ANNEXOS

Annex I

PRIMERA UNITAT DIDÀCTICA A 4T D'ESO

Un Trimestre de funcions

C V DE MATEMÀTIQUES

PROFESSORA: MARÍA JOSÉ SEGURA LORES
ALUMNE:
CURS:

ACTIVITAT 0

Objectius: Expressar diferents tipus de lleis aritmètiques que relacionen dues magnituds.

1) Expressa, en cada cas, la funció definida pels criteris següents:
   - a) Assigna a cada nombre el seu quadrat
   - b) Transforma cada nombre a la seva meitat més u.
   - c) Fes correspondre a cada nombre el seu invers
   - d) Transforma cada nombre en el doble del seu quadrat
   - e) Assigna a cada nombre la diferència entre el seu cub i el seu quadrat.

2) Relaciona cada apartat de la qüestió anterior amb aquest llistat de dades numèriques.

x	***y_1***	***y_2***	***y_3***	***y_4***	***y_5***
-10	-1100	-0,10	100	200	-4
-9	-810	-0,11	81	162	-3,5
-8	-576	-0,13	64	128	-3
-7	-392	-0,14	49	98	-2,5
-6	-252	-0,17	36	72	-2
-5	-150	-0,20	25	50	-1,5
-4	-80	-0,25	16	32	-1
-3	-36	-0,33	9	18	-0,5
-2	-12	-0,50	4	8	0
-1	-2	-1,00	1	2	0,5
0	0	#¡DIV/0!	0	0	1
1	0	1,00	1	2	1,5
2	4	0,50	4	8	2
3	18	0,33	9	18	2,5
4	48	0,25	16	32	3
5	100	0,20	25	50	3,5
6	180	0,17	36	72	4
7	294	0,14	49	98	4,5
8	448	0,13	64	128	5
9	648	0,11	81	162	5,5
10	900	0,10	100	200	6

3) Existeix algun tipus de llei que relacioni les dades de la primera columna amb cadascuna de les altres? Quina?

x	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
-5	5	-20	2	-2,5	25
-4	4	-16	3	-2	16
-3	3	-12	4	-1,5	9
-2	2	-8	5	-1	4
-1	1	-4	6	-0,5	1
0	0	0	7	0	0
1	-1	4	8	0,5	1
2	-2	8	9	1	4
3	-3	12	10	1,5	9
4	-4	16	11	2	16
5	-5	20	12	2,5	25

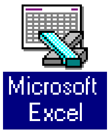
ACTIVITAT 1

<u>Objectius</u>: Els alumnes han de conèixer a un nivell elemental el funcionament del full de càlcul del programa Microsoft Excel versió 5.0

1.1 PAUTES PER TREBALLAR AMB EXCEL versió 5.0 a l'institut

I. **Entrar a Excel**

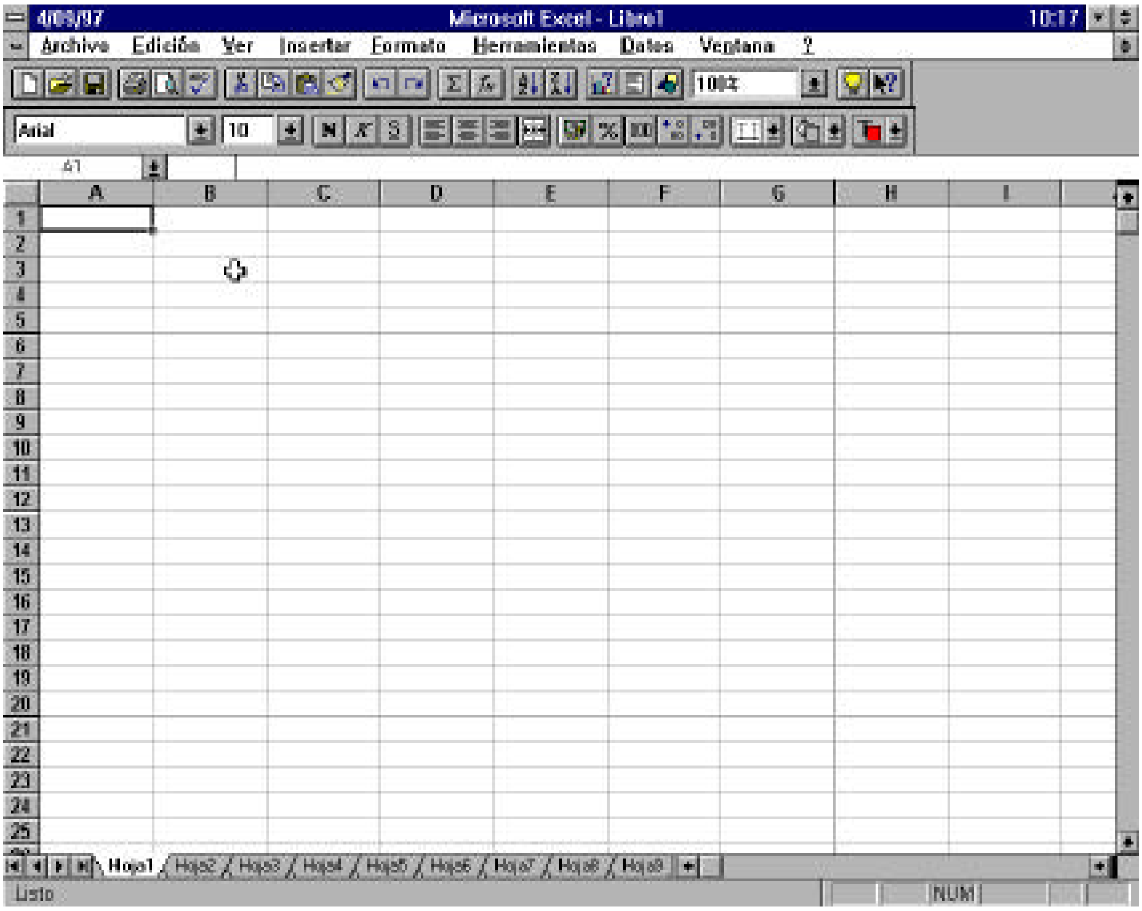
En el moment d'engegar l'ordinador apareix un menú inicial on has d'escollir l'opció *Windows*. Tens vàries formes de fer-ho, la més simple és prémer la tecla W.
Després d'una breu estona, apareix la pantalla de l'Administrador de Programes de Windows. Has de desplaçar la fletxa que surt a la pantalla, utilitzant el ratolí, fins al grup de programes "Microsoft Office" i fer doble-clic amb el botó esquerre. Si tot va bé, sortirà una finestra amb títol "Microsoft Office", hauràs d'anar a la icona "Microsoft Excel" versió 5.0



fent, també, doble-clic amb el ratolí.

II. **Anem a estudiar la pantalla d'Excel**

La primera imatge que tenim de la pantalla del full de càlcul Excel és:



A:	La barra d'Excel	F:	La barra de títols
B:	La barra de menús	G:	La barra d'estats
C:	La barra d'eines	H:	El menú de control
D:	La barra de fórmules	I:	L'àrea de treball
E:	El quadre de noms	J:	"Hoja1, 2, ..."

Per activar qualsevol comandament s'ha de situar la fletxa que apareix a la pantalla sobre el botó corresponent i fer clic amb el botó esquerre del ratolí.
Com que el funcionament d'un full de càlcul es recolza en el concepte de taula la seva estructura consisteix en:

a) *Plantilla bàsica*: la taula on s'emmagatzemen les dades originals i els resultats de les operacions.

b) *Conjunt d'eines*: que permeten treballar i realitzar operacions amb aquestes dades.

Un cop que cadascú de vosaltres hagi omplert la seva taula amb dades i resultats ha de salvar-la o guardar-la en un fitxer que es grava en el vostre disquet per poder accedir en altres ocasions a aquesta informació. S'han de fer els passos següents:

i) Prémer el botó on apareix el dibuix d'un disquet: . Recordeu que heu de fer servir el ratolí.

ii) Sortirà un quadre de diàleg amb títol "*Guardar como"*. Has de canviar en primer lloc l'opció de "Unidades de disco" on posa "c" per la unitat "a". Després has d'escriure el "nombre del archivo" segons la següent regla: lletra del grup classe (A, B o C), nombre del grup sala d'ordinadors (1, 2, ..., 10), nombre de l'activitat (1, 2, 3 o 4) i nombre de la qüestió (1, 2, ...). I per últim, feu clic en "**Aceptar**" o polseu **<Intro>**

iii) Ara tindràs a la pantalla una finestra amb títol "*Resumen".* Has de prémer l'opció *"***Terminar**"

Per exemple, del grup 4B d'ESO el segon grup de la sala d'ordinadors estan fent de la primera activitat la segona qüestió, així el nom del fitxer serà B212 i el quadre de diàleg "*Guardar como*" quedarà:

Com es pot observar a la pantalla, un full de càlcul es composa de files i columnes. La intersecció d'una columna (que s'identifica amb una lletra) i una fila (que s'identifica amb un nombre) s'anomena **casella** o **cel·la**, per exemple: A1, B5, ... Per moure's d'una casella a una altra s'utilitzen les tecles del cursor: ←,→,↓,↑ o bé cal col·locar-se a la casella desitjada mitjançant el ratolí i prémer el botó esquerre del ratolí.

Les dades que es poden introduir són: *textos*, *números*, *fórmules*, *dates* i *hores*. En el cas de les fórmules surt el resultat de les operacions indicades.

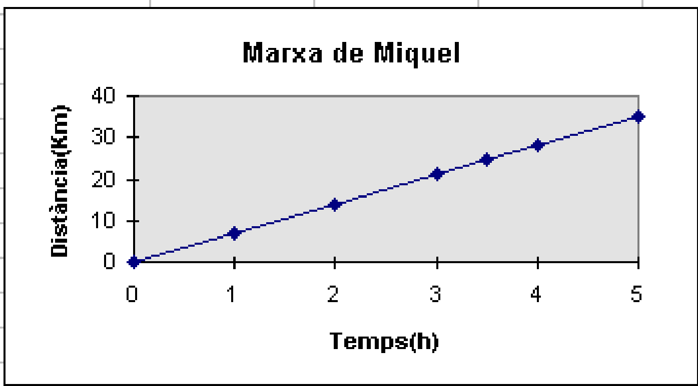
La principal funció d'un full de càlcul és realitzar operacions amb les dades, que es fan a través de les fórmules , és a dir, especificant les operacions que has de fer.

III. **Entrada i manipulació de les dades**

1) Al Miquel li agrada molt caminar. El seu cronòmetre li indica que la seva velocitat mitjana és de 7 km/h. Anem a veure com es fa una taula que ens indiqui els quilòmetres que recorre segons les hores que està caminant i després farem una gràfica que representa la marxa del Miquel.

Has d'arribar a tenir en el full de càlcul alguna cosa similar a:

	A	B	C	D	E
1	Exemple 1				
2					
3	Temps	Distància			
4	(hores) x	(Km) Y=7x			
5	0	0			
6	1	7			
7	2	14			
8	3	21			
9	3,5	24,5			
10	4	28			
11	5	35			

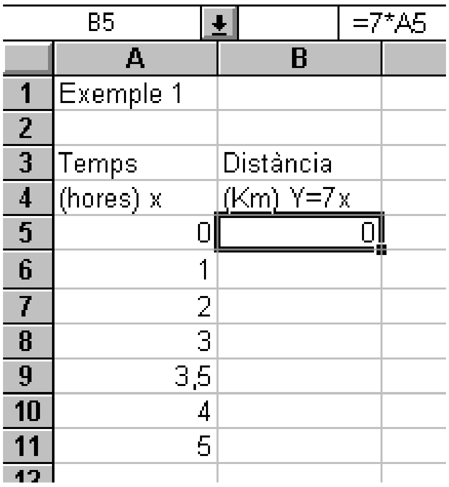


Els passos a seguir poden ser:

1. **Posar el nom al document** (veure el quadre de la pàgina anterior)

2. **Introducció de l'encapçalament i de les dades inicials**. Per començar s'ha d'escriure l'encapçalament general: "Exemple 1" i els encapçalament de les dues columnes: "Temps", "(hores)*x*", "Distància", i "(Km) Y=7*x*" a cada casella. A continuació, s'han d'escriure les dades del temps inicials (0, 1, 2, ..) a la primera columna. Recordeu que per passar d'una casella a una altra heu d'utilitzar el ratolí o les tecles del cursor: ←,→,↓,↑

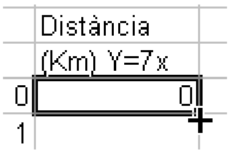
3. **Càlcul de la segona columna**. Per calcular la distància recorreguda s'ha de multiplicar la seva velocitat pel temps transcorregut, és a dir, 7 * *x*. Per tant, seleccionar la casella que vols que es calculi la distància corresponent a les 0 hores (en la imatge anterior que serveix com mostra és la casella B5) i escriure la fórmula: **= 7 * posició de la casella on està el 0** i després **<Intro>.** Per exemple, en el full de càlcul que serveix de mostra es veuria:



B5	=7*A5	
	A	B
1	Exemple 1	
2		
3	Temps	Distància
4	(hores) x	(Km) Y=7x
5	0	0
6	1	
7	2	
8	3	
9	3,5	
10	4	
11	5	

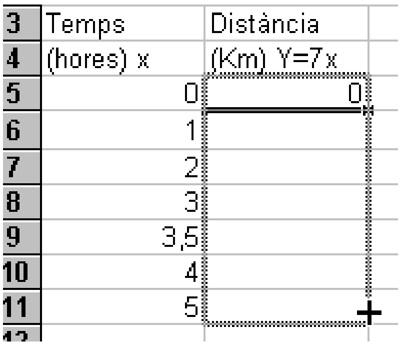
Truc: Existeix una manera més àgil de fer sortir la posició d'una casella en una fórmula sense haver d'escriure; simplement situar la creu blanca que surt a la pantalla sobre la casella i fer clic amb el botó esquerre del ratolí.

Per obtenir la resta de valors no cal repetir aquesta operació hi ha una manera més ràpida. Situar-se a la casella que acabes de fer (que és la fórmula a aplicar) en el cantó inferior dret fins que aparegui una creu negra,



	Distància
	(Km) Y=7x
0	0
1	

aleshores premeu el botó esquerre del ratolí i arrossegueu-lo per aquesta columna fins arribar a l'última casella on voleu aplicar aquesta fórmula (7 * *x*).



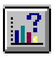
3	Temps	Distància
4	(hores) x	(Km) Y=7x
5	0	0
6	1	
7	2	
8	3	
9	3,5	
10	4	
11	5	

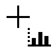
Ja pots treure el dit del ratolí i és en aquest moment, si tot s'ha fet bé, quan es realitzaran totes les operacions per a cada fila, una darrera de l'altra.

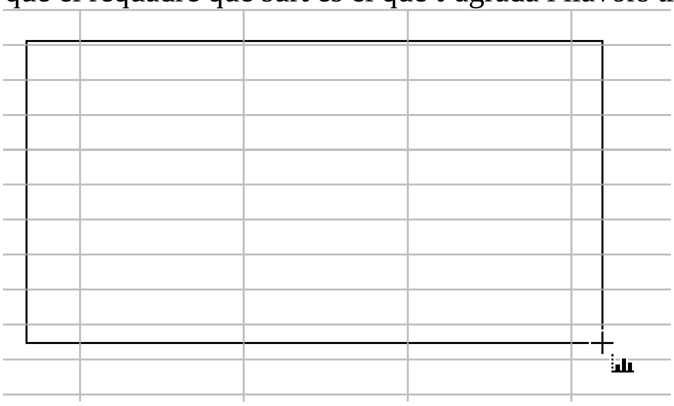
IV. **Salvar el document creat**.
És molt recomanable gravar el full de càlcul al disquet perquè així si se'n va el corrent elèctric no es perd el que s'està fent. Per això, cal prémer el botó  cada cert temps (per exemple cada 5 minuts).

V. **Representació gràfica**.
El gràfic que es desitja fer relaciona el temps recorregut (X) amb la distància recorreguda (Y). Has de seleccionar les caselles on hi ha les dades, per això, has de situar el ratolí a la primera casella de la primera columna on comencen les dades (té el valor 0), tot seguit prémer el botó de l'esquerra i arrossegar el ratolí sense deixar de prémer aquest botó fins l'última casella de l'última columna (té el valor 35), ara ja pots treure el dit.

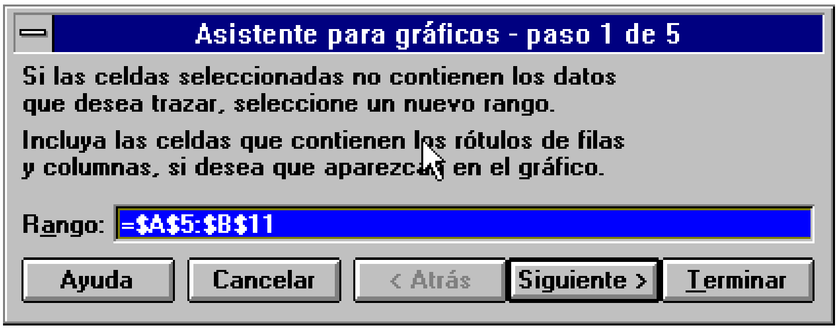
3	Temps	Distància
4	(hores) x	(Km) Y=7x
5	0	0
6	1	7
7	2	14
8	3	21
9	3,5	24,5
10	4	28
11	5	35

A continuació, es crida al "Asistente para gráficos" prement el botó  que està a dalt, a sota de l'opció "Datos". A partir d'aquest moment s'han de fer una sèrie de passos que enumerarem:

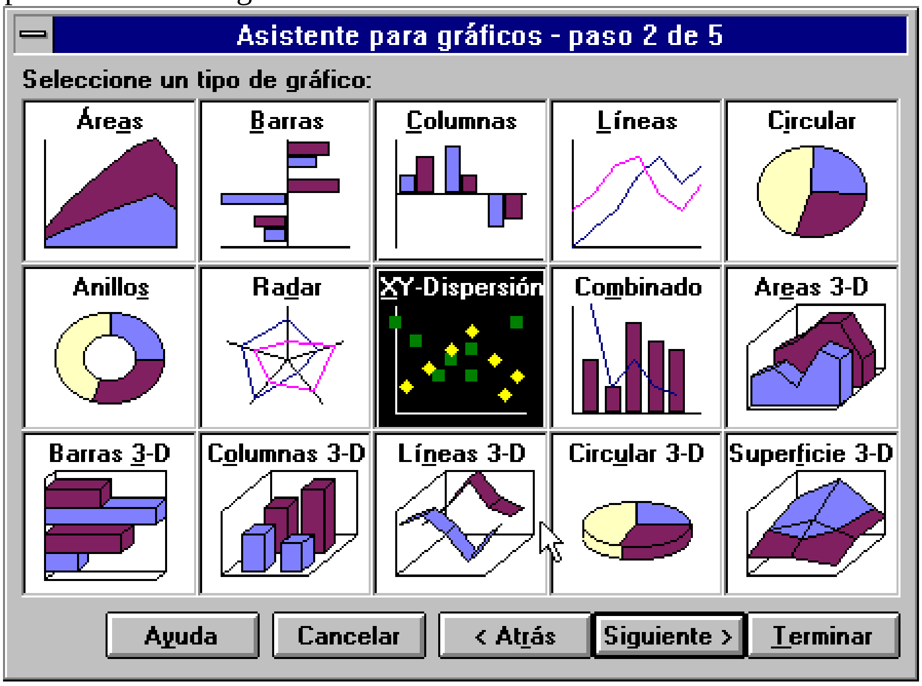
a) **Indicar el lloc i la grandària del gràfic**. En pitjar el botó anterior, s'esdevenen una sèrie de canvis en el full de càlcul: la fletxa que teníem abans es converteix en  i a les caselles abans seleccionades surt una línia discontínua en moviment. Ara mous el ratolí fins al lloc on vols fer el gràfic i per indicar la seva grandària mantens pitjat el botó esquerre del ratolí i comences a moure fins que el requadre que surt és el que t'agrada i llavors treus el dit del botó esquerre.



b) **Selecció de les dades**. Com que nosaltres ja hem seleccionat les dades, aquest pas ja està indicat en el "Rango". Per tant, només hem de pitjar el botó "Siguiente" d'aquest quadre de diàleg:

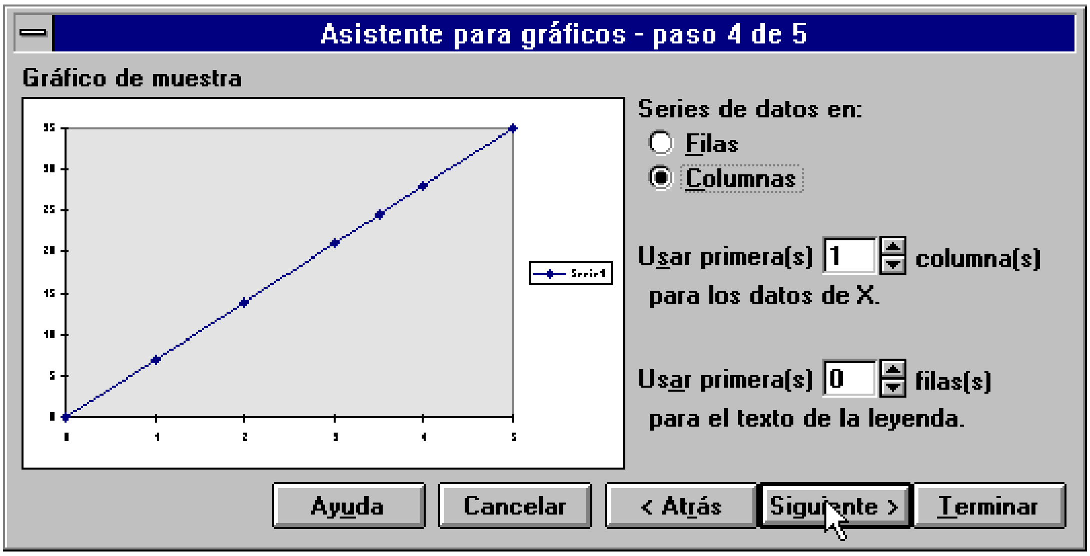


c) **Selecció del tipus de gràfic**. Hem d'escollir "XY-Dispersión" i després prémer el botó "Siguiente":



d) **Selecció del format pel gràfic XY (Dispersió)**. Seleccionarem el format número 2 ja que mostra les dades (punts) i les uneix. Per acabar pitgem el botó "Siguiente":

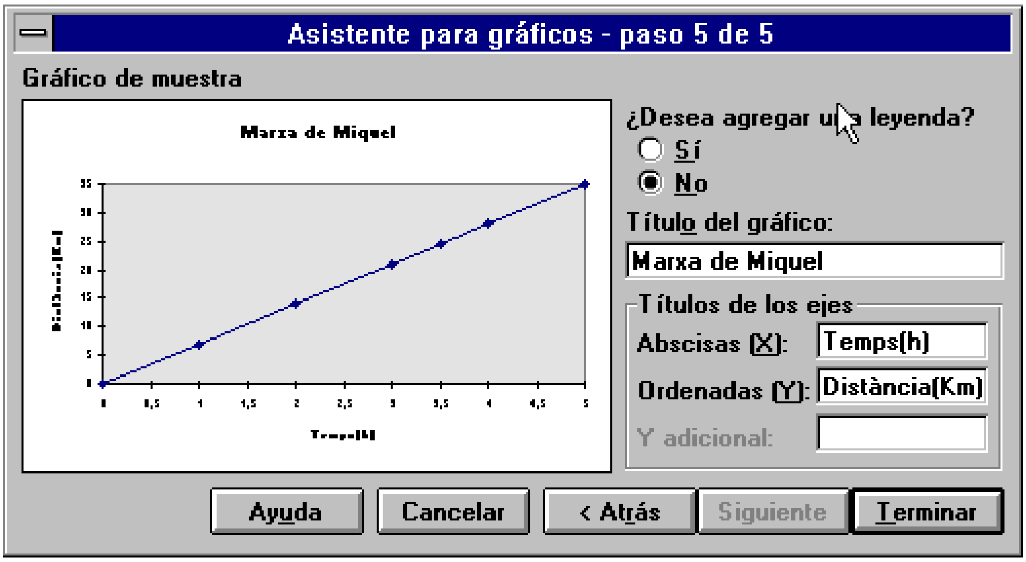
e) **Presentació del gràfic (1).** Si tot va bé no cal tocar res, així que només has de pitjar el botó “Siguiente”:



f) **Presentació del gràfic (2).** Ara sí que hem de canviar i afegir algunes coses al quadre de diàleg:

- Escollir “*No*” a la pregunta “¿Desea agregar una leyenda?” per eliminar el requadre que surt a la dreta del gràfic abans: 
- Afegir el “Título del gráfico” i els “Títulos de los ejes”

Finalment el quadre de diàleg ha de tenir un aspecte similar a:



a continuació prémer el botó “Terminar”.

En aquest moment hem sortit del “Asistente para gráficos” i tindrem el gràfic a sobre de les caselles que havíem indicat al principi, com si fos una foto enganxada sobre un paper quadriculat.

Com has pogut veure, el gràfic és una línia recta, ja que aquesta funció (la distància recorreguda) es tracta d’una funció lineal.

IMPORTANT:

a) En el cas d’errada en algun pas podeu prémer el botó ”Atrás” o en el pitjor dels casos començar de nou prement la tecla **<ESC>**

b) Segons sigui de gran el rectangle deixat per incorporar el gràfic, així es deformarà aquest respecte de com es presenta en l’últim pas del “Asistente para gráficos”. Sempre tenim l’oportunitat de modificar la grandària del gràfic, una vegada fet, seguint aquests passos:

- **Seleccionar el gràfic**. Fent clic amb el botó esquerre dintre de qualsevol posició del gràfic.
- **Deformar el gràfic**. Han aparegut 8 marques blaves en els vores del gràfic. Si situes la fletxa que surt a la pantalla en algun d’aquests punts canviarà a una fletxa negra amb dues puntes, per exemple . Ara pitja el botó esquerre del ratolí i comences a moure, sortirà un nou rectangle delimitat amb línies discontínues que indica la nova grandària. Quan hagis arribat a la grandària desitjada treus el dit del botó.

VI. **Tancar el document creat**.

Has d'anar a "**Archivo**", del menú desplegable que surt has d'escollir "**Cerrar"**, a continuació et preguntarà: "¿Desea guardar los cambios efectuados en ... ?" Has de contestar que Sí.

NOTA: La nomenclatura que has de fer servir per indicar les operacions bàsiques són: suma, +; resta, - ; multiplicació, *; divisió, /; potenciació, ^; i la radicació, raiz().

Per consolidar aquests conceptes farem una altra qüestió:

2) Vull saber l'acceleració que porta el Miquel en cada tram de temps i per això necessito treballar amb el document creat, per l'exemple 1. Així que he de fer el següents passos:

- **Obrir el document creat anteriorment** (en el cas que estigués tancat). Has d'anar a "**Archivo**", després has d'escollir "**Abrir**", surt un quadre de diàleg *"Abrir"*. Has de seleccionar com unitat de disc "a" i el nom de l'arxiu anterior.

- **Guardar-lo com un nou nom**. Has d'anar a "**Archivo**", després has d'escollir "**Guardar como**", surt un quadre de diàleg *"Guardar como"*. Has de seleccionar com unitat de disc "a" i posar el nom que li correspongui.

- **Afegir una tercera columna per a l'acceleració**. Recorda que $a = v/t$ i s'expressa en m/s^2, per tant has de passar els quilòmetres a metres i les hores a segons.

y km/ $(x\ \text{h})^2$ = y 1000 m/ $(x\ 3600\ \text{s})^2$

Has d'indicar els càlculs per a la primera casella:

```
=(B5*1000)/(A5*3600)^2
```

i per calcular la resta només has d'aplicar la mateixa tècnica que has fet per obtenir els resultats a la segona columna, és a dir, situar-te a la casella que acabes de fer en el cantó inferior dret fins que aparegui una creu negra, aleshores prem el botó esquerre del ratolí i arrossega per aquesta columna fins arribar a l'última casella on volem aplicar aquesta fórmula. Ja pots treure el dit del ratolí i és en aquell moment, si tot s'ha fet bé, quan es realitzarà totes les operacions per a cada fila una darrera de l'altra.

	A	B	C
1	Exemple 2		
2			
3	Temps	Distància	Acceleració
4	(hores) x	(Km) Y=7x	(m/s^2)
5	0	0	#DIV/0!
6	1	7	0,00054012
7	2	14	0,00027006
8	3	21	0,00018004
9	3,5	24,5	0,00015432
10	4	28	0,00013503
11	5	35	0,00010802
12			

- **No oblidar de salvar el nou document**.

3) Ara és el moment en què tu has d'obtenir una taula de valors, on li dones per exemple, vint valors a la variable independent *x* i calcules els valors numèrics de la variable dependent *y* coneguda l'equació de la funció, però abans de completar aquesta taula construeix les qui hi han en les qüestions 2 i 3 de l'activitat 0 .

x	$y_1=x^3$	$y_2=2(x-1)$	$y_3= x+3$	$y_4=2/x$	$y_5=(x+1)^2$
. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .

ACTIVITAT 2

<u>Objectius</u>: Aplicar els coneixements del full del càlcul a la resolució de problemes.

1) Volem comprar francs per anar d'excursió a França i segons "El País" del dia 27 de juliol ens diuen que un franc francès ens costarà 25 pessetes.

a) Quants francs podem comprar amb 2400 pessetes?

b) I amb 3600 pta.?

c) I amb 3720 pta.?

d) Quantes pessetes hem pagat si ens han donat 600 francs?

e) Tenim dues magnituds variables: la quantitat de pessetes que paguem i la quantitat de francs que obtenim. En aquest cas, la quantitat de pessetes en diem variable _________, i de la quantitat de francs, variable __________. Indica l'equació de la funció.

f) Completeu aquesta taula:

Pessetes que tenim per comprar francs *x*	Francs que obtenim *y*
0	
1500	
2400	
3600	
5100	
	250

g) Els parells de nombres obtinguts a l'apartat f) els podem representar gràficament en un diagrama cartesià i unir els punts. Fes-ho. Quin dibuix has obtingut?

h) Ara feu una taula de valors per a la funció que has indicat a l'apartat e) i representa-la gràficament. Hi ha diferència entre aquest gràfic i el de l'apartat anterior? Quina i per què?

2) Has decidit passar una setmana a París i tens 50.000 pta. Has anat al banc i diuen que a les operacions de canvi de moneda se'ls aplica una comissió del 2 per mil sobre l'efectiu amb un mínim de 500 pta.

Per tant:

a) Quina és la comissió que has de pagar? A quin percentatge correspon?

b) Quants francs et donaran?

c) Si canvies 200.000 pta. també has de pagar la mateixa comissió? I amb 300.000 pta.?

d) A partir de quina quantitat has de pagar una comissió superior a 500 pta.

e) Indica l'equació de la funció

f) Feu una taula de valors per aquesta funció i representeu la seva gràfica. Com és el dibuix que surt?
g) Quan tornes de París vols canviar el que t'ha quedat, que són 143 francs. Quantes pessetes et donarà el banc si s'aplica una comissió del 2,5 per mil (el franc està a 24 pta.)?
3) Suposem que, anant amb bicicleta, aconseguim portar una velocitat constant de 16 km per hora.
a) Quants quilòmetres hem recorregut en dues hores?
b) I en tres hores i mitja?
c) I en 45 minuts?
d) Quant temps hem anat amb bicicleta si portem recorreguts 60 km?
e) Indica quina és la variable dependent, la variable independent i l'equació de la funció.
f) Completeu aquesta taula:

Temps	Espai recorregut
1 h	
2 h	
45 min	
3,5 h	
	60 km

g) Representa en un diagrama cartesià els parells de nombres obtinguts en f). A continuació uneix-los. Quin dibuix has obtingut?
h) Ara feu una taula de valors per a la funció que has indicat a l'apartat e) i representa-la gràficament. Hi ha diferència entre aquest gràfic i el de l'apartat anterior? Quina i per què?
NOTA: En les qüestions anteriors has obtingut unes funcions. Recorda que per a representar-les gràficament amb l'ordinador has de seguir els següents passos:

a) Construeix una taula de valors en el full de càlcul.

x	y

b) Selecciona les dades.
c) Prem "Asistente para gráficos", a continuació "Siguiente" i després "XY-Dispersión".
d) Dibuixa el que ha sortit a la pantalla de l'ordinador en paper mil·limetrat.
Tant per la primera qüestió com per la tercera has obtingut una recta. Anem ara a estudiar les funcions representades per mitjà de rectes

ACTIVITAT 3

<u>Objectius:</u> Estudi de la gràfica d'una recta segons la variació dels seus paràmetres.

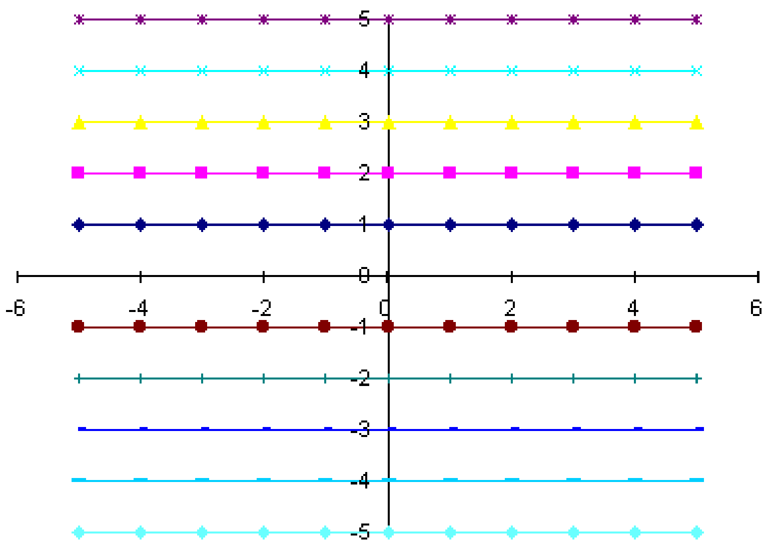
1) Analitzeu la influència del coeficient que acompanya a *x*, és a dir, que tenen en comú i en què es diferencien. Per això, fes ús de l'ordinador per representar gràficament cada funció d'un mateix apartat en un mateix sistema de coordenades.

a) $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$, $y = 4x$, $y = 5x$, ... $y = ax$, $a>0$.

b) $y = -x$, $y = -2x$, $y = -3x$, $y = -4x$, $y = -5x$, ... $y = ax$, $a<0$.

NOTA: El coeficient que acompanya a *x* s'anomena **pendent** i es representa amb la lletra *a*.

2) Tens dibuixades les gràfiques de les funcions $y = 1$, $y = 2$, $y = 3$, $y = 4$, $y = 5$, $y = -1$, $y = -2$, $y = -3$, $y = -4$, $y = -5$. Escriu l'equació de cadascuna de les gràfiques al lloc corresponent després de dibuixar-les amb l'ordinador. Escriu que observes que tenen de particular aquestes gràfiques.



NOTA: El punt de tall en l'eix de les ordenades es diu **ordenada a l'origen** i es representa amb la lletra *b*.

3) Dibuixa les següents funcions d'equacions i treu conclusions per cadascuna. Fes cada apartat en un mateix sistema de coordenades.

a) $y = x+1$, $y = x+2$, $y = x+3$, $y = x+4$, ... $y = ax+b$, $a>0$.

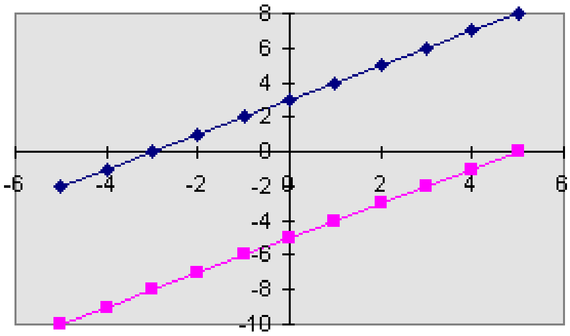
b) $y = -x+1$, $y = -x+2$, $y = -x+3$, $y = -x+4$, ... $y = ax+b$, $a<0$.

NOTA: Els gràfics que han sortit en aquestes tres qüestions són rectes, és a dir, hem treballat amb funcions amb equació de primer grau de la forma $y = ax+b$.

Si les teves gràfiques són línies rectes que passen per (0, 0) s'anomenen FUNCIONS LINEALS.

Si les teves gràfiques són línies rectes que no passen per (0, 0) s'anomenen FUNCIONS AFINS.

4) Tens dibuixades les gràfiques de les funcions $y = x +3$ i $y = x -5$



a) Escriu l'equació de cadascuna de les gràfiques al lloc corresponent.
b) A continuació has de trobar altres rectes que compleixin certes condicions, escriu la seva equació i comparar-les amb les rectes dibuixades.

	equació	comparació amb les rectes dibuixades
paral·lela i entre les dues rectes		
paral·lela i per sota de les dues rectes		
paral·lela i per sobre de les dues rectes		
paral·lela i passi per (0, 0)		
que les talli		
que les talli i passi per (0, 0)		
que les talli i passi per (0, 2)		

5) Omple la següent taula:

$y = ax + b$	$b > 0$	$b = 0$	$b < 0$
$a > 0$	Talla a l'eix OY en el punt (,). La seva orientació és Esquema gràfic		
$a = 0$			
$a < 0$			

ACTIVITAT 4

Objectius: Estudi de la gràfica d'una funció quadràtica segons la variació dels seus paràmetres.

1) Completeu les taules següents i a continuació representeu aquests punts en el seu sistema de coordenades.

a)

longitud del costat d'un quadrat, en cm	0	0,25	1	1,01	2	15	26		
perímetre del quadrat, en cm								5	144

b)

longitud del costat d'un quadrat, en cm	0	0,25	1	1,01	2	15	26		
àrea del quadrat, en cm^2								5	144

c) Especifica per cada cas quina és la variable dependent, la variable independent i la llei que les relaciona, és a dir, l'equació de les funcions.

d) Si uneixes els punts en cada gràfica et trobes que a la primera surt una línia recta, però per la segona surt una línia corba i és degut que el grau de l'equació de la funció és <u>dos</u>. Anem a estudiar aquestes funcions que s'anomenen FUNCIONS QUADRÀTIQUES i que la seva gràfica es diu PARÀBOLA.

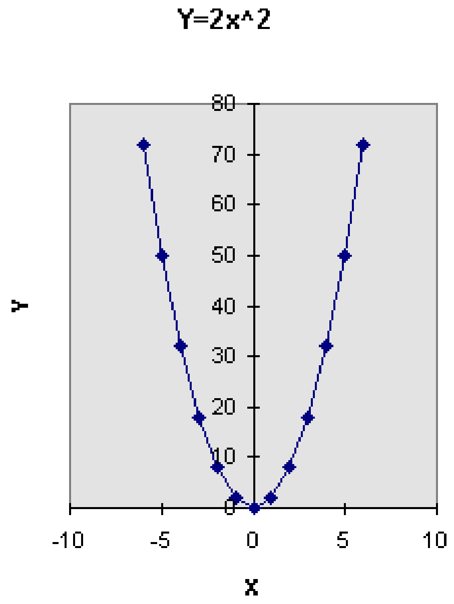
2) Completa la taula de valors per a la funció $y = x^2$ i fes la seva representació gràfica. A continuació la dibuixes en paper mil·limetrat.

x	$y = x^2$
-5	
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

NOTA: El punt on s'uneixen les dues línies corbes, anomenades branques de la paràbola es diu *vèrtex*.

3)

a) Feu el gràfic de la funció $y = 2x^2$ i comproveu que és com el de la il·lustració



b) Quin és l'eix de simetria d'aquesta paràbola si dobleguessis el paper?
c) Quin és el punt de tall del gràfic amb l'eix de simetria? Quin és el vèrtex d'aquesta paràbola? Per tant, quina relació hi ha entre el vèrtex i l'eix de simetria?
4) Dibuixes les següents funcions quadràtiques i analitzeu la influència del paràmetre *a*, el coeficient que acompanya a x^2. Fes cada apartat en un mateix sistema de coordenades.
a) $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = 3x^2$, $y = 4x^2$, $y = 5x^2$
b) $y = -x^2$, $y = -2x^2$, $y = -3x^2$, $y = -4x^2$, $y = -5x^2$
5) Acabem d'estudiar les paràboles que són els gràfics de les funcions del tipus $\boxed{y = ax^2}$, i estem en condicions d'afirmar que:
a) El gràfic és simètric respecte a l'eix__________ . Qualsevol nombre *x* i el seu oposat -*x* tenen la _____________ imatge.
b) El valor de *y* és zero quan el valor de *x* és _____________; en els altres casos és positiu si *a* és ____________ i negatiu en cas contrari.
Les paràboles $y = ax^2$ i $y = -ax^2$ tenen el punt (0,0) en comú i són simètriques l'una de l'altra respecte a l'eix ______________________
c) El vèrtex de la paràbola és el punt de tall de la corba amb l'eix de simetria de la paràbola. En aquest cas és el punt (,).
d) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de *a* i com més gran és aquest, més _________ és la seva obertura.

6) A continuació, estudia la variació del paràmetre *p* i la intersecció amb l'eix Y.
a) $y = x^2$, $y = x^2 + 1$, $y = x^2 + 2$, $y = x^2 + 3$, $y = x^2 -1$, $y = x^2 - 2$, $y = x^2 - 3$
La representació gràfica de les funcions que tenen per expressió matemàtica $y = x^2 + p$ és una paràbola amb la <u>mateixa</u> obertura que $y = x^2$, amb l'eix d'ordenades com a eix de <u>simetria</u> i amb el vèrtex en el punt <u>(0, *p*)</u>.

Les paràboles d'equació $y = x^2 + p$ són les equacions $y = x^2$ traslladades <u>p</u> unitats seguint l'eix d'ordenades.

b) $y = -x^2$, $y =- x^2 + 1$, $y = -x^2 + 2$, $y = -x^2 + 3$, $y = -x^2 -1$ $y = -x^2 - 2$, $y = -x^2 - 3$

La representació gràfica de les funcions que tenen per expressió matemàtica $y = -x^2 + p$ és una paràbola amb la <u>mateixa</u> obertura que $y = -x^2$, amb l'eix d'ordenades com a eix de simetria i amb el vèrtex en el punt <u>$(0, p)$</u>.

Les paràboles d'equació $y = -x^2 + p$ són les equacions $y = -x^2$ traslladades <u>p</u> unitats seguint l'eix d'ordenades.

7) Completa la taula de valors següents per a les funcions $y_1 = \frac{1}{2} x^2 -3$ i $y_2 = \frac{1}{2} x^2$.

Feu el gràfic de les funcions en un mateix sistema de coordenades i compareu aquestes dues paràboles.

x	y_1	y_2
-10		
-3,5		
-2		
-1		
-0,5		
0		
0,5		
1		
2		
3,5		
10		

8) Feu un estudi similar a la qüestió anterior per $y_1 = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ i $y_2 = -\frac{1}{2}x^2$

9) Podem assegurar que la representació gràfica de les funcions d'expressió matemàtica $\boxed{y = ax^2 + p}$ és una paràbola amb les característiques següents:
a) és simètrica respecte a l'eix___________________
b) és la paràbola d'equació $y = ax^2$ traslladada _____unitats seguint l'eix d'ordenades (amunt si p és _______________ i avall si p és ______________)
c) el vèrtex, punt de tall de la paràbola amb l'eix de simetria, és el punt __________
d) si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades ________________
e) si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades ________________
f) com més gran és el valor absolut de a, més ____________ és l'obertura de la paràbola.

10) Anem a estudiar la variació del paràmetre q per a les funcions $\boxed{y = a(x - q)^2}$ següents:
a) $y = (x + 1)^2$, $y = (x + 2)^2$, $y = (x + 3)^2$, $y = (x + 4)^2$, $y = (x + 5)^2$
b) $y = (x - 1)^2$, $y = (x - 2)^2$, $y = (x - 3)^2$, $y = (x - 4)^2$, $y = (x - 5)^2$
Feu un quadre de valors i els gràfics de les funcions en un mateix sistema de coordenades.
Què observes en representar les funcions?
11) Ara comenta que tenen en comú i en què es diferencien cadascuna de les parelles de paràboles següents:
a) $y = (x + 5)^2$, $y = -(x + 5)^2$
b) $y = 2x^2$, $y = 2(x + 4)^2$
c) $y = -3(x + 2)^2$, $y = -3x^2$

El que acabem de veure ens permet afirmar que la representació gràfica de les funcions de segon grau del tipus $f(x) = a(x-q)^2$ (on a i q són nombres coneguts i a és diferent de zero) és una paràbola amb les característiques següents:

1) És simètrica respecte a la recta d'equació $x = q$.

2) El vèrtex és el punt $(q, 0)$.

3) És la paràbola d'equació $y = ax^2$ traslladada q unitats seguint l'eix d'abscisses.

4) Si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades positives.

5) Si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades negatives.

6) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de a, i com més gran és aquest, més petita és l'obertura.

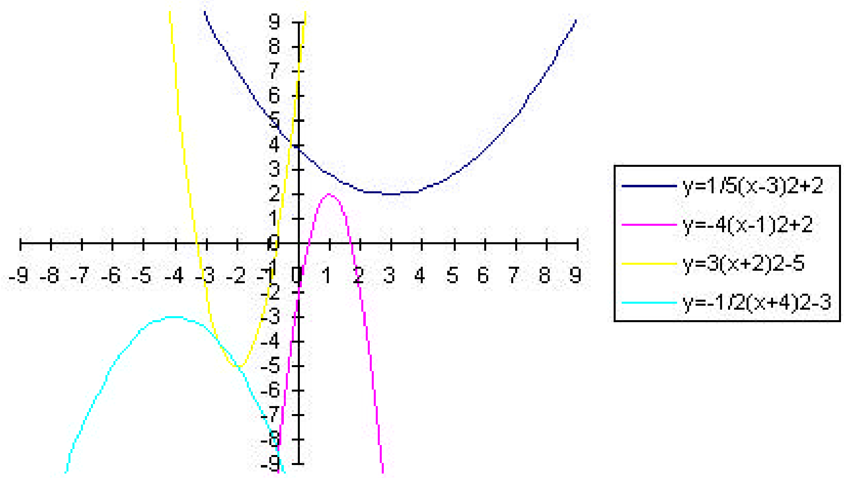
12) Busqueu l'eix de simetria i el vèrtex de les paràboles:

$y = (x + 2)^2 - 5$, $y = -(x - 1)^2 + 3$, $y = \frac{1}{2}(x + 4)^2 + 3$, $y = -2(x + 2)^2 - 2$

13) Anem a trobar les característiques de les paràboles que tenen per equació la següent expressió $\boxed{y = a(x-q)^2 + p}$, que són la representació gràfica de les funcions de segon grau d'expressió matemàtica $f(x) = a(x - q)^2 + p$. Per això, abans de treure conclusions feu un quadre de valors i els gràfics de les funcions:

$y = 3(x + 2)^2 - 5$, $y = -4(x - 1)^2 + 2$, $y = \frac{1}{5}(x - 3)^2 + 2$, $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2 - 3$

Comprova que surt així:



Conclusions:

1) Són simètriques respecte a la recta d'equació $x = q$.

2) El seu vèrtex és el punt (q, p).

3) Són la paràbola d'equació $y = ax^2$ traslladada.

4) Si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades positives.

5) Si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades negatives.

6) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de *a*, i com més petit és aquest, més gran és la seva obertura.

Si desenvolupem l'expressió algèbrica que acabem d'estudiar $a(x - q)^2 + p$ obtenim:
$a(x^2 - 2xq + q^2) + p = ax^2 - 2axq + aq^2 + p = ax^2 + bx + c$,
on $b = -2aq$ i $c = aq^2 + p$
De la mateixa manera, si tenim $ax^2 + bx + c$ podem arribar a expressar-la com $a(x - q)^2 + p$, per exemple, $x^2 - 7x + 12$. Intenten escriure-la de la forma $a(x - q)^2 + p$; per tant $x^2 - 7x + 12 = a(x - q)^2 + p$, on $a(x - q)^2 + p = ax^2 - 2axq + aq^2 + p$, així que busquem a, q i p tal que $x^2 - 7x + 12 = ax^2 - 2axq + aq^2 + p$.
Veiem que:
- El terme x^2 ha d'ésser igual a ax^2 per tant, $a = 1$
- Ara l'equació és ($a = 1$): $x^2 - 7x + 12 = x^2 - 2xq + q^2 + p$
- El terme $-7x$ ha d'ésser igual a $-2qx$, això vol dir que $-7 = -2q$ $q = 7/2$
- A més, $12 = q^2 + p$ $12 = (7/2)^2 + p$ $p = 12 - \frac{49}{4} = \frac{48-49}{4} = -\frac{1}{4}$

De tot això, deduïm que: $x^2 - 7x + 12 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

En general, prenent l'expressió algèbrica $ax^2 + bx + c$, podem assegurar que: $ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$ i considerem que

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x - q)^2 + p$$

podem escriure

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 - 2qx + q^2 + p$$

Així, veiem que:
- El terme x^2 es troba en els dos membres.
- El terme $b/a\ x$ ha de ser igual a $-2qx$, o sigui $b/a = -2q$, i per tant, $q = -b/2a$.
- I $c/a = q^2 + p$, i com que $q = -b/2a$, tenim que $c/a = b^2/4a^2 + p$ i aleshores, $p = c/a - b^2/4a^2 = (4ca - b^2)/4a^2$.

Per tant, l'expressió $ax^2 + bx + c$ és del tipus $a[(x - q)^2 + p] = a(x - q)^2 + ap$, on $q = -b/2a$ i $p = (4ca - b^2)/4a^2$.

14) Donada l'expressió algèbrica $3(x - 7)^2 + 5$, transformeu-la, efectuant les operacions necessàries, en una del tipus $ax^2 + bx + c$.
15) Donada l'expressió algèbrica $5x^2 + 7x + 5$, transformeu-la en una del tipus $a(x - q)^2 + p$

Anem a estudiar les funcions del tipus $\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c}$ anomenades també funcions quadràtiques, on a, b, c representen nombres coneguts i a és diferent de zero. Per això, podem transformar-la en una del tipus $a(x - q)^2 + p$

16) Comprova que la funció que té per fórmula $f(x) = 2x^2 + 6x - 3$ es pot transformar en $f(x) = 2\,(x + 3/2)^2 - 15/2$ i per tant, la funció donada és una funció que es representa gràficament amb una paràbola on el vèrtex correspon al punt (-3/2, -15/2) i que té per eix de simetria la recta d'equació $x = -3/2$

17) Feu una taula de valors i els gràfics de les següents funcions:

a) $y = x^2 + 5x + 1$

b) $y = x^2 + 6x + 2$

c) $y = x^2 - 8x + 4$

Recorda la transformació $f(x) = (x - q)^2 + p$

Per tot el que acabem de veure, podem assegurar que les funcions quadràtiques tenen per representació gràfica una paràbola que compleix les condicions següents:

1) El vèrtex és el punt que té per abscissa el nombre $-b/2a$. Trobarem l'ordenada del vèrtex buscant la imatge de $-b/2a$.

2) L'eix de simetria de la paràbola és la recta paral·lela a l'eix d'ordenades que té per equació $x = -b/2a$.

3) Si a és positiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades positives

4) Si a és negatiu, la paràbola s'obre cap a les ordenades negatives

5) L'obertura de la paràbola depèn del valor absolut de a, i com més gran és aquest, més petita és la seva obertura.

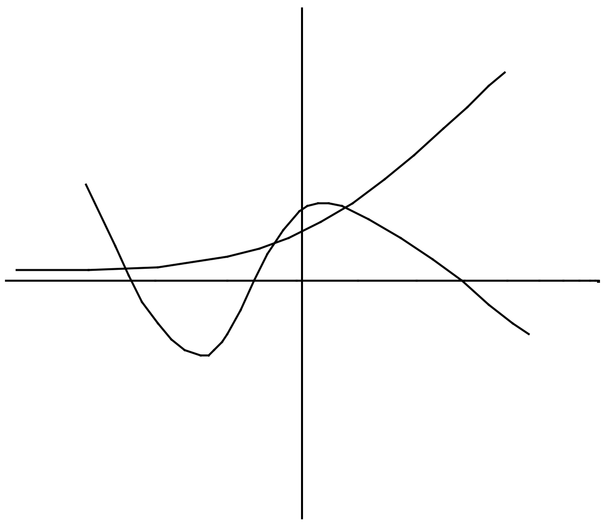
18) Acabeu d'omplir la següent taula

$y = ax^2 + bx + c$ $= a(x - q)^2 + p$		punts de talls	vèrtex	simetria	orientació de les branques	obertura de la paràbola	representació gràfica
$q = 0$ $p = 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						
$q = 0$ $p \neq 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						
$q \neq 0$ $p = 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						
$q \neq 0$ $p \neq 0$	$a > 0$						
	$a < 0$						

Annex II

UNITAT DIDÀCTICA A BATXILLERAT HUMANÍSTIC

Estudi de funcions fent ús d'un full de càlcul. Utilització de les derivades



ÀREA DE MATEMÀTIQUES

ALUMNE:

CURS:

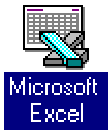
ACTIVITAT 0

0.1 Pautes per treballar amb Excel 5.0 a l'institut

I. **Entrar a Excel**

En el moment d'engegar l'ordinador apareix un menú inicial on has d'escollir l'opció *Windows*. Tens vàries formes de fer-ho, la més simple és prémer la tecla W.

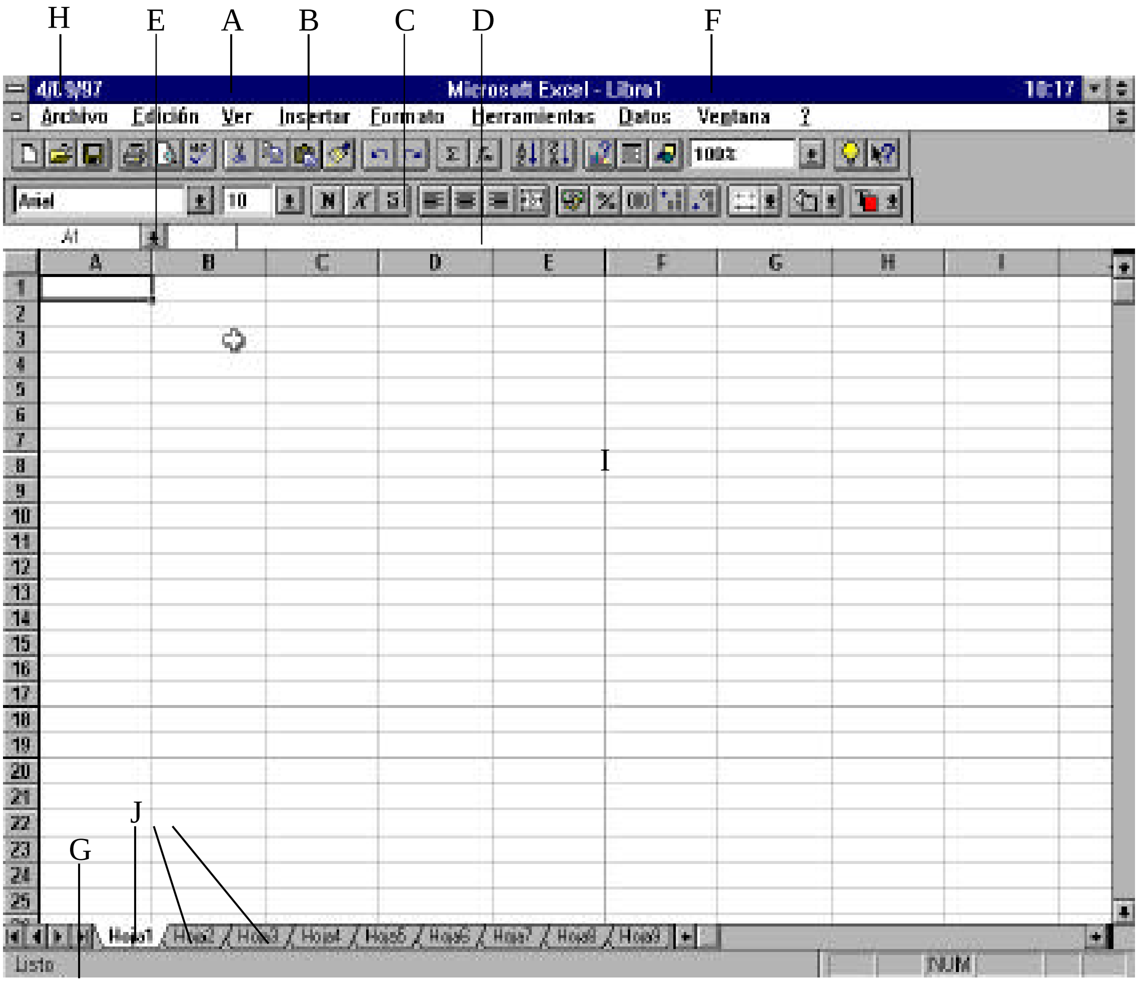
Després d'una breu estona, apareix la pantalla de l'Administrador de Programes de Windows. Has de desplaçar la fletxa que surt a la pantalla, utilitzant el ratolí, fins al grup de programes "Microsoft Office" i fer doble-clic amb el botó esquerre. Si tot va bé, sortirà una finestra amb títol "Microsoft Office", hauràs d'anar a la icona "Microsoft Excel" versió 5.0



fent, també, doble-clic amb el ratolí.

II. **Anem a estudiar la pantalla d'Excel**

La primera imatge que tenim de la pantalla del full de càlcul Excel és:



A:	La barra d'Excel	F:	La barra de títols
B:	La barra de menús	G:	La barra d'estats
C:	La barra d'eines	H:	El menú de control
D:	La barra de fórmules	I:	L'àrea de treball
E:	El quadre de noms	J:	"Hoja1, 2, ..."

Per activar qualsevol comandament s'ha de situar la fletxa que apareix a la pantalla sobre el botó corresponent i fer clic amb el botó esquerre del ratolí.

Com que el funcionament d'un full de càlcul es recolza en el concepte de taula la seva estructura consisteix en:

a) *Plantilla bàsica*: la taula on s'emmagatzemen les dades originals i els resultats de les operacions.

b) *Conjunt d'eines*: que permeten treballar i realitzar operacions amb aquestes dades.

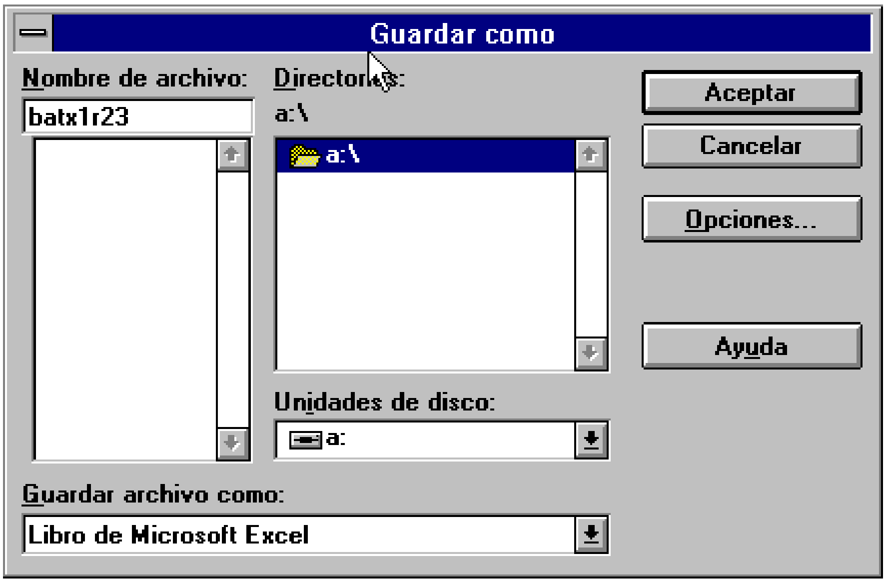
Un cop que cadascú de vosaltres hagi omplert la seva taula amb dades i resultats ha de salvar-la o guardar-la en un fitxer que es grava en el vostre disquet per poder accedir en altres ocasions a aquesta informació. S’han de fer els passos següents:

i) Prémer el botó on apareix el dibuix d’un disquet: . Recordeu que heu de fer servir el ratolí.

ii) Sortirà un quadre de diàleg amb títol "*Guardar como*". Has de canviar en primer lloc l'opció de “Unidades de disco” on posa “c” per la unitat “a”. Després has d’escriure el “nombre de archivo” segons la següent regla: Batx1r, nombre del grup sala d’ordinadors (1, 2, ..., 10) i nombre de l’activitat (0,1, 2, 3, ...). I per últim, feu clic en **Aceptar** o polseu **<Intro>**

iii) Ara tindràs a la pantalla una finestra amb títol "*Resumen*". Has de prémer l’opció "**Terminar**"

Per exemple, el segon grup de la sala d’ordinadors estan fent l’activitat 3, així el nom del fitxer serà Batx1r23 i el quadre de diàleg "*Guardar como*" quedarà:



Com es pot observar a la pantalla un full de càlcul es composa de files i columnes. La intersecció d’una columna (que s’identifica amb una lletra) i una fila (que s’identifica amb un nombre) s’anomena **casella** o **cel·la**, per exemple: A1, B5, ... Per moure’s d’una casella a una altra s’utilitzen les tecles del cursor: $\leftarrow, \rightarrow, \downarrow, \uparrow$ o bé cal col·locar-se a la casella desitjada mitjançant el ratolí i prémer el botó esquerre del ratolí.

Les dades que es poden introduir són: *textos*, *números*, *fórmules*, *dates* i *hores*. En el cas de les fórmules surt el resultat de les operacions indicades.

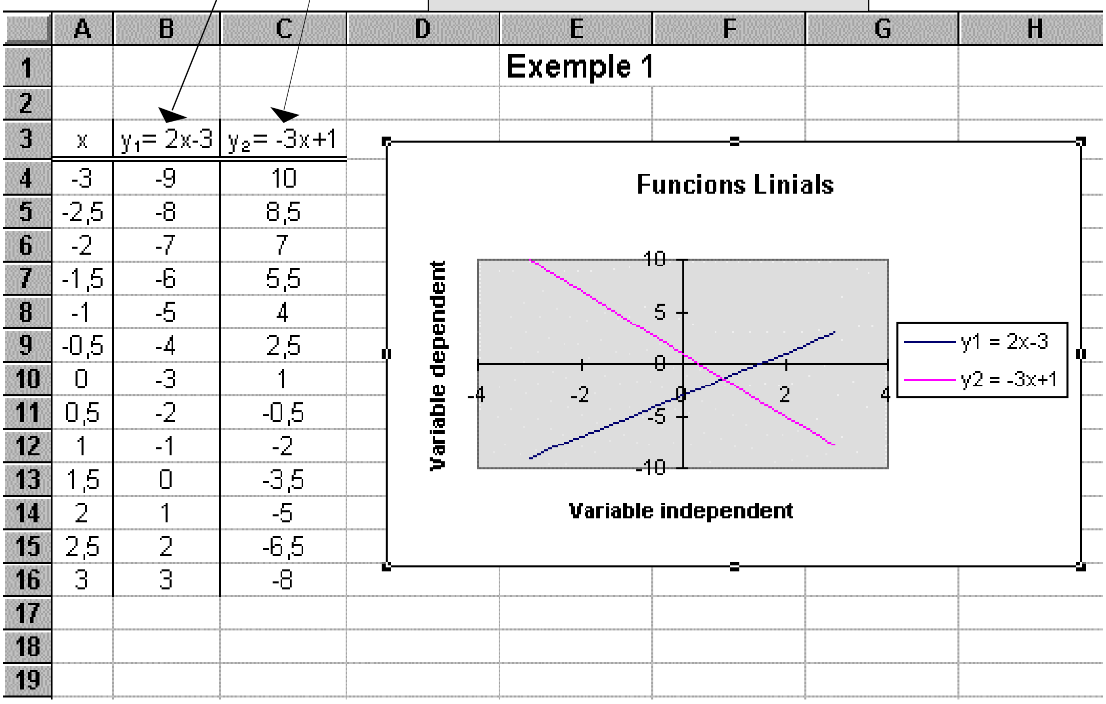
La principal funció d’un full de càlcul és realitzar operacions amb les dades, que es fan a través de les fórmules , és a dir, especificant les operacions que has de fer.

III. **Entrada i manipulació de les dades**

1) Vull representar gràficament les funcions $y_1 = 2x - 3$ i $y_2 = -3x+1$, en un mateix sistema de coordenades. Anem a veure com es fa una taula de valors per aquestes funcions i després farem les gràfiques.

Has d'arribar a tenir en el full de càlcul alguna cosa similar a:

Per escriure un subindex has d'anar a:
- "Formato"
  - "Formato celda"
    - "Subindice"



Exemple 1

x	y_1= 2x-3	y_2= -3x+1
-3	-9	10
-2,5	-8	8,5
-2	-7	7
-1,5	-6	5,5
-1	-5	4
-0,5	-4	2,5
0	-3	1
0,5	-2	-0,5
1	-1	-2
1,5	0	-3,5
2	1	-5
2,5	2	-6,5
3	3	-8

Els passos a seguir poden ser:

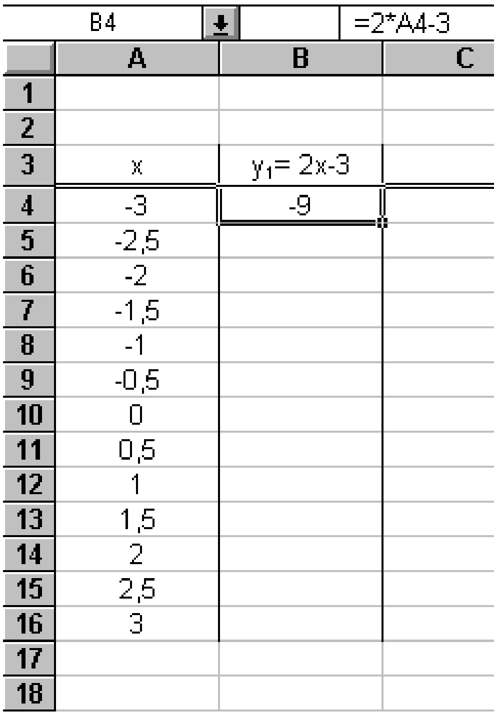
1. **Posar el nom al document** (veure el quadre de la pàgina anterior)

2. **Introducció de l'encapçalament i de les dades inicials**. Per començar s'ha d'escriure l'encapçalament general: "Exemple 1" i els encapçalaments de les tres columnes: "x", " $y_1 = 2x - 3$", i " $y_2 = -3x + 1$" . A continuació, s'ha d'escriure els valors que vull donar a la variable independent a la primera columna. Recordeu que per a passar d'una casella a una altra utilitzeu el ratolí o les tecles del cursor: ←,→,↓,↑

3. **Càlcul de la resta de columnes:**.

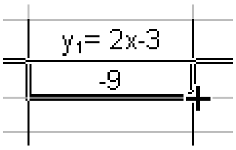
a) Per calcular els valors de la variable dependent y_1 s'ha de multiplicar per dos el valor de la variable independent i restar-li 3, és a dir, 2 * *x-3*. Per tant, seleccionar la casella que vols que es calculi y_1 per x = -3 (a la imatge anterior que serveix com mostra és la casella A4) i escriure la fórmula: **= 2 * posició de la casella on esta el**

-3 i afegir - 3 i després **<Intro>.** Per exemple, en el full de càlcul que serveix de mostra es veuria:



Truc: Existeix una manera més àgil que surti la posició d'una casella en una fórmula sense haver d'escriure; simplement situar la creu blanca que surt a la pantalla sobre la casella i fer clic amb el botó esquerre del ratolí.

Per obtenir la resta de valors no cal repetir aquesta operació; hi ha una manera més ràpida. Situar-se a la casella que acabes de fer (que és la fórmula a aplicar) en el cantó inferior dret fins que aparegui una creu negra,



aleshores premeu el botó esquerre del ratolí i arrossegueu per aquesta columna fins arribar a l'ultima casella on volem aplicar aquesta fórmula (2 * *x-3*).

3	x	y_1= 2x-3
4	-3	-9
5	-2,5	
6	-2	
7	-1,5	
8	-1	
9	-0,5	
10	0	
11	0,5	
12	1	
13	1,5	
14	2	
15	2,5	
16	3	
17		

Ja pots treure el dit del ratolí i és en aquest moment, si tot s'ha fet bé, que es realitzaran totes les operacions per a cada fila, una darrera de l'altra.

b) Per calcular els valors de la següent columna he de seguir els mateixos passos que he donat per fer la columna anterior, només canvia la funció y_2 = -3x + 1

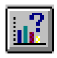
IV. **Salvar el document creat**.

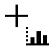
És molt recomanable gravar el full de càlcul al disquet perquè així si se'n va el corrent elèctric no es perd el que s'està fent. Per això, cal prémer el botó  cada cert temps (per exemple cada 5 minuts).

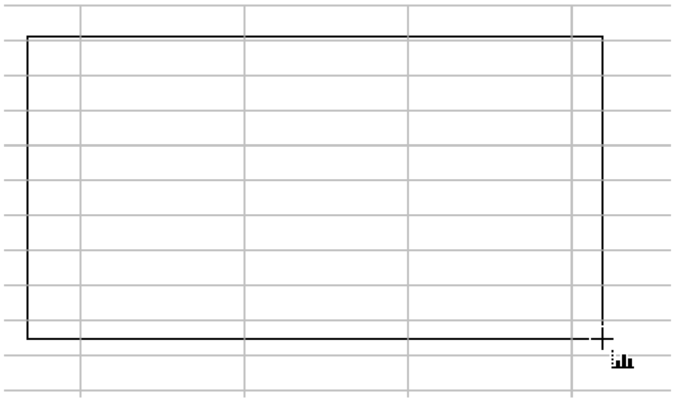
V. **Representació gràfica**.

El gràfic que es desitja fer relaciona la variable independent "x" amb les variables dependents y_1 i y_2. Has de seleccionar l'encapçalament i les caselles on estan les dades, per això has de situar el ratolí a la primera casella de la primera columna on està escrit l'x , tot seguit prémer el botó de l'esquerra i arrossegar el ratolí sense deixar de prémer aquest botó fins l'última casella de l'última columna (té el valor ....). Ara ja pots treure el dit.

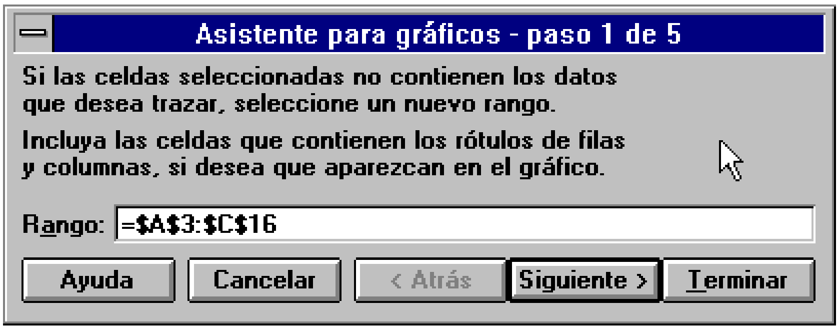
2			
3	x	y_1= 2x-3	y_2= -3x+1
4	-3	-9	10
5	-2,5	-8	8,5
6	-2	-7	7
7	-1,5	-6	5,5
8	-1	-5	4
9	-0,5	-4	2,5
10	0	-3	1
11	0,5	-2	-0,5
12	1	-1	-2
13	1,5	0	-3,5
14	2	1	-5
15	2,5	2	-6,5
16	3	3	-8
17			

Ara es crida al “Asistente para gráficos” prement el botó  que està a dalt, a sota de l’opció “Datos”. A partir d’aquest moment s’han de fer una sèrie de passos que enumerarem:

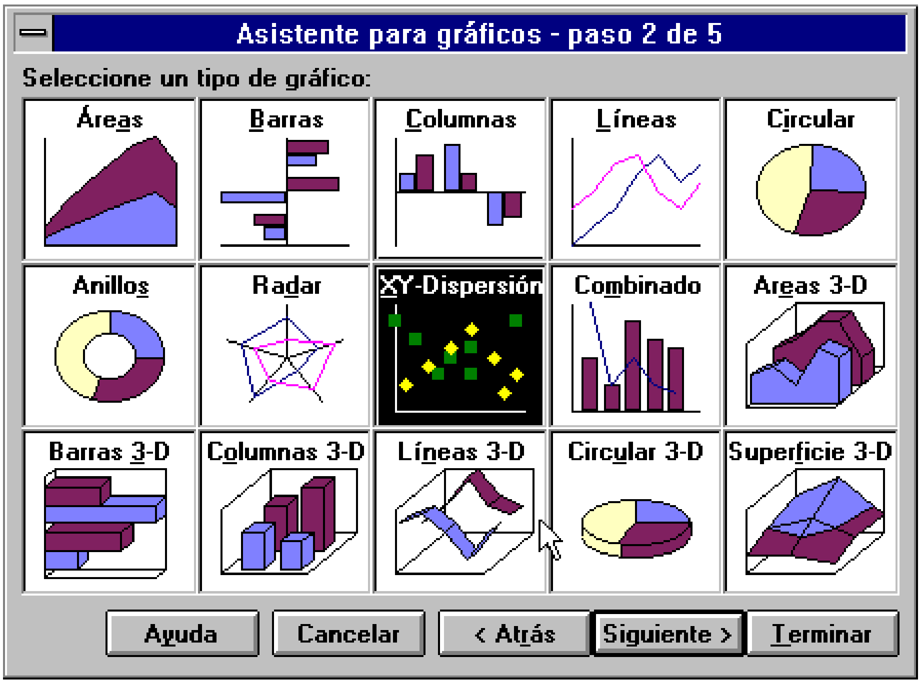
a) **Indicar el lloc i la grandària del gràfic**. En pitjar el botó anterior, s'esdevenen una sèrie de canvis en el full de càlcul: la fletxa que teníem abans es converteix en  i a les caselles abans seleccionades surt una línia discontínua en moviment. Ara mous el ratolí fins al lloc on vols fer el gràfic i per indicar la seva grandària mantens pitjat el botó esquerre del ratolí i comences a moure fins que el requadre que surt és el que t’agrada i llavors treus el dit del botó esquerre



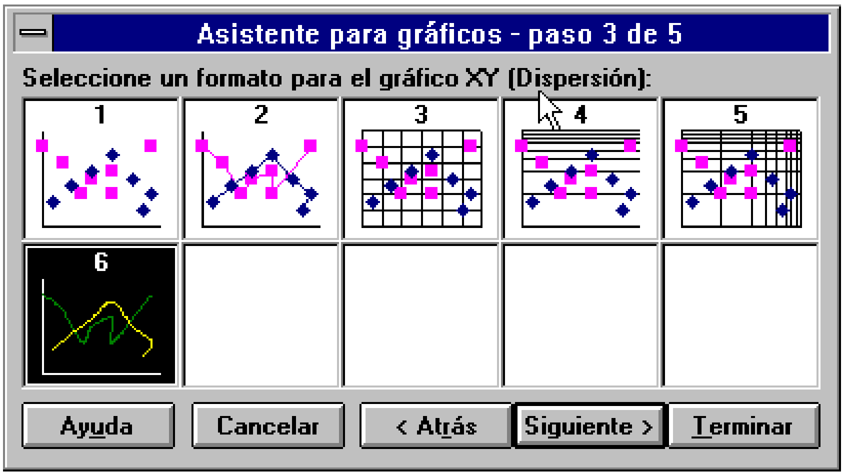
b) **Selecció de les dades**. Com que nosaltres ja hem seleccionat les dades, aquest pas ja està indicat en el “Rango”. Per tant, només hem de pitjar el botó “Siguiente” d’aquest quadre de diàleg:



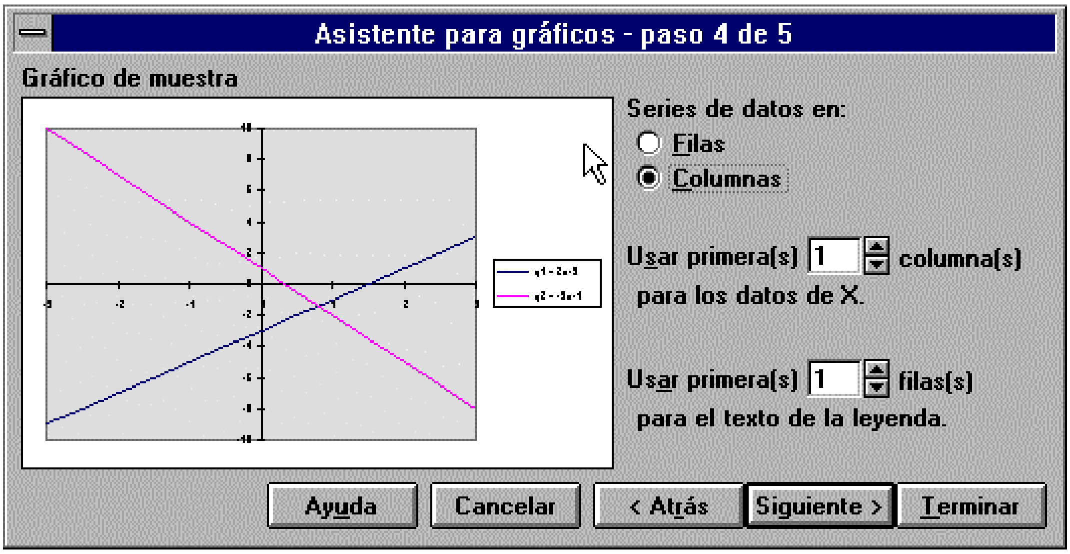
c) **Selecció del tipus de gràfic**. Hem d’escollir “XY-Dispersión” i després prémer el botó “Siguiente”:



d) **Selecció del format pel gràfic XY (Dispersió**). Seleccionarem el format número 6 ja que mostra les dades (punts) i les uneix. Per acabar pitgem el botó "Siguiente":



e) **Presentació del gràfic (1).** Si tot va bé no cal tocar res, així que només has de pitjar el botó "Siguiente":

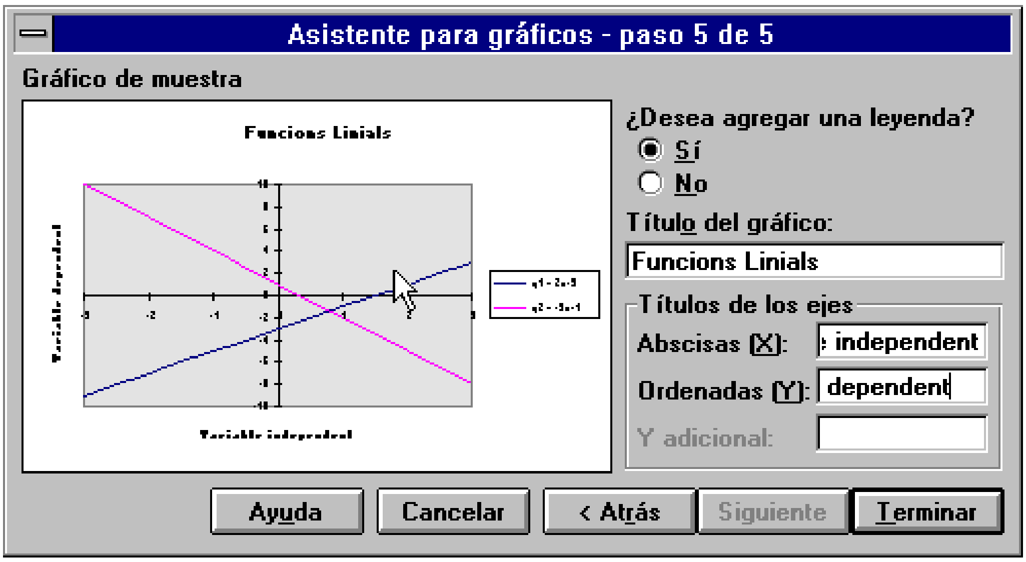


f) **Presentació del gràfic (2).** Ara sí que hem de canviar i afegir algunes coses al quadre de diàleg:

- Escollir "*Sí*" a la pregunta "¿Desea agregar una leyenda?" perquè aparegui el requadre que conté l'expressió de les funcions dibuixades.

- Afegir el "Título del gráfico" i els "Títulos de los ejes"

Finalment el quadre de diàleg ha de tenir un aspecte similar a:



a continuació prémer el botó "Terminar".

En aquest moment, hem sortit del “Asistente para gráficos” i tindrem el gràfic a sobre de les caselles que havíem indicat al principi, com si fos una foto enganxada sobre un paper quadriculat.

Com has pogut veure, els gràfics són línies rectes, ja que aquestes funcions són funcions lineals.

IMPORTANT:

a) En cas d’errada en algun pas podeu prémer el botó ”Atrás” o en el pitjor dels casos començar de nou prement la tecla **<ESC>**

b) Segons sigui de gran el rectangle deixat per incorporar el gràfic, així es deformarà aquest respecte de com es presenta en l’últim pas del “Asistente para gráficos”. Sempre tenim l’oportunitat de modificar la grandària del gràfic, una vegada fet, seguint aquests passos:

- **Seleccionar el gràfic**. Fent clic amb el botó esquerre dintre de qualsevol posició del gràfic.

- **Deformar el gràfic**. Han aparegut 8 marques blaves a els vores del gràfic. Si situes la fletxa que surt a la pantalla en algun d’aquest punts canviarà a una fletxa negra amb dues puntes, per exemple . Ara pitja el botó esquerre del ratolí i comences a moure; sortirà un nou rectangle delimitat amb línies discontínues que indica la nova grandària. Quan hagis arribat a la grandària desitjada treus el dit del botó.

VI. **Tancar el document creat**.

Has d’anar a "**Archivo**", del menú desplegable que surt has d’escollir "**Cerrar**", a continuació et preguntarà: "¿Desea guardar los cambios efectuados en ...?" Has de contestar que "Sí".

<u>**NOTA**</u>: La nomenclatura que has de fer servir per indicar les operacions bàsiques són: suma, +; resta, - ; multiplicació, *; divisió, /; potenciació, ^; i la radicació, raiz().

Per consolidar aquests conceptes farem una altra qüestió:

<u>**NOTA**</u>: Feu cada qüestió en un full diferent del mateix llibre on es farà totes les qüestions de l’activitat. A més a més, podeu canviar el nom del full (“Hoja 1, Hoja 2, ...”) indicant la qüestió concreta que estiguis fent. Com? Seleccioneu, amb el ratolí, el nom del full que voleu modificar (per exemple, Hoja 2), sense moure el ratolí feu clic amb el botó dret d’aquest i sortirà un menú desplegable on hauràs d'escollir “Cambiar nombre ...”, a continuació escriuràs el nou nom (per exemple, Qüestió 2).

2) Vull representar en un mateix sistema de coordenades les dues funcions d’abans més aquestes: $y_3 = x + 1/2$; $y_4 = -4x + 2$; $y_5 = x + 3$. Així que he de fer el següents passos:

- **Obrir el document creat anteriorment** (en cas que estigues tancat). Has d'anar a "**Archivo**", després has d'escollir "**Abrir**", surt un quadre de diàleg "*Abrir"*. Has de seleccionar com unitat de disc "a" i el nom de l'arxiu anterior.

- Copiar tot el contingut de la qüestió anterior a un nou full de càlcul. Passos a fer:

  · Selecciona l'àrea que vols copiar

  · "Edición"- "Copiar"

  · Ara has d'anar al lloc on vols copiar-lo

  · "Edición"- "Pegar"

- Afegir una tercera columna per a $y_3 = x + 1/2$.

Has d'indicar els càlculs per a la primera casella: =A4+1/2

i per calcular la resta només has d'aplicar la mateixa tècnica que has fet per obtenir els resultats a la segona columna, és a dir, situar-te a la casella que acabes de fer en el cantó inferior dret fins que aparegui una creu negra, aleshores prem el botó esquerre del ratolí i arrossega per aquesta columna fins arribar a l'ultima casella on volem aplicar aquesta fórmula. Ja pots treure el dit del ratolí i és en aquest moment, si tot s'ha fet bé, que es realitzaran totes les operacions per a cada fila una darrera de l'altra.

	A	B	C	D	E	F
1			Exemple 2			
2						
3	x	y_1= 2x-3	y_2= -3x+1	y_3= x+1/2	y_4= -4x+2	y_5= x+3
4	-3	-9	10	-2,5	14	0
5	-2,5	-8	8,5	-2	12	0,5
6	-2	-7	7	-1,5	10	1
7	-1,5	-6	5,5	-1	8	1,5
8	-1	-5	4	-0,5	6	2
9	-0,5	-4	2,5	0	4	2,5
10	0	-3	1	0,5	2	3
11	0,5	-2	-0,5	1	0	3,5
12	1	-1	-2	1,5	-2	4
13	1,5	0	-3,5	2	-4	4,5
14	2	1	-5	2,5	-6	5
15	2,5	2	-6,5	3	-8	5,5
16	3	3	-8	3,5	-10	6
17						

- No oblidar de salvar el nou document.

3) Ara has de construir una taula de valors, donant-li vint valors a la variable independent entre -10 i 10, per representar en un mateix sistema de coordenades les següents funcions quadràtiques:

x	$y_1=x^2$	$y_2=2(x^2-1)$	$y_3=-x^2+3$	$y_4=-2x^2$	$y_5=(x+1)^2$
.....	.....	.....	.....	.....	.....

0.2 Exploració dels recursos que m'ofereix el full de càlcul pels gràfics

I. **Manipulació de funcions**

- Omplir unes cel·les amb una successió numèrica. En tabular una funció, és comú, donar valors de la variable independent, '*x*', equidistants, és a dir, que la separació entre els nombres sigui la mateixa en tots els casos. Per exemple:

  -3; -2,5; -2; -1,5; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 1,5; 2

  Això es pot aconseguir d'una manera fàcil seguint les següents accions:

  a) Escriviu el primer nombre de la successió. Feu <**Intro**>

  b) Seleccioneu la casella anterior

  c) Aneu a: "Edición - Rellenar - Series ..."

  d) Sortirà una finestra on heu d'escollir les opcions més adients

Exemple. *Feu la sèrie indicada anteriorment des de la casella B4 fins on sigui necessari disposada en columna.*

Passos:

a) Escriviu -3 a la casella B4. Feu <**Intro**>

b) Seleccioneu la casella anterior

c) Aneu a: "Edición - Rellenar - Series ..."

d) De la finestra que surt heu d'escollir

- "Series en columna"
- "Incremento: 0,5"
- "Límite: 2"

Per últim, premeu la tecla d'Acceptar

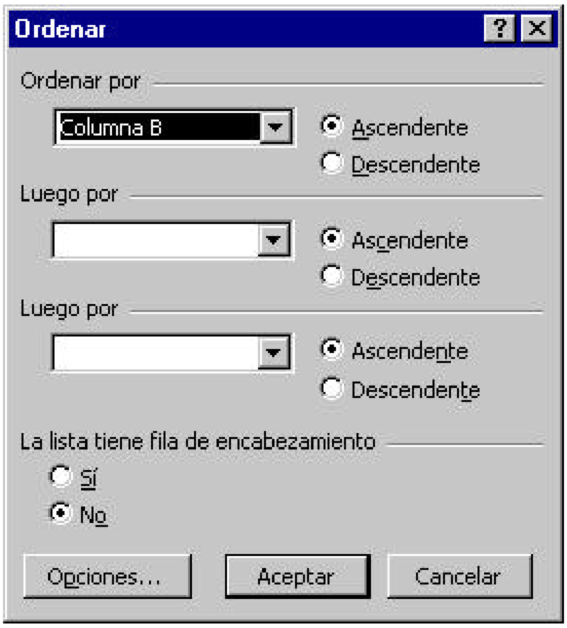
NOTA: Observeu que la successió numèriques que farem servir habitualment són alguns valors de les anomenades progressions aritmètiques. Així, el exemple que hem utilitzat és un cas de progressió aritmètica que comença en -3 i que té com increment 0,5. D'aquesta progressió aritmètica solament hem mostrat 11 valors (de -3 a 2)

- Ordenar les dades d'una taula: Si es desitja ordenar un conjunt de dades de menor a major o a l'inrevés, les accions a realitzar són:

  a) Seleccioneu el conjunt de dades que es vol ordenar.

  b) Aneu a: "Datos – Ordenar ..."

  c) Es presentarà una finestra com aquesta



  on es pot ordenar fins a tres criteris.

Exemple. *Feu una taula de valors de la funció f(x) = 3x-2 per els valors de x: 3, 1, -1, 7 en aquest ordre. Ara es demana ordenar la taula de valors de menor a major segons el valor d'x.*

Passos:

a) Seleccioneu les 8 caselles que es vol ordenar.

b) Aneu a: "Datos – Ordenar ..."

c) A la finestra heu d'indicar:

   - "Ordenar por:" que sigui la columna on estan els valor d'*x* i teniu activat l'opció d'ascendent.

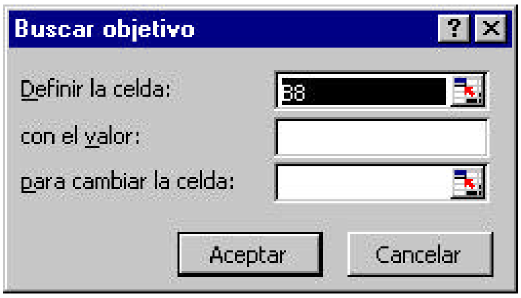
d) Pitgeu la tecla d'Acceptar.

· <u>Trobar l'antiimatge</u>: És a dir, conèixer el valor d'x que fa que $f(x) = a$ (per exemple, buscar els valor d'x tal que $f(x) = 0$). Els passos a seguir són:

a) Seleccioneu la cel·la on s'indica la funció $f(x)$.

b) Aneu a: "Herramientas – Buscar Objetivo ..."

c) En la finestra heu d'omplir els tres espais:



"Definir la Celda:" Es presentarà la cel·la seleccionada en el punt a) que expressa la funció $f(x)$

"con el valor:" S'ha d'indicar el valor que ha de tenir $f(x)$ (per exemple, 0)

"para cambiar la celda:" És la cel·la on posarà el valor d'x tal que $f(x) = a$

Exemple. *En el punt anterior, ordenar les dades d'una taula, hem creat una taula de valors per a la funció f(x) = 3x-2. Ara heu de trobar el valor x tal que f(x)=0 i posar-lo al final de la taula.*

Passos:

a) Inicialment, teniu una primera columna amb 4 valors d'x i a la columna següent els corresponents valors per a $f(x)$. Copieu les dues caselles de l'ultima fila a la fila següent. Per tant, ara teniu repetida l'última fila.

b) Seleccioneu la cel·la on s'indica la funció $f(x)$, és a dir, de la fila copiada la segona cel·la.

c) Aneu a: "Herramientas – Buscar Objetivo ..."

d) Heu d'incloure a la finestra:

"Definir la Celda:" No heu de modificar res, ha d'ésser la cel·la seleccionada que expressa la funció $f(x)$

"con el valor:" 0

"para cambiar la celda:" És la cel·la a l'esquerra de la cel·la seleccionada.

e) Pitgeu la tecla d'Acceptar.

En el estudi de les funcions és comú buscar uns punts d'x singulars (punts de tall amb els eixos, màxims, mínims, etc). Per trobar aquest valors d'x podem fer servir aquesta eina.

Exemple. *Vull trobar el valor d'x tal que f(x)=0, per exemple, per a la funció f(x)=* $x^2 - \frac{x}{2}$. *Puc fer una taula de valors com aquesta:*

x	f(x) = x^2 - (1/2)x
-1	1.5
-0.8	1.04
-0.6	0.66
-0.4	0.36
-0.2	0.14
0	0
0.2	-0.06
0.4	-0.04
0.6	0.06
0.8	0.24
1	0.5

A continuació observo la taula per veure si tinc els punts que jo volia. Poden passar dues coses:

PRIMER CAS:

Que en el moment de fer la taula surtin els valors però, no sempre estan tots. En el nostre exemple ha sortit un valor d'x que compleix que f(x)=0 però, com la funció és polinòmica de grau dos sé que ens en falta una altra. Passo al cas següent.

SEGON CAS:

Com vull que f(x) = 0 observo la taula i em fixo on hi ha un canvi de signe a la columna de valors de f(x) perquè això vol dir que entre aquests dos valors hi ha un zero. Aleshores, per trobar-lo, puc fer lo següent:

a) Inserir una fila entre les dues d'abans. Copiar una d'aquestes files a la fila inserida.

b) Fer servir l'eina esmentada abans.

II. **Manipulació dels gràfics**

Una vegada que ja tens el gràfic fent servir el "Asistente para gráficos" encara pots fer modificacions:

- **Desplaçar el gràfic**

Si no ens agrada el lloc on està el gràfic, el podem moure.

a) Situem el punter del ratolí dintre del gràfic

b) Premem el botó esquerre

c) I, sense treure el dit del botó, desplacem el ratolí fins que arribem al lloc on volem deixar el gràfic.

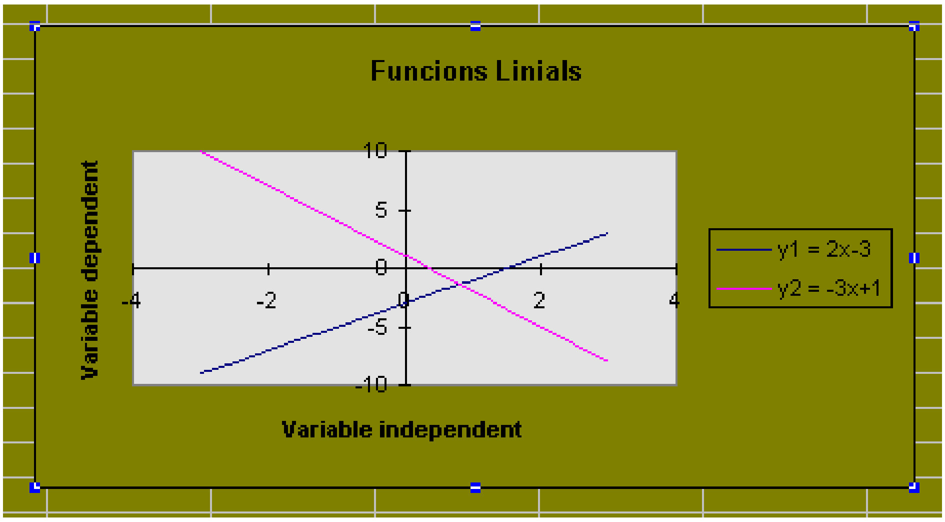
NOTA: La expressió 'arrossegar el ratolí' equival a realitzar les accions indicades en els punts b) i c) anteriors. És una expressió molt comuna en l'argot informàtic que posteriorment utilitzarem.

Exercici: Tots els exercicis de l'apartat de "Manipulació dels gràfics" faran referència a la manipulació del gràfic de l'exemple 1 de la secció anterior.

Situar el gràfic de tal manera que l'extrem superior esquerre se situï a la casella E4.

- **Canviar la grandària del gràfic**

a) <u>Seleccionar</u> el gràfic a modificar (feu clic sobre el gràfic). Es veurà que hi ha 8 requadres negres o blaus (4 en els cantons i uns altres 4 en mig de cadascun dels costats).



b) <u>Canviar</u> la grandària.

<u>Només l'alçada</u>: heu d'escollir un requadre del dos que hi ha en mig del costat inferior o superior fins que surti el símbol  i desprès arrossegar el ratolí fins que obtinguis la grandària desitjada.

<u>Només l'amplada</u>: heu d'escollir un requadre del dos que hi ha en mig del costat esquerre o dreta fins que surti el símbol  i desprès arrossegar el ratolí fins que obtinguis la grandària desitjada.

<u>Tant l'amplada com l'alçada</u>: S'ha d'escollir un requadre dels cantons fins que surti el símbol 

Cas 1) Si es vol <u>mantenir la proporció</u> del gràfic: Desprès s'ha de prémer la tecla d'activar majúscules (no la de bloqueig de majúscules)

Cas 2) Si <u>no</u> es vol <u>mantenir la proporció</u> del gràfic: No premeu cap tecla i, per últim, arrossegar el ratolí fins que obtinguis la grandària desitjada.

NOTA: Al canviar la grandària del gràfic es poden provocar canvis interns del gràfic, com per exemple: canvi d'escala en els eixos, ...

Exercicis:

1) Modificar el gràfic perquè ocupi 16 files i 6 columnes.
2) Ara ampliar-lo, mantenint la proporció, per a una amplada de 7 columnes

· **Fer una còpia del gràfic**

En algunes ocasions pot interessar tenir una còpia del mateix gràfic. Aquesta pot ser de seguretat, en el sentit que amb el gràfic original pot estar fent modificacions que no estiguis molt segur del seu resultat. Així, si surt molt malament i, no saps tornar al pas inicial, sempre pots començar de nou amb la còpia feta. També té altres utilitats que ja es veuran posteriorment.

Passos:

a) Seleccionar el gràfic (feu clic)

b) Botó de copiar o CTL+C

c) Seleccionar el lloc on voleu posar la còpia

d) Botó d'enganxar o CTL+V

NOTA: Si no seleccioneu un lloc, la còpia del gràfic es posarà a sobre del gràfic original. Per tant, heu de desplaçar el gràfic copiat a un altre lloc. D'aquesta manera, podeu veure els dos gràfics a la vegada.

Exercici:

Feu 4 còpies del gràfic .

· **Modificació d'alguna característica interna del gràfic**

Una vegada que estàs dintre del gràfic et pot interessar modificar l'escala d'un eix, el color d'una funció, afegir un títol, etc.

Per fer qualsevol d'aquestes operacions s'ha de seguir la següent regla:

1) **Seleccionar** el que es vol modificar.

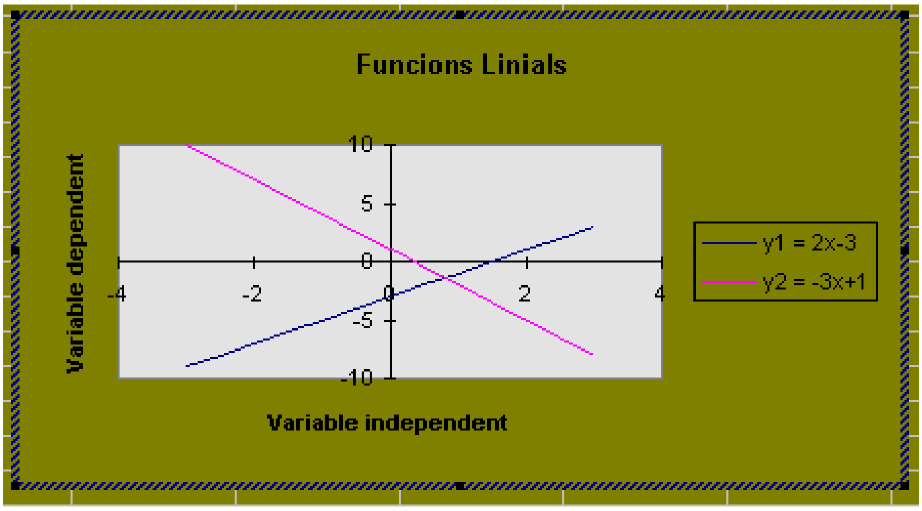
2) Sense moure el ratolí del lloc seleccionat, prémer el **botó dret**. Sortirà un menú desplegable.

3) Ara s'ha d'**escollir** l'opció del menú desplegable per fer la modificació que desitges. Sortirà una finestra que pot tenir vàries opcions.

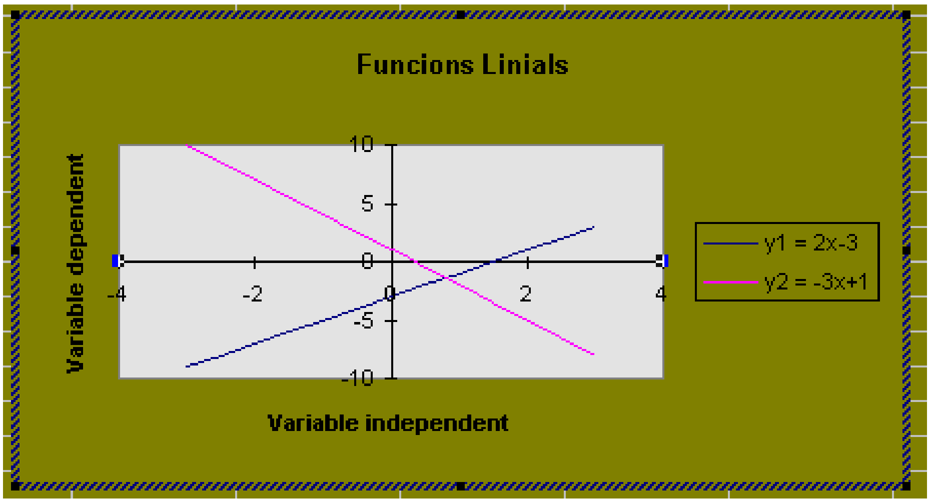
Exemple 1. *Vull modificar l'eix d'abscisses perquè sigui de -30 a 30 amb marques de 4 en 4.*

Passos:

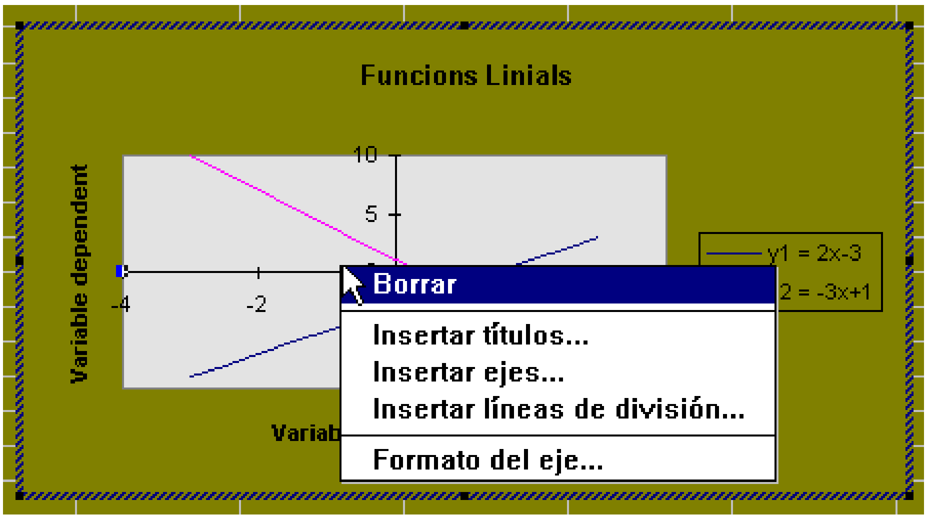
I) Entrar dintre d'una còpia del gràfic (feu doble-clic a sobre). La línia del rectangle que delimita el gràfic s'ha fet més grossa



II) Seleccionar l'eix d'abscisses fent clic a sobre seu. Sortiran només dos requadres blaus o negres en els extrem de l'eix (són del mateix tipus que els que apareixen al canviar la grandària del gràfic)

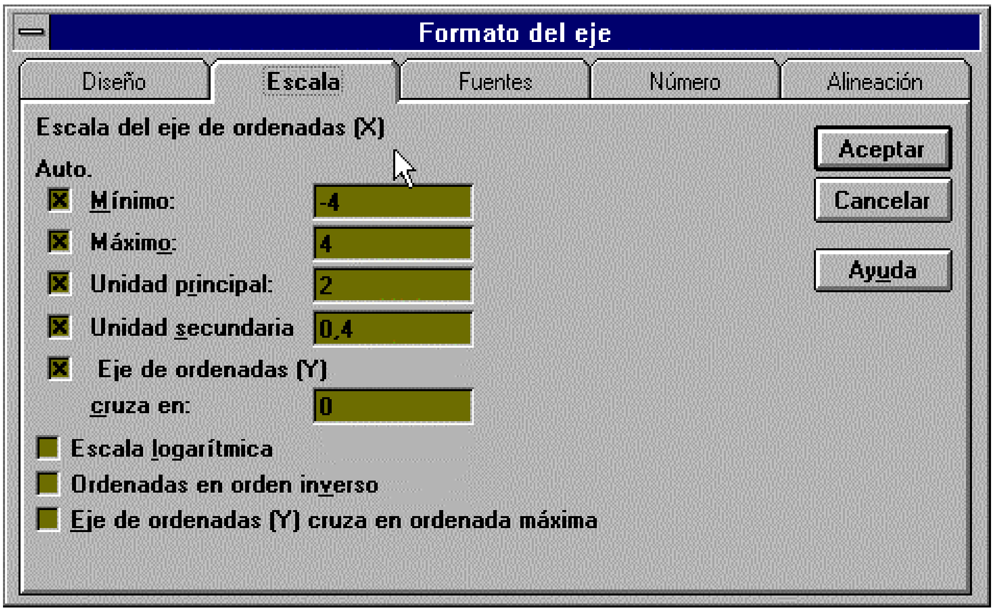


III) Sense moure el ratolí de l'eix abscisses prémer el seu botó dret. Sortirà aquest menú desplegable.

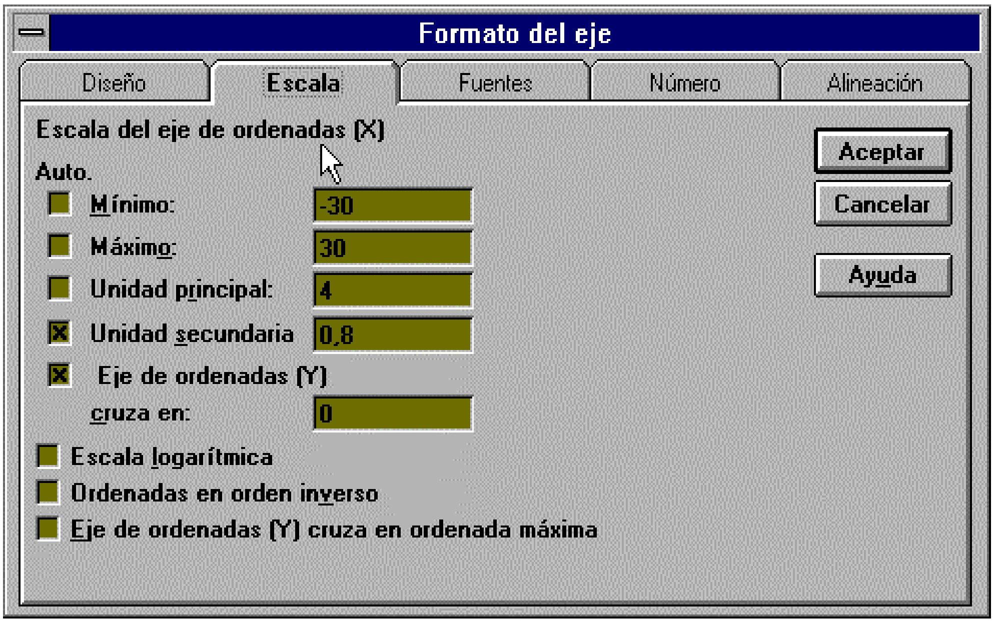


IV) Escollir l'opció "Formato del eje ..."

a) Com el que volem canviar és l'escala, anem a veure les opcions de la fitxa anomenada "Escala" (feu clic a sobre). Sortirà aquest menú desplegable.



b) Modificarem el valor mínim, màxim i la unitat principal. Quedarà d'aquesta manera.

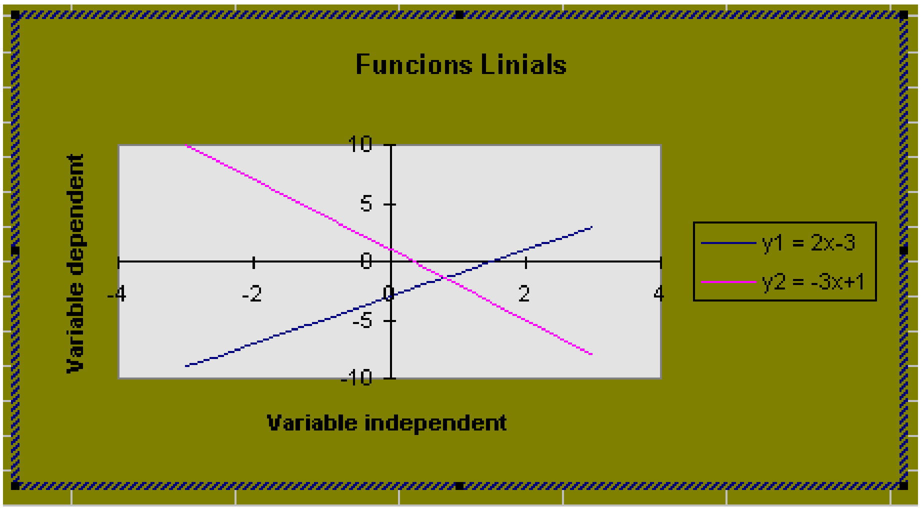


Per últim premem la tecla d'Acceptar

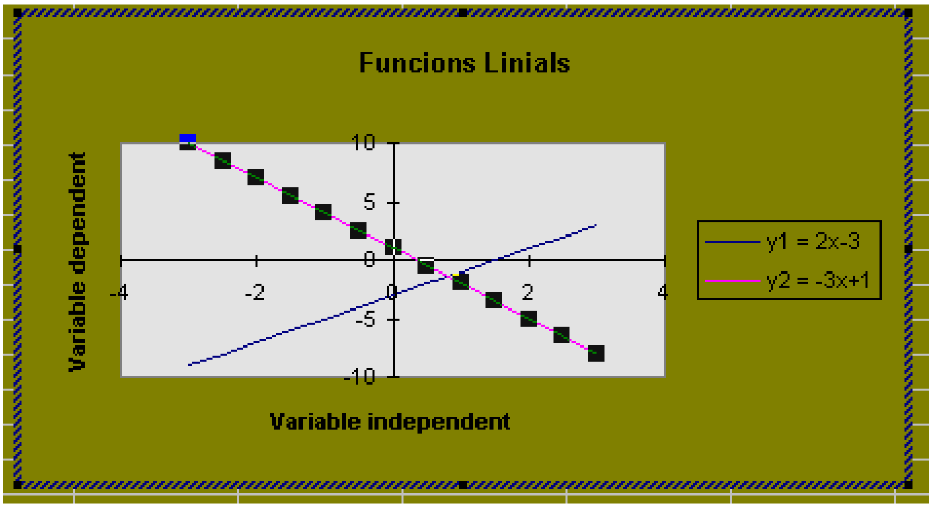
Exemple 2. *Vull canviar el color d'una funció (utilitzem l'altra còpia del gràfic) a vermell*

Passos:

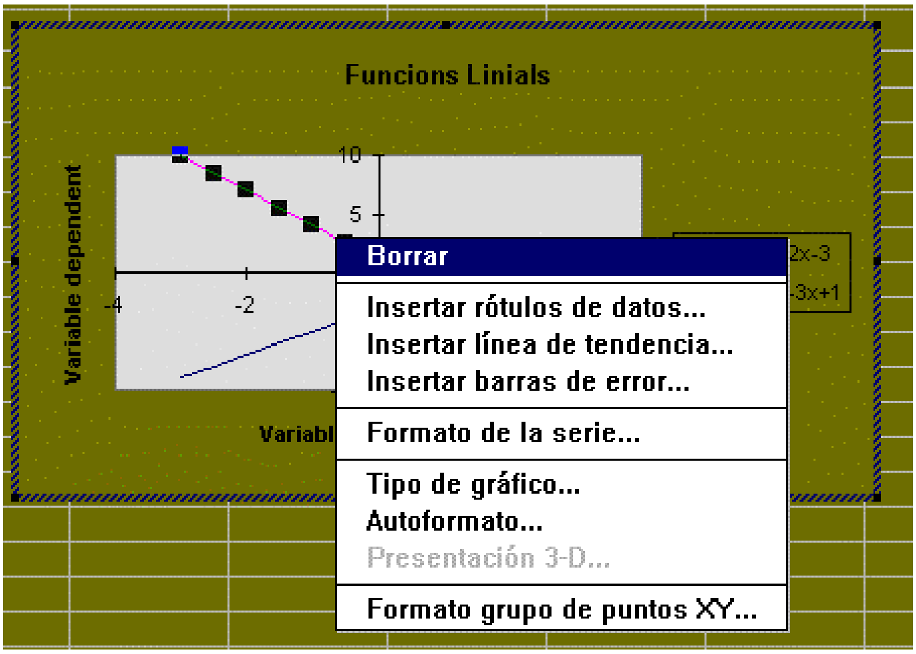
I) Entrar dintre del gràfic (feu doble-clic a sobre). La línia del rectangle que delimita el gràfic s'ha fet més grossa



II) Seleccionar la funció que vols canviar de color fent clic a sobre seu. Sortiran tants requadres blaus o negres com punts té la funció (en general tants com valors de $f(x)$ tinguis a la taula associada al gràfic)



III) Sense moure el ratolí prémer el seu botó dret. Sortirà aquest menú desplegable.



IV) Escollir l'opció "Formato de la serie ..."

a) Com el que volem canviar és el color, la fitxa que tenim en primer pla, "Diseño", ja és la correcta. Modificarem l'opció de color en l'apartat de línia.

b) Per últim premem la tecla d'Acceptar

· **Afegir alguna característica a sobre del gràfic**

Una vegada ja tenim acabat el gràfic podem voler afegir algun text (nom de la funció), alguna línia (asímptota), alguna marca (fletxa), ... dintre del gràfic.

Per fer això cal utilitzar la "barra de Dibujo", que es mostra al prémer aquest botó  que està situat a la dreta del botó de "Asistente para gráficos". En prémer aquest botó sortirà una finestra que té molt botons amb la silueta d'allò que pot fer cadascun d'ells.

Exemple 1: *Posa un text dintre d'una gràfica*

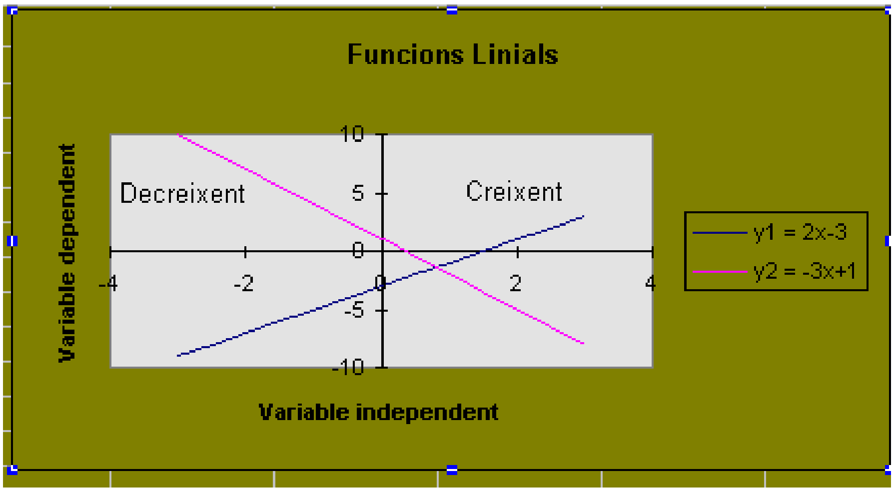
a) Prèviament, ja tenim pitjat el botó de "barra de Dibujo" i estem dintre del gràfic (la línia que delimita el gràfic és més grossa)

b) Premem el botó  ("Crear cuadro de texto"). Sortirà una creu en substitució de la fletxa del ratolí.

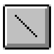
Aneu al lloc on es vol començar el text dintre del gràfic. Arrossegueu el ratolí (botó esquerra fix + moviment del ratolí) per tenir el rectangle de text que es vol.

c) La creu ha desaparegut i ara tenim una línia vertical que indica on es començarà a escriure el text.

Per exemple vull escriure en el gràfic si la funció és creixent o decreixent. Utilitzeu la tercera còpia



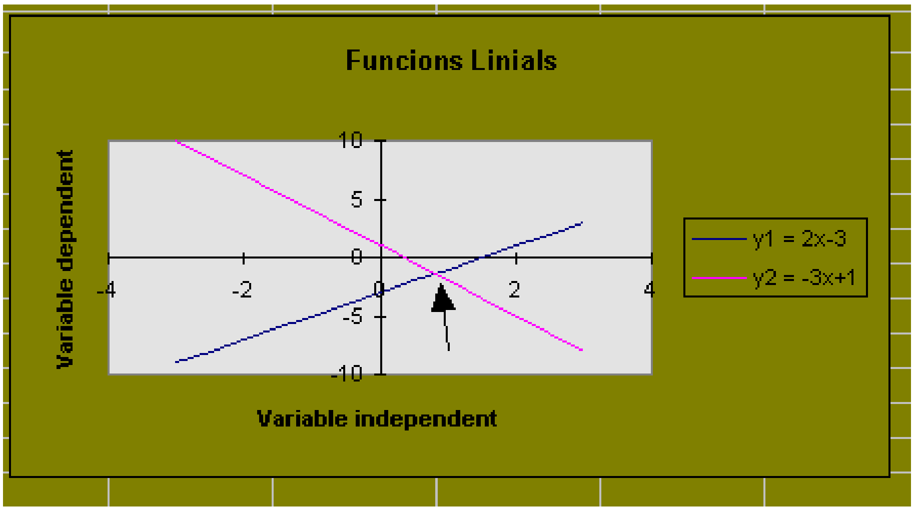
Exemple 2: *Posa una fletxa.*

a) Entrem dintre del entorn del gràfic (doble-clic). Premem el botó  ("Línea") de la "barra de Dibujo". Sortirà una creu en substitució de la fletxa del ratolí al situar-se en el gràfic.

b) Aneu al lloc on es vol començar la línia dintre del gràfic. Arrossegueu el ratolí (botó esquerra fix + moviment del ratolí) fins que obtinguis la línia vertical que desitges.

c) La creu ha desaparegut i ara tenim una fletxa

Per exemple, vull posar una fletxa per indicar el punt d'intersecció de les dues funcions. Utilitzeu la quarta còpia.



NOTA: Tots aquests elements que es posen a sobre del gràfic (quadre de text, línia, etc.) poden modificar-se com si fos un gràfic, és a dir, pots desplaçar-lo, reduir-lo, ampliar-lo, copiar-lo, modificar les seves característiques, etc. Es fa de la mateixa manera que hem vist amb el gràfic.

ACTIVITAT 1

1.1 Estudi de la funció exponencial de base a.

$$\boxed{f(x) = a^x \text{ on } a \in \Re^+ \text{ i } x \in \Re}$$

Conceptes previs: Domini, recorregut, continuïtat, imatge, antiimatge, creixement, decreixement.

1) Anem a dibuixar en un mateixos eixos de coordenades, diferents funcions exponencials: $f_1(x) = 2^x$, $f_2(x) = 3^x$, $f_3(x) = 2{,}5^x$, $f_4(x) = (1/2)^x$, $f_5(x) = (1/3)^x$, $f_6(x) = 2{,}5^{-x}$. Per trobar diferents punts de cadascunes de les gràfiques, construïm una taula de valors on x tingui els valors: -2, -1,5, -1, 0, 1, $\sqrt{2}$, 2.

2) Feu una còpia del gràfic que t'ha sortit a la qüestió anterior i posa de color verd les funcions f_1 i f_4; de color vermell f_2 i f_5 i de color blau f_3 i f_6. Ara contesta a les següents preguntes:
   a) Què pots dir de les funcions pintades del mateix color?
   b) Què tenen en comú totes les funcions representades?

3) Tenint en compte la definició de funció exponencial i les gràfiques dibuixades a la qüestió anterior. Contesta a les següents preguntes:
   c) Quin és el domini d'una funció exponencial?
   d) És continua aquesta funció?
   e) Quin és el recorregut ?

Si $0 < a < 1$ aleshores $\begin{cases} 0 < a^x < 1 & \text{si x és ....} \\ a^x > 1 & \text{si x és ....} \end{cases}$

Si $a > 1$ aleshores $\begin{cases} 0 < a^x < 1 & \text{si x és ....} \\ a^x > 1 & \text{si x és ....} \end{cases}$

   f) Les gràfiques de totes les funcions exponencials passen pel punt ....
   g) La funció exponencial de base a és creixent si ....
   h) La funció exponencial de base a és decreixent si ....
   i) Les gràfiques de les funcions exponencials $f(x) = a^x$ i $g(x) = (1/a)^x$ són simètriques respecte de ....

4) Representa gràficament les funcions exponencials $f(x) = e^x$ i $g(x) = e^{-x}$

5) A partir de la gràfica de la funció $y = 2^x$, mitjançant translacions dibuixa la gràfica de les funcions següents:

$$y_1 = 2^{x-1} \; ; \; y_2 = 2^x + 1 \; ; \; y_3 = 2^{x+1} - 1$$

6) Troba les antiimatges de $\frac{1}{16}$; 0,125; 512; $\sqrt[5]{8}$ per a la funció $f(x) = 2^x$

a) Observant la gràfica de la funció

b) Expressant cadascun dels nombres donats en forma de potència de 2

7) La gràfica de la funció $f(x) = a^x$ passa pel punt (-1; 0,2). Determina el valor de a

8) En l'estudi de l'estadística hi ha una funció exponencial molt important $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ que correspon a una funció de densitat d'una variable aleatòria continua. Fes la gràfica d'aquesta funció que es coneix amb el nom de "campana de Gauss"

1.2 Estudi de la funció logarítmica

$$\boxed{f(x) = \log_a x \text{ on } a \in \Re^+ - \{1\} \text{ i } x \in \Re^+}$$

Recordatori: $a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y$

Conceptes previs: Domini, recorregut, continuïtat, imatge, antiimatge, creixement, decreixement. simetria.

1) Dibuixa les gràfiques de les funcions logarítmiques: $f_1(x) = \log_2 x$, $f_2(x) = \log_3 x$, $f_3(x) = \log_{2,5} x$, $f_4(x) = \log_{(1/2)} x$, $f_5(x) = \log_{(1/3)} x$, $f_6(x) = \log_{(1/2,5)} x$. Dóna deu valors per fer prèviament les taules associades a aquestes funcions.

2) Feu una còpia del gràfic que t'ha sortit a la qüestió d'abans i posa de color verd les funcions f_1 i f_4; de color vermell f_2 i f_5 i de color blau f_3 i f_6. Ara contesta a les següents preguntes:

a) Què pots dir de les funcions pintades del mateix color?

b) Què tenen en comú totes les funcions representades?

3) Dibuixa les gràfiques de les funcions de cada apartat en un sistema de coordenades diferent.

a) $f_1(x) = 2^x$; $g_1(x) = \log_2 x$; $h_1(x) = x$

b) $f_2(x) = 3^x$; $g_2(x) = \log_3 x$; $h_2(x) = x$

c) $f_3(x) = (1/2)^x$; $g_3(x) = \log_{(1/2)} x$; $h_3(x) = x$

d) $f_4(x) = (1/3)^x$; $g_4(x) = \log_{(1/3)} x$; $h_4(x) = x$

Què pots dir d’aquestes gràfiques que tenen la mateixa base i són funcions diferents?

4) Ara dona un valor a “a” i en un mateix sistema de coordenades dibuixa les següents funcions:

$$y_1 = a^x \;;\; y_2 = (1/a)^x \;;\; y_3 = x \;;\; y_4 = \log_a x \;;\; y_5 = \log_{(1/a)} x$$

A continuació pinta d’un mateix color la y_1 i la y_4 i d’un altra la y_2 i la y_5. Quina relació observes entre aquestes funcions?

5) Omple els quadrats en blanc amb un dibuix que representi la funció exponencial i/o logarítmica en una mateix sistema de coordenades, tenint en compte les característiques de “a”

a)

	$y = a^x$	$y = \log_a x$
$a > 1$ (verd) $0 < a < 1$ (vermell)		

b)

	$a > 1$	$0 < a < 1$
$y_1 = a^x$ (blau) $y_2 = x$ (groc) $y = \log_a x$ (verd)		

6) Tenint en compte la definició de funció logarítmica i les gràfiques obtingudes a les qüestions anteriors. Contesta a les següents preguntes:

a) Quin és el domini?

b) Quin és el recorregut?

c) On és contínua la funció logarítmica?

d) Les gràfiques de les funcions $f(x) = \log_a x$ i $g(x) = \log_{(1/a)} x$ són simètriques respecte ....

e) Les gràfiques de les funcions logarítmiques passen totes pel punt ....

f) Les gràfiques de les dues funcions que són inverses una de l'altra són simètriques respecte ....

g) La funció logarítmica de base a és creixent si ....

h) La funció logarítmica de base a és decreixent si ....

7) Tot construint una taula de valors, dibuixa la gràfica de les funcions:

$$y_1 = \ln x \ , \ y_2 = \log x$$

8) A partir de la representació de la funció $y = \ln x$ de la qüestió anterior, representa mitjançant translacions les funcions:

$$f_1(x) = \ln (x - 2) \ , \ f_2(x) = \ln x + 1 \ , \ f_3(x) = \ln (x - 2) + 1$$

Indica el domini i el recorregut de cada una d'elles.

9) Una empresa estima que el seu balanç de guanys i pèrdues segueix la funció

$$f(x) = \ln (x + 1) - x + 2,$$

on x representa els anys naturals a partir de la seva fundació i $f(x)$ els guanys o les pèrdues de l'empresa en milions de pessetes.

a) Indica quin és el balanç de l'empresa en el moment de la seva fundació.

b) Fes servir el gràfic de la funció per saber si d'aquí a 10 anys l'empresa tindrà beneficis o pèrdues.

c) Compraries accions d'aquesta empresa?

ACTIVITAT 2

2.1 Estudi de les funcions polinòmiques.

$$f(x) = a_p x^p + a_{p-1} x^{p-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad \text{on } a \in \Re \ \text{ i } x \in \Re$$

Conceptes previs: Domini, recorregut, continuïtat, imatge, antiimatge, creixement, decreixement, les arrels, simetria, punts de tall amb els eixos de coordenades, màxims i mínims relatius, punts d'inflexió, el test de la segona derivada. (Aplicacions de les derivades).

1) Vull fer un estudi de la funció $f(x) = x^2 - x^4$ i representar-la gràficament, per tant, ¡¡¡¡¡¡Som-hi!!!!!!:

   a) Feu una **taula de valors** entre –3 i 3 amb un increment de 0.2 per f(x), f '(x) i f''(x) i **representeu gràficament** en un mateix sistema de coordenades les tres funcions.

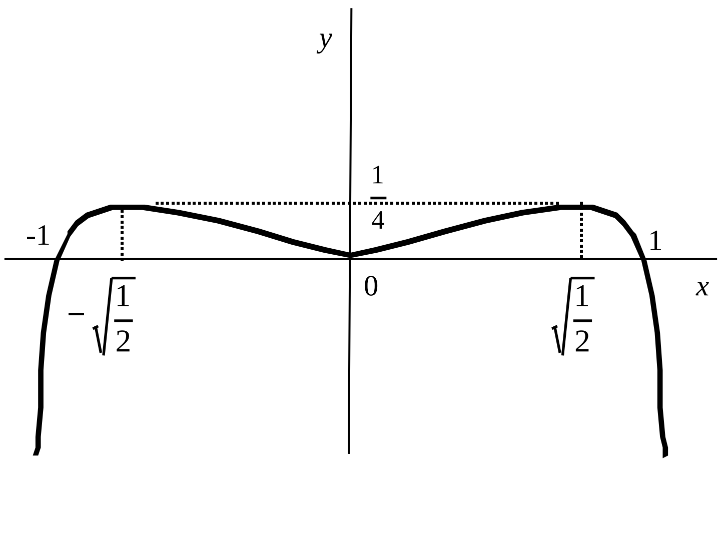
   b) Anem ara a trobar els **punts de tall**, **els màxims** i **mínims** i els **punts d'inflexió** possibles. Per això, copia l'anterior taula creada i troba les antiimatges de f(x) = 0, f '(x) = 0 i f ''(x) = 0. (recorda tot el que es va explicar d'aquest punt en el capítol anterior). Posa tots els resultats en negreta.

   c) Feu un **nou gràfic** de les **tres funcions** amb aquesta última taula i assenyaleu amb fletxes dintre del gràfic els punts de talls, els màxims i els mínims.

   d) Per últim vull el **gràfic només de f(x)** per això, pots copiar el gràfic de l'apartat anterior i esborrar la resta o pots anar a la segona taula, seleccionar la primera i segona columna i, fer la seva gràfica.

      Quan tinguis el gràfic ajusta els eixos de coordenades, tenint en compte els valors que agafa, per tenir així una visió més propera de la realitat.

      T'ha sortit una cosa així? Raona el per què



2) Considera la funció $f(x) = x^2 - 4x$

   a) Dibuixa en un mateix sistema de referències les funcions $f(x)$ i $f'(x)$ per x $[-6, 6]$ amb un increment del 0.5.

   b) Geomètricament, quina relació observes entre $f(x)$ i $f'(x)$?

   c) Dibuixa només $f(x)$ i assenyala els punts de tall, creixement, simetria, màxims i mínims possibles.

3) Feu un estudi de la funció $f(x) = 3x^4 - 6x^2$ seguint els passos de la qüestió 1 fins obtenir el seu gràfic.

4) Sigui $f(x) = x^4 + 2x^3$ feu un estudi complert per obtenir la gràfica d'aquesta funció.

5) Feu el gràfic de $f(x) = 6x^2 - 2x^3$ per un rang de valors entre -5 i 5

6) Ompliu la següent taula que ens donarà una visió general de l'estudi fet en aquestes funcions polinòmiques.

	$y_1 = x^2 - x^4$	$y_2 = x^2 - 4x$	$y_3 = 3x^4 - 6x^2$	$y_4 = x^4 + 2x^3$	$y_5 = 6x^2 - 2x^3$
Domini					
Discontinuïtat					
Simetria					
Punts de tall					
Creixement: ↘ Decreix ↗ Creix					
Extrems relatius: **M:** Màxim **m:** Mínim					
Concavitat: ∩ Convexa ∪ Còncau					
Punts d'inflexió					
Esquema gràfic					

ACTIVITAT 3

3.1 Estudi de les funcions racionals.

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

Conceptes previs: Domini i discontinuïtat, asímptotes, recorregut, creixement, decreixement, simetria, punts de tall amb els eixos de coordenades, màxims i mínims relatius, punts d'inflexió, derivades.

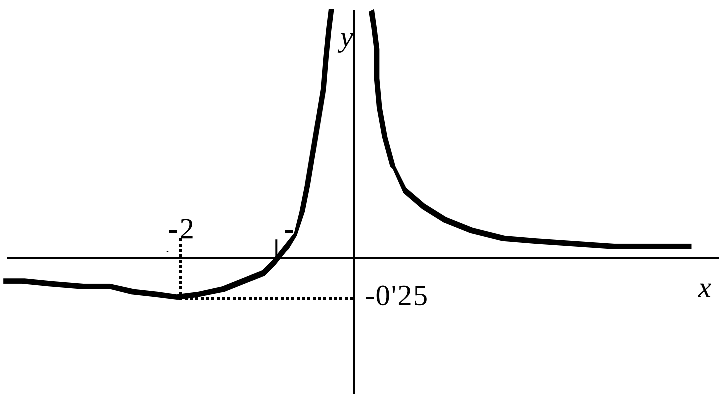
1) Dibuixa la gràfica de la funció f(x) = $\frac{x+1}{x^2}$ donant els següents passos:

   a) Construeix una **taula de valors** per f(x) on sigui x [-4, 4] amb increments de 0.2. Fitxa't que per x = 0, surt # atès que no pertany al domini, per tant, has d'esborrar aquesta línia i deixar-la en blanc.

   b) Com es tracta d'una funció racional, és molt probable que tingui **asímptotes**. En aquest cas té una asímptota vertical en x = 0 i una asímptota horitzontal en y = 0. Bé, per indicar l'asímptota horitzontal en y = 0 has d'afegir una columna amb els mateixos rangs de valors sobre la taula abans creada i escriure en cadascuna de les caselles el valor de y (en aquest cas és zero). Si fos asímptota obliqua també s'ha de fer el mateix. L'asímptota vertical s'ha de dibuixar dintre del gràfic quan estigui fet.

   c) Selecciona les tres columnes de la taula (x, f(x), asímptota horitzontal) i feu el gràfic.

   d) Feu una còpia del gràfic modificant els eixos per ajustar-los als valors de la taula. T'ha sortit una cosa així? Raona el per què



e) A continuació, dibuixa l'asímptota vertical del mateix color que l'asímptota horitzontal i amb línies discontínues. (Recorda com afegir alguna característica a sobre del gràfic)

2) Feu la representació gràfica de la funció f(x) = $\frac{e^x}{e^x - 1}$ tenint en compte els passos de la qüestió anterior.

3) Vull estudiar la funció f(x) = $\frac{x-1}{x^2}$ per això donem els següents passos:

a) Feu una taula de valors per f(x), f '(x) = $\frac{2-x}{x^3}$ i f ''(x) = $\frac{2x-6}{x^4}$ per x [-5, 5] amb un increment de 0.5 i representeu en un mateix sistema de referència les tres funcions.

b) Observa la gràfica i raona si és probable que f(x) tingui punts crítics, és a dir, màxim o/i mínims. Si és afirmatiu trobeu-los.

c) Representa només la funció f(x) i dibuixa les asímptotes del mateix color amb línies discontínues. Per últim, assenyala en el gràfic amb una fletxa el punt crític calculat abans.

4) a)Feu una taula per a la funció f(x)= $\frac{x^2 - x}{8x^2 + 1}$ i la seva asímptota horitzontal y = 1/8 entre –2 i 2 amb un increment del 0.1. A continuació, representa les dues funcions en un mateix sistema de coordenades.

b) Feu una còpia del gràfic i ajusta els eixos de coordenades que calguin per tenir una visió del gràfic més real.

5) Sigui f(x)= $\frac{x^2 + 3x}{x-1}$ que té una asímptota obliqua en y = x + 4 i una asímptota vertical x = 1. Feu el seu gràfic.

6) Estudieu gràficament la simetria de les funcions següents, és a dir, feu en primer lloc la gràfica i comenteu a continuació la seva simetria:

a) f(x)= $\frac{x^2+1}{x^3}$ b) g(x)= $\frac{x^3}{x^2+1}$ c) h(x)= $\frac{e^x}{e^x - 1}$

7) Ompliu la següent taula que ens donarà una visió general de l'estudi fet en aquestes funcions racionals.

	$y_1 = \frac{x+1}{x^2}$	$y_2 = \frac{e^x}{e^x - 1}$	$y_3 = \frac{x-1}{x^2}$	$y_4 = \frac{x^2 - x}{8x^2 + 1}$	$y_5 = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$
Domini					
Discontinuïtat					
Asímptotes: **AV**: vertical **AH**. horitzontal **AO**: obliqua					
Simetria					
Punts de tall					
Creixement: ↘ Decreix ↗ Creix					
Extrems relatius: **M:** Màxim **m:** Mínim					
Concavitat: ∩ Convexa ∪ Còncau					
Punts d'inflexió					
Esquema gràfic					