumno de primer curso de Bachillerato, manifiesta del siguiente modo su dificultad por comprender las matemáticas de la etapa de escolarización posobligatoria:

Pedro: Las matemáticas de ahora son más difíciles.

Núria: ¿Por qué?

Pedro: Tienes que aprender a hablar mucho mejor.

Núria: ¿A qué te refieres?

Pedro: Puedes pensar que una función continua se dibuja sin levantar el lápiz del papel, como antes, pero ahora tienes que escribirlo bien, sin hablar de lápiz ni papel.

Dentro del grupo de términos que pertenecen al vocabulario específico de las matemáticas, hay términos con acepciones distintas según si están contextualizados en un lenguaje ordinario, tales como "límite", "función", "pendiente", "exponente", "superficie", etc., cuya ambigüedad se tiene que aprender a manejar. Su uso, en el día a día, varía con respecto al significado en matemáticas.

Veamos el caso de la pendiente, "inclinado" en su uso común. Es probable que la matemática se haya inspirado en este uso para definir la pendiente de una recta o la de un plano; esta fuente de inspiración es más probable que la acepción relativa a los pendientes en las orejas. Por otra parte, la ambigüedad depende de la lengua utilizada y puede no darse de la misma forma en otra lengua. Ésta es una experiencia común en las personas que hablamos varios idiomas, aunque no seamos conscientes de ello. Los alumnos deben aprender a distinguir el significado de una palabra, según su contexto de uso, y entender que en ocasiones conviene restringir algunos significados de un término para avanzar en la comprensión de las matemáticas.

En comparación con los lenguajes ordinarios, los elementos del lenguaje matemático son menos polisémicos y menos dependientes del contexto, pero su enseñanza y aprendizaje se da en entornos en los que la polisemia y el contexto están presentes. De ahí que cualquier ideal comunicativo sea difícil de conseguir en la clase de Matemáticas, que no es ajena a la ambigüedad derivada de la combinación de lenguajes, ni tampoco al reto del equilibrio entre lo "formal" y lo "informal". En parte, este reto consiste en ser capaz de usar, como recurso y con prudencia suficiente, los significados dados por los lenguajes ordinarios.

La noción matemática de "función continua", por ejemplo, tiene una definición estricta que, precisamente por ser estricta, permite fundamentar la topología como dominio científico. No obstante, durante el aprendizaje de esta noción tiene que ser posible usar definiciones informales que tomen la idea de dibujos sin "agujeros" ni "saltos" y que admitan la representación mental de un trazo seguido, sin levantar el lápiz del papel.

Sintaxis específica

Bernat, el alumno de ocho años antes mencionado, comenta lo siguiente sobre una de las hojas con tareas de matemáticas, sobre ordenación de números, que tiene que rellenar en casa:

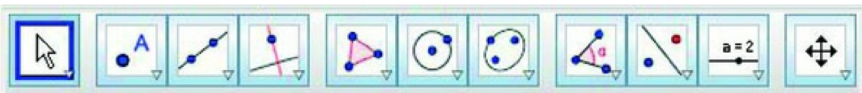
Bernat: Esta (señala el símbolo >) es la boca grande.

Núria: ¿Boca?

Bernat: Sí, el 5 se come al 3 porque tiene hambre y es más grande (señala 5 > 3).

Núria: Umm... ya veo.

Una barra de herramientas, ¿o de símbolos?



En esta figura, se pueden observar distintos objetos de la barra de herramientas de un programa de geometría dinámica. En realidad, son símbolos que compactan las opciones de uso de determinadas herramientas de construcción.
Hay un símbolo que indica la construcción de rectas, vectores, semirrectas, circunferencias, arcos, etc., a partir de puntos. Hay otro símbolo que compacta información sobre la acción de construir una circunferencia, dado su centro y su radio. Y, así, un largo etcétera que se va ampliando progresivamente.
Se trata de símbolos creados con el fin de compactar acciones matemáticas y que son una verdadera revolución en el ámbito de la sintaxis matemática específica.

Bernat: Es una boca, la puedes dibujar como tú quieras (dibuja el símbolo »), pero la maestra siempre lo dibuja igual.

Hay símbolos propios del código matemático tales como <, >, ^, %, +, etc., cuya grafía no debe cambiar; aunque puedan haber llegado a ser comunes son resultado de convenciones matemáticas.

Uno de los símbolos más frecuentes desde el inicio de la escolarización es el de igualdad (=). Cualquier fórmula sencilla, como la que proporciona el cálculo del área de un rectángulo (A = b · a), contiene símbolos y operadores propios de las matemáticas; en este caso, las letras acostumbran a ser unas u otras según la lengua ordinaria que prevalece (se toma *a* para altura, o bien *h* para el término inglés, *height*). Todos estos símbolos son útiles porque suponen una notación que compacta significados y enunciados largos, que de algún modo encapsula y hace más llevadera la tarea matemática. Pero también hay inconvenientes, a menudo derivados de la escasa significación que una notación compacta de este tipo tiene en las primeras edades o en el proceso mismo de aprendizaje de las matemáticas.

En la actualidad, las nuevas tecnologías incorporadas al aula de Matemáticas han ampliado la idea clásica de sintaxis específica. Los programas que permiten trabajar con geometría dinámica, álgebra y cálculo utilizando el ordenador incorporan múltiples y variados símbolos propios, que vienen representados como iconos gráficos y que compactan mucha información.

Sintaxis especializada

Durante la resolución de un problema en clase de Matemáticas, dos alumnas de cuarto curso de ESO, Lucía y Anna, discuten lo siguiente:

Lucía: Todas las personas tendrán rebaja si y sólo si compran ese fin de semana...

Anna: Pues ya no serán todas.

Lucía: Sí, todas las personas que compren ese fin de semana.

Anna: Serán unas cuantas, no todas. No todo el mundo podrá ir ese fin de semana.

Lucía: Pero el "todas" de aquí quiere decir "unas cuantas".

Simultáneamente a lo que ocurre con el vocabulario específico y el especializado, dentro de la sintaxis matemática específica encontramos elementos especializados con significados propios en lenguajes ordinarios. Hay conectores con acepciones distintas según el lenguaje en el cual estén contextualizados, tales como los conectores lógicos. Un cierto uso de la conjunción "y", la disyuntiva "o", la negación "no", la implicación "si... entonces", y la equivalencia "si y sólo si"... denota el tipo de lenguaje al que da prioridad quien habla.

Junto con los conectores lógicos, tenemos los cuantificadores "para cada", "todos", "para algún", "entre otros". Además, hay una sintaxis propia de la matemática para expresar las potencias, el orden de las operaciones en expresiones combinadas, etc., que indica cómo hay que leer las expresiones matemáticas y atribuir el significado correcto. Una interpretación inapropiada puede cambiar sustancialmente la relación entre ideas. Por otra parte, una comprensión lectora demasiado rígida puede influir en el desarrollo de la actividad matemática, como ocurre con las alumnas del ejemplo, que mezclan en su discusión usos cotidianos y matemáticos, de conectores y cuantificadores.

De hecho, no se puede hablar de sintaxis especializada *strictu sensu*, sino más bien de usos especializados de la sintaxis asociada a un lenguaje. En cualquier caso, la clase de Matemáticas aparece como un escenario lingüísticamente diverso, repleto de ambigüedad sintáctica y semántica por la interacción continua entre distintos lenguajes y usos. El aprendiz de matemáticas tiene que llegar a ser capaz de reconocer cuándo se requiere un uso especializado del lenguaje, o bien cuándo lo adecuado es un uso de tipo informal.

Lucía y Anna, en el ejemplo, entran en una discusión sobre el bucle dado al considerar un "todo" dentro de otro "todo", que es un bucle lógico clásico sobre la relación entre la parte y el todo, y que no es en absoluto trivial. La frase "El ‘todas´ de aquí quiere decir ‘unas cuantas´" ilustra con bastante claridad la complejidad lingüística del aprendizaje de las matemáticas, así como la relación entre la calidad de este aprendizaje y la capacidad de comprensión lectora y argumentativa.

Consideraciones finales

Hemos escrito este texto con el propósito de argumentar en favor de una matemática interpretada como lenguaje, sobre todo porque pensamos que esta interpretación puede contribuir a entender mejor la complejidad de la matemática escolar y las dificultades de muchos alumnos en su aprendizaje. Hacer matemáticas es en buena medida hablar, escribir, leer, escuchar matemáticas, de forma combinada con hablar, escribir, leer, escuchar castellano, catalán, o cualquiera que sea la lengua de la enseñanza y del aprendizaje en clase. Para construir buenos argumentos matemáticos, se tienen que dominar bien las reglas básicas de la sintaxis y la semántica matemáticas, pero es igualmente imprescindible ser capaz de elaborar buenos argumentos en el lenguaje ordinario.

Decía el matemático Ralph Boas, y con frecuencia nos lo recuerda el educador matemático Tommy Dreyfus, que sólo tiene sentido esperar de los matemáticos profesionales que construyan argumentaciones matemáticas aisladas del mundo extramatemático. Del resto de personas, de los usuarios de las matemáticas, debe esperarse que construyan argumentaciones matemáticas iniciadas con secuencias de explicaciones, argumentaciones y justificaciones informales. Si esto es así, desde la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas habrá que adoptar una posición lo bastante flexible para que los alumnos se sientan cómodos recurriendo a todo su repertorio lingüístico. Una de las tareas del profesorado seguirá siendo la de establecer límites razonables entre la experiencia de lo académico y la de lo cotidiano.

para saber más

• **Alcalá, Manuel (2002):***La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Graó.

• **Goñi, Jesús M.ª y Planas, Núria (2011):** "Interacción comunicativa y lenguaje en la clase de Matemáticas", en **Goñi, J. M.ª (ed.):***Matemáticas. Complementos de formación disciplinar y didáctica*. Barcelona: Graó.

• **Niss, Mogens (2010):** "Preàmbul", en **Planas, Núria (coord.):***Pensar i comunicar matemàtiques* (pp. 1-6). Barcelona: Fundació Propedagògic.

• **Pimm, David (1990):***El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.

• **Sanmartí, Neus (2007):** "Hablar, leer y escribir para aprender ciencia", en **Álvarez, Teodoro y Fernández, Pilar (coords.):***La competencia en comunicación lingüística en las áreas del currículo* (pp. 103-128). Madrid: Ministerio de Educación.