

Anàlisi real i funcional

2013/2014

Codi: 100110

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OT	4	0

Professor de contacte

Nom: Albert Clop Ponte

Correu electrònic: Albert.Clop@uab.cat

Utilització d'idiomes

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Algun grup íntegre en anglès: No

Algun grup íntegre en català: Sí

Algun grup íntegre en espanyol: No

Prerequisits

Tots els cursos anteriors de Càlcul i Anàlisi.

També és important un bon coneixement d'Àlgebra Lineal i de Topologia bàsica.

Objectius

Explicar els conceptes i els resultats fonamentals de la integral de Lebesgue a l'espai euclidià.

Presentar els mètodes de l'anàlisi funcional, en el context dels espais de Banach i de Hilbert.

Comprendre el potencial de l'anàlisi funcional en problemes d'equacions diferencials, equacions integrals, equacions en derivades parcials i processament del senyal.

Competències

- Matemàtiques
- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Hauran desenvolupat aquelles habilitats d'aprenentatge necessàries per emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia
- Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats
- Utilitzar eficaçment bibliografia i recursos electrònics per obtenir informació

Resultats d'aprenentatge

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Comprender el lenguaje y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas de análisis matemático avanzado.
- Comprender la naturaleza de la integral de Lebesgue y sus ventajas frente a la integral de Riemann.
- Entender el concepto de medida en $\mathbb{R}^n$ y su proceso de construcción.
- Entender y saber reproducir los resultados básicos relativos a la transformada de Hilbert.

6. Formular conjeturas e imaginar estrategias para confirmar o rehusar estas conjeturas
7. Idear demostraciones de resultados matemáticos del área de análisis matemático.
8. Manejar con soltura los espacios de Hilbert más importantes y saber aplicar, en ellos, la teoría básica del Análisis Funcional.

Continguts

1. Limitacions de la integral de Riemann.
2. Mesura de Lebesgue. Teoria abstracta de la mesura.
3. Integral de Lebesgue. Teoria abstracta de la integral. Límit vs integral.
4. Teorema Fonamental del Càlcul. Teorema del canvi de variable. Teorema de Fubini-Tonelli.
5. Integrals depenents d'un paràmetre. Derivació sota signe integral.
6. Espais normats. Espais de Banach. Caracteritzacions.
7. Espais de successions. Espais de funcions. Espais de mesures.
8. Operadors lineals afitats. Norma d'un operador. La topologia dels operadors lineals afitats.
9. Aplicacions: l'equació integral de Volterra.
10. Teoremes de l'aplicació oberta i la gràfica tancada. Principi d'acotació uniforme.
11. Dual topològic d'un espai normat. Teorema de Hahn-Banach.
12. Espais de Hilbert. Teorema de la Projectió. Ortogonalitat.
13. Bases hilbertianes. Desigualtat de Bessel. Identitat de Parseval.
14. Sèries de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue.
15. Altres aplicacions a la teoria del senyal. Anàlisi multiresolució.
16. Operadors compactes. Teorema de Schauder.
17. Operadors compactes autoadjunts. Alternativa de Fredholm. Teorema espectral.
18. Equació d'ona. Equació del calor. Equació de Laplace.

Metodologia

Aquesta assignatura té 2 hores de teoria i 1 de problemes per setmana.

També consta d'un total de 6 hores de seminaris al llarg del curs.

Tot i que no és obligatòria, sí que és molt recomanable l'assistència a classe per a fer preguntes i aventurar respostes, encara que siguin incorrectes.

Teoria: desenvoluparem els resultats principals i els posarem en el context de les futures aplicacions.

Problemes: els alumnes rebreu unes llistes d'exercicis que resoldrem a les classes de problemes.

Seminaris: serviran per a complementar els continguts de teoria i problemes.

Els alumnes també disposaran d'unes hores de consulta al despatx del professor, per tal de consultar dubtes, discutir sobre mètodes, etc.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classes de problemes	15	0,6	1, 2, 3, 4, 6, 7
Classes de teoria	30	1,2	1, 2, 3, 4, 6, 7
Tipus: Supervisades			
Classes de seminari	5	0,2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Tipus: Autònomes			
Estudi personal	93	3,72	1, 2, 3, 4, 6, 7

Avaluació

Hi haurà 3 examens parcials (un per cada bloc) d'una hora de durada.

També hi haurà un examen final.

En l'examen final, la part de teoria consistirà en presentar (per escrit) la demostració d'un teorema d'una llista que es farà saber durant el curs.

Els problemes de l'examen final seran escollits a l'atzar entre els problemes de les llistes que haurem entregat durant el curs.

La nota final de l'assignatura, N , es calcularà tot fent

$$N = 0,4 F + 0,6 P$$

essent F la nota de l'examen final, i P la mitjana aritmètica dels 3 parcials.

L'assignatura es considerarà aprovada si N és igual o més gran que 5.

ÉS OBLIGATORI PRESENTAR-SE A TOTS ELS EXÀMENS (PARCIAIS I FINALS).

TOTS ELS CONTINGUTS DE L'ASSIGNATURA SÓN AVALUABLES (TEORIA, PROBLEMES, SEMINARIS).

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Exàmen final	40%	4	0,16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Exàmens parcials	60%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 6, 7

Bibliografia

J. Bruna, Anàlisi Real, UAB Servei de Publicacions, 1996.

J.M. Burgués, Integració i càlcul vectorial, UAB Servei de Publicacions, segona edició, 2002.

S. Lang, Real and functional analysis, Graduate texts in mathematics, Springer, 1993.

W. Rudin Real and functional analysis, Alambra, 1979.