IDENTIFICACIÓ DE L'ASSIGNATURA

NOM i CODI	SISTEMES DINÀMICS 28027
CARÀCTER	Optativa
Crèdits ECTS	7,5
SEMESTRE	Segon

OBJECTIUS

Aquest curs és una iniciació a la teoria moderna dels Sistemes Dinàmics. Un primer objectiu és que l'alumne es familiaritzi amb la noció abstracta de Sistema Dinàmic i els conceptes bàsics d'aquesta teoria: estabilitat, atractor, conjunts invariants, conjunts omega límit, etc. Aquests seran doncs els continguts del primer capítol mentre que el segon capítol el dedicarem a entendre com és el comportament local, tant dels Sistemes Dinàmics discrets com els continus, en l'entorn d'un punt d'equilibri o d'una òrbita periòdica. Aquest comportament local es basa en la classificació topològica dels sistemes lineals a $\mathbf{R}^n$ tant els que venen determinats pel flux d'equacions diferencials ordinàries (Sistemes Dinàmics continus) com els que provenen de la iteració de funcions (Sistemes Dinàmics discrets). Els sistemes lineals són molt importants. D'una banda perquè apareixen en l'estudi de molts fenòmens físics d'interès i d'altra banda perquè són la primera aproximació de sistemes més complicats.

Una segona part de l'assignatura correspon a l'estudi qualitatiu de les equacions diferencials autònomes a $\mathbf{R}^n$. La Teoria Qualitativa de les equacions diferencials es va iniciar amb els treballs de Poincaré cap a l'any 1880 en relació amb els seus treballs de Mecànica Celest i tracta de conèixer propietats de les solucions sense necessitat de resoldre les equacions, entre altres coses perquè la resolució no és factible. Aquest enfoc qualitatiu, quan es combina amb mètodes numèrics adequats, és, en alguns casos, equivalent a tenir les solucions de l'equació. Tractarem doncs que l'alumne conegui alguns resultats bàsics de la Teoria Qualitativa (Teoremes de Liapunov, Teorema de Hartman i Teoremes de les varietats estable i central) sobre l'estructura local dels punts crítics i les òrbites periòdiques i en el cas de $\mathbf{R}^2$ s'iniciï en el problema de detectar l'existència d'òrbites periòdiques via els teoremes de Poincaré-Bendixon i Bendixon-Dulac.

A la última part del curs tractarem els problemes de la dinàmica global discreta. L'exemple principal serà el d'una família paramètrica de Sistemes Dinàmics discrets: les aplicacions unimodals, que (per alguns valors dels paràmetre) presenten una dinàmica que porta de manera senzilla a la noció

de sistema caòtic. Per aquests sistemes l'aproximació numèrica no és factible i per entendre la seva dinàmica calen noves eines. Per l'aplicació logística veurem que el sistema dinàmic és equivalent a l'anomenat shift de Bernoulli. Aquest Sistema Dinàmic ens permetrà interpretar el comportament de les òrbites. Acabarem el curs amb un Sistema Dinàmic discret caòtic dos dimensional: la ferradura de Smale. Els sistemes caòtics es presenten sovint a les aplicacions (problemes de predicció meteorològica, circuits elèctrics, etc).

COMPETÈNCIES PRINCIPALS QUE DESENVOLUPA

Les competències específiques que es desenvolupen en aquesta assignatura de tipus científic són:

(1) Comprendre i usar el llenguatge dels sistemes dinàmics.
(2) Conèixer demostracions d'alguns dels seus resultats.
(3) Conèixer la utilitat de la simbiosi qualitatiu-quantitatiu i també les seves limitacions.
(4) Conèixer i entendre les eines de la teoria qualitativa de equacions diferencials.
(5) Entendre la dificultat de predir el comportament de les òrbites de certs sistemes dinàmics mitjançant la noció de caos.

I les competències tecnològiques són les que s'espera que l'alumne adquireixi a partir de les llistes de problemes (que es treballaran durant les classes de problemes) i els problemes addicionals.

(1) Fomentar la capacitat d'autoaprenentatge dels alumnes.
(2) Comunicar, tant per escrit com de forma oral, coneixements, procediments e idees matemàtiques.
(3) Usar eines de cerca de recursos bibliogràfics.
(4) Usar aplicacions informàtiques si alguna part del curs així ho requereix.

REQUISITS PREVIS

L'alumne que cursa l'assignatura de Sistemes Dinàmics ha d'haver superat les assignatures *Models amb equacions diferencials* i *Equacions diferencials* de tercer curs.

METODOLOGIA

L'assignatura disposa, al llarg del segon quadrimestre del curs acadèmic de tres hores presencials de classe de teoria i una hora presencial de classe de problemes. El professor fa l'esforç de sintetitzar i trametre de la manera que sap més entenedora els conceptes de la teoria. També dona idees que no estan als llibres i ressalta els punts importants. Per això es recomana forçament l'assistència a les sessions de classe. En cas de no fer-ho, la situació més corrent és que per assimilar el contingut d'una hora d' explicació l'alumne necessitarà moltes més hores de dedicació.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes, les mateixes per a tothom, de problemes que ha de pensar i resoldre, sobre els quals es treballarà a les classes de problemes. En aquestes, donat el poc número d'hores disponible, no es resoldran completament tots els problemes proposats. Les classes de problemes estaran basades en la resolució i discussió d'alguns del problemes proposats (seleccionats prèviament) pels propis alumnes a la pissarra.

Tant les classes de teoria com les de problemes es complementaran amb l'ús de programari adient tant en xarxa com instal·lat. Els objectius d'usar aquest programari són dobles: por un cantó es faran demostracions amb models reals per a complementar i il·lustrar les sessions teòriques. Per altra banda es podrà usar com a ajut per a millorar la intuïció i com a eina de càlcul a l'hora de pensar i resoldre els problemes proposats. També es recomanarà els alumnes que usin aquest material com a complement a les seves sessions d'estudi.

El professor fixa un horari en el qual estarà a disposició dels alumnes de l' assignatura. Es recomana fer ús d'aquestes hores tutoritzades, ja sigui per dubtes de teoria, de problemes o de la resolució dels problemes individuals proposats. En la taula de dedicació s'han calculat unes 3 hores per alumne.

Tots els alumnes rebran, al llarg del quadrimestre, un mateix número de problemes i/o qüestions individuals que hauran de resoldre i lliurar-los al professor. L'objectiu d'aquestes llistes és que l'alumne treballi sobre l' assignatura al llarg de tot el quadrimestre.

CONTINGUTS

1. **Sistemes Dinàmics a espais Euclidians.**

   Sistemes dinàmics definits per equacions diferencials i per difeomorfismes. Òrbites; punts crítics i òrbites periòdiques. Conjunts invariants i conjunts límit. Atractors. Estabilitat Liapunov. Conjugació de sistemes dinàmics.

2. **Estudi de la dinàmica local, discreta i continua.**

Punts regulars. Teorema del flux tubular. Punts crítics i punts fixos: Solucions dels sistemes lineals. Índex d'estabilitat. Classificació topològica dels sistemes lineals continus i discrets. Estabilitat; Funcions de Liapunov; Teorema de Hartman, de la varietat estable i de la varietat central. Òrbites periòdiques: Aplicació de Poincaré i estabilitat.

3. **Dinàmica global en sistemes continus.**

Equacions diferencials ordinàries a $\mathbf{R}^2$: Teorema de Poincaré-Bendixon, Teorema de Bendixon-Dulac, Existència i unicitat de cicles límit, Equació de Liénard. Equacions diferencials ordinàries en dimensió major que 2.

4. **Dinàmica global en sistemes discrets.**

Iteració en dimensió 1 i 2. Les aplicacions unimodals. Caos. El shift de Bernoulli. La ferradura de Smale.

DISTRIBUCIÓ DEL TEMPS

És impossible fixar el número d'hores que un alumne "ideal" hauria de dedicar a fi de que una vegada dutes a terme pogués assegurar que té l' assignatura assimilada i per tant l'aprovarà. Això depèn de molts factors: qualitat de concentració per hora d'estudi, formació prèvia, capacitat de memòria i intel·ligència, claredat de l'exposició del professor, ajut en les tutories del professor, nota que l'alumne vol assolir, etc. Per tant la següent taula s'ha de prendre de forma aproximada i en tot cas és un mínim de dedicació. Aquesta dedicació es recomana que sigui uniforme a llarg de tots els dies de la setmana de tot el quadrimestre (incloent també l'època d' exàmens).

TIPUS D'ACTIVITAT	Descripció	Hores
ACTIVITATS PRESENCIALS	Classes de teoria	42,0
	Classes de problemes	14,0
	Activitats tutoritzades	3,0
	Realització d'exàmens finals	5,0
ACTIVITATS NO PRESENCIALS	Estudi de teoria	35,0
	Realització de problemes	60,0
	Recerca bibliogràfica	4,5
	Preparació d'exàmens	24,0
TOTAL		187,5

AVALUACIÓ

L'avaluació consta de dues parts: un examen a final de curs que comptarà un 50 per cent i l'altre 50 per cent s'aconseguirà mitjançant el lliurament dels exercicis. Per tal d'aprovar l'assignatura s'han d'aprovar les dues parts per separat.

La puntuació de cada problema variarà de 0.5 a 2 punts segons la dificultat de resolució i s'hauran de fer un mínim de problemes per tal d'assolir una puntuació mínima (5) per aprovar. Aquest problemes seran assignats pel professor de problemes i hauran de ser exposats a la sessió de problemes, a més, se n'haurà d'entregar la resolució per escrit (a mà o LaTeX) abans de la seva exposició. Es podrà obtenir més nota d'aquesta part, entregant per escrit més problemes, i es seguirà el mateix mètode de puntuació que pels obligatoris. Per a la correcció dels problemes es tindrà en compte tant l'exposició oral com la resolució escrita. L'assistència a la sessió de problemes és altament recomanada. Els problemes necessaris per aprovar es faran de manera individual mentre que els problemes per augmentar la nota de problemes es podran fer en parelles, tot i que, en aquest cas, la puntuació dependrà de la dificultat del problema.

BIBLIOGRAFIA

L'estudiant de segon cicle de Matemàtiques ha d'estar acostumar a fer ús, sense dificultats, de qualsevol tipus de recurs bibliogràfic que li permeti entendre millor (i completar) la informació que s'ha explicat a classe. Els llibres de la següent llista inclouen els continguts del curs.

1. R.L. DEVANEY, An Introduction to chaotic dynamical systems, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.,1986.
2. J. GUCKENHEIMER and P. HOLMES, Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields, Springer-Verlag, 1993.
3. L.H. ALVES MONTEIRO, Sistemas Dinâmicos, Mack Pesquisa, 2006.
4. L. PERKO, Differential Equations and Dynamical systems, Springer-Verlag, 1996.
5. J. SOTOMAYOR, Liçoes de equaçoes diferenciais ordinárias, Projecto Euclides, Gráfica Editora Hamburg Ltda., 1979.
6. E. H. STROGATZ, Nonlinear Dynamics and Chaos, Westview, 1994.

Els llibres de la llista anterior formen part del fons bibliogràfic de la Biblioteca de Ciències i Enginyeries. Es recomana que, per cada ítem del programa del curs, es consulti un llibre diferent dels de la llista i es compari com en aquell llibre concret es tracta el tema en qüestió.