

**Anàlisi matemàtica**

Codi: 100094  
Crèdits: 9

| Titulació            | Tipus | Curs | Semestre |
|----------------------|-------|------|----------|
| 2500149 Matemàtiques | OB    | 2    | 1        |

**Professor de contacte**

Nom: Laura Prat Baiget

Correu electrònic: Laura.Prat@uab.cat

**Utilització d'idiomes a l'assignatura**

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

Grup íntegre en anglès: No

Grup íntegre en català: Sí

Grup íntegre en espanyol: No

**Prerequisits**

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és molt important que hagi superat l'assignatura de Funcions de Variable Real de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui les nocions de convergència de successions així com les de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'alumne tingui una suficient destresa en la manipulació de límits, infinitedims equivalents, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

**Objectius**

Per tal que un alumne superi l'assignatura entenem que és imprescindible que adquireixi les següents capacitats.

**Capacitats teòriques.**

1. Entendre la noció de convergència de sèries i d'integrals impròpies.
2. Conèixer els criteris més importants per decidir la convergència de sèries o integrals impròpies.
3. Entendre amb claretat el concepte de convergència uniforme d'una successió o d'una sèrie de funcions.
4. Conèixer els resultats que relacionen la convergència uniforme d'una banda i les nocions de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat d'una altra.
5. Comprendre el guany que suposa considerar sèries de potències amb nombres complexos enlloc de sèries de funcions en general.
6. Comprendre els resultats relatius a la regularitat de les funcions definides a partir d'integrals que depenen d'un paràmetre.
7. Conèixer els resultats principals que relacionen la regularitat d'una funció i la convergència d'una sèrie de Fourier.
8. Entendre i saber reproduir les demostracions dels resultats principals de l'assignatura.

**Capacitats de problemes**

1. Manipular amb molta destresa els diferents criteris de què disposem per tal de decidir si una sèrie o una integral impròpia són convergents.
2. Saber calcular el radi de convergència d'una sèrie de potències i saber sumar-les en situacions determinades.
3. Saber determinar el desenvolupament en sèrie de potències de funcions analítiques més o menys elementals.
4. Demostrar una certa destresa en el tractament de la convergència uniforme de successions i sèries de funcions.
5. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions i ser capaç d'obtenir la suma d'algunes sèries de nombres complexos tot aplicant els resultats vistos sobre sèries de Fourier.
6. Saber relacionar els diferents resultats principals de l'assignatura en el moment d'aplicar-los a casos concrets.

D'altra banda, i pensant en la formació de l'alumne com a futur professional de la Matemàtica, creiem que les capacitats següents són importants d'adquirir.

1. Capacitat d'expressar correctament, des del punt de vista formal, qualsevol resultat.
2. Capacitat de calcular, de fer de forma rutinària determinats processos matemàtics.
3. Capacitat de conjecturar i d'imaginar estratègies per tal de confirmar o rebutjar aquestes conjectures.
4. Capacitat d'identificar objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb d'altres de coneguts i de deduir-ne propietats.

## Competències

- Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats
- Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat
- Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.
- Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

## Resultats d'aprenentatge

1. Calcular integrals de funcions d'una variable.
2. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable.
3. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants.
4. Que els estudiants sàpiguin aplicar els seus coneixements al seu treball o vocació d'una forma professional i posseeixin les competències que solen demostrar-se per mitjà de l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes dins de la seva àrea d'estudi.

## Continguts

### 1. Sèries numèriques.

- 1.1 Extensió de la noció de límit d'una successió.
- 1.2 Noció de sèrie convergent.
- 1.3 Sèries de termes positius. Criteris de convergència.

- 1.4 Convergència absoluta i convergència condicional.
- 1.5 Criteris de Leibniz, de Dirichlet i d'Abel.
- 1.6 Reordenació de sèries

## **2. Convergència uniforme i sèries de potències.**

- 2.1 Successions de funcions.
- 2.2 Convergència puntual i uniforme.
- 2.3 Convergència uniforme i continuïtat, derivabilitat i integrabilitat.
- 2.4 Sèries de funcions.
- 2.5 Criteri M de Weierstrass.
- 2.6 Existència de funcions contínues no derivables enlloc.
- 2.7 Sèries de potències i radi de convergència.
- 2.8 Teorema d'Abel.
- 2.9 Funcions analítiques.
- 2.10 Aproximació de funcions contínues per polinomis: el teorema de Weierstrass.

## **3. Sèries de potències complexes.**

- 3.1 Funcions de variable complexa.
- 3.2 Continuïtat i derivabilitat de funcions de variable complexa. La noció de funció holomorfa.
- 3.3 Sèries de nombres complexos.
- 3.4 Sèries de potències.
- 3.5 L'exponencial complexa i les funcions trigonomètriques.
- 3.6 Teorema d'Abel. Teorema fonamental de l'Àlgebra.

## **4. Integrals impròpies.**

- 4.1 Extensió de la noció d'integral de Riemann per a funcions o intervals no acotats.
- 4.2 Convergència d'integrals impròpies.
- 4.3 Criteris de convergència per a funcions positives.
- 4.5 Continuïtat i derivabilitat de funcions de diverses variables.
- 4.6 Integrals depenents d'un paràmetre.
- 4.7 La funció Gamma d'Euler. El teorema de Stirling.

## **5 Sèries de Fourier.**

- 5.1 L'espai de funcions de quadrat integrable.
- 5.2 Polinomis trigonomètrics. Coeficients de Fourier. Sèries de Fourier.
- 5.3 Convergència puntual i uniforme d'una sèrie de Fourier.
- 5.4 Comportament d'una sèrie de Fourier al voltant d'una discontinuïtat de salt. El fenomen de Gibbs
- 5.5 Identitat de Parseval.

## **Metodologia**

El procés d'aprenentatge de la matèria s'ha de basar essencialment en el treball personal de cada alumne, sabent que disposa de l'ajut dels professors que imparteixen les hores presencials. Per això les explicacions teòriques i l'ajut del professor són importants en aquesta assignatura. Amb les noves directrius dels plans d'estudi les hores presencials de l'alumnat s'han reduït. Per tant remarcuem la importància de l'assistència dels alumnes **a totes** les classes teòriques, de problemes i a les pràctiques i el fet que l'alumne haurà de complementar les explicacions del professor amb l'estudi personal autònom per tal d'assimilar els conceptes, les demostracions, els procediments i les tècniques de resolució de problemes. Així mateix ressaltam que és molt profitós que l'alumne vagi a consultar durant les hores de tutoria i que s'acostumi a fer-ho regularment.

Les hores presencials d'activitats dirigides es distribueixen en:

### **Teoria:**

es tracta de classes en les quals el professor introdueix els conceptes bàsics i les demostracions corresponents a la matèria de l'assignatura, tot mostrant exemples de la seva aplicació, tenint en compte els

assistents i adequant-se al seu nivell. La teoria es fa en un sol grup. Aquestes classes es fan amb pissarra i guix de forma tradicional.

### **Problemes:**

les classes de problemes es fan en dos grups i en elles es treballa la comprensió dels conceptes introduïts a teoria amb la realització de problemes. Donades les poques sessions disponibles (en concret 14 hores) serà fonamental que l'alumne hagi pensat i reflexionat sobre els problemes amb anterioritat a l'hora de classe. Es fomentarà la participació activa dels alumnes en aquestes classes. Aquests problemes seran d'unes llistes que s'hauran facilitat a l'alumne prèviament. El fet de pensar i resoldre problemes es considera imprescindible per assimilar satisfactòriament els conceptes i resultats de l'assignatura. El grup 1 de problemes està integrat per les persones que el primer cognom comença per una lletra que està entre A i K, ambdues incloses i els que cursen els estudis de grau en Física i Matemàtiques. El grup 2 està format per les persones que el primer cognom comença entre la lletra L i la Z ambdues incloses. Per qüestions docents es prega que cada persona vagi al grup que pertany.

### **Pràctiques als seminaris:**

Les sessions de seminaris es dedicaran a la realització d'activitats dirigides al domini de les tècniques que són pròpies de l'assignatura. Seran, doncs, sessions de caràcter pràctic. En aquestes seran els alumnes els que faran a l'aula els exercicis. Aquestes pràctiques es fan en blocs de dues hores i estan programades 7 sessions, les dades concretes ja seran anunciades oportunament. En la part final de tres de les sessions de pràctiques cada alumne haurà de realitzar un qüestionari individual que serà lliurat al professor corresponent. Aquest qüestionari seran avaluable.

### **El Campus Virtual.**

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant. En particular estarà la darrera versió actualitzada de la guia docent. És important que l'alumne accedeixi a aquesta plataforma amb certa freqüència i de forma regular.

## **Activitats formatives**

| Títol                                                                      | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|----------------------------------------------------------------------------|-------|------|--------------------------|
| <b>Tipus: Dirigides</b>                                                    |       |      |                          |
| Realització de proves parcials                                             | 2     | 0,08 |                          |
| Realització exàmens finals                                                 | 4     | 0,16 |                          |
| Sessions de problemes                                                      | 14    | 0,56 |                          |
| Sessions de seminaris                                                      | 14    | 0,56 |                          |
| Sessions de teoria                                                         | 42    | 1,68 |                          |
| <b>Tipus: Supervisades</b>                                                 |       |      |                          |
| Tutories                                                                   | 4     | 0,16 |                          |
| <b>Tipus: Autònomes</b>                                                    |       |      |                          |
| Estudi dels conceptes teòrics i dels principals resultats de l'assignatura | 46    | 1,84 |                          |
| Preparació de treball dirigit                                              | 4     | 0,16 |                          |
| Preparació d'exàmens                                                       | 30    | 1,2  |                          |
| Resolució de problemes i exercicis                                         | 60    | 2,4  |                          |

## Avaluació

Es farà un examen parcial amb nota P i un examen final amb nota F. Si  $0.3P+0.7F$  es més gran o igual que 5, l'assignatura està aprovada. En cas contrari hi haurà un examen de recuperació

## Activitats d'avaluació

| Títol           | Pes | Hores | ECTS | Resultats d'aprenentatge |
|-----------------|-----|-------|------|--------------------------|
| Examen final    | 70  | 4     | 0,16 | 1, 2, 3, 4               |
| Prova parcial 1 | 30  | 1     | 0,04 |                          |

## Bibliografia

**1. F. Galindo i altres.** Guía Práctica de Cálculo Infinitesimal en una variable real. Ed. Thomson, Madrid 2003.

Aquest és un llibre eminentment pràctic. Conté una gran varietat de problemes resolts de diversa dificultat i us pot ser de molta utilitat en el moment de buscar exemples o preparar les classes de problemes. Us seran útils els capítols 9 i 10.

**2. J. M. Ortega.** Introducció a l'Anàlisi Matemàtica. Manuals de la Universitat Autònoma de Barcelona 4, Bellaterra 1990.

La major part del nostre curs consisteix en els tres darrers capítols d'aquest llibre. Serà el text de referència de la nostra assignatura.

**3. C. Perelló.** Càlcul Infinitesimal: amb mètodes i aplicacions. Enciclopèdia Catalana, Barcelona, 1994.

Aquest text us aportarà punts de vista molt interessants sobre el contingut de l'assignatura. És un llibre de Matemàtiques molt agradable de llegir.

**4. W. Rudin.** Principios de Análisis Matemático. McGraw-Hill, Mèxic, 1981.

Aquest llibre us serà útil, principalment, quan tractem el tema de Sèries de Fourier.

**5. M. Spivak.** Calculus. Càlcul Infinitesimal. Ed. Reverté, Barcelona 1995.

Podeu consultar els capítols 22, 23, 25 i 26. És un llibre altament recomanable i en ell podreu trobar problemes molt il·lustratius i molt interessants.

**6. G. P. Tolstov.** Fourier Series, Dover Publications, New York, 1976.

Està dedicat a l'estudi de les sèries de Fourier. En el curs solament veurem una part dels 4 primers capítols.