

Curs 2002-2003

Presentació i objectius de l'assignatura

Aquest curs es pot considerar com una continuació natural del curs “Anàlisi complexa” de la llicenciatura de matemàtiques. Es veuen alguns resultats clàssics de la teoria de funcions analítiques d'una variable. L'objectiu de l'assignatura és recordar, aplicar i profunditzar en els mètodes de l'anàlisi complexa.

Programa

1. Productes infinits.

Productes infinits de nombres complexos; relació amb sèries; convergència absoluta; productes infinits; derivada logarítmica. Factors elementals de Weierstrass; existència de funcions enteres amb zeros prefixats; teorema de factorització de Weierstrass. Existència de funcions holomorfes amb zeros prefixats; aplicacions a funcions meromorfe. El teorema de Mittag-Leffler a $\mathbb{C}$; exemples.

2. La funció Gamma d'Euler.

La funció Gamma; la constant d'Euler; la fórmula de Gauss; equació funcional; residus de la Gamma. El teorema de Bohr-Mollerup; aplicacions a la representació integral. La fórmula de Stirling.

3. Funcions harmòniques.

Funcions harmòniques; la propietat de la mitjana; el principi del màxim. Conjugada d'una funció harmònica; caracterització dels dominis simplement connexos. El nucli de Poisson; el problema de Dirichlet; resolució al disc. La fórmula de Jensen; la fórmula de Poisson-Jensen; zeros d'una funció holomorfa i acotada al disc unitat.

4. Funcions enteres

L'ordre d'una funció entera; propietats algèbriques de l'ordre; relació amb la derivada. L'exponent de convergència dels zeros i el gènere d'una funció entera; ordre d'un producte canònic; ordre d'una funció de gènere finit. El teorema de Hadamard; conseqüències.

5. Teoremes de Picard.

El teorema de Bloch; el teorema de Landau. Funcions que ometen els valors 0 i 1; el teorema petit de Picard. El teorema de Shottky. Espais de funcions meromorfe; completitud; el teorema de Montel. El teorema gran de Picard; conseqüències.

Bibliografia

J.B. CONWAY, *Functions of one complex variable*, Graduate Texts in Mathematics 11, Springer-Verlag, 1986.

L.V. AHLFORS, *Complex Analysis*, third edition, McGraw-Hill, 1979.

W. RUDIN, *Análisis real y complejo*, Ed. Alhambra 1985.

S. SAKKS i A. ZYGMUND, *Analytic functions*, third edition, Elsevier Publishing Company.

Professors

Teoria: Mark Melnikov. Problemes: Xavier Tolsa. Despatx C1/206. Horaris de consultes a determinar.

Avaluació

Examen al final del curs. L'examen estarà basat en la resolució de problemes, preguntes teòriques, i demostració dels teoremes principals del curs.