

Teoria de Galois**2015/2016**

Codi: 100102

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2500149 Matemàtiques	OB	3	1

Professor de contacte

Nom: Dolors Herbera Espinal

Correu electrònic: Dolors.Herbera@uab.cat

Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Equip docent

David Bachiller Perez

Prerequisits

Per a un bon seguiment de l'assignatura és necessari tenir present la Teoria de Grups vista a l'assignatura d'Estructures Algebraiques. Els grups s'usen de manera essencial dins de l'assignatura. De cara a poder treballar amb exemples, és especialment interessant està familiaritzat amb els grups "d'ordre petit".

També és important tenir present la part de teoria d'anells donada en l'assignatura Estructures algebraiques, especialment totes les questions relacionades amb la irreductibilitat de polinomis. Igualment el coneixent de cossos finits donat a Estructures algebraiques serà de molta utilitat.

Objectius

L'objectiu d'aquesta assignatura és presentar el rudiments de la teoria de Galois i la seva aplicació a problemes de construcció amb regla i compàs i sobre la resolubilitat d'equacions per radicals. Aquest últim problema, un dels més antics de la història de les matemàtiques, té les seves arrels a l'antiguitat en temps dels babilonis i culmina brillantment amb l'obra d'Evariste Galois qui desenvolupà la teoria per a caracteritzar les equacions resolubles per radicals.

La presentació moderna de la teoria de Galois representa una part central de l'àlgebra ja que els mètodes d'abstracció que s'hi utilitzen ens mostren la potència de diverses eines algebraiques introduïdes anteriorment. Així doncs, la traducció del problema a la teoria de cossos i posteriorment a la teoria de grups ens explica com branques abstractes i teòriques poden resoldre un problema clàssic i més aplicat.

En aquest curs començarem per introduir el problema de resolubilitat d'equacions per radicals en el context històric. Posteriorment la teoria de cossos ens proporcionarà el marc formal adequat on plantejar el problema i presentar de manera clara la teoria de Galois d'equacions. No obstant ja d'inici veurem que la teoria bàsica de cossos permet afirmar la impossibilitat de construcció de certs punts amb regla i compàs, i resoldre problemes molt clàssics que ja havien preocupat als grecs.

Una de les eines fonamentals en Teoria de Galois és la teoria de grups. El seu millor coneixement permet treballar més exemples i obtenir millors resultats, no obstant per motius de programa introduïrem tan sols els conceptes més bàsics i recordarem les propietats bàsiques durant el desenvolupament del curs.

Competències

- Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Distingir, davant d'un problema o situació, el que és substancial del qual és purament ocasional o circumstancial.
- Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

Resultats d'aprenentatge

1. Calcular grups de Galois d'equacions de grau baix i deduir la seva resolubilitat per radicals.
2. Manipular expressions que involucrin elements algebraics i transcendents.
3. Que els estudiants hagin desenvolupat les habilitats d'aprenentatge necessàries per a emprendre estudis posteriors amb un alt grau d'autonomia.
4. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.
5. Relacionar construccions geomètriques amb extensions algebraiques

Continguts

1. Nocions preliminars de cossos.

Preliminars d'anells.

Polinomis simètrics.

Resolució d'equacions: problemàtica resolubilitat per radicals.

Extensió de cossos: elements algebraics i transcendents.

2. Extensions algebraiques.

El grau d'una extensió general.

Extensions simples. Teorema d'Steinitz.

Extensions algebraiques. Extensions de monomorfismes.

Punts construïbles amb regla i compàs.

3. Engrandint el grup Aut

K

(L) .

Nocions de grup. Algunes consideracions del grup Aut (L) .

K

Cos de descomposició d'un polinomi.

Extensions normals.

Elements separables i extensions separables.

4. Teorema principal de la teoria de Galois finita.

Extensions de Galois. Teorema d'Artin.

Teorema principal de la teoria de Galois finita.

5. Teoria de Galois d'equacions.

Resolubilitat per radicals. Grups resolubles.

Extensions ciclotòmiques i cícliques.

* Teorema de Galois de resolubilitat per radicals

Metodologia

L'assignatura disposa de dues hores de classe de teoria (en setmanes i una de problemes durant 15 setmanes del curs on s'especificarà pel calendari. També hi ha 3 sessions de seminaris de dues hores que es realitzaran durant 3 setmanes del semestre. Es recomana fortament l'assistència tant a les classes de teoria, a les de problemes i als seminaris.

A les classes de teoria donarem les eines necessàries i més importants per a la comprensió i resolució de problemes.

A les classes de problemes s'aprofundirà en l'assimilació i millor comprensió dels conceptes desenvolupats a les classes teòriques mitjançant la resolució de problemes i exercicis. Aquest treball es durà a terme mitjançant les explicacions fetes pel professor a la pissarra i la participació activa dels estudiants en la discussió dels diferents arguments emprats per tal de solucionar els problemes.

Als seminaris, l'alumne pren part activa de diversa forma. Hi ha tres sessions de seminari i, en general, estaran molt enfocats al càlcul d'exemples.

En alguna de les sessions de seminari es proposaran problemes per entregar que després s'avaluaran i formaran part de la nota d'avaluació continuada.

Aquesta assignatura també oferirà recursos mitjançant el Campus Virtual. En aquest anirem penjant els enunciats de les llistes de problemes i altre material que pugui complementar les classes de teoria, problemes i seminaris.

Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Tipus: Dirigides			
Classe de seminaris	6	0,24	
Classes de problemes	15	0,6	
Classes de teoria	30	1,2	
Tipus: Autònomes			
Estudi de teoria	27	1,08	
Preparació de seminaris	10	0,4	
Preparació d'exàmens	16	0,64	
Realització de problemes	40	1,6	

Avaluació

Un 25% de l'assignatura s'avaluarà de manera continuada mentre que el 75% restant es podrà recuperar amb un examen de recuperació.

Avaluació continuada:

Notes obtingudes dels exercicis entregats . Això proporciona un 10% de la nota del curs.

Una prova parcial que comptarà un 15% de la nota.

Avaluació recuperable:

Un examen final durant gener-febrer que aportarà el 75% de la nota.

Qualificació No presentat. Un alumne es considera no presentat tan sols quan compleix tots els requisits següents:

no es presenta a l'examen de gener-febrer,

no es presenta a l'examen de recuperació de febrer,

no té qualificat en l'avaluació continuada més o igual a la meitat.

Matrícules: Després de l'examen final s'atorgaran les matrícules d'honor que es considerin clares. Aquestes matrícules d'honor seran ja definitives. Si el nombre màxim de matrícules permès no s'ha assolit, es reconsiderarà

la possibilitat d'atorgar-ne més després de l'examen de recuperació, en el que els estudiants poden millorar la seva nota de curs

Activitats d'avaluació

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen Final	75%	0	0	1, 2, 3, 4, 5
Presentació exercicis	10%	0	0	1, 2, 3, 4, 5
Realització examen intrasemestral	15%	6	0,24	

Bibliografia

F.Bars, Teoria de Galois en 30 hores, <http://mat.uab.cat/~francesc/docencia2.html>

David A. Cox "Galois Theory". Hoboken : Wiley-Interscience, cop. 2004
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0471434191/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

D.J.H. Garling. A course in Galois Theory. Cambridge Univ. Press, 1986.

J. Milne. Fields and Galois Theory, <http://www.jmilne.org/math/>.

P. Morandi. Fields and Galois Theory. GTM 167, Springer.

S. Roman. Field Theory. GTM 158, Springer. Ian Stewart "Galois Theory" Chapman & Hall / CRC, 2004
<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=1584883936/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

Bibliografia complementària:

Michael Artin, "Algebra" Prentice Hall, cop. 2011

<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=9780132413770/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

T. Hungerford, "Algebra" New York : Springer-Verlag, cop. 1974

<http://syndetics.com/index.aspx?isbn=0387905189/summary.html&client=autbaru&type=rn12>

Jean-Pierre Tignol, "Galois' Theory of Algebraic Equations". World Scientific 2001

A. M. de Viola Priori, J.E. Viola-Priori. Teoría de cuerpos y Teoría de Galois. Reverté (2006).

Jörg Bewersdorff. Galois Theory for beginners: a historical perspective. AMS, Student mathematical library; 35 (2006).

Fernando Chamizo. ¡Qué bonita es la teoría de Galois! Curso en la UAM, 2004.

http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/fchamizo/algebra1n.html.

Antoni Malet. Obra d'Evariste Galois. A cura d'Antoni Malet, IEC 1984.

Algunes webs d'interés:

<http://www.galois-group.net>

<http://godel.ph.utexas.edu/~tonyr/galois.html>

<http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/%7Ehistory/Mathematicians/Galois.html>

Curiositats origami: Robert J. Lang: <http://www.langorigami.com>

Tom Hull: <http://www.merrimack.edu/thull/~omfiles/geoconst.html>

Koshiro Hatori: <http://origami.ousaan.com/library/conste.html>
<http://www.langorigami.com/science/mathlinks/mathlinks.php4>.