

Guia docent de l'assignatura "Topologia"**2011/2012**

Codi: 100106

Crèdits ECTS: 6

Titulació	Pla	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	777 Graduat en Matemàtiques	OB	3	1

Contacte

Nom : Jaume Agudé Bover

Email : Jaume.Aguade@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

La formulació de la teoria es fa amb el llenguatge de conjunts i aplicacions. Cal estar familiaritzat amb aquest llenguatge i conèixer les propietats bàsiques del comportament dels subconjunts respecte aplicacions d'un conjunt en un altre. També serà molt útil el coneixement i l'habilitat en qüestions de convergència de successions i de continuïtat de funcions d'una i varies variables.

Objectius i contextualització

Hi ha problemes, formulats inicialment sobre objectes geomètrics, que no depenen de distàncies, d'angles o d'alineacions, sinó d'una mena de connexió contínua entre els punts que componen l'objecte. És el cas dels problemes topològics.

L'objectiu principal del curs és que l'alumne compregui que una topologia en un conjunt és l'estructura natural per a tractar les aplicacions contínues, i què és una equivalència topològica u homeomorfisme.

Les propietats topològiques són aquelles que es conserven per homeomorfismes. És objectiu del curs que l'alumne aprengui a reconèixer quines propietats són topològiques, i quan un problema es pot formular en termes topològics.

Entre les propietats topològiques, són especialment rellevants la propietat de separació Hausdorff, la compacitat i la connexió, que s'estudien aquest curs. És objectiu del curs reconèixer especialment aquestes propietats, i en general aprendre a usar propietats topològiques per a distingir espais topològics no homeomorfs.

Finalment, també és objectiu del curs mostrar teoremes d'existència històrics en Matemàtiques en els quals són ingredient fonamental propietats topològiques.

El concepte d'espai topològic, de manera anàloga a com el d'espai vectorial va sorgir per a modelar els espais euclidis, en un principi volia modelar objectes geomètrics, però els va transcendir. El concepte d'espai topològic és abstracte, i tenen topologies diverses els espais de funcions, o els grups infinits de transformacions, per esmentar exemples d'una importància tal que fan present la Topologia en totes les branques de les Matemàtiques. De tota manera, en aquest curs introductori no pretenem examinar la multitud d'espais abstractes que es poden construir, sino usar la topologia especialment per comprendre propietats mètriques i topològiques de subconjunts de $\mathbb{R}^n$, i altres espais topològics que es poden obtenir a partir d'aquests.

Competències i resultats d'aprenentatge

1286:E02 - Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats

1286:E02.23 - Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió.

1286:E02.24 - Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient.

1286:E02.25 - Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació

1286:E05 - Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats

1286:E05.20 - Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió

1286:E07 - Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.

1286:E07.18 - Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió.

1286:E07.19 - Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació

1286:E10 - Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.

1286:E10.13 - Utilitzar els conceptes bàsics associats a les nocions d'espai mètric i espai topològic: compacitat i connexió.

1286:E10.14 - Construir exemples d'espais topològics utilitzant les nocions de subespai topològic, espai producte i espai quocient.

1286:E10.15 - Reconèixer topològicament les superfícies compactes i la seva classificació.

Continguts

1. Espais Topològics i aplicacions contínues

- Definició de Topologia en un conjunt. Interior i clausura d'un subconjunt d'un espai topològic.
- Altres maneres equivalents de definir una topologia.
- Bases d'una topologia.
- Topologia associada a una mètrica.
- Convergència de successions.
- Les diverses caracteritzacions de la continuïtat d'una aplicació. Cas especial d'espais mètrics.
- Homeomorfismes. Topologies equivalents. Propietats topològiques.

2. Construcció d'espais topològics.

- Topologia de subespai. Comportament de la continuïtat d'una aplicació respecte de la topologia de subespai.
- Topologia producte d'un nombre finit d'espais topològics. Comportament de la continuïtat d'una aplicació respecte de la topologia producte.
- Topologia quocient en el conjunt quocient d'un espai topològic per una relació d'equivalència. Construcció d'aplicacions contínues sobre un espai quocient.
- Cas del quocient d'un espai per un grup de transformacions.

3. Compacitat, propietats de separació, connexió.

- Espais de Hausdorff. Comportament respecte a subespais, productes i quocients.

- Compacitat, definició per recobriments oberts. Resultats bàsics sobre compacitat.
- Compacitat en espais mètrics. Número de Lebesgue d'un recobriment obert. Teorema de Weierstrass.
- Espais connexos. Connexió per camins. Comportament respecte a subespais, productes i quocients. Components connexes.

4. Superfícies compactes.

- Superfícies.
- Triangulacions de superfícies i característica d'Euler.
- Orientabilitat.
- El teorema de classificació de superfícies compactes.

5. Introducció a la homotopia.

- Aplicacions homòtopes. Equivalència d'homotopia. Exemple de les retraccions per deformació.
- Homotopia de camins. Homotopia relativa. Grup fonamental. Invariància del grup fonamental per equivalències d'homotopia.
- Índex d'una corba tancada del pla respecte a un punt. Grup fonamental del cercle.

Metodologia

L'assignatura es desenvoluparà al llarg del semestre en classes repartides en sessions de teoria, de problemes i seminaris. L'assistència a classe és el mitjà natural per al seguiment de l'assignatura.

A les classes teòriques s'explicaràn els conceptes fonamentals de l'assignatura, i es donaràn les pautes de funcionament del curs. L'aprenentatge s'assolirà per l'estudi de la teoria i el treball de l'estudiant sobre una llista de problemes enunciats que es lliurarà al llarg del curs i s'anirà resolent a les classes de problemes i als seminaris.

Hi ha 30 hores de classes teòriques, 15 hores de classe de problemes i 3 seminaris de 2 hores cada un. Això representa 51 hores lectives. Se suposa que l'assignatura requereix 150 hores de dedicació de l'estudiant (25 h/crèdit x 6 crèdits = 150 h). Cal ser conscients que això significa que l'aprenentatge es basa essencialment en el treball personal de l'alumne. De manera orientativa, fem l'observació següent:

51 hores lectives + 4 hores d'examen = 55 h presencials.

150 - 55 = 95 h no presencials. És recomanable una dedicació de 6 h setmanals durant 14 setmanes representa 84 h. Queden 11 h de preparació d'examen i treballs.

S'usarà el Campus Virtual com a mitjà de comunicació amb el conjunt de l'alumnat. A les classes de teoria s'exposarà aquesta en l'ordre donat a l'apartat 6 (continguts). És convenient anar a classe havent llegit a la bibliografia el que aneu a escoltar.

Es publicarà una llista de problemes bàsics. S'aconsella resoldre tots aquests problemes.

Activitats formatives

Activitat	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	15	0.6	1286:E02.23 , 1286:E02.25 , 1286:E07.18 , 1286:E10.13 , 1286:E10.15 , 1286:E10.14 , 1286:E07.19 , 1286:E05.20 , 1286:E02.24

Classes de teoria	30	1.2	1286:E02.23 , 1286:E02.24 , 1286:E02.25 , 1286:E07.18 , 1286:E10.13 , 1286:E10.15 , 1286:E10.14 , 1286:E07.19 , 1286:E05.20
Seminaris	6	0.24	1286:E02.23 , 1286:E07.18 , 1286:E10.13 , 1286:E10.15 , 1286:E10.14 , 1286:E07.19 , 1286:E05.20 , 1286:E02.24 , 1286:E02.25
Tipus: Autònomes			
Temps d'estudi personal	88	3.52	1286:E02.23 , 1286:E10.13 , 1286:E10.15 , 1286:E10.14 , 1286:E07.19 , 1286:E02.24 , 1286:E02.25 , 1286:E07.18 , 1286:E05.20

Avaluació

Cada seminari serà una pràctica avaluable, donant una nota total S (sobre 10) de seminaris.

Al llarg del curs es realitzaran dues proves escrites en dies i hores pactats amb la coordinació del curs. El resultat d'aquestes proves donarà notes P1, P2 (sobre 10).

Les proves anteriors es consideren avaluació continuada. Al final del semestre es farà un examen escrit, donant una nota E (sobre 10).

La nota final serà

$\max(E, 0.40 E + 0.20 P1 + 0.20 P2 + 0.20 S)$

Es considerarà que un alumne s'ha presentat a l'assignatura si es troba en alguna de les condicions següents:

- Ha realitzat l'examen final
- Ha realitzat les dues proves parcials.
- Ha realitzat alguna prova parcial i alguna prova de seminari.

Activitats d'avaluació

Activitat	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Avaluació de seminaris	20 %	3	0.12	1286:E02.23 , 1286:E02.24 , 1286:E02.25 , 1286:E07.19 , 1286:E10.13 , 1286:E07.18 , 1286:E05.20 , 1286:E10.14 , 1286:E10.15
Examen final	40 %	4	0.16	1286:E02.23 , 1286:E05.20 , 1286:E07.18 , 1286:E02.25 , 1286:E02.24 , 1286:E07.19 , 1286:E10.14 , 1286:E10.15 , 1286:E10.13
Primer examen parcial	20 %	2	0.08	1286:E02.24
Segon examen parcial	20 %	2	0.08	1286:E02.23 , 1286:E02.24

Bibliografia

- R. Brown. *Topology: a geometric account of general topology, homotopy types and the fundamental groupoid*. Ellis-Horwood Limited Pub., 1988. (Capítols 1 i 2.)
- P. Pascual i A. Roig. *Topologia*. Edicions UPC, 2004. (Capítol 3.)

- P. Pascual i A. Roig. *Topologia*. Edicions UPC, 2004. (Capitols 4 i 5.)
- W. Massey. *Introducción a la Topología Algebraica*. Ed. Reverté, 1982. (Capitol 1.)
- W. Massey. *Introducción a la Topología Algebraica*. Ed. Reverté, 1982. (Capitol 2.)
- K. Jänich. *Topology*. UTM, Springer-Verlag, 1984.
- J. Munkres. *Topología*. Ed. Prentice-Hall (2002).
- Ch. Christenson and W. Voxman. *Aspects of Topology*. Dekker, 1977.
- N. Batle i F. Rossel. *Topologia General*. Col·lecció materials didàctics, UIB, 2000. Una mica de teoria de conjunts, Apèndix A.