



Universitat Autònoma de Barcelona

Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències
Experimentals

TESI DOCTORAL

Joc, interacció i construcció de coneixements matemàtics

M. Mercè Edo i Basté

Director: Jordi Deulofeu Piquet

Bellaterra, juliol de 2002

Al Miquel

A la Mariona i al Miqui

A la meva mare i al meu pare,
a qui els hauria agradat
poder viure aquest treball.

AGRAÏMENTS

Una tesi és un camí molt llarg. En aquest camí han intervingut moltes persones que m’han ajudat a fer el recorregut. Ara és el moment de deixar constància escrita del meu agraïment.

Agraeixo de manera molt especial i sincera la direcció i el guiatge d’aquesta tesi per part del meu director i company Jordi Deulofeu. Tant pel que fa als aspectes professionals com personals m’ha brindat una ajuda incondicional, sense la qual no hauria estat possible fer aquest treball.

També vull expressar el meu agraïment sincer al doctor César Coll, per les seves inestimables ajudes: ha llegit part dels escrits, hi ha aportat esmenes clau, ha proporcionat bibliografia essencial en el procés de recerca i ha animat i valorat el treball que s’estava fent. Aquest agraïment cal fer-lo extensiu als seus companys del Departament de Psicologia Evolutiva de la Universitat de Barcelona: M. José Rochera i Javier Onrubia, ja que les seves recerques, els seus escrits i les seves ajudes puntuals han esdevingut essencials en el nostre treball.

Vull esmentar especialment els companys i companyes del Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, així com els de la Facultat, els quals amb el seu suport i els ànims que m’han donat, m’han ajudat molt; Carmen Azcárate, per compartir espais de treball i de lleure amb mi; David Barba, per ajudar-me a “desconnectar” quan era necessari; Mariona Espinet, per donar-me suport professional sempre que li he demanat; Lurdes Molina, per haver-me guiat efectivament en la part experimental d’aquest treball i pel suport posterior en aspectes del marc teòric; Edelmira Badillo, per oferir-se a ajudar-me quan la muntanya es va fer massa grossa; Lluís Bibiloni, per aconseguir-me un ordinador en condicions; Conxita Márquez, per compartir les angoixes i els neguits dels doctorands i Anna Sardà, per l’ajuda en la maquetació final. També vull donar les gràcies als companys i companyes de la titulació d’Educació Infantil per la seva comprensió i pel seu suport emocional.

No puc deixar d’esmentar els i les mestres de l’Escola Bellaterra, amb els quals vaig compartir l’inici d’aquest treball i han seguit aquest procés de recerca al llarg del temps tot dinant amb mi. També un record i un agraïment sincer per l’Héctor, el Rubén, la Maria i la Mònica, tots quatre protagonistes del treball, i avui estudiants de secundària.

Però, molt especialment, vull deixar constància del suport imprescindible, essencial i incondicional que m'ha brindat la meva família. La Mariona i el Miquel, tot i ser infants encara, han sabut comprendre i acceptar les llargues absències de la seva mare. Però l'ajuda més autèntica i imprescindible me l'ha proporcionada el Miquel, el meu company: ell ha estat qui aquests darrers temps s'ha fet càrrec de totes les tasques i responsabilitats familiars alliberant-me'n a mi i regalant-me el preuat temps necessari per dur a terme aquest treball.

Finalment, vull mencionar aquells amics i amigues que, sense estar vinculats a la Facultat, m'han donat coratge, ànims i ajudes dia rera dia: el Jordi i la Montse, la Sílvia i el Quim, la Mar i l'Anna, la Roser, la Neus, els i les mestres de l'escola Nostra Llar, així com la junta de l'AMPA de la mateixa escola, l'escola dels meus fills.

A tots i totes moltes gràcies, perquè en aquest camí de recerca llarg i complex, la mostra de confiança i el suport dels familiars, amics i companys ha esdevingut fonamental.

ÍNDIX

PRESENTACIÓ	1
CAPÍTOL I	7
INTRODUCCIÓ	8
PART 1. MARC TEÒRIC	9
0. INTRODUCCIÓ.....	9
1. APRENENTATGE I ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES DES D'UNA CONCEPCIÓ CONSTRUCTIVISTA	10
1.1 Concepció constructivista de l'aprenentatge i l'ensenyament en el marc escolar	10
1.1.1 L'alumne és el protagonista del seu propi aprenentatge.....	12
1.1.2 La construcció dels coneixements escolars i la interacció amb el professor.....	14
1.1.3 Influència educativa i interacció entre iguals	16
1.1.4 Les institucions escolars com a font d'influència educativa	23
1.2 Aprendre i ensenyar matemàtiques a l'escola.....	25
2. EL JOC I LA MATEMÀTICA.....	37
2.1 Joc i educació.....	37
2.1.1 El joc com a eina didàctica.....	37
2.1.2 El joc en un context escolar d'aprenentatges matemàtics	40
2.1.3 <i>Jugar és sinònim d'ocupació lliure?</i>	42
2.2 Joc i matemàtiques.....	43
2.2.1 Presentació i relacions.....	44
2.2.2 Joc i matemàtica: estructura comuna.....	45
2.2.3 Joc i matemàtica: factor lúdic	48
2.2.4 Joc i matemàtica: raonament lògic.....	49
2.2.5 Joc i matemàtica: relació amb els nombres.....	50
2.3 El joc i el currículum de matemàtiques.....	51
2.3.1 Joc i matemàtiques en l'informe Crockroft.....	51
2.3.2 El joc i la matemàtica en els currículums de l'Estat espanyol.....	53
3. JOCS DE TAULA, RESOLUCIÓ DE PROBLEMES I DESENVOLUPAMENT DEL PENSAMENT MATEMÀTIC.....	59

3.1 Idea de problema o de resolució de problemes en educació matemàtica.....	60
3.2 Resolució de problemes i jocs a l'aula de matemàtiques.....	63
3.2.1 Les situacions didàctiques amb jocs com a contextos de resolució de problemes.....	63
3.2.2 Fases en la resolució d'un problema i fases en el procés de coneixement d'un joc.....	66

PART 2. ANTECEDENTS, FORMULACIÓ DEL PROBLEMA I OBJECTIUS DE LA RECERCA.....71

0. INTRODUCCIÓ.....	71
1. EL TALLER DE JOCS I MATEMÀTIQUES COM A SITUACIÓ D'ENSENYAMENT I APRENENTATGE. FASE EXPERIMENTAL	71
1.1 Antecedents i context de l'experiència.....	72
1.2 Referents teòrics bàsics de la fase experimental	75
1.2.1 Què s'entén per <i>jocs de taula</i> en aquest taller.....	76
1.2.2 Jocs de taula i càlcul mental	77
1.2.3 Jocs de taula i raonament lògic	86
1.3 Característiques principals del taller de jocs i matemàtiques en el cicle inicial.....	88
1.3.1 Objectius i continguts matemàtics del taller de jocs	88
1.3.2 Participants, espais i temporització.....	90
1.3.3 Selecció dels jocs i els sistemes d'avaluació	91
1.4 Conclusions més rellevants de la recerca acció preliminar i noves qüestions objecte d'estudi	95
2. DETERMINACIÓ DEL PROBLEMA. QÜESTIONS OBJECTE D'ESTUDI I OBJECTIUS DE LA RECERCA	99
2.1 Determinació del problema i qüestions objecte d'estudi.....	99
2.2 Objectius de la recerca.....	104

CAPÍTOL II.....107

METODOLOGIA DE LA RECERCA..... 108

0. INTRODUCCIÓ.....	108
1. ENFOCAMENT METODOLÒGIC.....	108
1.1 Presentació dels elements conceptuals bàsics del model d'anàlisi de referència.....	110
1.2 Presentació dels elements metodològics bàsics del model de referència: nivells i unitats d'anàlisi.....	115
2. SITUACIONS D'OBSERVACIÓ	119

2.1 Procés de selecció de les seqüències didàctiques que s'han d'analitzar.....	119
2.2 Persones que integren el grup de seguiment.....	122
2.3 Materials de les seqüències didàctiques seleccionades.....	122
2.3.1 Joc 1: <i>Et demano</i>	122
2.3.2 Joc 2: <i>Memori a 12</i>	125
2.4 Limitacions de l'estudi.....	128
3. PROCEDIMENTS PER A L'OBSERVACIÓ I EL REGISTRE DE LES DADES.....	130
4. PROCEDIMENTS PER A L'ANÀLISI DE LES DADES.....	133
4.1 Presentació de les unitats d'anàlisi d'aquesta recerca.....	134
4.2 Procés d'identificació i de caracterització dels segments d'interactivitat.....	137
4.3 Procés d'identificació i caracterització de les actuacions.....	139
4.4 Procés d'identificació dels fragments que s'han d'estudiar i caracterització dels patrons d'actuació.....	143
4.5 Síntesi del Procediment metodològic general.....	145

CAPÍTOL III147

INTRODUCCIÓ.....148

PART 1. ANÀLISI DE DADES. PRIMERA FASE: SEGMENTS D'INTERACTIVITAT.....151

0. INTRODUCCIÓ.....	151
1. IDENTIFICACIÓ I CARACTERITZACIÓ DELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT (SI) EN EL MARC DE LES SEQÜÈNCIES DIDÀCTIQUES.....	152
1.1 Presentació dels segments d'interactivitat identificats.....	152
1.1.1 SI de concreció de l'estructura de la tasca i/o de recapitulació.....	153
1.1.2 SI de preparació de la partida.....	156
1.1.3 SI de desenvolupament de la partida.....	160
1.1.4 SI de conclusió de la partida i/o de valoració.....	161
2. PRESENTACIÓ I ANÀLISI DEL NOMBRE, LA DISTRIBUCIÓ I L'EVOLUCIÓ DE LES SESSIONS I ELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT DE LES DUES SEQÜÈNCIES DIDÀCTIQUES (SD).....	163
2.1 Presentació i anàlisi del nombre i la distribució de les sessions i els segments d'interactivitat de la SD1. Joc Et demano.....	163
2.2 Presentació i anàlisi del nombre i la distribució de les sessions i els segments d'interactivitat de la SD2. Joc Memori a 12.....	171

3. ALGUNS RESULTATS DE L'ANÀLISI DE LA PRIMERA FASE.....	178
3.1 Resultats de l'anàlisi de la primera fase en relació amb els objectius 1 i 2	178
3.2 Resultats de l'anàlisi de la primera fase en relació amb els objectius 1 i 4	185
3.3 Síntesi dels resultats de la primera fase.....	186

PART 2. ANÀLISI DE DADES. SEGONA FASE: ACTUACIONS..... 189

0. INTRODUCCIÓ.....	189
1. IDENTIFICACIÓ I CARACTERITZACIÓ DE LES ACTUACIONS EN EL MARC DELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT.....	190
1.1 Presentació de les actuacions identificades, de la mestra i dels alumnes, en cada segment d'interactivitat.....	191
1.1.1 Actuacions identificades en el SI de <i>concreció de l'estructura de la tasca i/o de recapitulació</i>	191
1.1.2 Actuacions identificades en el SI de <i>preparació de la partida</i>	194
1.1.3 Actuacions identificades en el SI de <i>desenvolupament de la partida</i>	198
1.1.4 Actuacions identificades en el SI de <i>conclusió de la partida i/o de valoració</i>	206
2. PRESENTACIÓ I ANÀLISI DE L'EVOLUCIÓ DE LES ACTUACIONS EN ELS DIFERENTS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT DE LES DUES SEQUÈNCIES DIDÀCTIQUES	211
2.1 Presentació i anàlisi de les actuacions en els diferents segments d'interactivitat de la SD1. Joc Et demano.....	211
2.1.1 Presentació de les dades de les actuacions identificades en els diferents SI de la SD1	211
2.1.2 Anàlisi de les actuacions identificades i de les actuacions dominants en els SI de la SD1	226
2.2 Presentació i anàlisi de les actuacions en els diferents segments d'interactivitat de la SD2. Joc Memori a 12.....	248
2.2.1 Presentació de les dades de les actuacions identificades en els diferents SI de la SD2	248
2.2.2 Anàlisi de les actuacions identificades i de les actuacions dominants en els diferents SI de la SD2	266
3. ALGUNS RESULTATS DE L'ANÀLISI DE LA SEGONA FASE	295
3.1 Resultats de l'anàlisi de la segona fase en relació amb els objectius 1 i 2	295
3.2 Resultats de l'anàlisi de la segona fase en relació amb els objectius 1 i 3	303

PART 3. ANÀLISI DE DADES. TERCERA FASE: FRAGMENTS D'INTERACCIÓ I PATRONS D'ACTUACIÓ	305
0. INTRODUCCIÓ.....	305
1. IDENTIFICACIÓ, CARACTERITZACIÓ I ARTICULACIÓ DE PATRONS D'ACTUACIÓ EN RELACIÓ AMB LA DETECCIÓ I LA CORRECCIÓ D'ERRORS, DE DUBTES I DE DIFICULTATS	306
1.1 Presentació dels fragments d'interacció seleccionats.....	306
1.2 Presentació i classificació dels patrons d'actuació identificats	308
1.2.1 Patrons grup <i>a</i> intervenen alguns alumnes sols.....	312
1.2.2 Patrons del grup <i>m</i> intervenen alguns alumnes i la mestra.....	314
1.3 Classificació dels fragments d'interacció	318
1.3.1 Fragments del grup <i>A</i>	318
1.3.2 Fragments del grup <i>B</i>	318
1.3.3 Fragments del grup <i>C</i>	319
2. PRESENTACIÓ I ANÀLISI DELS FRAGMENTS D'INTERACCIÓ I DELS PATRONS D'ACTUACIÓ DE LES DUES SEQÜÈNCIES DIDÀCTIQUES.....	320
2.1 Presentació i anàlisi dels fragments d'interacció i dels patrons d'actuació de la SD1.	
Joc Et demano	320
2.1.1 Presentació de les dades en relació amb els fragments d'interacció seleccionats i en relació amb els patrons d'actuació identificats en les diferents sessions de la SD1.....	320
2.1.2 Anàlisi de l'evolució dels fragments seleccionats i dels patrons d'actuació identificats en la SD1.....	329
2.1.3 Síntesi de l'evolució de la SD1. Resultats de la tercera fase d'anàlisi de la SD1	349
2.2 Presentació i anàlisi dels fragments d'interacció i dels patrons d'actuació de la SD2.	
Joc Memori a 12.....	351
2.2.1 Presentació de les dades en relació amb els fragments d'interacció seleccionats i en relació amb els patrons d'actuació identificats en les diferents sessions de la SD2.....	351
2.2.2 Anàlisi de l'evolució dels fragments seleccionats i dels patrons d'actuació identificats en la SD2.....	361
2.2.3 Síntesi de l'evolució de la SD2 (en comparació amb la SD1). Resultats de la tercera fase d'anàlisi de la SD2.....	390
3. CONCLUSIÓ. CAPÍTOL III	395

CAPÍTOL IV397

DISCUSSIÓ DE RESULTATS. CONCLUSIONS I IMPLICACIONS DE L'ESTUDI398

0. INTRODUCCIÓ.....	398
1. DISCUSSIÓ DE RESULTATS I CONCLUSIONS	398
1.1 Conclusions quant al procés de descripció i explicació de la situació analitzada i la utilització del model d'anàlisi de la interactivitat.....	399
1.2 Conclusions quant a la relació entre la situació didàctica estudiada, el procés d'ensenyament i d'aprenentatge i la influència educativa que exerceix la mestra en aquest procés	406
1.3 Conclusions quant a la influència educativa que exerceixen els alumnes en la interacció entre iguals.....	413
1.4 Conclusions quant a la relació entre la situació didàctica estudiada i els processos d'ensenyament i d'aprenentatge de continguts matemàtics.....	420
2. APORTACIONS I IMPLICACIONS DE L'ESTUDI	429
2.1 Aportacions i implicacions didàctiques	429
2.2 Aportacions i suggeriments en relació amb possibles línies de recerca	432

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES435

ANNEXOS445

PRESENTACIÓ

El treball de recerca que es presenta a continuació té com a finalitat última contribuir al coneixement de situacions didàctiques escolars per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a través de descripcions detallades i complexes de les interrelacions dels elements que les integren.

En darrer terme, aquest treball vol contribuir, junt amb les nombroses recerques en el camp de la didàctica de la matemàtica que s'estan duent a terme actualment, a obtenir referents de situacions didàctiques que permetin millorar la problemàtica general de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.

És sabut que, malgrat els esforços de molts mestres, professors, grups de recerca en didàctica de la matemàtica i moviments de renovació pedagògica, l'ensenyament i l'aprenentatge de la matemàtica presenta, encara avui, una bona col·lecció de problemàtiques associades. D'acord amb Bishop (1999) sabem que, per una part, hi ha la creença popular que si es vol tenir èxit en la societat actual cal dominar els coneixements matemàtics; per l'altra, i com a conseqüència d'aquesta pressió social, innumbrables nens i nenes de tot el món es barallen amb la complexitat dels conceptes i processos de les matemàtiques, mentre que milions de mestres i de professors es barallen amb la complexitat d'inculcar la comprensió matemàtica als més joves. Però el resultat de tant esforç mostra que només alguns alumnes se'n surten, mentre que la majoria dels joves fracassen en l'intent. Els joves que no tenen èxit en les matemàtiques "continuen creient que aquestes són importants, però també que són difícils, misterioses, sense sentit i avorrides. No "tracten" de res i provoquen sentiments de temor, de falta de confiança i, sens dubte, d'odi. [...] El sistema els va fer creure que l'estudi de les matemàtiques era, i és, important, i el sistema els ha fallat. El sistema va crear la necessitat, però ha estat incapaç de satisfer-la" (Bishop, 1999, p. 18).

Els factors que contribueixen a què es doni aquesta situació són molts i d'índole diversa; tanmateix, al nostre entendre, hi ha dues qüestions fonamentals que condicionen la validesa o la pertinència de l'acte didàctic en situacions d'ensenyament i aprenentatge escolar amb continguts matemàtics. D'una banda el

marc psicològic de referència, i de l'altra, la concepció que es té en relació amb què són les matemàtiques i què significa aprendre matemàtiques a les primeres edats, és a dir, quins són els objectius últims que es persegueixen en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques en l'educació primària i en quins contextos es poden aconseguir aquests objectius.

En aquesta recerca, el marc teòric psicològic de referència és la *concepció constructivista de l'aprenentatge i l'ensenyament*, els principis fonamentals de la qual ens guien en el procés de comprensió i explicació de la situació didàctica estudiada. Aquesta concepció situa la clau de l'aprenentatge escolar, d'una banda, en l'activitat mental constructiva dels alumnes, i d'una altra, en la dinàmica interna dels processos de construcció del coneixement. "Els alumnes són els agents i responsables últims de la construcció de significats sobre els continguts escolars que consisteix l'essència de l'aprenentatge escolar. Tanmateix, aquest procés de construcció, de naturalesa individual, és inseparable de l'activitat que desenvolupen conjuntament professors i alumnes a l'aula mentre duen a terme les tasques escolars o s'apropen a l'estudi dels continguts escolars" (Coll, 2001, p.164).

En relació amb l'objectiu final que persegueix l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques en l'educació primària ens sentim a prop del que proposen Mason *et al.* (1988) i Abrantes (1996), entre altres, en el sentit que l'objectiu final de l'acte didàctic, des de la didàctica de la matemàtica, és ajudar els alumnes a augmentar la capacitat de "pensar matemàticament", capacitat que es construeix i es desenvolupa en una atmosfera on apareguin interrogants, desafiaments, i reflexió lligada a l'acció, és a dir, en contextos rellevants d'aplicació. Per tant, coincidim amb Mason i Abrantes que, si l'objectiu final de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques és que els alumnes augmentin la seva capacitat de "pensar matemàticament", el context adequat per a assolir aquest objectiu és en un context de "resolució de problemes". Seguint Onrubia avui es pot afirmar que "la millor manera d'aprendre matemàtiques en l'ensenyament obligatori és immergint-se en un context rellevant d'aplicació i de presa de decisions específiques. En aquest sentit, la resolució de problemes [...] és l'entorn que emmarca i dona sentit a la utilització de la matemàtica en l'àmbit escolar" (Onrubia, Rochera i Barberà, 2001, p. 496).

Sabem però, a partir de les dades aportades per l'Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (1997), que la resolució de problemes, malgrat ser un dels eixos centrals

de molts currículums actuals, encara no és una pràctica prou habitual en la majoria de centres escolars del nostre país.

Entenem, doncs, que es fa necessari disposar de referents de situacions didàctiques amb sentit i funcionalitat pròpies que esdevinguin contextos de resolució de problemes on apareguin interrogants i processos que generin una dinàmica que ajudi els participants a augmentar la seva capacitat de “pensar matemàticament”. Així mateix, entenem que és necessari realitzar estudis en profunditat d’aquestes situacions buscant els elements clau que les integren alhora que es concreten les interrelacions entre aquests elements.

La hipòtesi general de la qual partim postula que es pot crear una situació didàctica escolar a l’entorn del *joc* que esdevingui un context de resolució de problemes on els alumnes realitzin aprenentatges matemàtics significatius. Però el cert és que fins ara hi ha poques dades empíriques que permetin concloure que les situacions didàctiques a partir de jocs de taula amb continguts matemàtics siguin situacions que generin realment oportunitats d’aprenentatge matemàtic, entenent aquest com una recerca de relacions i un augment de la capacitat de resolució de problemes. I, especialment, falten evidències empíriques que responguin a quins elements intervenen en el fet que uns alumnes concrets construeixen coneixements matemàtics dins una situació didàctica escolar a l’entorn dels jocs i les matemàtiques.

Aquest treball pretén, doncs, aportar noves evidències en el sentit que s’acaba d’exposar, alhora que esdevé una nova aportació en una línia de recerca desenvolupada pel Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals que, sota la guia i direcció del doctor Jordi Deulofeu, se centra en l’estudi de situacions didàctiques per a l’ensenyament i l’aprenentatge de la matemàtica a l’entorn del *joc* i dels contextos de *resolució de problemes* (vegeu Corbalán, 1997, i Vila, 2001).

Concretament, la nostra recerca parteix de l’estudi d’un grup d’alumnes de segon curs de primària que participen en el *taller de joc i matemàtiques*. Aquest taller es va dissenyar i dur a la pràctica com una experiència d’innovació sota el format d’una recerca acció (en la qual ja vam formar part de l’equip que la va dur a terme), al CEIP Escola Bellaterra durant els cursos 1995-1996 i 1996-1997. El resultat d’aquesta experiència d’innovació va esdevenir el treball de recerca del programa

de doctorat en Didàctica de les Matemàtiques (Edo, 1996), alhora que es convertia en la part empírica del treball que ara es presenta.

Per tant, s'ha partit de l'enregistrament de totes les sessions d'un mateix grup d'alumnes en el *taller de joc i matemàtiques* i en la recerca que ara presentem, s'han seleccionat, descrit, transcrit i analitzat les intervencions dels participants a partir de la utilització del *model conceptual i metodològic per a l'anàlisi d'alguns mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat*, (Coll, Colomina, Onrubia, i Rochera, 1995; Rochera, 1997, Coll i Onrubia 1999, Coll i Rochera 2000).

Per tant, la recerca, conduïda des de la lògica interpretativa, consisteix a fer un estudi en profunditat de l'evolució dels participants del grup de referència mentre intervenen en el taller. La finalitat principal no és establir generalitzacions sinó descripcions detallades i complexes de les interrelacions dels elements que integren la situació didàctica estudiada, fent especial incidència en les influències educatives que reben els alumnes durant el procés, exercides per la mestra i pels companys. Alhora que s'identifiquen i mostren relacions entre la situació didàctica estudiada i els processos d'ensenyament i d'aprenentatge de continguts matemàtics que es generen en aquesta situació.

El treball que presentem s'ha organitzat en quatre capítols.

El capítol I presenta els elements de referència que ens han guiat en l'estudi de la situació didàctica escollida. L'exposició d'aquest capítol s'organitza en dues parts.

- La primera part, **capítol I.1**, es dedica a la presentació del *marc teòric* de la recerca, és a dir, a exposar els referents teòrics conceptuals que ens han guiat en el nostre procés de recerca, i està dividida en tres seccions.

La primera secció es dedica al marc psicològic global de referència per a la interpretació i l'anàlisi dels processos educatius escolars *la concepció constructivista de l'ensenyament i l'aprenentatge*. La segona secció se centra en l'estudi de les relacions entre el *joc i la matemàtica*, ja que aquest és l'eix central de l'activitat escolar que s'analitza. La tercera secció es destina a aprofundir en la possibilitat que una situació didàctica creada a l'entorn del *joc* esdevingui un *context de resolució de problemes matemàtics*.

- En la segona part, **capítol I.2**, s'exposen els antecedents de la recerca, la formulació del problema objecte d'estudi i la concreció dels objectius de la recerca. Aquesta segona part es divideix en dues seccions.

En la primera, es presenta el *taller de jocs i matemàtiques*, situació didàctica de la qual s'obtenen les dades d'anàlisi. En la segona, es concreta el *problema* objecte d'estudi, així com les *qüestions* i els *objectius* principals de la *recerca*.

El capítol II se centra en la presentació de les característiques principals de l'*enfocament metodològic* adoptat i en les opcions que se'n deriven.

Aquest capítol s'organitza en quatre seccions. En la primera, es fa una presentació general del model bàsic de referència: *model conceptual i metodològic per a l'anàlisi d'alguns mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat*. En la segona, es presenten la selecció de les seqüències didàctiques a estudiar, així com els personatges i els materials de les dues seqüències escollides. En la tercera, s'expliciten els procediments utilitzats per a l'observació i l'enregistrament de les dades i en la quarta, es presenten les unitats d'anàlisi i els processos seguits per a la identificació i la caracterització de cadascuna de les unitats.

El capítol III es dedica a la *presentació i l'anàlisi* de les dades. Atès que l'anàlisi es du a terme en tres fases, el capítol té tres parts.

- La primera part, **capítol III.1**, es dedica a la identificació, la distribució i l'evolució dels segments d'interactivitat identificats en les seqüències didàctiques estudiades. D'aquesta anàlisi es presenten els primers resultats.
- La segona part, **capítol III.2**, se centra en la identificació i caracterització de totes les actuacions dels participants (dins de cada segment d'interactivitat) i en l'estudi de l'evolució quantitativa i qualitativa d'aquestes en cada seqüència didàctica estudiada. D'aquesta segona fase s'obtenen nous resultats.
- La tercera part, **capítol III.3**, se centra en la selecció, la classificació i l'anàlisi, centrada en la recerca de patrons d'actuació, d'un determinat tipus de fragments d'interacció que, potencialment, són generadors d'oportunitats d'aprenentatge matemàtic. En fer l'estudi de l'evolució dels patrons d'actuació en els fragments seleccionats s'obtenen els darrers resultats.

El capítol IV es destina a la discussió dels resultats obtinguts en les tres fases d'anàlisi, a la presentació de les conclusions derivades d'aquests i a plantejar algunes aportacions i implicacions de la recerca. Aquest capítol conté dues seccions.

En la primera, es presenten les discussions i les conclusions en relació amb els resultats de les tres fases d'anàlisi anteriors, mentre que en la segona, es plantegen les aportacions principals de l'estudi, així com algunes qüestions pendents que podrien esdevenir noves recerques.

Finalment, s'inclouen les referències bibliogràfiques i els annexos amb els índexs corresponents als quadres, taules, esquemes i gràfics de cada capítol.

Volem deixar constància que, per tal de facilitar la lectura, l'autora ha traduït les cites que apareixen en aquest treball quan el text original no estava escrit en català.

CAPÍTOL I. REFERENTS CONCEPTUALS I FORMULACIÓ DEL PROBLEMA PER ESTUDIAR

INTRODUCCIÓ

El propòsit del capítol I és presentar els elements de referència que ens han de guiar en l'estudi de la situació didàctica escollida. L'exposició d'aquest capítol s'organitza en dues parts.

CAPÍTOL I. PART 1. MARC TEÒRIC

La primera part del capítol I està dedicada a exposar els referent teòrics conceptuals que ens han de guiar en el nostre procés de recerca i està dividida en tres seccions.

La primera secció es dedica al marc psicològic global de referència per a la interpretació i l'anàlisi dels processos educatius escolars *la concepció constructivista de l'ensenyament i l'aprenentatge*.

La segona secció se centra en l'estudi de les relacions entre el *joc i la matemàtica*, ja que aquest és l'eix central de l'activitat escolar que es proposa i s'analitza.

La tercera secció es destina a aprofundir en la possibilitat que una situació didàctica creada a l'entorn del *joc* esdevingui un *context de resolució de problemes matemàtics*.

CAPÍTOL I. PART 2. ANTECEDENTS, FORMULACIÓ DEL PROBLEMA I OBJECTIUS DE L'ESTUDI

La segona part del capítol I es destina a l'exposició dels antecedents de la recerca, a la formulació del problema objecte d'estudi i a la concreció dels objectius de la recerca. Aquesta segona part es divideix en dues seccions.

En la primera secció es presenta el *taller de jocs i matemàtiques*, situació didàctica de la qual s'obtenen les dades que més endavant s'analitzaran.

En la segona secció es concreta el *problema* que s'ha d'estudiar, així com les *qüestions* i els *objectius* principals de la present recerca.

CAPÍTOL I. PART 1. MARC TEÒRIC

0. INTRODUCCIÓ

Aquesta primera part del capítol I es dedica a exposar els referents teòrics conceptuals en què es basa la recerca i està dividida en tres seccions. La primera es destina a presentar una forma d'entendre l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques en el marc escolar. Concretament, ens apropem al marc psicològic global de referència per a la interpretació i l'anàlisi dels processos educatius escolars: *la concepció constructivista de l'ensenyament i l'aprenentatge*. Els principis d'aquest constructe ens aportaran el marc de referència necessari per a la interpretació i l'explicació de la situació didàctica que s'estudiarà. Cal aclarir que el marc de referència conceptual que s'exposa a les pàgines següents se centra en aquells aspectes que incideixen o intervenen de manera especial en els processos d'ensenyament i d'aprenentatge de continguts matemàtics en el marc escolar i que, per tant, s'han obviat altres enfocaments, altres aspectes psicopedagògics més amplis o altres relacions amb àrees de coneixement diferents, per delimitar l'abast de l'estudi i centrar-nos en els objectius de la recerca.

En la segona secció s'exposen i es discuteixen les diferents relacions entre el joc i la matemàtica, ja que aquest és un dels eixos centrals de l'activitat escolar que s'analitzarà.

La tercera secció es destina a aprofundir una relació particular entre el joc i la matemàtica. Concretament, es reflexiona sobre si és possible que una situació escolar creada a l'entorn de jocs de taula esdevingui un context de resolució de problemes que afavoreixi el desenvolupament del pensament matemàtic dels alumnes implicats.

1. APRENENTATGE I ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES DES D'UNA CONCEPCIÓ CONSTRUCTIVISTA

Aquesta secció es destina a presentar els principis constructivistes que ens guiaran en el procés de comprensió i explicació de la situació didàctica que es presentarà i s'analitzarà més endavant. El marc teòric psicològic de referència és la *concepció constructivista de l'aprenentatge i l'ensenyament*. S'ha escollit aquest constructe amb el convenciment que ens ofereix “un marc teòric unificat capaç d'adaptar-se a les necessitats educatives i de proporcionar una eina poderosa i útil per a analitzar i guiar la pràctica educativa” (Coll, 2001, p. 165).

Aquesta secció conté dos apartats: el primer se centra en la presentació dels principis bàsics de la concepció constructivista, mentre que el segon es destina a fer una revisió de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques escolars partint dels elements i els principis aportats per la visió constructivista que s'acaba de presentar.

1.1 CONCEPCIÓ CONSTRUCTIVISTA DE L'APRENENTATGE I L'ENSENYAMENT EN EL MARC ESCOLAR

Existeixen diferents aproximacions possibles a la comprensió del que són l'aprenentatge i l'ensenyament en el context escolar. La present recerca s'inspira en un determinat marc psicològic explicatiu, que és la *concepció constructivista de l'aprenentatge i l'ensenyament*. Una de les principals finalitats d'aquest marc teòric és la de “configurar un esquema de conjunt orientat a analitzar, explicar i comprendre els processos escolars d'ensenyament i aprenentatge” (Coll, 1996, p. 176) i un dels trets distintius d'aquesta concepció és la manera particular d'entendre la relació entre el coneixement psicològic i la pràctica educativa. Aquest plantejament postula la necessitat d'establir una relació bidireccional entre el coneixement psicològic i la pràctica escolar; per tant, pressuposa una relació no jeràrquica, sinó complementària, entre l'aportació teòrica del marc psicològic i l'anàlisi de pràctiques escolars. És per tot això, i per la coherència dels principis bàsics que l'integren, que entenem que aquest constructe és l'adequat per a ajudar-nos a analitzar la pràctica educativa escolar en la qual se centra aquest treball (Coll, 2001).

Com assenyalen Coll i els seus col·laboradors (1993), la concepció constructivista no és en sentit estricte una teoria, sinó que és més aviat un marc explicatiu que, mantenint la idea original de qualsevol enfocament constructivista, és a dir, que el coneixement i l'aprenentatge són, en gran part, el resultat d'una dinàmica en la qual les aportacions del subjecte a l'acte de conèixer i aprendre tenen un paper decisiu, hi afegeix la rellevància de la consideració social i socialitzadora de l'educació escolar.

És a dir, aquest marc explicatiu “situa en l'activitat mental constructiva dels alumnes [...] la clau de l'aprenentatge escolar. Els alumnes són els agents i els responsables últims de la construcció de significats sobre els continguts escolars. [...] Tanmateix, aquest procés de construcció, de naturalesa individual, és inseparable de l'activitat que duen a terme conjuntament professors i alumnes a l'aula. En altres termes, la construcció individual del coneixement que duen a terme els alumnes està inserida en, i és inseparable de, la construcció col·lectiva que duen a terme professors i alumnes en aquest entorn específic culturalment organitzat que és l'aula” (Coll, 2001, p. 164).

Aquest constructe integra aportacions diverses que tenen com a denominador comú uns acords respecte als principis constructivistes. La concepció constructivista proposa, doncs, un conjunt de principis i característiques que adquireixen significació i potencialitat explicativa en integrar-se en una estructura coherent que es construeix al voltant d'una sèrie d'idees bàsiques.

Algunes d'aquestes idees fonamentals són:

1. L'alumne no és un receptor passiu de coneixements, sinó un constructor actiu d'aquests.
2. Els elements culturals socialment organitzats es consideren mediadors i generadors de l'activitat constructiva de l'alumne.
3. Un dels factors principals que mobilitza l'aprenentatge en el context escolar és la interacció amb el professor i amb els companys.
4. La relació alumne-professor-contingut és un tot que cal analitzar conjuntament tenint en compte les relacions que s'estableixen entre ells.

Recordem que la concepció constructivista de l'ensenyament i l'aprenentatge és un marc explicatiu per a la comprensió dels processos d'aprenentatge i ensenyament tant en el marc escolar com en altres contextos, però, atès que la

nostra recerca analitza una activitat d'aprenentatge escolar, centrarem la nostra reflexió teòrica en aquest marc. A continuació es presenten algunes de les idees d'aquest constructe que considerem rellevants per al nostre treball.

1.1.1 L'alumne és el protagonista del seu propi aprenentatge

En termes constructivistes, l'alumne és qui construeix el propi coneixement, apropiant-se dels nous sabers que li aporta la cultura, gràcies a una activitat d'elaboració i reelaboració personal. Aprendre, en aquest marc, no és un procés que condueixi a l'acumulació de nous coneixements, sinó que es considera que aprenem “quan som capaços d'elaborar una representació personal sobre un objecte de la realitat o un contingut que pretenem aprendre” (Coll *et al.*, 1993, p. 16).

Aquesta elaboració personal, però, no es fa partint del buit, del no-res, sinó que es du a terme gràcies als *coneixements previs* que ja es tenen. És a dir, les experiències prèvies han construït els propis esquemes de coneixement i aquests són la base per a interpretar el nou contingut, de manera que es busca la relació i la integració del que és nou amb els elements que ja es tenen. Només d'aquesta manera, aconseguint la relació del que és nou amb el que ja es coneix, l'aprenentatge de nous continguts s'integra en la xarxa de coneixements reals que posseeix una determinada persona en un moment donat i esdevé un coneixement que podrà ser utilitzat i aplicat en properes situacions d'aprenentatge i amb nous continguts. Per tant, en aquest procés no només s'interpreta el que és nou d'una manera particular (partint del que ja es coneix), sinó que també es modifica el que ja es posseeix per a aconseguir integrar-ho en un tot. Quan es dona aquest procés, es diu que s'està *aprenent significativament*, és a dir:

“[...] construint un significat propi i personal per a un objecte de coneixement que objectivament ja existeix. [...] Queda clar que (l'aprenentatge) no és un procés que porti a l'acumulació de nous coneixements, sinó que porta a la integració, a la modificació, a l'establiment de relacions i a la coordinació d'esquemes de coneixement que ja es posseïen, dotats d'una certa estructura i organització que varia, en nusos i relacions, en cada aprenentatge que es realitza” (Coll *et al.*, 1993, p. 16).

Veiem, doncs, que l'activitat mental constructiva de l'alumne apareix com un factor fonamental per a entendre els processos d'aprenentatge a l'escola. Però només

amb aquesta activitat no s'assegura que els significats construïts per l'alumne s'apropin als significats que representen els continguts escolars. En aquest sentit, cal considerar els tres elements que formen el "triangle interactiu": alumnes, professor i contingut, de manera relacionada (Coll, 2001). Tenint en compte aquesta especificitat, la concepció constructivista posa l'èmfasi sobre les tres característiques següents:

1. L'activitat mental dels alumnes actua com a element mediador entre l'ensenyament que reben i els efectes d'aquest sobre el propi aprenentatge.
2. El fet que els continguts escolars ja estiguin, en gran mesura, elaborats i definits, com també que es produeixin encaixats en unes pràctiques didàctiques al respecte, condiciona el tipus d'aproximació que cal fer envers aquests. D'una banda, sabem que els alumnes només poden aprendre els continguts escolars en la mesura que despleguen davant d'aquests una activitat mental constructiva generadora de significats i de sentit. Però, de l'altra, sabem també que la sola presència d'una activitat mental constructiva no ens assegura que allò que s'aprèn sigui coherent i compatible amb els sabers escolars i culturals ja elaborats.
3. Per tant, i com a conseqüència del punt anterior, cal remarcar el paper prominent del professor en el procés de construcció de significats que duen a terme els alumnes. En efecte, a més a més d'afavorir l'activitat mental constructiva dels alumnes, el professor "ha d'orientar-la i guiar-la en la direcció que marquen els sabers i les formes culturals incloses en el currículum com a continguts d'aprenentatge. En altres paraules, la funció del professor consisteix a assegurar una relació adequada entre l'activitat mental constructiva dels alumnes i els significats socials i culturals dels continguts escolars"(Coll, 2001, p. 179). Per això, el professor defineix, estructura, segmenta, dosifica i temporalitza els continguts i els objectius d'aprenentatge, així com els inclou en situacions didàctiques rellevants, i, els adapta i ajusta a cada grup i a cada infant.

En resum, la concepció constructivista presenta l'aprenentatge escolar com el resultat d'un procés complex de relacions que s'estableixen entre tres elements: els alumnes que aprenen, els continguts que són objecte d'ensenyament i d'aprenentatge i el professor que ajuda els alumnes a construir significats i a atribuir sentit al que fan i aprenen. Podem dir que el professor –com també, veurem més endavant, els companys, l'especificitat del contingut i la institució escolar–

esdevenen elements essencials en l'estudi dels processos d'ensenyament i aprenentatge. A continuació l'exposició aprofundirà una mica més aquesta necessària relació amb els "altres": professor i companys en el marc escolar.

1.1.2 La construcció dels coneixements escolars i la interacció amb el professor

Si, com dèiem, la construcció de coneixements és una tasca cognitiva individual, les construccions i les reconstruccions de sabers es porten a terme gràcies a la influència dels altres. Aquesta és una de les idees bàsiques de l'enfocament sociocultural, derivat de les teories de Vigotzki. Aquest enfocament defensa la importància de la relació i la interacció amb altres persones com a generadores dels processos d'aprenentatge i de desenvolupament humans. Els "altres" fan de mediadors entre l'aprenent i la realitat cultural que envolta aquest, i sense aquesta mediació el qui aprèn no podria extreure dels instruments culturals alguns dels trets fonamentals que aquests duen incorporats (Molina, 1995).

Reconeixent, doncs, la importància dels factors socials en la construcció dels coneixements escolars, distingim dos tipus d'interacció que esdevenen clau en aquest marc; la primera se centra en la relació entre professor i alumne/s, i la segona remet a la interacció entre companys, o entre "iguals". En aquest subapartat ens referim a la primera, és a dir, a la interacció entre alumne/s i professor.

Com s'ha dit anteriorment, podem afirmar que en un context d'aprenentatge d'aula la construcció de coneixements escolars no es pot realitzar en solitari. Tal com s'ha esmentat en el punt anterior, aquesta afirmació respon bàsicament a dues raons. La primera és que res ens assegura que l'orientació de la construcció realitzada pels alumnes sigui l'adequada des del punt de vista científic i cultural del que s'està construint. Recordem que "[...] els continguts (escolars), siguin els que siguin, ja estan elaborats i formen part de la cultura i del coneixement, cosa que fa que la construcció dels alumnes sigui una construcció peculiar. En efecte, es construeix quelcom que ja existeix, [...] (això) obliga que aquesta es faci en un sentit determinat: justament aquell que marca la convenció social en relació amb el contingut concret". (Coll *et al.*, 1993, p. 17-18). La segona raó, i més important que la primera, és que si es realitzés el procés en solitari no s'asseguraria la mateixa construcció. "La concepció constructivista considera l'ensenyament com un procés conjunt, compartit, en el qual l'alumne, gràcies a l'*ajuda* que rep del professor, pot mostrar-se progressivament més competent i autònom en la

realització de tasques, en la utilització de conceptes, en la posada en pràctica de determinades actituds” (Coll *et al.*, 1993, p. 18).

Mitjançant la interacció i l'activitat compartida amb el professor i amb els altres companys, l'alumne podrà mostrar-se progressivament més competent, però en aquest procés és necessari que l'educador exerceixi la seva influència educativa i vagi *ajustant el seu sistema d'ajudes* a les característiques que, en cada moment, presenta l'activitat mental de l'alumne.

Efectivament, en una situació escolar que respongui als principis de la concepció constructivista és desitjable que al principi l'educador assumeixi una part important de l'organització i la gestió de la tasca (proporcionar informació introductòria, guiar o suplir en part l'execució, mostrar models, reduir graus de dificultat, proporcionar suport afectiu intens...) i vagi disminuint progressivament la quantitat d'ajuda (animar els alumnes per l'esforç que realitzen, valorar positivament la tasca realitzada, estimular l'execució de nous reptes de manera autònoma...), de manera que vagi fent un seguiment, cada cop a més distància, de l'increment progressiu de competència de l'alumne. Aquest procés esdevé un dels grans mecanismes d'influència educativa que es concreta en *la cessió i el traspàs del control i la responsabilitat de l'aprenentatge del professor a l'aprenent*.¹

Com veiem, entendre l'ensenyament com un procés en el qual el professor va ajustant el sistema d'ajudes que ofereix als alumnes implica, en el marc escolar, la voluntat d'intervenir de manera programada i sistemàtica: observant i escoltant quines són les competències, els interessos i el nivell de coneixements dels alumnes, planificant de manera detallada i rigorosa les activitats d'aula i actuant de manera diversificada i flexible en funció dels objectius previstos i les respostes dels infants.

Hem vist que un dels requisits necessaris de l'actuació ajustada del professor implica que aquest *observi, escolti i analitzi* quines són les competències dels alumnes en cada moment i actuï de manera ajustada a les dificultats detectades. Aquesta actuació porta implícita, necessàriament, una manera de concebre els “errors” comesos pels alumnes durant el procés d'aprenentatge. Els errors i les mostres de dificultat dels alumnes durant el procés de construcció de significats,

¹ En aquesta secció no es desenvolupa més el tema dels *mecanismes d'influència educativa* exercits pel professor, ja que es tractarà en el capítol II.

lluny de ser considerats una mostra de feblesa o d'incompetència (com tradicionalment ha succeït), formen part del propi procés de construcció del coneixement i s'han de considerar des del seu vessant positiu, ja que “poden constituir referents òptims a partir dels quals els professors poden ajustar efectivament les ajudes que proporcionen als seus alumnes” (Rochera, 2000, p. 64).

Entenem, doncs, que, des d'una visió constructivista, cal considerar les mostres de dificultat i els errors dels alumnes, durant el procés d'aprenentatge, com un element pertinent i adequat que forma part del propi procés i que poden esdevenir referents clau per a la intervenció ajustada del professor. D'aquesta manera, es pot interpretar que no només el professor “ajuda” els alumnes a partir del que observa, sinó que, a més a més, els alumnes “ajuden” el professor, mostrant-li les seves capacitats, les seves incapacitats, els seus raonaments i els seus dubtes, a decidir l'orientació i a ajustar el grau i la pertinença de la seva intervenció.

Si bé queda clar que, en aquest marc teòric, la interacció professor-alumne és, en el context escolar, l'element bàsic que promou l'aprenentatge, la concepció constructivista suggereix dues altres fonts bàsiques d'influència educativa: la que té l'origen en els companys i s'exerceix a través de les interaccions que mantenen els alumnes entre si i la que té el seu origen en l'organització i el funcionament de la institució escolar.

A continuació l'exposició se centrarà en la possible influència educativa que exerceixen els alumnes entre ells i en la repercussió que pot tenir aquesta influència en els resultats dels seus aprenentatges.

1.1.3 Influència educativa i interacció entre iguals

Dèiem en els subapartats anteriors que la construcció de coneixements és una tasca cognitiva individual, que les construccions i les reconstruccions de sabers es porten a terme gràcies a la influència dels altres i que l'agent principal d'aquesta influència educativa, en el marc escolar, és el professor. A continuació, la revisió teòrica se centra en el paper que té la interacció entre els iguals en aquest procés de construcció de coneixements en el marc escolar.

Atès que la *interacció entre iguals* és l'element central d'un dels objectius principals de la nostra recerca,² la revisió teòrica d'aquest subapartat no es limita a fer una exposició dels conceptes clau, sinó que pretén reflectir l'estat de la qüestió en relació amb els resultats de diferents recerques centrades en aquest tema.

Durant les darreres dues dècades hi ha hagut un interès creixent en les recerques centrades en l'estudi de la interacció entre iguals dins el context escolar, tot considerant la possibilitat que els alumnes mateixos puguin exercir en determinades circumstàncies una influència educativa sobre els companys.

Molts d'aquests treballs s'han centrat en el tipus d'organització social del grup (vegeu Coll 1984 i Coll i Colomina 1990). Els resultats d'aquests destaquen que una *organització social cooperativa* de les activitats d'ensenyament i aprenentatge a l'aula resulta, almenys en determinades condicions, més efectiva des del punt de vista del rendiment acadèmic i de la socialització dels alumnes que una organització competitiva o individualista d'aquestes activitats. Però, com remarca Rochera (1997), aquests estudis no analitzen les pautes interactives ni els factors que podrien explicar aquesta superioritat.

Hi ha altres recerques que han considerat les relacions que s'estableixen entre iguals en realitzar diferents tasques en el context escolar. Una de les idees comunes a la majoria d'aquestes recerques, remarcada per Coll i Colomina (1990), Rochera (1997) i Colomina i Onrubia (2001), és que, per a aconseguir que la interacció social entre alumnes repercuteixi favorablement en els processos de construcció de coneixements, no és suficient posar els infants a “treballar” junts, sinó que cal, a més a més, que es donin algunes condicions, factors o circumstàncies que puguin ser els desencadenants de pautes interactives que esdevinguin productives en relació amb la construcció de significats. Així doncs, trobem diferents estudis centrats a buscar i explicar quins factors o quines circumstàncies intervenen en l'aparició d'interaccions que incideixen favorablement en l'aprenentatge individual dels participants. A continuació es farà una breu revisió dels resultats d'aquestes recerques.

Perret-Clermont (1984) i els seus col·laboradors van dur a terme una sèrie d'estudis dirigits a analitzar, des del marc interpretatiu de la teoria de Piaget, l'impacte de la

² Els objectius de la recerca s'exposen en la segona part d'aquest capítol.

relació entre iguals sobre el procés de socialització i el desenvolupament intel·lectual. La seva aportació principal consisteix a remarcar la importància que pot tenir el fet que els participants en l'activitat conjunta tinguin punts de vista moderadament divergents com a factor determinant del progrés intel·lectual propi. D'acord amb això, l'existència de diferents punts de vista en relació amb una mateixa tasca o un mateix contingut provoca un *conflicte sociocognitiu* als participants que mobilitza i força les reestructuracions cognitives i provoca el progrés intel·lectual. Les conclusions de Perret-Clermont i els seus col·laboradors concorden, segons assenyalen Coll i Colomina (1990) i Colomina i Onrubia (2001), en gran mesura, amb els resultats de Johnson i Johnson (1979) i Johnson (1981) pel que fa al paper de la confrontació de punts de vista moderadament divergents. Aquests autors destaquen el paper de les *controvèrsies conceptuais* entre iguals que es produeixen en el transcurs de l'activitat conjunta. Les controvèrsies suposen una voluntat de superar les discrepàncies entre idees, creences, informacions, opinions o punts de vista divergents que incideixen directament en la construcció de nous coneixements.

Així doncs, podem dir, com a síntesi d'aquests dos blocs de recerques, que quan entre els participants en una activitat conjunta es generen *discrepàncies* o *controvèrsies* (moderadament divergents) i aquestes es resolen satisfactòriament, és a dir, quan els infants poden compartir els seus punts de vista, quan són capaços d'expressar la seva opinió i a la vegada d'escotar i comprendre la dels altres, poden arribar a modificar el seu propi punt de vista en la direcció d'una interpretació més complexa, més elaborada, possibilitant així el progrés en la construcció del coneixement. Cal dir, però, que aquest procés no sempre es dona en aquest sentit; hi ha la possibilitat que els infants no siguin capaços de resoldre les discrepàncies sense l'arbitratge de cap adult o també que les conclusions a les quals arribin no siguin prou adequades des del punt de vista científic i cultural.

Per una altra part, hi ha una sèrie de treballs que s'aproximen a l'estudi dels de la influència educativa entre alumnes des d'una perspectiva sociocultural i que centren el seu interès en els instruments mediacionals, particularment en la parla, que els participants utilitzen en el transcurs de la interacció. Aquest conjunt de recerques estableixen que un dels *mecanismes* explicatius de la potencialitat educativa de la interacció entre iguals se centra en la *regulació mútua per mitjà del llenguatge*. A continuació es comenten breument alguns dels treballs que proporcionen evidències empíriques d'alguns processos relacionats amb el mecanisme esmentat.

La formulació del propi punt de vista. En situacions de treball cooperatiu entre alumnes, aquests tenen moltes oportunitats de regular els altres per mitjà del seu propi llenguatge, oportunitats que no apareixen pràcticament en la interacció amb el professor i que els plantegen la necessitat d'explicitar, estructurar i formular més clarament les seves propostes i punts de vista. En aquest sentit, els treballs de Webb (1984, 1985, 1991) aporten evidències que "l'oferiment d'explicacions detallades i elaborades prediu de manera consistent un rendiment positiu individual posterior al treball conjunt: l'alumne que més es beneficia en el resultat del seu rendiment posterior és el que ofereix als altres durant la interacció explicacions elaborades que inclouen continguts i informació específica" (Colomina i Onrubia, 2001, p. 423). Altres autors, com Melero y Fernández Berrocal (1995), han obtingut també evidències a favor de la importància de la presa de consciència del propi coneixement davant la necessitat d'explicitar-lo als companys.

L'obtenció d'ajudes ajustades. En situacions de treball cooperatiu entre alumnes, aquests tenen oportunitats de ser regulats pel llenguatge dels companys, rebent i adaptant-se a informacions i instruccions diferents de les que, de manera habitual, formularia un professor. Alguns treballs de Webb (1984, 1985, 1991) i els seus col·laboradors han remarcat que el fet de demanar, donar i rebre ajuda durant la realització d'una tasca escolar conjunta pot ser un mecanisme d'influència educativa. Alguns dels seus treballs s'han centrat en l'estudi de les condicions en les quals es produeixen les ajudes com a factor de primer ordre en la modulació de les interaccions entre alumnes i els resultats dels seus aprenentatges. Les seves conclusions assenyalen que "els alumnes que durant el treball en petit grup demanen una ajuda i la reben, milloren el seu rendiment individual posterior si l'ajuda rebuda compleix les condicions de: adequar-se a la demanda realitzada i aplicar-se efectivament a la resolució del problema" (Colomina i Onrubia, 2001, p. 424). El conjunt de resultats dels treballs de Webb, en aquest sentit, suggereix que per tal que un alumne pugui beneficiar-se d'una ajuda provinent d'un company és important que necessiti realment l'ajuda que se li ofereix, que l'ajuda es correspongui amb la necessitat que l'ha generat, que l'ajuda es formuli en un nivell d'elaboració ajustat al nivell d'elaboració de la dificultat, que es proporcioni en el moment en què es manifesta la dificultat, que el receptor pugui entendre-la i que el receptor tingui l'oportunitat –i l'aprofiti– d'utilitzar l'ajuda que acaba de rebre. Tot aquest conjunt de condicions remet a la idea "d'ajustament de l'ajuda" que s'ha presentat en l'apartat anterior en parlar d'influència educativa del professor cap als alumnes.

En resum, i tal com apunta Coll (1984), el nivell d'elaboració de les aportacions entre companys és un factor important per determinar si aquestes ajudes esdevenen o no influència educativa. De tota manera, és possible que, junt amb el nivell d'elaboració, existeixin altres factors igualment determinants que només es podrien identificar amb un altre tipus d'anàlisi.

La coconstrucció d'idees, la coordinació de rols i el control mutu del treball. A més a més d'oferir i de rebre ajudes mútuament, els alumnes poden, en les situacions de treball cooperatiu, construir conjuntament coneixements durant la pròpia interacció. En aquest sentit, Forman i Cazden (1984) han contribuït a aprofundir en la relació entre els processos interactius que es produeixen entre els infants i els processos d'aprenentatge que realitzen els alumnes que participen en la interacció. Com destaca Coll (1984), els resultats d'aquestes recerques mostren que, en determinades circumstàncies, els alumnes que treballen en col·laboració resolent una tasca poden aprendre els uns dels altres incorporant noves estratègies i realitzant avenços importants sense que es produeixin, almenys aparentment, processos instruccionals explícits, és a dir, sense que algú d'ells intenti explícitament "ensenyar" als altres. Aquest procés de coconstrucció col·laborativa entre iguals inclou l'adopció de rols complementaris i el control del treball de l'altre, així com l'esforç dels participants per aconseguir un cert grau d'intersubjectivitat, és a dir, per comprendre i adoptar el marc de referència de l'altre i trobar una solució autènticament compartida. Aquest esforç es materialitza en allò que Mercer anomena la *conversació exploratòria*: "En aquesta els alumnes tracten de manera crítica però constructiva les idees dels altres, ofereixen afirmacions i suggeriments per poder considerar-los conjuntament i els justifiquen de manera explícita en la discussió explorant hipòtesis alternatives"(Colomina i Onrubia, 2001, p. 425). Per acabar, volem assenyalar que les formes de conversació exploratòria pròpies de la construcció d'idees obren també la possibilitat que els alumnes es vegin immersos en processos d'autoregulació a partir del seu propi llenguatge. Aquests processos es poden produir gràcies a l'aparició de formes de parla egocèntrica: externa en la forma –dirigida a un mateix– però reguladora en la seva funció, que "exerceix un *efecte ham*" en els altres participants en la mesura que la consideren com si fos una parla comunicativa i la utilitzen com a punt de partida per introduir noves aportacions al procés de construcció conjunta" (Colomina i Onrubia, 2001, p. 426).

Coincidim amb Rochera (1997) quan assenyala en relació amb les recerques centrades en la *regulació mútua a través del llenguatge*, que la simetria entre les

representacions dels participants en la interacció entre iguals crea les condicions favorables per a potenciar la funció reguladora del llenguatge i contribuir així a la modificació i a l'enriquiment dels esquemes de coneixement dels alumnes.

Si fins ara ens hem centrat a fer una revisió dels principals mecanismes interpsicològics relacionats amb la construcció del coneixement en la interacció entre iguals, ara cal assenyalar algunes noves evidències en relació amb els *factors moduladors* en la construcció del coneixement en la interacció entre iguals.

Sabem que els mecanismes descrits no apareixen de manera automàtica ni necessària quan els alumnes es posen a treballar en grup. La seva aparició, o no, està mediatitzada per un ampli conjunt de variables, de les quals volem assenyalar: les característiques del grup d'alumnes, les característiques de la tasca i la intervenció del professor. A continuació es comentaran alguns aspectes que considerem rellevants d'aquests factors moduladors.

Característiques del grup. Determinades característiques dels participants en el treball en grup poden incidir de manera decisiva en el tipus d'interacció que es crea i, en conseqüència, poden facilitar o entorpir els beneficis del treball cooperatiu. Les principals característiques que poden incidir són: el rendiment acadèmic i estatus socioeconòmic dels alumnes, la procedència ètnica i cultural i el gènere. De tot el conjunt de recerques centrades en aquests temes, Colomina i Onrubia (2001) assenyalen la consideració següent, que cal tenir en compte: intentar determinar formes òptimes d'agrupament dels alumnes, vàlides per a tots ells i en qualsevol ocasió, resulta tremendament difícil, sinó impossible. Conseqüentment, en la pràctica pot resultar prudent una estratègia que diversifiqui els tipus d'agrupament utilitzats en moments diferents i que a partir de l'observació (per part del professor) de l'aparició de conseqüències favorables o desfavorables en cada context concret vagi modificant aquestes agrupacions. Un cop feta aquesta consideració inicial, cal afegir dos resultats, provinents de diverses recerques, que ens poden orientar en relació amb els criteris que s'han de tenir en compte a l'hora de crear els grups de treball. Un primer resultat que cal tenir en compte és el que afirma que el treball en grups heterogenis, en relació amb el rendiment acadèmic dels seus participants, afavoreix que es produeixi un aprenentatge superior al que s'aconsegueix amb grups homogenis (especialment per als alumnes de rendiment baix, perquè els alumnes de rendiment alt aconseguixen uns resultats iguals o superiors als que s'obtenen en grups homogenis). El segon resultat provinent d'un altre grup de

recerques apunta cap a la conveniència que els grups estiguin constituïts per un nombre igual o molt semblant d'alumnes masculins i femenins.

Característiques de la tasca. Entre les variables que influeixen en els processos interactius en el treball entre iguals, les característiques de la tasca i/o el contingut d'aquesta ocupen un lloc destacat. Algunes dimensions de la tasca que semblen crítiques pel que fa al treball cooperatiu són les següents: la primera és el caràcter realment col·lectiu de la tasca, és a dir, que la tasca sigui realment una *tasca del grup* i no que sigui la suma de diverses aportacions individuals i que, consegüentment, pugui ser realitzada només per alguns integrants del grup. La segona té a veure amb el caràcter més o menys obert de la tasca. En les *tasques més obertes*, on els alumnes han de prendre decisions, on cal intercanviar idees i informació, on cal arribar a acords col·lectius, la interacció dels alumnes es fa més necessària i esdevé més productiva. En tercer lloc, ens referim a la manera específica en què és presentada la tasca. En aquest sentit, les instruccions que dona el professor per tal que els alumnes duguin a terme la tasca són també clau. És important que el professor especifiqui detalladament el procés que s'espera dels alumnes per a la resolució de la tasca. De manera que si els alumnes no reben cap tipus de guia o suport, és possible que la seva interacció sigui inadequada o ineficaç. Però, per altra part, si les pautes que dona el professor són massa rígides i encotillades, limiten les possibilitats que els alumnes s'impliquin realment en processos autèntics d'exploració, de discussió i d'elaboració compartida. Per tant, veiem de nou que l'estratègia que s'ha de seguir en aquest sentit incideix a trobar un equilibri entre saber donar les instruccions clau per tal que els alumnes comprenguin i facin seus els objectius cooperatius finals de la tasca i cedir realment parcel·les de decisió als grup.

L'actuació del professor. Durant l'exposició de tot aquest subapartat s'ha fet referència reiterada a la importància del fet que el professor actuï de determinades maneres sobre els factors moduladors dels processos interactius responsables de la construcció del coneixement en la interacció entre els alumnes. La intervenció del professor apareix, per tant, com un element essencial per a aconseguir la productivitat i l'efectivitat de les interaccions entre iguals. Colomina i Onrubia (2001), seguint els treballs de Dillenbourg, distingeixen quatre tipus generals d'intervencions del professor necessàries per a augmentar la probabilitat de les interaccions constructives entre els alumnes. La primera té a veure amb la creació de les condicions inicials de la situació i remet a la composició del grup i al tipus de tasca que es proposa. La segona té a veure amb l'especificació, per mitjà de les

instruccions de la tasca, del caràcter cooperatiu de la situació. La tercera remet al suport del professor, alhora necessari i transitori, a les interaccions productives dels alumnes mitjançant la incorporació contextualitzada de normes d'interacció. La quarta intervenció del professor se centra en la necessitat de donar suport a la regulació de les interaccions en el grup. Es tracta, en aquest cas, d'actuacions puntuals, que ajuden el grup a reorientar el seu treball vers una direcció més productiva. “En molts casos, aquestes intervencions suposen que el professor modelitzi estratègies específiques de treball cooperatiu i ajudi els alumnes, contextualitzadament, a utilitzar-les: és el cas, per exemple, del professor que escolta les intervencions dels diferents alumnes, interactua amb tots, resumeix adequadament la conversa del grup, demana i proporciona informació i ajuda a tots els membres del grup, fa de mediador assertiu en la gestió de situacions conflictives, etc.” (Colomina i Onrubia, 2001, p. 434).

Per tant, i com a conclusió en relació amb els factors moduladors que intervenen en la construcció de coneixement en la interacció entre iguals, cal repetir una vegada més que la intervenció del professor apareix com un element essencial per a aconseguir la productivitat i l'efectivitat de les interaccions entre iguals.

En resum, direm que en aquest subapartat s'han repassat les idees més importants sobre els processos interpsicològics responsables de la potencialitat constructiva de les situacions de treball cooperatiu entre alumnes, les quals provenen d'estudis que s'han centrat típicament en els resultats i/o la dinàmica de la interacció des d'una perspectiva que deixa relativament al marge el marc més ampli de l'activitat conjunta professor/alumnes en la qual se situa necessàriament aquesta interacció.

Nosaltres, sense deixar de banda tot el que s'acaba d'exposar, coincidim amb Colomina i Onrubia (2001, p. 435) en el sentit que cal “considerar el treball cooperatiu entre alumnes en el seu context més ampli: el de l'activitat conjunta de professor i alumnes. [...] La noció “d'interactivitat” (vegeu el capítol II) resulta especialment adequada per a abordar conceptualment aquest estudi”.

1.1.4 Les institucions escolars com a font d'influència educativa

Si fins ara s'ha remarcat que la concepció constructivista situa els processos d'elaboració personals i les relacions interactives dels alumnes amb els professors i amb els companys com a elements clau en els processos de construcció de coneixement, cal recordar que el context institucional –l'escola– és un altre àmbit

important que cal tenir en compte pel que fa a la influència educativa que reben els alumnes.

La pràctica educativa pren forma en l'actuació del docent a l'aula mitjançant un procés dinàmic en el qual intervenen les característiques dels alumnes i els continguts que s'han d'aprendre, però, com assenyalen Martín i Mauri (2001), la forma final d'actuació docent va configurant-se en nivells anteriors. En el primer nivell d'influència trobem l'organització social, econòmica, política i cultural; en el segon, l'organització i el funcionament del sistema educatiu, i en el tercer, la pròpia institució educativa: el centre. Cada centre escolar es dota d'una estructura, una organització i un funcionament que han de guiar tant les decisions de l'equip docent, com la dinàmica que estableix cada professor amb el seu grup d'estudiants. Aquest marc general queda recollit en els projectes del centre –educatiu i curricular–, de manera que la *coherència* entre el que es proposa en els projectes, l'actuació particular de cada professor i les vivències dels alumnes tant a l'aula com en la resta d'activitats escolars (activitats intercycles, festes i activitats que inclouen tota la població escolar, participació dels pares, treball i exposició de temes transversals, concerts, colònies, etc.), és l'element fonamental per mitjà del qual el *centre* exerceix la seva influència educativa eficaç en cada *alumne* en particular.

Per tant, la qualitat de la influència educativa que acaba rebent un alumne no depèn només de les actuacions individuals d'un professor, sinó també de les relacions i decisions adoptades juntament amb altres professors en tots els nivells de la pràctica educativa. Creiem que la concreció de les intencions educatives del centre per mitjà del projecte educatiu i del projecte curricular, i els mecanismes de què es doten per a la seva posada en pràctica, incideixen de manera decisiva en el que acaba passant a les aules.

Recordem que a l'inici d'aquesta secció afirmàvem que la relació alumne-professor-contingut és un tot que cal analitzar conjuntament. En efecte, l'aprenentatge de l'alumne serà més o menys significatiu en funció de les interrelacions que s'estableixin entre els tres elements i del que aportï cadascun d'aquest al procés d'aprenentatge. “Si bé és cert que l'alumne és el responsable últim de l'aprenentatge, ja que és ell qui construeix o no els significats, és impossible entendre el procés mateix de construcció al marge de les característiques pròpies del contingut que s'han d'aprendre i dels esforços del professor per aconseguir que l'alumne construeixi significats relacionats amb aquest contingut” (Coll, 1990, p. 444).

Consegüentment, si fins ara hem reflexionat sobre què significa aprendre i ensenyar a l'escola: quina és l'aportació de l'alumne, la del professor, el paper de la relació amb els iguals i la influència del centre, ara queda pendent centrar la reflexió en el contingut que s'ha d'aprendre. Tanmateix, estudiar una parcel·la de contingut concret d'una àrea no tindria massa sentit sense fer primer una mirada general a l'estat actual de l'ensenyament i l'aprenentatge d'aquella. Per tant, a continuació es reflexiona sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques escolars en l'actualitat.

1.2 APRENDRE I ENSENYAR MATEMÀTIQUES A L'ESCOLA

Malgrat els esforços realitzats per molts col·lectius –moviments de renovació pedagògica, grups de recerca, revistes especialitzades, etc.– durant les últimes dècades i el gran increment de les recerques en el camp de la didàctica de les matemàtiques, podem afirmar que l'aprenentatge de les matemàtiques escolars presenta, encara avui, una bona col·lecció de problemàtiques associades.

“La matemàtica es troba en una posició gens envejable: és una de les matèries escolars més importants que els nens d'avui han d'estudiar i, al mateix temps, és una de les pitjor compreses. La seva reputació intimida. Tothom sap que és important i que el seu estudi és necessari, però poques persones se senten còmodes amb ella, fins a tal punt que en molts països és totalment acceptable, en l'àmbit social, confessar la ignorància que se'n té, fanfarronejar sobre la pròpia incapacitat per a enfrontar-s'hi i fins i tot afirmar que se li té fòbia!” (Bishop, 1999, p. 15)

Seguint el que opina Bishop (1999), coneguem un dels principals conflictes que pateixen l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques avui. Per una part, tothom –ensenyants, pares, societat en general– coincideix a considerar que les matemàtiques són una de les matèries més importants del currículum escolar. Tothom sap que les matemàtiques estan en la base de la societat tecnològica actual. Existeix la “creença popular” que si es vol tenir èxit cal estudiar matemàtiques. Per una altra, trobem que, com a conseqüència d'aquesta pressió social respecte a les matemàtiques, milions de nens i nenes de tot el món es barallen amb la complexitat dels conceptes i processos de les matemàtiques mentre milions de professors es barallen amb la complexitat d'inculcar la comprensió matemàtica als joves que tenen al seu càrrec. Però el resultat de tot aquest esforç mostra que només alguns

nens i nenes tenen èxit, mentre que la majoria dels joves fracassen en el seu intent. Els joves que no tenen èxit en les matemàtiques

“segueixen creient que aquestes són importants, però també que són difícils, misterioses, sense sentit i avorrides. No “tracten” de res i provoquen sentiments de temor, de falta de confiança i, sens dubte, d’odi. [...] El sistema els va fer creure que l’estudi de les matemàtiques era, i és, important, i el sistema els ha fallat. El sistema va crear la necessitat, però ha estat incapaç de satisfer-la” (Bishop, 1999, p. 18).

La situació que acabem de descriure provoca que nombrosos especialistes estudiïn les causes de tantes dificultats en l’aprenentatge de les matemàtiques i proposin nous enfocaments per al seu ensenyament. Nosaltres hem seleccionat alguns autors amb els quals compartim una visió constructivista del tema i que ens aporten, cadascun, alguns elements útils per a la nostra recerca. Tots els autors escollits Baroody (1988), Lladó i Jorba, (1998), Bishop (1999) i Contreras (1999) tracten el tema dels models d’ensenyament de les matemàtiques, en la mesura que les seves reflexions reflecteixen les idees, els principis i les creences de diferents tipologies de professors. Tots aquests autors inicien les seves aportacions contraposant dos o més models o enfocaments generals en relació amb la manera d’abordar l’ensenyament i l’aprenentatge de les matemàtiques.

En primer lloc, Baroody (1988) assenyala que hi ha dos enfocaments generals de l’aprenentatge de les matemàtiques.

D’acord amb el primer, es considera que el coneixement de les matemàtiques consisteix essencialment en un conjunt de dades i tècniques que s’aprenen per mitjà de repeticions i memoritzacions, que aprendre implica ser capaç de copiar i reproduir allò que t’han transmès, que l’aprenentatge és acumulatiu i, per tant, els continguts s’han de seqüenciar de senzills a complexos i que s’han d’administrar a un ritme constant. En aquest enfocament, el control de l’aprenentatge és evidentment extern i és el mestre qui controla la resposta dels alumnes per mitjà de premis i càstigs, és a dir, aprovat i suspès.

Pel que fa al segon enfocament, considera que el coneixement de les matemàtiques no és una acumulació de dades, sinó que l’essència del coneixement és l’estructura: elements d’informació connectats per relacions que formen un tot organitzat i significatiu. Considera també que aprendre no és acumular, sinó modificar les pautes de pensament, per la qual cosa és imprescindible la construcció

activa per part de l'aprenent. En aquesta visió, l'aprenentatge pot ser una recompensa en si mateix si l'ensenyant sap connectar amb la curiositat natural dels infants per a entendre el sentit del món; per tant, el control pot esdevenir una regulació interna de l'aprenent mateix.

Tot i la simplificació dels dos enfocaments plantejats per Baroody, creiem que és un bon punt de partida, ja que aquestes dues visions són avui encara vigents en el nostre entorn; tanmateix, existeix una àmplia gamma de models intermedis, però com a esquema inicial ens és útil per a situar-nos, evidentment, en el segon presentat.

En segon lloc, analitzem el que plantegen Lladó i Jorba (1998), els quals, malgrat que deixen clar que la seva intenció no és la de descriure els models d'ensenyament de les matemàtiques, consideren que hi ha dos grans referents que cal contraposar.

Les característiques principals del primer model són que l'activitat de l'ensenyant s'encamina a transferir les nocions matemàtiques a l'alumne i que les activitats centrals de l'acte didàctic són les explicacions de l'ensenyant, la lectura del llibre de text i la realització d'exercicis d'aplicació per part de l'alumne. L'avaluació d'aquesta transferència es fa per mitjà de preguntes a classe i d'exàmens. En aquesta opció didàctica s'actua com si l'ensenyament de les matemàtiques hagués de donar com a resultat l'aprenentatge d'un conjunt "d'objectes de coneixement" (nombres, operacions amb nombres, propietats d'aquestes, etc.) que són transparents en si mateixos, al marge del seu origen, la seva evolució o la seva relació amb la realitat extraescolar.

Pel que fa al segon model, parteixen de l'opinió que la matemàtica ha de tenir un paper prioritàriament utilitari per a la gran majoria de la població i que, per tant, el seu estudi és necessari per a preparar els alumnes per a la seva inserció en la societat en què han de viure. En aquest model es col·loca l'activitat de l'alumne en el centre de l'acte didàctic, però, segons Lladó i Jorba, es posa massa èmfasi en les tècniques matemàtiques bàsiques, desvinculant-les del seu procés històric i oblidant que les matemàtiques són una activitat cultural en evolució constant.

Lladó i Jorba opinen que aquesta segona visió, malgrat que és molt més adequada que la primera, presenta certs aspectes que es podrien millorar (com valorar poc, o de manera implícita, els procediments i les estratègies seguides pels alumnes; no reconèixer prou el paper de l'error en el procés social d'ensenyament i

d'aprenentatge o no entendre de manera suficient la matemàtica com a fenomen cultural i en evolució). Per això, amb la idea que cal avançar en la definició d'opcions didàctiques que potenciïn l'activitat de l'alumne com a punt central del procés, reclamen o afegeixen al model anterior una visió més sociocultural. Així doncs, la seva proposta, inspirada en Bishop (1988), entén les matemàtiques com el resultat de certes activitats desenvolupades per les persones i, per tant, com a fenomen cultural evolutiu; d'acord amb això, el procés d'ensenyament i d'aprenentatge de les matemàtiques s'entén com un procés d'enculturització amb l'objectiu que els nois i les noies s'apropiïn d'una part específica de la seva cultura. Algunes característiques rellevants del procés, des d'aquesta visió, són que el nucli d'aquest procés ha de ser l'activitat realitzada pels estudiants mateixos i que les activitats han de ser dissenyades pels ensenyants amb l'objectiu que l'alumnat pugui viure formes de l'activitat matemàtica característiques del seu marc social. Lladó i Jorba, dins d'aquesta visió, remarquen la importància del *llenguatge* (oral i l'escrit) en l'activitat matemàtica.

Compartim aquesta visió i creiem adequat conèixer una mica més en quin sentit el *llenguatge oral* esdevé fonamental per al desenvolupament d'activitats d'ensenyament i d'aprenentatge matemàtics. Per una banda, remarquen la funció comunicativa del llenguatge: “És sobretot el llenguatge oral el que utilitza l'ensenyant per explicitar la seva intencionalitat i els seus objectius, per introduir temes, per provocar i guiar les discussions, *per relacionar el pensament amb l'acció*³, per remarcar experiències compartides, etc. En definitiva, per actuar com a regulador de l'activitat: pot dirigir, guiar, acompanyar l'acció; utilitzant el llenguatge pot ajudar a explicitar i a fer conscient el procés que col·lectivament o individualment s'ha seguit, pot analitzar-lo i valorar-lo. I no tan sols el llenguatge del professor o de la professora compleix aquesta funció, sinó que també la compleix el llenguatge del company o de la companya quan es treballa en col·laboració o també el propi llenguatge de l'alumne quan l'acció és interioritzada” (Lladó i Jorba, 1998, p. 261).

Per una altra banda, remarquen la importància del llenguatge en l'activitat matemàtica pel que fa a la funció cognitiva: “La intenció de fer utilitzar el llenguatge com a instrument de coneixement porta a la necessitat de crear

³ La cursiva és nostra.

situacions on l'activitat de modelització i de resolució de problemes forci els nois i les noies a participar en el *joc social de conèixer*" (Lladó i Jorba, 1998, p. 269).

La verbalització del procés seguit en la resolució d'un problema, per exemple, permet als estudiants argumentar les seves opcions, comparar les diferents aportacions, confrontar idees i, finalment, posar en relació les diferents solucions amb la situació problemàtica inicial. *La demanda de l'ensenyant de verbalització* per part dels aprenents en el procés d'aprenentatge matemàtic afavoreix, en aquests darrers, la construcció d'un espai mental en el qual van prenent forma les nocions matemàtiques implicades i van adquirint sentit.

En aquest context, assenyalen també la importància de *l'acceptació de l'error* en les classes de matemàtiques, cosa que possibilita que l'error pugui tenir un doble paper. En primer lloc, el de valorar els diferents models que d'un mateix fenomen poden tenir diferents alumnes, afavorint i fent-ne possible la confrontació i la discussió; i, en segon lloc, el de fer que *s'acceptin models de pas o estratègies parcials*, fruit de la història cognitiva dels alumnes, cap a un coneixement científic més ajustat, fent viure així a l'interior del grup la necessitat social i cognitiva d'establir acords i de negociar significats.

Del que exposen Lladó i Jorba volem remarcar, d'una banda, la nostra proximitat al model que presenten i, d'una altra, el reconeixement, com fan ells, de la importància del llenguatge verbal, en especial aquell que l'ensenyant utilitza per a relacionar el pensament amb l'acció, és a dir, aquell que és capaç de provocar la reflexió a partir de l'acció, així com el que utilitza l'alumne per a descriure, organitzar i compartir els processos mentals que desplega mentre construeix els nous significats.

També coincidim en l'acceptació de "l'error" en els processos de construcció de significats matemàtics. En aquest sentit, Socas (1997) proposa entendre els errors en els processos d'aprenentatge de les matemàtiques com a "obstacles" que s'han de superar inclosos en l'acte de conèixer mateix. Obstacles o dificultats dels quals cal analitzar el seu origen (deguts als processos de pensament de l'alumne, a coneixements previs incorrectes, a la complexitat massa elevada de l'objecte que s'ha d'aprendre, a actituds afectives i emocionals de l'alumne cap a les matemàtiques, etc.) per a poder intervenir-hi de manera ajustada. Acabarem aquesta reflexió a l'entorn de la consideració que cal tenir amb els "errors" dels alumnes afirmant que, des d'un enfocament constructivista de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques, cal "interpretar els errors com l'expressió

d'una determinada competència lògico-matemàtica de la qual cal partir i amb la qual cal comptar, i cal preguntar-se sobre la “coherència” d'aquestes construccions “provisionals” que fa l'alumne” (Armendariz, Azcarate i Deulofeu, 1993, p. 88).

El tercer document que ens serveix de guia per a tractar els models sobre l'aprenentatge (Bishop, 1999) comença també contraposant dos models d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques.

El primer d'aquests, massa estès encara –opina Bishop–, presenta les següents característiques fonamentals: el currículum està totalment orientat al domini de les tècniques. Les matemàtiques no es presenten com una matèria de reflexió, sinó que es busca el seguiment de normes i l'obtenció de la resposta correcta. L'elecció, la seqüenciació i l'ensenyament dels continguts es fa de manera impersonal: el que es considera important és que l'alumne aprengui matemàtiques, *no* que l'alumne s'esforci per obtenir significats personals per mitjà de l'educació matemàtica. Les anomenades *veritats matemàtiques universals* són el centre d'atenció de l'acte didàctic i s'ignora la individualitat de l'alumne, així com el seu context social i cultural. L'aprenentatge impersonal gairebé sempre està provocat per la subordinació de l'ensenyant a un llibre de text determinat.

En oposició a aquest model, Bishop proposa un nou enfocament per a l'educació matemàtica basat en una perspectiva social i cultural. En lloc de centrar l'interès en l'aprenentatge de tècniques, el procés d'enculturització que proposa implica aprendre maneres de pensar, de comportar-se, de sentir i de valorar les matemàtiques tot relacionant-les amb l'entorn social i cultural propi. Algunes característiques d'aquest model són les següents: es considera que l'enculturització matemàtica és un procés interpersonal, és a dir, un procés interactiu entre persones. La tasca de l'ensenyant no és “transmetre” el que ell sap, sinó la de crear un entorn social que permeti a l'alumne construir idees i modificar-les en interacció amb aquest entorn. Una de les funcions principals de l'ensenyant consisteix a guiar els alumnes a través d'experiències matemàtiques significatives i provocar la reflexió sobre les matemàtiques que hi estan implicades. Així doncs, l'ensenyant té la responsabilitat d'escollir activitats potencialment significatives, de provocar en els estudiants la seva implicació, la comparació i la reflexió, així com la de mantenir i fomentar aquest espai reflexiu dins de cada activitat. La necessitat de compartir i contrastar les idees matemàtiques exigeix un tipus d'organització de l'aula

especial; per això afirma: “Els ensenyants de matemàtiques han de fer *activitats en petits grups* la major part del temps” (Bishop, 1999, p. 193).

Atès que aquest és un punt important per a la nostra recerca, l'ampliarem una mica més. Partint de la premissa que l'ensenyant vol crear situacions on hi hagi espais i temps per a la comunicació i la confrontació oral que condueixin a la construcció de coneixements, es creu necessari utilitzar diferents tipus d'agrupacions dins l'aula. Sense renunciar a les activitats que es realitzen en gran grup, adequades per a la presentació general de la tasca, per a les converses d'exploració dels coneixements previs i, especialment, per a les posades en comú en finalitzar l'activitat per buscar conjuntament els elements de síntesi i compartir els acords; compartim amb Bishop la pertinència de reivindicar la necessitat de crear espais de treball en petit grup, en les activitats de contingut matemàtic.

“Quan es treballa en petit grup els alumnes són qui parla més i han de posar en ordre els seus significats compartits i solucionar els seus desacords. La tasca és la tasca del grup i els alumnes han de trobar maneres de col·laborar-hi. La tasca de l'ensenyant consisteix a crear i mantenir l'entorn apropiat per a conformar i assegurar-se que els integrants dels grups petits interaccionen i col·laboren amb eficàcia. També és necessari que l'ensenyant sàpiga veure quan és un bon moment per deixar que un grup treballi sol” (Bishop, 1999, p. 194).

Del que s'ha dit fins ara observem la gran importància atorgada a la interacció, és a dir, a l'activitat conjunta i a l'intercanvi i la comunicació oral al voltant d'una activitat amb sentit (social, cultural i matemàtic) en la qual el diàleg i la confrontació, és a dir, la reflexió sobre idees matemàtiques, ajuden a construir nous coneixements. Del que exposa Bishop remarcuem també la tasca de l'ensenyant de saber crear un entorn social en el qual les activitats que es desenvolupen tinguin un sentit cultural propi (aquest punt es desenvoluparà més en la secció següent), la conveniència de guiar els alumnes per mitjà d'experiències matemàtiques i provocar la reflexió, així com, la conveniència de treballar en petits grups per a afavorir la participació, l'intercanvi i la col·laboració.

En darrer lloc, i per tancar l'apartat de revisió d'enfocaments, models o tendències d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques a l'escola, ens centrarem en el treball de Contreras (1999).

En la seva recerca, centrada en les concepcions dels professors respecte a la “resolució de problemes”, Contreras dedica una secció a presentar les principals tendències didàctiques en educació matemàtica. Deixa clar que classificar les tipologies d’actuacions a les aules de matemàtiques sempre pot ser discutible i també que la seva intenció no és descriure totes les tendències possibles, sinó disposar d’un model de tendències que permeti interpretar informacions en diferents estudis de casos, i proposa quatre categories, que són: tradicional, tecnològica, espontània i investigadora,⁴ fruit de la integració de diverses tendències provinents de recerques anteriors i de diferents autors.

1. La *tendència tradicional*, que fonamentalment coincideix amb els primers models presentats per Baroody, Lladó i Jorba, i Bishop, es caracteritza per l’ús de l’exposició magistral i el llibre de text com a material curricular principal. La programació, preestablerta amb anterioritat, és rígida i externa al professor. L’assignatura està orientada bàsicament a l’adquisició de conceptes i té una finalitat informativa. L’aprenentatge es realitza per mitjà de la memorització superposada d’unitats d’informació. L’alumne és l’únic responsable dels resultats de l’aprenentatge i l’instrument ideal per a l’avaluació és l’examen.

Els problemes pràctics i els dilemes que planteja aquesta tendència són molts i no creiem necessari, en el marc d’aquest treball, abordar aquesta anàlisi, però sí que volem recordar que la majoria dels conflictes que assenyala Bishop i que recollim a l’inici d’aquesta secció (creure que la matemàtica és una matèria important però inabastable, difícil, sense sentit, avorrida... que provoca temor, falta de confiança i sensació de fracàs, etc.) són, en gran part, fruit i conseqüència d’un ensenyament i un aprenentatge de les matemàtiques basat en la tendència tradicional.

2. Segons la *tendència tecnològica* el professor no exposa els continguts en la seva fase final, sinó que en simula el procés de construcció, basant-se en estratègies expositives. Segueix una programació tancada, amb una seqüència que prové de l’estructura de la disciplina. Interessen tant els conceptes com els processos lògics sobre els quals aquests es basen. La finalitat de l’assignatura és alhora informativa i pràctica, ja que es pretén l’aplicació del que s’aprèn en altres àmbits. Es pressuposa que l’aprenentatge es realitza utilitzant la memòria, organitzant-se internament segons la lògica de la disciplina. Per aprendre, l’alumne ha de comprendre i

⁴ En l’original, *tendencias tradicional, tecnológica, espontaneista e investigativa*.

assimilar el coneixement que prové de l'exterior. L'alumne és el principal responsable dels resultats de l'aprenentatge, sempre que el context escollit pel professor sigui l'adequat. L'alumne imita l'estil cognitiu del professor quan transmet els continguts d'aprenentatge i reproduïx el procés lògic mostrat per aquell. L'examen és l'instrument ideal per a mesurar el resultat de l'aprenentatge individual i, al mateix temps, ajuda al professor a qüestionar-se el procés utilitzat.

3. La *tendència espontània* es caracteritza per una proposta, per part del professor, d'activitats de manipulació de models, a través de les quals s'espera que es produeixi el coneixement no organitzat. La programació no disposa d'una organització inicial, és un document viu que es basa en els interessos que, en cada moment, manifesten els alumnes i en la negociació amb aquests. No interessen tant els conceptes com els procediments i el foment d'actituds positives envers el treball escolar. L'assignatura té caràcter formatiu i l'objectiu de servir d'instrument per a un canvi d'actitud de l'alumne respecte a l'aprenentatge i a la vida. El professor pensa que s'aprèn quan l'objecte d'aprenentatge, que sorgeix espontàniament del context, posseeix significat per a l'alumne. El professor indueix l'alumne a participar en les activitats que ell promou. El professor entén l'avaluació com un sensor permanent d'aprenentatge i emfasitza la importància del context. Atès que els criteris d'avaluació varien depenent del context, l'avaluació queda poc definida. L'examen no és un bon instrument d'avaluació.

Segons Contreras (1999), cal entendre les tendències tecnològica i espontània com dos intents parcials de reduir els problemes plantejats per la tendència tradicional. En analitzar la segona i la tercera tendències presentades, observem que, si bé fan aportacions significatives en alguns aspectes, també generen nous problemes a causa del seu caràcter parcial.

La tendència tecnològica aporta un conjunt de criteris racionals per a planificar amb rigor la intervenció, però oblida la incorporació necessària dels alumnes al conjunt del procés. Prescriu criteris valuosos per a assegurar una direcció de l'aprenentatge, però prescindeix de criteris relativitzadors que facin possible la negociació d'experiències i de significats a l'aula.

La tendència espontània, per contra, aporta una visió democratitzada de la dinàmica escolar, però oblida el caràcter intencional de l'ensenyament i l'orientació necessària que el professor ha d'exercir. Pretén que els alumnes siguin

protagonistes del seu propi aprenentatge, però ignora que, per tal que això es doni, és necessària una tasca de direcció adequada i difícil per part del professor.

4. La *tendència investigadora* es caracteritza per l'organització, per part del professor, del procés que ha de portar l'alumne cap a l'adquisició d'uns determinats coneixements per mitjà de la pròpia investigació. El professor té una proposta organitzativa dels elements clau del programa, però no està vinculat a un recorregut concret. Interessa tant l'adquisició de conceptes com la de procediments i actituds positives cap a la matèria i cap a l'aprenentatge en general. La finalitat última de l'assignatura és dotar l'alumne d'uns instruments que li possibilitin l'aprenentatge autònom. Es busca l'aprenentatge significatiu, és a dir, que l'alumne tingui la capacitat d'aplicar els continguts que aprèn en altres contextos diferents dels que s'han creat. Perquè es doni l'aprenentatge és necessari que l'alumne atorgui significat a allò que aprèn, que sigui conscient del seu propi procés d'aprenentatge, per la qual cosa la seva activitat està orientada cap a la recerca de respostes a determinats interrogants. El professor entén l'avaluació com un sensor permanent de l'aprenentatge que li permet reconduir el procés en cada moment. L'examen pot ser un instrument educatiu amb una doble finalitat: d'aprenentatge, en la mesura en que es considera una activitat individual inclosa en el procés de construcció de coneixement de l'alumne, i de control del procés esmentat.

Si bé aquesta darrera tendència resol –teòricament– la majoria de problemes esmentats en les tendències anteriors, quan es posa en pràctica pot plantejar noves dificultats. Com assenyala Contreras (1999), la filosofia de fons de la tendència investigadora és la de l'aprenentatge per mitjà de la *resolució de problemes* i un dels primers problemes pràctics que es planteja es deriva del difícil equilibri entre *aprendre a resoldre problemes* i *aprendre resolent problemes*. Un altre bloc de dificultats té a veure amb la gestió de l'aula (ritmes d'aprenentatge, connexions conceptuals, control dels processos individuals, temporització...). A un altre nivell, es troben els dilemes amb els quals pot haver d'enfrontar-se el professor: pressions del context educatiu (pares, altres professors, el propi sistema...) o situacions de validació externa (proves de competències bàsiques, selectivitat...), amb patrons no sempre compatibles amb l'esquema metodològic utilitzat.

Aquesta última tendència, que, com ja s'ha assenyalat, se centra en la resolució de problemes, és un dels enfocaments més progressistes de la matemàtica escolar de les últimes dècades i ha estat recollida, almenys en teoria, per molts dels currículums

actuals. A continuació se citen dos exemples que es troben en materials curriculars de l'educació obligatòria actual:

“La resolució de problemes i la realització d'investigacions són activitats formatives de primer ordre. Els problemes que es poden atacar per diferents camins, que admeten diversos nivells de solució raonable, permeten que l'alumne construeixi una visió de les matemàtiques com a ciència oberta assequible i que desenvolupi una actitud favorable per a enfrontar-se a problemes matemàtics en la seva vida quotidiana”(MEC, 1989, p. 493).

“El currículum d'infantil i de primària s'ha de centrar en el desenvolupament de les capacitats de pensament i raonament matemàtic dels nens. [...] La capacitat de pensar, raonar i resoldre problemes ha de ser l'objectiu fonamental de l'estudi de les matemàtiques”(NCTM, 1991, p. 15).

Sabem que la resolució de problemes, malgrat ser un dels eixos centrals dels currículums actuals, no és encara una pràctica prou habitual en la majoria de centres escolars del nostre país. Segons les dades recollides en l'estudi *Evaluación de la educación primaria*, realitzat per l'Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (1997), els resultats obtinguts pels alumnes en els diferents processos matemàtics demostren que la capacitat de resolució de problemes sempre és la que obté menys encerts (per darrere dels resultats de procediments i conceptes). Així mateix, els mestres que han participat en aquest estudi reconeixen que el treball en petit grup i de resolució de problemes és una de les tasques menys habituals a les seves aules.

Atès que un dels objectius de la nostra recerca és establir una possible relació entre la situació estudiada i el procés de resolució de problemes, en aquest moment no s'aprofundeix més en aquest tema, ja que es reprendrà en la secció 3 d'aquesta primera part del capítol I.

En aquesta secció s'ha fet un recorregut respecte a què entenem per ensenyar i aprendre, atorgant el protagonisme, d'una banda, a la pròpia construcció mental de l'aprenent i de l'altra, a la influència, la guia, l'ajuda –imprescindible en el marc escolar– de l'ensenyant. Hem deixat les portes obertes a la possible influència educativa dels propis companys. S'ha fet també una presentació de l'estat actual, (social i professional) de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques. Hem conegut quins autors i quines idees ens guien respecte als models, els enfocaments o les tendències d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques avui.

Creiem, però, que, abans d'entrar en el que serà l'activitat objecte d'anàlisi, cal conèixer-ne millor l'eix central metodològic: *el joc* i la relació d'aquest amb els continguts d'aprenentatge de l'àrea *matemàtica*. En aquest sentit, ens preguntem: es pot considerar el joc una eina educativa que cal utilitzar dins el context escolar?, quina relació tenen el joc i la matemàtica?, els textos oficials, els currículums, les orientacions didàctiques, etc., fan referència al joc en relació amb les matemàtiques en l'educació primària? Aquestes, i altres qüestions, s'aborden en la secció següent.

2. EL JOC I LA MATEMÀTICA

Aquesta secció es destina a fer una revisió de les diferents relacions que es poden establir entre el joc i la matemàtica i conté tres apartats. En el primer es reflexiona sobre el paper que hauria de tenir el joc en l'educació escolar. El segon apartat es destina a fer un estudi de les principals relacions que es poden establir entre el joc i la matemàtica (tenint com a referència la situació didàctica que s'analitzarà). El tercer apartat es dedica a fer una revisió del tractament que rep el joc dins els currículums de matemàtiques i en altres documents que guien la pràctica educativa d'aquesta àrea.

2.1 JOC I EDUCACIÓ

“El nen ha de gaudir plenament de jocs i recreacions, les quals hauran d'estar orientades als objectius perseguits per l'educació; la societat i les autoritats públiques s'esforçaran a promoure el gaudi d'aquest dret”

VII principi de la Declaració dels drets del nen, aprovada per l'Assemblea General de les Nacions Unides el 20 de novembre de 1969

2.1.1 El joc com a eina didàctica

Endinsar-nos en el que entenen diferents autors per joc i quina relació té aquest amb l'aprenentatge i el desenvolupament no és l'objectiu del nostre treball. Tanmateix, voldríem iniciar aquest subapartat recollint algunes característiques del joc en relació amb l'educació en les quals trobem un ampli consens. Es tracta d'assenyalar la gran importància del joc en els processos d'aprenentatge i de desenvolupament humà. Com diu Garaigordobil, “podem comprovar que tots els investigadors, tot i haver estudiat el fenomen (del joc) des de diferents punts de vista, han assenyalat que aquesta activitat esdevé una peça clau en el desenvolupament integral de l'infant”(Garaigordobil, 1992, p. 18).

Atenent-nos a la Declaració dels drets del nen, constatem que jugar és un dret de tots els infants, i això no sorprèn, ja que, com assenyala Vigotski, el joc és una necessitat vital de l'infant. Vigotski diu: “La influència del joc en el desenvolupament de l'infant és enorme. [...] No podem ignorar el fet que l'infant satisfà certes necessitats per mitjà del joc” (Vigotski, 1933, p. 112-116). Aquesta influència del joc en el desenvolupament dels infants ve donada pel fet que el joc

genera satisfacció, activa competències i és un entorn natural d'aprenentatge. “El joc és un àmbit d'aprenentatge espontani lligat a les formes naturals de desenvolupament” (Ortega, 1992, p. 65).

Podem dir que l'aprenentatge que es produeix per mitjà del joc té una doble dimensió. Per una part, és un aprenentatge personal pel que fa al desenvolupament psicològic i físic individual. Bishop (1999) argumenta en aquest sentit que els infants immersos en un joc es troben, probablement, en una de les primeres ocasions en què poden separar l'acció del significat, i aquest fet fàcilment esdevé l'origen del pensament abstracte. Per una altra part, és també un aprenentatge social, ja que “jugar representa la manera natural d'adaptar-se al medi humà durant la infància” (Ortega, 1992, p. 39). Aquesta doble dimensió del joc, individual i social, és recollida per la majoria d'autors. En aquest sentit, Piaget, en el pròleg de Kamii i DeVries (1980), diu que “el joc és una forma d'activitat especialment poderosa que fomenta la vida social i l'activitat constructiva del nen”.

Així doncs, jugar és un dret reconegut universalment, ja que satisfà necessitats vitals dels infants. Sabem també que el joc té una gran influència en el desenvolupament humà, ja que és promotor d'aprenentatges tant individuals com socials. Respecte als aprenentatges, a nivell individual hem destacat el possible paper del joc en l'origen del pensament abstracte; i respecte als aprenentatges socials, hem remarcat que el joc és un mecanisme natural per a adaptar-se al medi humà. A partir d'això, creiem que utilitzar el joc en l'educació infantil i primària com eina generadora d'aprenentatges és un repte interessant que les escoles haurien d'assumir.

Joc i “treball seriós”

“El joc és el primer i el més eficaç educador? La pregunta queda en l'aire. El cert és que els nens aprendran els uns dels altres si abans han après a jugar junts. És més: necessiten jugar per aprendre”.

Spescha en la presentació de Grunfeld (1975), *Juegos de todo el mundo*

Com assenyalen Molina i Jiménez (1989), sovint els adults hem caigut en l'error de considerar el joc només una activitat de distracció, d'esbarjo i d'alliberació de les tensions produïdes per les activitats escolars. A l'escola, especialment a primària, és freqüent exiliar el joc a uns espais i un temps de segona categoria i aquest joc no acostuma a tenir cap relació amb els objectius considerats pròpiament escolars.

Sovint trobem –sobretot a primària, en comparació amb educació infantil– un espai d'aula pensat “per a treballar”, en el qual el joc apareix, com a màxim, com un recurs per a omplir temps morts o per a relaxar-se i tornar a estar preparats per a reemprendre “l'activitat important”.

Això és així quan s'atribueixen al joc les característiques de gratuïtat, entreteniment, fotesa i pèrdua de temps, i, malgrat l'adult sap que el joc pot esdevenir una activitat generadora de satisfacció i diversió, l'entén com una activitat de valor escàs. Per contra, el treball s'associa a productivitat, operativitat, aprenentatge, obligatorietat, esforç, rendiment, etc.

Atenent al que s'ha exposat en la introducció d'aquest apartat, avui es poden considerar falses aquesta separació entre treball i joc i l'atribució de les característiques que s'acaben d'esmentar. Com hem vist, rellevants psicòlegs i pedagogs, malgrat partir d'enfocaments diferents, coincideixen a considerar que el joc és quelcom més que un entreteniment i reconeixen l'alt potencial educatiu i formatiu del joc i la importància que pot tenir com a generador d'aprenentatges i com a mitjà per a adaptar-se al medi humà.

De manera complementària al que s'acaba de comentar, aquesta idea es podria reforçar ressenyant el que Vigotski assenyala en el seu escrit *El paper del joc en el desenvolupament de l'infant*. Coincidim amb ell que tot joc comporta unes normes, unes més explícites i altres més encobertes. Vigotski considera que la capacitat dels infants d'anar-se cenyint voluntàriament a les normes, renunciant a alguna altra acció que desitgen, és una clara font d'aprenentatge i de desenvolupament. Però, segons ell, el millor de saber-se cenyir a les normes –en el cas del joc– és que l'infant ho fa perquè vol i, a més a més, ho fa amb plaer. És a dir, la regla venç perquè és l'impuls més fort, no per imposició externa: “Respectar les normes és una font de plaer” (Vigotski, 1933, p. 122). Així doncs, continua dient, com més manifestes i rígides són les normes, més grans són les demandes d'autoexigència de l'infant i més gran és la regulació de l'activitat pròpia. En aquest sentit, afirma que “d'aquesta manera, en el joc es realitzen els majors èxits dels infants, èxits que demà es convertiran en el seu nivell bàsic d'acció real i de moralitat” (Vigotski, 1933, p. 122).

Per tot el que s'ha dit fins ara, creiem que el professorat de primària ha de tendir a integrar les activitats lúdiques dins les aules i que hauria de ser conscient del gran potencial educatiu i formatiu de d'aquells. Encara que no s'ha de caure en l'error

contrari, és a dir, creure que el *joc* en el marc escolar, és per si mateix, i sense cap intervenció dels mestres requisit suficient per a produir tota mena d'aprenentatges. Creiem que la intervenció dels mestres és imprescindible, en el marc escolar, a l'hora de seleccionar, presentar i guiar els alumnes en les tasques relacionades amb el joc.

Un joc ben seleccionat i ben presentat dins l'aula pot gaudir de moltes de les característiques positives que s'esmentaven fa un moment, tant de les atribuïdes tradicionalment al joc com de les que s'atribueixen quasi sempre al "treball seriós". Un bon joc dins l'aula pot requerir de l'infant esforç, atenció, rigor, memorització, evocació..., capacitats que els infants desenvoluparan, gràcies al joc, en un context generador de satisfacció i plaer.

Com a conseqüència del que s'ha dit fins ara i amb el convenciment que la dicotomia "joc i treball seriós" no té cabuda en aquest treball, la nostra recerca se centra en l'anàlisi d'un *taller de jocs de taula* amb continguts matemàtics,⁵ amb el convenciment que el joc pot ser una eina didàctica generadora d'aprenentatges, també dins el marc escolar.

2.1.2 El joc en un context escolar d'aprenentatges matemàtics

Joc: activitat física o mental que té com a principal fi la diversió o entreteniment de qui l'executa.

Diccionari de la llengua catalana (1993)

En el procés de recerca de referents teòrics que ens ajudin a definir què entenem per *joc* en el marc d'aquest treball, en el qual es relaciona el joc i la matemàtica, ens hem centrat en alguns autors que han dut a terme estudis sobre la matemàtica i el joc. A continuació presentem i comentem algunes de les definicions de *joc* (utilitzats dins un context d'aula i amb presència de continguts matemàtics) que proposen diferents autors.

Kamii i de Vries, que han realitzat diversos estudis sobre jocs i aprenentatge de continguts matemàtics en contextos escolars, defineixen *Joc col·lectiu* de la manera següent "Ens referim als jocs en els quals els nens participen conjuntament d'acord amb unes normes convencionals que especifiquen algun clímax

⁵ L'experiència es presentarà en la part 2 d'aquest capítol I.

preestablert i el que han de fer els jugadors en rols de caràcter interdependent, oposat i cooperatiu” (Kamii i de Vries, 1980, p. 19).

Malgrat que els tipus de jocs que les autores mencionades utilitzen en la seva recerca són semblants als que s’analitzaran en aquest treball, no ens identifiquem prou amb la seva definició de joc; hi trobem a faltar referències a característiques com el temps i l’espai en què es juga, o la necessitat de generar diversió i/o gaudi, etc.

Un altre autor que ha centrat l’atenció en els jocs i les matemàtiques és Olfield, que, en un primer article –d’una sèrie de cinc sobre el mateix tema– (1991a p. 41), defineix el *joc matemàtic* així:

“És una activitat que suposa:

1. Un desafiament contra una tasca o un o més contrincants, o bé una tasca comuna que s’emprendrà individualment o, més habitualment, conjuntament amb altres.
2. L’activitat es dirigeix per mitjà d’unes normes i té una estructura subjacent clara.
3. Normalment l’activitat té un acabament clar.
4. L’activitat té uns objectius cognitius matemàtics específics.”

Creiem que aquesta definició centra massa l’interès en l’objectiu cognitiu matemàtic i, per contra, no hi ha cap referència al plaer o a la diversió que el joc hauria de generar en els jugadors.

Per acabar aquest subapartat, escollim una definició aliena al camp educatiu però molt més ajustada a la nostra manera d’entendre el joc. Huizinga (1954), important antropòleg holandès, en el seu últim llibre, *Homo Ludens*, aporta una interessant definició de joc que ja ha estat recollida en altres treballs que centren l’atenció en el joc i la matemàtica, entre d’altres Guzmán (1989), Corbalán (1994) i Corbalán i Deulofeu (1996). Per això nosaltres, partint de la definició de Huizinga (1954), entenem que el joc:

“És una acció o ocupació lliure que es desenvolupa dins uns límits temporals i espacials determinats i segons unes normes absolutament obligatòries, encara que lliurement acceptades, acció que té una finalitat en si mateixa i que va acompanyada d’un sentiment de tensió, repte, plaer o diversió.”

Així doncs, quan ens referim als jocs en general partim d'aquesta definició. Tanmateix, en la segona part d'aquest capítol es concretarà què s'entén per joc de taula dins l'experiència del taller que s'analitzarà.

2.1.3 Jugar és sinònim d'ocupació lliure?

Existeix un tema conflictiu respecte al joc en contextos escolars que creiem que cal abordar. Recordem que la definició de joc que hem escollit s'inicia així: “El joc és una acció o ocupació *lliure* [...]”.

Podem parlar realment de joc quan no hi ha hagut una lliure elecció? Aquest és un tema complex. En relació amb aquesta qüestió, l'equip de mestres que va dissenyar el taller que pretenem analitzar va adoptar una postura concreta que s'exposa a continuació.

Es creu que els infants, per a poder escollir lliurement jugar o no a un joc concret, primer l'han de conèixer. Quan un grup d'infants, fora de l'escola, juga voluntàriament al joc del dòmino, al parxís, a famílies de cartes, al “Tetris” amb l'ordinador, etc., algú dubta que estiguin jugant? I en el moment en què un company o un adult els està ensenyant el joc per primera vegada, es pot parlar de joc o no? Nosaltres entenem que per a poder optar o escollir “lliurement” cal conèixer les opcions, i en aquest punt se situa la tasca que es desenvolupa a l'escola en relació amb el joc.

Qualsevol joc de normes té necessàriament una fase (més curta o més llarga) d'aprenentatge –si més no de les normes– i es considera que mentre s'està aprenent també s'està jugant. Segurament es podrà parlar de *joc* atribuint-hi el seu significat més ampli si s'aconsegueix que aquesta activitat transcendeixi al moment de l'aprenentatge.

Aquesta idea, en relació amb el *taller de jocs i matemàtiques* que s'analitzarà, es concreta de la següent manera: la primera partida de cada sessió és “obligatòria”, és a dir, tots els infants juguen al mateix joc durant un temps; però a partir de la segona partida de la mateixa sessió es pot escollir continuar jugant al joc dirigit o bé agafar qualsevol altre joc, que també conté continguts matemàtics (per a més informació vegeu Edo, 1996). Així doncs, podríem dir que, a partir de la segona partida, els infants que juguen al joc proposat per l'adult ho fan lliurement.

Hi ha un altre factor decisiu per a poder dir que els infants realment juguen encara que no hagin escollit el joc ells mateixos, i és que es compleixi la condició indispensable següent, recollida ja en la definició de *joc* que proposem:

“[...] acció [...] que va acompanyada d’un sentiment de tensió, repte, plaer o diversió.”

Els significats que donem a *tensió*, *repte*, *plaer* i *diversió* en relació amb els jocs són:

Tensió: esforç continuat motivat per la presència d’estímuls mentals o emocionals.

Repte: és un desafiament personal, un desig de resoldre quelcom.

Plaer: viva sensació de satisfacció provocada per la resolució d’un repte personal.

Diversió: sensació agradable i plaent lligada a l’acció de distracció, entreteniment o recreació.

Pensem que no tots els jocs provocaran en els infants les quatre sensacions descrites, però cal esperar que, en general, la majoria d’alumnes n’experimentin alguna mentre juguen i d’alguna manera la relacionin amb els continguts matemàtics presents en la tasca que estan realitzant.

Així doncs, la posició de l’equip de mestres que va dissenyar el taller de jocs i matemàtiques, en relació amb aquest tema, és que, sempre que s’aconsegueixi que un joc generi tensió, repte, plaer o diversió als jugadors, es pot considerar que els infants juguen, malgrat que no hagin escollit ells el joc.

2.2 JOC I MATEMÀTIQUES

“On acaba el joc i on comença la matemàtica seriosa? Aquesta és una pregunta capciosa que admet múltiples respostes. Per a molts que la veuen des de fora, la matemàtica, mortalment avorrida, no té res a veure amb el joc. En canvi, per a la majoria dels matemàtics la matemàtica mai deixa de ser totalment un joc, encara que, a més a més, pugui ser moltes altres coses.”
(Guzmán, 1988, p. 23-24)

2.2.1 Presentació i relacions

Matemàtics, antropòlegs i altres científics han estudiat la relació entre joc o activitat lúdica i matemàtiques. Hi ha, doncs, molts enfocaments possibles a l'hora d'abordar aquest tema. El procediment que s'utilitza en aquest apartat és el següent: en primer lloc, veurem què opina respecte a aquest tema Bishop, ja que en línies generals coincidim amb el que ell exposa i després analitzarem més detingudament cada un dels punts esmentats, contrastant el que Bishop diu amb aportacions d'altres autors.

Bishop (1999), fruit d'unes recerques antropològiques sobre diferents grups culturals d'arreu del planeta, arriba a la conclusió que tots els grups estudiats han desenvolupat una sèrie d'activitats relacionades amb les matemàtiques. Segons ell, aquestes activitats són universals: comptar, localitzar, mesurar, dissenyar, jugar i explicar.

En el segon capítol del seu llibre *Mathematical Enculturation* (versió original de 1988, traducció espanyola de 1999) ens parla de cada una d'aquestes activitats i en arribar al joc diu: “Encara que en principi pot semblar més aviat estrany incloure el fet de jugar entre les activitats importants per al desenvolupament de les nocions matemàtiques, això canvia quan ens adonem de la quantitat de jocs amb connexió amb la matemàtica que existeixen” (Bishop, 1999, p. 65).

L'exposició següent se centra a conèixer algunes de les raons per les quals Bishop inclou “jugar” en les activitats matemàtiques.

Bishop considera que quan es juga a qualsevol joc tot els jugadors estan d'acord a no actuar com ho fan habitualment, sinó basant-se en unes normes clares, compartides, lliurement acceptades i diferents de les de la vida real. Es pregunta: “És possible que aquestes característiques siguin l'arrel d'un pensament hipotètic? És possible que el joc representi la primera fase de distanciament de la realitat per a reflexionar sobre aquesta i potser per a imaginar com modificar-la?” (Bishop, 1999, p. 66).

En un altre moment explica que molts jocs imiten la realitat, encara que amb unes normes particulars. Creu que aquesta imitació o representació de la realitat és fonamental per al desenvolupament del pensament matemàtic.

L'autor se sorprèn en veure la quantitat de cultures d'arreu del món que comparteixen jocs semblants, entre els quals podem trobar nombrosos jocs de taula. Pràcticament en totes les cultures trobem jocs de taula en els quals intervenen aspectes d'atzar, però en els que també cal que el jugador actuï amb estratègia i astúcia i en els que cal fer anticipacions, hipòtesis i, molt sovint també, càlculs. Bishop creu que tot això pot ser la raó per la qual tan sovint els matemàtics aprecien especialment els jocs, ja que aquests estan regits per una manera de fer molt pròxima a la de la matemàtica; és a dir, hi ha uns objectius que s'han d'assolir i unes normes clarament definides que determinen allò que es pot fer (i allò que no es pot fer) per a assolir aquells objectius.

En un altre moment i en relació amb el que s'acaba de dir, exposa: “El plaer i la satisfacció de jugar amb nombres d'aquesta manera (referint-se a un joc concret), pot ser considerat fàcilment com el motor per interessants desenvolupaments matemàtics”(Bishop, 1999, p. 70)

Acaba dient que es va sorprendre en veure que s'havia escrit relativament poc sobre la importància del joc per a l'educació i conclou amb una frase que compartim totalment:

“No tinc cap dubte [...] que jugar és una activitat fonamental per al desenvolupament del pensament matemàtic” (Bishop, 1999 p. 70).

Fins aquí hem vist com un rellevant científic del camp de la didàctica de la matemàtica considera el joc una activitat que pot provocar processos cognitius generadors del desenvolupament d'idees matemàtiques. A continuació es reprendrà cadascuna de les connexions que apunta Bishop entre joc i matemàtica i s'ampliaran amb aportacions d'altres autors.

2.2.2 Joc i matemàtica: estructura comuna

Gran part dels jocs parteixen de normes que no són les mateixes que s'utilitzen en la vida real, però que, malgrat tot, esdevenen una realitat particular, més concreta, més controlable, en la qual es pot intervenir i actuar sense sortir de les normes.

D'acord amb Bishop, tenim la convicció que aquest tipus de situació té una relació clara amb la manera de procedir en matemàtiques, relació que, d'altra banda, ha estat estudiada per diferents autors. Gairín (1990) recull la correspondència que presenten Winter i Ziegler entre jocs de normes i pensament matemàtic, que podem observar en el quadre I.1.1:

Jocs	Pensament matemàtic
Normes del joc	Normes de construccions, normes lògiques, instruccions, operacions
Situacions inicials	Axiomes, definicions...
Jugades	Construccions, deduccions...
Estratègia de joc	Utilització hàbil de les normes i reducció d'exercicis coneguts a fórmules
Situacions resultants	Nous teoremes, nous coneixements

Quadre I.1. Error!Argumento de modificador desconocido.. **Correspondència entre jocs de normes i pensament matemàtic presentat per Winter i Ziegler**

Un altre autor que ha estudiat aquesta relació és M. de Guzmán (1989), que compara la manera de procedir en el joc i el procediment habitual en matemàtiques. Així doncs, trobem maneres d'actuar dins de cada bloc que són paral·leles i que, a més, es poden graduar en funció del nivell d'aprofundiment de cada bloc. El quadre I.1.2 ens mostra aquest paral·lelisme:

Manera habitual de procedir en el joc	Manera habitual de procedir en la matemàtica
Qualsevol joc comença amb la introducció de normes. La funció dels objectes i les peces que s'utilitzen queda definida per les normes.	Els objectes d'una teoria matemàtica queden determinats per definicions.
Qui s'inicia en la pràctica del joc ha d'adquirir una certa familiaritat amb les normes, relacionant unes peces amb les altres.	El novell va comparant i fent interactuar els primers elements d'una teoria matemàtica.
El practicant que va avançant en el domini del joc és capaç de fer-se seves unes quantes tècniques senzilles que en determinades ocasions donen bon resultat.	Equival als lemes i fets bàsics generalment assequibles en un primer contacte seriós amb els problemes d'aquest camp.
L'estudi més profund d'un joc amb certa història donarà a conèixer resultats i procediments descoberts per jugadors més avançats, jugades complicades, més profundes, que requereixen una inspiració especial perquè es troben lluny dels elements bàsics inicials.	En matemàtiques, correspon a l'estadi d'assimilació, per part de l'estudiant, dels grans teoremes i mètodes que s'han anat gestant al llarg dels segles.
Només en els « grans jocs », aquells en què la presència de problemes interessants mai s'esgota, el practicant avançat intenta resoldre de manera original situacions inèdites del joc.	Correspon a la investigació en problemes oberts de matemàtiques.
Finalment, alguns jugadors són capaços de crear jocs nous, fèrtils en idees i situacions interessants que donen lloc a estratègies originals i a procediments lúdics innovadors.	Correspon a la creació de noves teories matemàtiques, riques en idees i problemes nous.

Quadre I.1. Error! Argumento de modificador desconocido.. **Relació entre la manera habitual de procedir en els jocs de normes i la manera habitual de procedir en la matemàtica, presentat per M. de Guzmán**

Per tant, hem vist dos d'exemples de com diferents autors, han intentat formalitzar aquesta relació entre la manera d'actuar en el joc i en la matemàtica, i podem concloure que, d'acord amb el que assenyalava Bishop, i amb tot el que s'ha dit fins ara, existeix realment una estructura comuna pel que fa a la seqüència d'actuacions.

2.2.3 Joc i matemàtica: factor lúdic

Partim, de nou, de les paraules de Bishop. Recordem que Bishop deia que el plaer i la diversió de jugar amb nombres poden ser considerats fàcilment el motor per a desenvolupaments matemàtics interessants. Diu també que “els jocs solen ser apreciats pels matemàtics a causa de la seva conducta governada per normes que, segons es diu, és com la matemàtica mateixa”. I que “no és massa difícil imaginar com s’han desenvolupat els criteris governats per les regles de la matemàtica a partir dels plaers i les satisfaccions de la conducta governada per regles de jocs” (Bishop, 1999, p. 68).

De Guzmán aporta una sèrie de dades interessants en relació amb aquest tema. Opina, igual que Bishop, que “existeix molta matemàtica profunda amb sabor a joc”. (Guzmán, 1989, p. 63). Diu que sovint, quan els matemàtics són capaços de posar-se en una actitud distesa i enjogassada, fora del context seriós i sever que predomina habitualment en la ciència oficial, és quan s’han fet avenços importants per al pensament matemàtic.

Per exemple, sembla que els jocs amb pedres dels pitagòrics van donar lloc a teoremes interessants en teoria de nombres. Les paradoxes de Zenó s’han de llegir com una espècie de denúncia irònica d’una manera de pensar que predominava entre els matemàtics contemporanis. Arquímedes, amb el seu *Problema Bovinum* i el seu *Comptador d’arenas* s’enfronta clarament a situacions de sabor lúdic per a esmolar els seus instruments matemàtics.

En conclusió, segons Guzmán, la llista d’objectes matemàtics que han sorgit motivats per l’esperit dels jocs és inacabable. La riquesa en temes matemàtics dels jocs que s’han creat al llarg dels segles i dels que es creen en l’actualitat és impressionant.

La conseqüència del que hem anat dient fins ara és evident. Si, tal com sembla, molts matemàtics tenen tendència a explorar i analitzar jocs i paradoxes, si, tal com recull Guzmán “les nou dècimes parts de les matemàtiques, al marge de les que tenen el seu origen en necessitats d’ordre pràctic, consisteixen en la resolució d’endevinalles”, si els jocs i les matemàtiques poden compartir un esquema comú, a més de certs continguts, per què des de l’escola no s’aprofita aquest valuós recurs?

Segons Guzmán “un joc matemàtic ben escollit pot conduir l’estudiant de qualsevol nivell a la millor talaia d’observació i aproximació inicial per a qualsevol

dels temes d'estudi amb què s'hagi d'enfrontar". "Possiblement cap altre mètode aproparà més una persona a allò que consisteix el nucli intern de l'activitat matemàtica que un joc ben escollit" (Guzmán, 1989, p. 64).

2.2.4 Joc i matemàtica: raonament lògic

Recordem que Bishop comenta que hi ha diferents jocs arreu del món que presenten continguts similars i que, una vegada més, poden relacionar-se amb la matemàtica. Concretament, parla de la necessitat d'actuar de manera intel·ligent, utilitzant estratègies i sovint càlculs diferents. Comenta que molts d'aquests jocs tenen un cert component d'atzar, però que en molts també s'hi pot jugar utilitzant estratègies i fent previsions i prediccions, és a dir, aplicant un raonament lògic.

En la literatura referent a jocs i matemàtiques podem trobar una gran quantitat de referències en aquest sentit. Es podria dir que aquest és un dels punts en el qual més autors estan d'acord. Sembla evident que els "bons jocs" ajuden a desenvolupar el pensament lògic. "En intentar decidir com jugar de la millor manera possible a un joc concret, un jugador es veu forçat a realitzar un raonament lògic i, per tant, normalment, a pensar matemàticament" (Bell i Cornelius, 1988, p. 7-8).

Ferrero, autor del llibre *El juego y la matemática*, d'acord amb el que s'acaba d'exposar, s'expressa així: "El joc [...] és un material complementari d'inestimable valor que permet iniciar, estimular i exercitar el pensament i el raonament lògic dels alumnes". Però va més enllà i assenyala que "des del punt de vista del desenvolupament intel·lectual, el joc és una excel·lent activitat per a exercitar les capacitats mentals, que, igual que les físiques, es milloren amb l'exercici, amb la pràctica. El joc estimula la imaginació, ensenya a pensar amb esperit crític, afavoreix la creativitat; i, per si mateix, el joc és un exercici mental creatiu" (Ferrero, 1991, p. 12).

Per acabar d'argumentar això, assenyalarem el que proposen Meirovitz i Jacobs (1983), que fan un recull de jocs de taula amb la intenció d'ajudar els possibles jugadors a desenvolupar algunes destreses mentals i agrupen els jocs segons les capacitats mentals que s'hi utilitzen. Així doncs, parlen de jocs per a ajudar a desenvolupar el pensament lògic deductiu, el pensament lògic inductiu, el descobriment d'estratègies i el pensament creatiu. Vegem com defineixen cada una d'aquestes destreses mentals que es poden desenvolupar gràcies als jocs.

“Lògica deductiva: com connectar dades aïllades però relacionades entre si, eliminar la informació irrellevant i arribar a la conclusió desitjada.

Lògica inductiva: com descobrir lleis per mitjà d’una observació acurada dels elements similars i diferents en diversos casos.

Estratègia: com dissenyar plans i organitzar les coses per a aconseguir un objectiu.

Pensament creatiu: com arribar a idees noves i diferents.”

(Meirovitz i Jacobs, 1983, p. 14)

Meirovitz i Jacobs presenten una selecció de jocs que, al seu entendre, ajuden a desenvolupar certes capacitats mentals; capacitats que, com veiem una vegada més, tenen molt a veure amb la matemàtica i, més concretament, amb la resolució de problemes (aquest punt s’ampliarà en la secció 3 d’aquest capítol).

Del que s’acaba d’exposar no s’ha d’inferir que qualsevol joc ajudi necessàriament a desenvolupar les capacitats lògiques, però sembla que hi ha prou evidències per a afirmar que si s’escullen alguns “bons jocs” i es presenten de manera adequada a l’aula, es pot afavorir el desenvolupament del raonament lògic, capacitat imprescindible per al desenvolupament del pensament matemàtic.

2.2.5 Joc i matemàtica: relació amb els nombres

La darrera relació que hem assenyalat se centra en el vincle entre alguns jocs i la destresa en càlcul mental. En efecte, hi ha molts jocs arreu del món en què per a jugar cal utilitzar nombres i realitzar càlculs. Aquest fet també ha estat recollit i comentat per molts autors.

Ferrero (1991) assenyala que els jocs poden ajudar a comprendre millor les operacions i les seves propietats, a adquirir nous conceptes, a descobrir regularitats, a treballar estratègies numèriques generals...

Golick (1973), psicòloga d’educació especial nord-americana que ha treballat durant molts anys amb infants discapacitats ajudant-los a desenvolupar el pensament matemàtic per mitjà de jocs de cartes, exposa que per a ella els jocs de taula amb cartes, a banda de molts altres aspectes, ajuden els infants a reconèixer xifres, a comptar correctament, a saber donar el valor de quantitat adequat a cada

xifra, a calcular mentalment, a comprendre per mitjà de l'acció els conceptes de *suma*, *resta*, *multiplicació* i *divisió*, a conèixer descomposicions variades d'un mateix nombre, a saber classificar i ordenar, així com a conèixer els conceptes de *probabilitat* i *atzar*. En definitiva, els joc ajuden a conèixer millor els nombres i les seves relacions, és a dir, a desenvolupar un millor sentit numèric.

Podem trobar molts altres autors que han analitzat la relació entre alguns jocs i aspectes de numeració i càlcul, com Corbalán (1994), Kamii (1985, 1989), Bassedas *et al.* (1991), Olfield (1991b), etc. Malgrat que les seves exposicions difereixen en funció de les edats en què centren l'atenció, entre tots hi ha la similitud de recordar l'inestimable valor pedagògic que pot tenir la utilització de jocs per a desenvolupar el càlcul mental i el sentit numèric.

De la revisió de la literatura en relació amb aquest tema arribem a la conclusió següent: existeixen nombrosos jocs que contenen certs continguts de nombre i càlcul que, ben seleccionats i ben presentats als infants, poden ser una valuosa eina per a l'ensenyament i l'aprenentatge de conceptes i procediments de numeració i càlcul.

2.3 EL JOC I EL CURRÍCULUM DE MATEMÀTIQUES

Fins ara s'ha fet un breu recorregut presentant la importància del joc per a l'educació i el desenvolupament humà, hem defensat que el joc pot ser una eina didàctica a utilitzar per l'escola i hem fet un recorregut per les possibles relacions que es poden establir entre el joc i la matemàtica. Arribats a aquest punt, ens sembla adequat conèixer com s'assumeix aquesta relació des de la matemàtica curricular, és a dir, volem saber si en els textos que guien la selecció i l'aplicació d'activitats per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques apareixen referències al joc. També intentarem esbrinar quin sentit o quina funció se li dona al "joc" en cada cas.

2.3.1 Joc i matemàtiques en l'informe Crockcroft

En primer lloc farem referència a l'informe Cockcroft (1982), que, com sabem, analitza i fa suggeriments en relació amb la realitat educativa de les matemàtiques a Anglaterra i Gal·les. Aquest informe és el resultat del treball d'una comissió creada pel Govern britànic a instàncies del Parlament del mateix país. El resultat obtingut, és a dir, l'informe, ha tingut i encara té una àmplia repercussió internacional, a causa

segurament de l'amplitud, la profunditat i la pertinència de les seves observacions i recomanacions.

El punt 227 de l'informe esmentat diu:

“Sigui quin sigui el seu nivell de coneixements (dels alumnes), la utilització acuradament planificada de trencaclosques i *jocs*⁶ matemàtics pot contribuir a aclarir les idees del programa i a desenvolupar el pensament lògic.”

“Aquest tipus d'activitats obliguen a pensar en els nombres i en els processos matemàtics d'una manera força diferent del que sol trobar-se en les aplicacions habituals en aquesta assignatura, i contribueixen així a l'increment de la confiança i de la comprensió”

D'altra banda comprovem que els punts 7 i 226 del mateix informe fan referència a la capacitat innata que tenen alguns adults i infants per a gaudir resolent “problemes d'enginy, puzles”, etc. D'acord amb això, de l'informe es dedueix la importància de presentar les matemàtiques com una assignatura de la qual es pot gaudir.

Així doncs, trobem que en un dels escrits de reflexió sobre la didàctica actual de les matemàtiques, l'informe Cockcroft, apareix un suggeriment clar en relació amb la conveniència d'utilitzar els jocs i altres activitats lúdiques a l'aula.

S'argumenta que els jocs poden contribuir a aclarir continguts del programa i a desenvolupar el pensament lògic. Per tant, l'informe presenta el joc:

- com una eina que possibilita el desenvolupament de continguts matemàtics en general i del pensament lògic matemàtic en particular.

Però també es proposa el joc com un recurs més per a diversificar les propostes didàctiques i ampliar així les experiències dels infants amb uns mateixos continguts des de diferents realitats; per tant, una segona manera veure el joc és:

- com un recurs per a diversificar i enriquir les propostes didàctiques.

S'argumenta que els aprenentatges que es donen dins un marc de joc poden augmentar la confiança i l'autoestima de l'infant mateix. El joc es veu aquí:

⁶ La cursiva és nostra.

- com a recurs per a afavorir el desenvolupament de l'autoestima dels alumnes.

I, finalment, es fa referència a la possibilitat de gaudir al mateix temps que es fa matemàtiques. En aquest cas, es presenta el joc:

- com a eina generadora de plaer o diversió lligada a continguts matemàtics.

2.3.2 El joc i la matemàtica en els currículums de l'Estat espanyol

A continuació analitzarem de quina manera intervé el joc en una mostra important dels diferents currículums oficials de matemàtiques de l'Estat espanyol. Per a això partim dels següents cinc currículums de primària de l'Estat: el del Ministeri d'Educació i Ciència, oficial en tot el territori MEC, el de la Generalitat de Catalunya, el de la Xunta de Galicia, el del Govern Basc i el de la Generalitat Valenciana.

En el *Diseño curricular base de educación primaria* del MEC (1989) es fa referència a la necessitat de potenciar el caràcter lúdic de la matemàtica en més d'una ocasió. Concretament, en les “Orientaciones didácticas generales” (p. 411) diu: “S'utilitzarà el caràcter lúdic que ofereixen els jocs, els problemes creatius o els de raonament lògic com a factor motivador i atractiu en l'ensenyament de les matemàtiques”.

En les “Orientacions específiques de geometria” (p. 423) es diu: “L'entorn del nen està ple de formes geomètriques [...] els seus jocs estan relacionats amb figures i cossos geomètrics (pilotes, tres en línia, parxís, escacs, etc.)”.

Per tant, trobem en aquest text que s'anima els professors a utilitzar alguns jocs des de l'àrea de les matemàtiques. El joc es presenta, doncs:

- com un recurs per a potenciar l'aspecte lúdic de la matemàtica i, per tant, per a motivar i fer més atractiva la matèria.
- com un mitjà per a connectar un aspecte de la matemàtica (la geometria) i la realitat.

Respecte al *Currículum d'educació primària* de la Generalitat de Catalunya (1992), sorprèn l'absència de qualsevol referència a jocs en les orientacions didàctiques. Malgrat això, podem dir que es potencia el caràcter lúdic de la matemàtica; com a exemple trobem un “Contingut d'actituds, valors i normes” (p.

70) que diu així: “[...] recreació mitjançant l’ús d’elements lúdics que comportin un treball matemàtic”.

Fins i tot un dels “objectius terminals” (p. 71) és el següent: “Realitzar experiències aleatòries, com ara jocs d’atzar, i obtenir tots els resultats possibles”.

Així doncs, en aquest text no se suggereix la utilització de jocs en les orientacions didàctiques generals, però sí que apareixen dues referències clares, una en relació amb les actituds i una altra en relació amb un objectiu concret que fa referència al contingut de probabilitat i atzar. Per tant, el joc es presenta com:

- un mitjà per a relacionar plaer i diversió amb el treball matemàtic.
- un mitjà per a conèixer un contingut concret de la matemàtica: la probabilitat i l’atzar.

En el *Diseño curricular base educacion primaria* de la Xunta de Galicia (1992) es fa referència concreta als jocs en un parell d’ocasions, dins de les “Orientacions didàctiques”. Concretament, quan es parla de “L’enfocament en el primer cicle” (p. 377) es diu: “En un primer moment els continguts matemàtics s’han de treballar de manera bàsicament intuïtiva, vinculant-los a manipulacions d’objectes concrets, jocs, etc., i relacionats amb altres àrees”.

En parlar del “Enfocament en el segon i tercer cicle” (p. 378) diu: “La manipulació d’objectes i els jocs de descobriment són la base de l’experimentació prèvia que cal fer per a poder aconseguir l’aprenentatge de nous continguts en l’estudi i la representació de l’espai”.

Troblem que en aquest text es proposa utilitzar el joc en les primeres edats:

- com una activitat manipulativa capaç de proporcionar uns primers contactes intuïtius amb el contingut matemàtic que s’ha de treballar.

Mentre que en el segon i el tercer cicles apareix la utilització del joc:

- com una activitat prèvia necessària per a ajudar a construir alguns continguts concrets de geometria.

Pel que fa al quart text estudiat, el *Diseño curricular base de educación primaria* (1992) de la Comunitat Autònoma del País Basc, s’ha de dir que, hi apareix moltes referències als jocs i a les activitats lúdiques. Concretament, en les “Orientacions didàctiques, referides al procés d’ensenyament i aprenentatge” hi ha un punt que

té per títol “Aprentatge i motivació” (p. 107) i en el qual es diu: “Per tal que els alumnes s’involucrin efectivament en l’activitat matemàtica és necessari que es trobin immersos en un ambient de treball adequat i que trobin l’activitat atractiva i interessant. El joc [...] pot ser un mètode útil per a atreure la seva atenció i el seu interès”.

En el mateix apartat, quan es parla de “material manipulable” (p. 109) es diu: “L’ús de materials manipulables adequats és una condició necessària per a accedir a determinats conceptes” i en la llista de materials proposa, entre d’altres: “cartes, daus, ruletes, etc.”

En les “Orientacions específiques de lògica” (p. 113) es diu: “La introducció [...] de jocs diversos estimularà i reforçarà el pensament i el raonament lògic”.

Pel que fa a les “Orientacions específiques de geometria” (p. 115-116) es diu: “La geometria pot ser viscuda com una experiència feliç si basem el seu aprenentatge en activitats constructives i lúdiques”.

I, per acabar, en la “Seqüenciació de continguts” (p. 117) en parlar dels nombres enters diu: “Els nombres enters s’han de treballar a partir de situacions que convidin el nen a descobrir-los, ordenar-los i comparar-los (per exemple) amb jocs que impliquin guanys i pèrdues”.

Per tant, en el currículum del Govern Basc es recomana la utilització de jocs:

- com a recurs per a motivar i interessar els infants en l’activitat matemàtica.
- com a material manipulable recomanable per a ajudar els infants a accedir a determinats conceptes.
- com un mitjà per a ajudar a desenvolupar el pensament i el raonament lògic.
- com un mitjà per a ajudar a conèixer alguns continguts de geometria de manera agradable i plaent.
- com un recurs per a ajudar els infants a connectar un contingut concret (nombres enters) amb una situació pròxima a la realitat.

Per acabar, analitzarem el tractament del joc dins el *Decret pel qual s’estableix el currículum de l’educació primària a la Comunitat Valenciana* de la Generalitat de València (1992). Cal dir que aquesta és, de les cinc, la proposta més completa i interessant des del punt de vista de la relació entre joc i matemàtiques.

La primera referència, la trobem en la “Introducció” (p. 97) on es diu: “Les matemàtiques s’han de presentar en distints contextos, tant de resolució de problemes, com de jocs i investigacions. [...] La simulació, el joc simbòlic, els jocs en general i l’anàlisi de diferents situacions reals, permetran presentar l’objecte d’estudi matemàtic des d’una perspectiva compatible amb la percepció global de la realitat per als xiquets i les xiquetes d’aquestes edats”.

Per tant, ja en les orientacions generals es parla de la necessitat de presentar qualsevol contingut en diferents contextos, i un dels tres contextos que es destaquen com a importants és el del joc.

D’altra banda, vegem què passa en l’apartat de “Continguts”, que divideixen en sis blocs: 1. Nombres, 2. Mesura, 3. Geometria, 4. Estadística, atzar i probabilitat, 5. Resolució de problemes i 6. Actituds.

En el “Bloc 1. Nombres”, trobem com a orientació: “Els nombres s’han d’utilitzar en diferents contextos –jocs, situacions reals, periòdics”.

En el “Bloc 2. Mesura”, es diu: “De manera pareguda a l’acció de comptar, en els xiquets sorgeix la necessitat de mesurar com a solució a situacions de joc, treball, etc.”.

En el “Bloc 3. Geometria”, apareix: “El joc predomina en els interessos dels alumnes, especialment dels més menuts. Així, el joc i l’activitat personal d’exploració de l’espai serà la manera d’arribar als continguts relacionats amb la situació d’objectes en l’espai, punts de referència, orientació, recorreguts, etc.”.

En el “Bloc 4. Estadística, atzar i probabilitat”, els continguts s’interrelacionen de manera especial amb el joc. Vegem-ho: “Els continguts d’atzar i de probabilitat pretenen que mitjançant el joc s’analitzen [...] els comportaments dels fenòmens aleatoris i es cree un vocabulari que permeta comunicar experiències d’atzar i la comprensió que l’atzar està regit per algunes lleis. Els elements generadors d’atzar són d’us comú: parxís, oca, bingo casolà... Quan els xiquets juguen, avaluen [...] la possibilitat que es produeixen determinats resultats o situacions, per això, els continguts d’aquest bloc permetran que les destreses numèriques es consoliden en un context atraient de resolució de jocs i problemes”.

Veiem, doncs, que en cada un dels quatre primers blocs apareixen, en les orientacions, referències concretes a la necessitat i utilitat d’emprar els jocs.

D'aquestes orientacions es pot deduir la voluntat de considerar els jocs un context habitual per a descobrir, reconèixer i construir determinats continguts matemàtics.

El tractament del joc que s'ha comentat fins ara dins d'aquest currículum apareix, encara que en menys mesura, en alguns dels altres comentats anteriorment, però coneguem ara el tractament del joc en el "Bloc 5. Resolució de problemes". Els continguts corresponents a aquest bloc són:

1. Resolució de problemes: Fases. Estratègies i mètodes.
2. Jocs: Anàlisi del joc. Normes. Estratègies guanyadores i perdedores. Variació de normes.
3. Algoritmes: Quotidians. Construcció d'algoritmes. Anàlisi d'algoritmes senzills.

I en les orientacions trobem: "Incloure en aquest bloc una referència als jocs és possibilitar que certs elements d'aquests: normes, convencions, notacions, accions, estratègies, permeten propostes didàctiques que desenvolupen capacitats directament relacionades amb el pensament lògic-matemàtic."

D'acord amb el que s'acaba d'exposar, podem dir que aquesta és l'única proposta que considera els jocs un "contingut", i no només un recurs. Així doncs, atenent a tot el que s'ha comentat en aquest apartat, podem dir que aquest és el currículum de l'Estat més complet i innovador pel que fa a la relació que planteja entre joc i matemàtiques.

Per concloure l'exposició en relació amb *el joc en el currículum de matemàtiques*, es pot afirmar que en aquests últims anys hi ha un interès creixent per incloure jocs i activitats lúdiques en el procés d'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques. Alguns indicadors d'això poden ser els següents.

Malgrat que s'observen diferències importants en el tractament del tema, tots els currículums estudiats de l'Estat espanyol fan referència al joc i les matemàtiques.

Encara que no sigui un fet generalitzat, en les darreres dècades podem trobar diferents propostes didàctiques (llibres per als alumnes i per als mestres) que inclouen tasques relacionades amb els jocs. Per exemple el *Matacrac-1* (Segarra i Edo, 1992), presenta diversos jocs com a eix central d'algunes unitats didàctiques, l'Editorial Akal, va publicar un recull de fitxes de jocs i passatemps per a cada curs

de primària anomenats *Pasatiempos nivel 2, 3*, (Edwards *et al.* 1990), o els llibres *Matemáticas, primer, segundo y tercer ciclo*, dels quals són autors el Grupo Cero, València (1996), que van guanyar el concurs nacional per a l'elaboració de materials curriculars de l'any 1990. Aquests darrers llibres del Grupo Cero són un bon exemple de com el joc i l'activitat lúdica pot aparèixer pràcticament en tots els temes de matemàtiques de primària i en totes les edats.

Per acabar aquesta secció farem una breu observació en relació amb les noves tecnologies. En pràcticament la totalitat de pàgines web que tenen relació amb l'aprenentatge de les matemàtiques, tant, nacionals com, estrangeres, apareix alguna connexió amb jocs, trencaclosques, enigmes i entreteniments matemàtics. Possiblement les noves tecnologies seran un bon mitjà per a ajudar el gran públic a descobrir el sentit lúdic, distès i plaent que la matemàtica, entesa d'una determinada manera, també pot tenir.

3. JOCS DE TAULA, RESOLUCIÓ DE PROBLEMES I DESENVOLUPAMENT DEL PENSAMENT MATEMÀTIC

En aquesta secció volem reflexionar amb el possible vincle que es pot establir en determinades circumstàncies entre una situació didàctica creada a l'entorn del joc i l'aparició d'un ambient de resolució de problemes matemàtics.

Des d'una perspectiva constructivista es pot afirmar que “la millor manera d'aprendre matemàtiques en l'ensenyament obligatori és immergint-se en un context rellevant d'aplicació i de presa de decisions específiques. En aquest sentit, la resolució de problemes [...] és l'entorn que emmarca i dóna sentit a la utilització de la matemàtica en l'àmbit escolar” (Onrubia, Rochera i Barberà, 2001, p. 496).

S'ha exposat en repetides ocasions al llarg d'aquest capítol que és necessari ubicar l'aprenentatge de les matemàtiques a l'aula en situacions autèntiques i significatives per als alumnes. Per tant, es fa necessari disposar d'un ventall prou ampli de situacions didàctiques amb sentit i funcionalitat pròpies que esdevinguin un context on apareguin interrogants i processos que generin una dinàmica de resolució de problemes en els participants. Sabem que “les situacions de resolució de problemes constitueixen un espai natural per a la utilització contextualitzada del coneixement matemàtic, proporcionant així un instrument de primer ordre per a promoure l'aprenentatge significatiu i funcional de les matemàtiques” (Onrubia, Rochera i Barberà, 2001, p. 499).

Atenent-nos al que s'acaba d'exposar, creiem que el taller de jocs que es presenta en la segona part d'aquest capítol, i del que s'obtenen les dades que més endavant s'analitzaran, esdevé un context extra-matemàtic amb sentit i funcionalitat propis i alhora generador d'interrogants i de processos que poden convertir-lo en un context de resolució de problemes matemàtics.

A continuació, l'exposició se centrarà a concretar què entenem per *problema* i per *resolució de problemes*. Coneixerem alguns referents teòrics d'autors que vinculen els “jocs” i els “problemes”, i estudiarem en quin sentit s'estableix aquesta possible relació en el marc de la nostra experiència.

3.1 IDEA DE PROBLEMA O DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES EN EDUCACIÓ MATEMÀTICA

Sobre què s'entén per *problema* i per *resolució de problemes* hi ha un camp molt ampli d'estudi. Contreras (1999) diu que podem trobar diferents enfocaments del tema segons si la importància del terme se centra en: les característiques de la tasca, les característiques del context o les característiques del subjecte. Atès que el nostre estudi se centra en el cicle inicial de primària, prescindirem, de moment, de les aproximacions apriorístiques i ens centrarem en aquelles que consideren el problema des del punt de vista del resolutor. En aquest, sentit Puig (1996) afirma que allò que dóna caràcter de problema a una determinada situació és el subjecte, i per això diu que cal parlar d'un subjecte que té un problema i no tant de quines tasques o situacions són o s'han de considerar problemes. Contreras (1999) afirma que el que és un problema per a una persona pot no ser-ho per a una altra, i que el que és un problema per una persona un dia pot no ser-ho l'endemà.

En aquest punt fem nostra la següent definició de *problema*:

“[...] és una situació en la qual s'intenta assolir un objectiu i es fa necessari trobar un mitjà per a aconseguir-ho” (Chi i Glaser, 1986, p. 295).

En aquesta definició trobem les tres característiques bàsiques que ens han de permetre detectar quines situacions esdevenen problemes: hi ha unes *dades*, hi ha uns *objectius* que s'han d'assolir i cal trobar un *camí, inicialment desconegut*, per a aconseguir els objectius a partir de les dades. Insistim, però, que aquests problemes quedaran definits com a tal respecte als resolutors.

Ens centrarem ara en un dels temes que apareix sovint quan es fa una revisió bibliogràfica sobre la resolució de problemes en matemàtiques i que es concreta en la necessitat de distingir entre els “problemes” i els “exercicis”.

Diversos autors que han estudiat aquest tema (Vila 2001, Onrubia, Rochera i Barberà 2001, entre d'altres) associen la idea d'exercici a l'existència d'un procediment o algorisme, presentat prèviament, que condueix a una solució, pressuposant-ne un caràcter mecànic i immediat. La diferència entre exercici i problema ens l'ofereix Kantowski (1980, p. 1) que diu:

“Un problema és una situació que difereix d’un exercici en què el resolutor no té un procediment o algorisme que el condueixi amb certesa a una solució” .

Per tant, veiem que la diferència entre problemes i exercicis pot remetre a les característiques de la tasca, però especialment se centra en els coneixements de l’alumne que s’enfronta a aquesta. En els exercicis, l’alumne reconeix la situació com a ja coneguda (sovint perquè és molt similar a altres tractades recentment) i disposa de procediments de tipus automàtic (regles, algorismes, fórmules) que permeten obtenir una resposta de manera més o menys immediata. En els problemes, la situació és nova per a l’alumne i es requereix algun procés de reflexió i de presa de decisió sobre la seqüència de passos que s’han de seguir per resoldre-la.

D’acord amb aquesta caracterització, Schoenfeld (1985) ens recorda que el fet que una activitat sigui un problema o un exercici no és una propietat inherent a una tasca matemàtica. Més aviat és una relació entre l’individu i la tasca el que fa de la tasca un problema per a aquella persona. Com assenyalen Onrubia, Rochera i Barberà (2001, p. 499), “la resolució de problemes i la realització d’exercicis forma part d’un continu en el qual els límits no sempre són fàcils d’establir”.

Si fins ara hem parlat de la resolució de problemes centrant l’atenció en el resolutor i hem distingit entre problemes i exercicis, cal afegir a aquesta interpretació la importància de la definició del context, els objectius de la tasca i el paper del professor. En aquest sentit, ens sentim pròxims a la interpretació d’Abrantes (1996) sobre el paper de la resolució de problemes a l’escola actual.⁷ Coincidim amb aquest quan parla de “crear un ambient de resolució de problemes a l’aula” l’objectiu principal del qual és ajudar a “pensar matemàticament”. Per tant, la concepció de problema que presenta és la “d’eina per a afavorir el pensament matemàtic”. La resolució de problemes, en aquest context, no és una categoria d’activitats diferenciada, no és una motivació externa, ni una eina d’aplicació de coneixements, sinó que és el mateix context el que esdevé una situació

⁷ Cal concretar que ens inspirem en Abrantes pel que fa a la *creació d'ambients* i la *naturalesa de les activitats de resolució de problemes*, fent, però, una adaptació de la situació a les edats dels alumnes de la nostra experiència. Abrantes situa les seves reflexions a partir d'experiències amb alumnes de dotze a setze anys i nosaltres de sis a vuit anys.

problemàtica en la qual cal que el professor indueixi i condueixi els alumnes a explorar, experimentar, discutir, conjecturar, justificar..., és a dir, cal que ajudi els alumnes a construir, per mitjà de la pròpia implicació en la situació, diferents formes de raonament i diferents procediments matemàtics.

Abrantes ens recorda que els alumnes desenvolupen el pensament matemàtic i una actitud favorable cap a aquesta àrea quan es troben involucrats en situacions significatives, que s'acompanyen de moments necessaris de discussió i reflexió. Per tant, ell creu, i nosaltres compartim, que una gran part de l'activitat matemàtica escolar s'hauria de centrar en l'exploració de situacions problemàtiques.

Però, per tal de crear un context real de “resolució de problemes” on apareguin autèntics problemes per resoldre, i no només exercicis per realitzar, cal que es compleixin algunes condicions que apropin les tasques d'aquesta situació als problemes matemàtics reals. Aquestes condicions remetent al tipus i el grau d'intervenció i de participació tant dels alumnes com del professor. Onrubia, Rochera i Barberà (2001), remarquen que sembla necessari que:

Els problemes siguin plantejats i definits pels alumnes mateixos (i no únicament pel professor o el llibre de text).

Suposin tasques contextualment rellevants.

Puguin abordar-se i resoldre per mètodes diversos.

Permetin solucions diverses i no necessàriament exactes.

Comparteixin la finalitat de promoure l'aprenentatge de les matemàtiques amb finalitats extra-matemàtiques d'interpretació de la realitat i/o d'actuació en aquesta.

Com veiem, totes aquestes condicions concreten aspectes clau de la tasca i el tipus d'intervenció dels alumnes en aquesta. Una vegada més, cal insistir que el paper del professor en aquest procés esdevé essencial, ja que és ell qui decideix i concreta el context on es du a terme la tasca, qui permet, facilita, encoratja, o no, la utilització de procediments personals per arribar a una solució, qui valora i determina el grau de pertinència de les respostes obtingudes pels alumnes, etc.

3.2 RESOLUCIÓ DE PROBLEMES I JOCS A L'AULA DE MATEMÀTIQUES

Es poden establir diferents vincles entre la resolució de problemes, els jocs de taula i els aprenentatges matemàtics. Particularment, ens centrarem en dues possibles relacions: la primera remet a la idea del context proper a la resolució de problemes que es pot crear en un entorn de joc i la segona se centra en el paral·lelisme entre les fases d'aproximació i de resolució d'un problema i les fases d'aproximació i aprenentatge d'un joc. L'exposició d'aquest apartat pretén desenvolupar una mica més aquestes dues idees.

3.2.1 Les situacions didàctiques amb jocs com a contextos de resolució de problemes

El fet de relacionar les situacions didàctiques que es creen a l'entorn de jocs de taula amb contextos de resolució de problemes no és nou. Concretament, podem trobar alguns referents que consideren el “joc” com una categoria específica dels problemes matemàtics.

Corbalán (1997) i Vila (2001), entre d'altres, consideren els jocs una categoria de problemes matemàtics. Vila (p. 27-28) assenyala: “Considerarem problemes de matemàtiques alguns jocs, passatemps o trencaclosques: aquells en els quals en el procés de resolució s'impliquen processos generals rellevants per a l'aprenentatge de les matemàtiques, malgrat que els continguts matemàtics implicats siguin escassos o poc evidents”.

En aquest sentit, volem recordar que en la secció 2 d'aquest capítol, “El joc i la matemàtica”, dèiem que el currículum de primària de la Comunitat Valenciana (1992) inclou els *jocs* com un *contingut* específic dins el bloc de *resolució de problemes* i remarca: “Incloure en aquest bloc una referència als jocs és possibilitar que certs elements d'aquests: normes, convencions, notacions, accions, estratègies, permeten propostes didàctiques que desenvolupen capacitats directament relacionades amb el pensament lògic-matemàtic”.

Per tant, veiem que alguns autors i algunes propostes didàctiques consideren el joc un element que cal tenir en compte en el procés d'aprenentatge de resolució de problemes. Nosaltres creiem que l'explicació d'aquest fet es deu a dos factors possibles. El primer se centra en el possible clima que pot aparèixer en un entorn de

joc i remet a la conveniència que els alumnes implicats “pensin matemàticament” a l’hora de resoldre els interrogants, els dubtes i les dificultats que ens ofereix la situació mateixa. El segon fa referència a la necessitat de “pensar matemàticament” en decidir la millor manera d’actuar en el joc.

Recapitulant, sabem que una situació didàctica creada a l’entorn d’un joc pot crear un context significatiu en la mesura que conté unes finalitats i uns objectius inclosos en la situació mateixa i que van més enllà dels continguts curriculars concrets d’una àrea d’aprenentatge. La finalitat última d’aquesta situació és participar i intervenir de manera autònoma i efectiva en el joc, no pas aprendre uns conceptes o procediments concrets d’una matèria escolar. Per tant, les intervencions dels alumnes prenen sentit gràcies al joc i les seves actuacions esdevenen funcionals en la mesura que són necessàries per a continuar l’activitat conjunta que s’està duent a terme. Aquesta situació pot esdevenir un entorn de resolució de problemes matemàtics, en els dos sentits següents:

1. La situació de joc pot generar una sèrie d’interrogants, dubtes, dificultats, que cal resoldre necessàriament per a poder seguir jugant, de manera que el procés de resolució d’aquests esdevé un procés de resolució de problemes matemàtics ja que els alumnes han de “pensar matemàticament” per a resoldre la situació.
2. El procés d’aproximació i aprenentatge d’un joc implica necessàriament una recerca de les “estratègies d’actuació” en el joc que augmenten les possibilitats d’èxit en aquest. Aquest procés de recerca de les actuacions més efectives en el joc implica la utilització d’uns processos generals equivalents als que es desenvolupen en els processos de resolució de problemes, és a dir, requereixen “pensar matemàticament”.

En aquest punt cal ampliar què s’entén per “pensar matemàticament”. Mason i els seus col·laboradors, creadors del terme, assenyalen que el pensament, o raonament, matemàtic “és un procés dinàmic que, en permetre’ns augmentar la complexitat de les idees que podem utilitzar, amplia la nostra capacitat de comprensió” (Mason *et al.* 1988, p. 167). Segons aquests autors, algunes de les característiques bàsiques d’aquest procés són les següents: el pensament matemàtic millora i s’amplia a través de “la pràctica i la reflexió”; es basa i es construeix en una atmosfera on apareixen interrogants, desafiaments i reflexió, acompanyats de temps i espai abundants per a resoldre’ls. Allò que provoca el pensament matemàtic és un desafiament, una sorpresa, una contradicció, el descobriment d’un buit de

comprensió, etc. Dins el context escolar, el desenvolupament del pensament matemàtic, està condicionat per l'actuació del professor, que ha de saber provocar, donar suport i ajudar a mantenir aquest procés de recerca de solucions. Segons Mason i els seus col·laboradors (1888, p. 163) “pensar matemàticament no és una finalitat en si mateix, sinó que és un procés per mitjà del qual podem augmentar la nostra comprensió del món que ens envolta i ampliar les nostres possibilitats d'elecció”. La manera de construir aquest raonament matemàtic és immergint-nos en situacions de resolució de problemes.

Reprement la relació entre els entorns de joc i els processos de resolució de problemes, cal dir que el primer no es convertirà en el segon pel sol fet de posar els alumnes a jugar junts i sols. Creiem, com Mason (1988), que la percepció que tingui el professor de la situació i la seva actuació en aquesta són fonamentals. Si el professor creu, com és el nostre cas, que dins de la situació de joc es pot crear un ambient de resolució de problemes, que l'objectiu fonamental d'aquest ambient és ajudar els alumnes a “pensar matemàticament”, que cada vegada que el context ens “ofereix” un interrogant que es pot resoldre amb eines matemàtiques cal cedir o implicar els alumnes en la resolució d'aquest, que les estratègies del joc que els alumnes poden descobrir i aplicar contenen processos matemàtics rellevants, que interessa més la implicació i la recerca de solucions per part dels alumnes que el resultat mateix, que cal acceptar les aportacions intuïtives i personals dels alumnes però a la vegada es pot promoure la utilització de continguts matemàtics més elaborats, etc., llavors la situació de joc pot esdevenir un bon context de resolució de problemes.

Creiem també que aquesta percepció de la situació, per part del professor, hauria de traduir-se en una sèrie d'accions. La primera consisteix a *reconèixer* els problemes que ens “ofereix” la situació i *cedir-los*, o, si més no, *implicar* els alumnes en la resolució. La segona se centra a reconèixer i *estimular* la potencialitat matemàtica del *descobrimet* i l'aplicació d'*estratègies* de joc.

Aquestes accions es concreten en actuacions com, cal que el professor indueixi els alumnes a:

Fer-se conscients i exposar les estratègies de joc que van descobrir.

Reconèixer, formular i atacar per si mateixos els problemes que sorgeixen.

Explorar i aportar diverses vies de solució dels problemes.

Compartir i resoldre conjuntament amb els companys la situació, tot conjecturant, justificant, argumentant, discutint...

Perseverar en la recerca d'estratègies de joc i de solucions als problemes que s'han generat.

Per tant, i per concloure aquest subapartat, direm que, havent estudiat (en seccions anteriors) la relació dels jocs i les matemàtiques i havent aprofundit ara en el que són i en què suposa la creació de contextos de resolució de problemes, pensem que el taller de jocs i matemàtiques (que es presentarà en la segona part d'aquest capítol) és una situació didàctica estretament vinculada a un context de resolució de problemes adequat per augmentar la capacitat dels alumnes de “pensar matemàticament”; cosa que caldrà verificar en l'anàlisi de les dades.

3.2.2 Fases en la resolució d'un problema i fases en el procés de coneixement d'un joc

A l'inici d'aquest apartat hem assenyalat que creiem possible establir almenys dues relacions entre la resolució de problemes, els jocs de taula i els aprenentatges matemàtics. En el subapartat anterior ens hem centrat en la possible creació d'un context de resolució de problemes en un entorn de joc. En aquest subapartat ens centrarem en la segona relació presentada, que es concreta en el paral·lelisme entre les fases d'aproximació i de resolució d'un problema i les fases d'aproximació i aprenentatge d'un nou joc⁸.

Concretament, creiem que el procés d'aproximació i apropiació d'un nou joc, per part d'un alumne, implica un procés que conté diverses fases, equivalents a les del procés de resolució de problemes.

De fet, aquest és un dels punts que s'han tractat en la secció 2 en parlar del *joc i la matemàtica: estructura comuna*. En aquest subapartat recollíem dues correspondències presentades per Gairín (1990) i Guzmán (1989)⁹ en estudiar la

⁸ Tot i que parlem de joc, ens referim concretament als jocs de taula que contenen característiques similars als jocs del taller, que es presenta a la segona part d'aquest capítol.

⁹ Vegeu subapartat 2.2.2 part 1 del capítol I.

relació dels jocs i el pensament matemàtic. Ara voldríem completar aquella visió estudiant les fases implicades en la resolució d'un problema.

La literatura sobre la descripció de les fases del procés de resolució d'un problema és abundant; entre altres, han tractat el tema Mason *et al.* (1988), Schoenfeld (1985), Corbalán (1997) i Vila (2001). Com assenyalen alguns d'aquests autors, podem trobar referents tan llunyans com els que ofereix Pappus l'any 300 aC. però tots coincideixen a considerar el llibre de Polya (1945) *How to solve it* el desencadenant d'un moviment de reflexió sobre el tema que va florir als anys vuitanta i que continua essent un bon referent encara en l'actualitat.

Polya (1945) descriu les quatre fases següents en el procés de resolució d'un problema matemàtic:

- I. Comprensió del problema
- II. Disseny d'un pla
- III. Execució del pla
- IV. Verificació de la solució obtinguda

Com assenyalava Vila (2001), hi ha unanimitat a considerar que aquesta descripció és bàsicament introspectiva, que descriu les accions desenvolupades per un resolutor ideal, o sigui aquell resolutor que avança directament cap a la solució final del problema, de manera lineal i progressiva, sense necessitat d'abandonar o de refer cap camí iniciat.

De fet, la realitat a primària ens mostra (Puig, 1988) que, malgrat que la seqüència d'estratègies presentades per Polya són l'objectiu que es vol aconseguir, és inevitable i desitjable que hi hagi un període de familiarització amb el procés de resolució de problemes, en el qual s'observa l'alternança i la repetició d'algunes d'aquestes fases.

Si ens situem en les fases d'aprenentatge d'un nou joc, podríem establir, també en el procés ideal, la seqüència següent:

- a) Comprensió dels objectius del joc i de les normes que cal seguir.
- b) Disseny d'una pla.
- c) Desenvolupament de la partida aplicant el pla imaginat.
- d) Validació del resultat i reflexió del que ha passat.

Tanmateix, creiem que en el joc, igual que en la resolució de problemes, la seqüència de les fases d'aprenentatge d'un joc a primària no apareix de manera ordenada i lineal, sinó que es requereixen diverses partides en les quals aquestes fases es repeteixen de manera circular per tal d'arribar a fer un bon aprenentatge de l'estructura general.

Pensem, doncs, que en la realitat les diferents fases apareixeran i reapareixeran diverses vegades i algunes es fondran. Concretament, creiem plausible que els punts *b* i *c* en ocasions, es fonguin en un de sol que ha d'incloure successives accions i reflexions i nous dissenys de plans parcials durant la partida. També creiem que la fase *a*, de comprensió dels objectius i les normes del joc, apareixerà diverses vegades al llarg de la seqüència didàctica i anirà guanyant en amplitud i profunditat en la mesura que es relacioni amb la fase *d* de validació de resultats.

Fases de resolució d'un problema a primària (partint de Polya)	Fases de d'aprenentatge d'un joc
I. Comprensió del problema	a) Comprensió dels objectius del joc i de les normes que cal seguir.
II. Disseny i execució d'un pla general o de plans parcials successius	b) Desenvolupament d'una sèrie de partides: experimentació, disseny i aplicació de plans parcials
III. Verificació de la solució obtinguda	c) Validació del resultat i anàlisi del que ha passat

Quadre I.1. Relació entre les fases de resolució d'un problema i les fases d'aprenentatge d'un joc

En el quadre I.1.3 es pot veure el paral·lelisme que s'estableix entre les fases de resolució d'un problema (per un resolutor ideal) i les fases de coneixement i d'apropiació d'un joc dutes a terme també per un jugador ideal.

En resum, creiem que en el procés de coneixement i d'apropiació d'un nou joc apareixen unes fases o moments clau que presenten un paral·lelisme amb les fases de resolució d'un problema, i creiem també que, a primària, tant en la resolució de problemes com en el procés d'apropiació d'un joc aquestes fases no apareixen una única vegada i de manera ordenada i lineal, sinó que s'observen cicles d'aparicions de les fases que es tanquen quan el jugador domina el joc o resol definitivament el problema.

De totes maneres, creiem que el paral·lelisme és prou clar i per tant considerem que la utilització de jocs de taula com a activitat d'aprenentatge de les matemàtiques va més enllà del desenvolupament i de la pràctica de tècniques concretes pròpies de les matemàtiques (en el nostre cas, principalment tècniques de càlcul mental) i que possibilita la pràctica de procediments més generals i importants, entre els que destaquen la presa de decisions i la generalització d'estratègies, totals o parcials, ja des dels primers nivells de l'educació primària, la qual cosa possibilita una visió de les matemàtiques que va més enllà de l'aplicació de tècniques algorísmiques i del càlcul.

CAPÍTOL I. PART 2. ANTECEDENTS, FORMULACIÓ DEL PROBLEMA I OBJECTIUS DE LA RECERCA

0. INTRODUCCIÓ

La segona part del capítol I es destina a l'exposició dels antecedents de la recerca, a la formulació del problema objecte d'estudi i a la concreció dels objectius de la recerca. Aquesta part 2 del capítol I està dividida en dues seccions. En la primera secció es presenta el *taller de jocs i matemàtiques*, situació didàctica de la qual s'obtenen les dades que més endavant s'analitzaran. La segona secció es dedica a concretar el problema que s'estudiarà, així com les qüestions i els objectius principals de la present recerca.

1. EL TALLER DE JOCS I MATEMÀTIQUES COM A SITUACIÓ D'ENSENYAMENT I APRENENTATGE. FASE EXPERIMENTAL

Aquesta secció que es divideix en quatre apartats, es destina a presentar l'experiència d'innovació *taller de jocs i matemàtiques*, que es va dur a terme amb el format d'una recerca acció. En el primer apartat es presentaran els antecedents i el marc en el què es va dur a terme l'experiència, que esdevé la fase experimental de la qual s'obtenen les dades que més endavant s'analitzaran. En el segon es presenten els referents teòrics que van guiar la presa de decisions de la fase experimental. En el tercer es concreten les característiques principals de la situació didàctica: continguts i objectius d'aprenentatge, participants, espais, temporització, selecció de jocs i sistemes d'avaluació. En el quart i últim apartat s'exposen algunes de les conclusions més rellevants de la fase experimental i s'adjunten noves qüestions objecte d'estudi.

1.1 ANTECEDENTS I CONTEXT DE L'EXPERIÈNCIA

La nostra recerca se centra en l'anàlisi dels processos interactius i de la construcció de coneixements matemàtics en un *taller de jocs i matemàtiques* amb alumnes de cicle inicial de primària. Aquesta experiència es va dur a terme al CEIP Escola Bellaterra durant els cursos 1995-1996 i 1996-1997.

L'Escola Bellaterra és un centre públic situat al campus universitari de la Universitat Autònoma de Barcelona. Físicament limita amb la Facultat de Ciències de l'Educació i ja des dels seus inicis ha tingut una gran vinculació amb la formació de mestres. També ha estat escola annexa i centre experimental. Tot això fa que el col·lectiu de mestres d'aquesta escola sempre hagi estat obert a l'experimentació i la innovació.

En aquest sentit, cal dir que un element determinant per tal que la nostra experiència es pogués realitzar va ser el fet que, per una part, el projecte educatiu de l'escola considerés una determinada manera d'entendre l'aprenentatge de les matemàtiques, i, per una altra, tingués present la importància de les relacions entre alumne, professor i contingut. Si l'escola no hagués cregut, d'una banda, que calia buscar noves maneres de plantejar l'ensenyament de continguts matemàtics per mitjà de situacions amb sentit propi, rigoroses i lúdiques a la vegada, i, d'una altra, que els processos d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques s'havien de centrar en la interacció, tot afavorint el diàleg entre els participants, molt probablement no hauria estat possible dur a terme l'experiència *del taller de jocs i matemàtiques*.

El procés de col·laboració amb l'Escola Bellaterra, en relació amb el taller de jocs i matemàtiques, va ser el següent. A l'Escola Bellaterra es va dur a terme durant els cinc cursos anteriors al curs 1995-1996 un taller de jocs i matemàtiques en el cicle inicial de primària. En un moment determinat, les mestres d'aquest cicle es van plantejar la necessitat de revisar o modificar aquesta activitat i van sol·licitar la col·laboració d'una assessora externa al centre. D'aquesta manera, vaig entrar a formar part de l'equip com a exmestra de l'escola i, en aquells moments, professora de Didàctica de les Matemàtiques a la Universitat Autònoma de Barcelona i alhora formadora de l'Institut de Ciències de l'Educació de la mateixa universitat. El resultat d'aquesta experiència d'innovació va esdevenir el treball de recerca del programa de doctorat en Didàctica de les Matemàtiques (veure Edo, 1996).

Malgrat que l'objectiu inicial d'aquesta col·laboració va ser el propi d'un assessorament, és a dir, la innovació, des del Departament de Didàctica de la Matemàtica de la UAB es va creure que aquest era el marc adequat per a recollir les dades necessàries per a una futura recerca centrada en l'estudi de la interacció i la construcció de coneixements matemàtics. Per això el disseny del taller va tenir en compte aquest aspecte i, entre altres coses, ja des de l'inici es van enregistrar en vídeo totes les sessions del taller d'un determinat grup d'infants (aquest aspecte s'ampliarà i es concretarà en el capítol II de metodologia).

Un cop fets els tràmits institucionals pertinents, es va crear un grup de treball format per les quatre mestres tutores del cicle inicial i jo mateixa. En algunes reunions de treball també van participar els quatre estudiants de mestre en pràctiques que estaven implicats en el taller.

Les primeres reunions de l'equip es van destinar a delimitar l'àrea problemàtica i a identificar-ne i concretar-ne el contingut. La pregunta inicial va ser la següent: és possible dissenyar una situació didàctica per al cicle inicial de primària, en la qual per mitjà de jocs de taula els infants es diverteixin, millorin en càlcul mental, descobreixin i apliquin estratègies de joc i col·laborin entre ells per a dur a terme la tasca conjuntament?

La metodologia que ens va ajudar a resoldre aquesta qüestió inicial va ser la pròpia d'una recerca acció. Els trets bàsics d'aquella primera recerca van ser:

- a) Què investigar. El focus d'estudi parteix de la pràctica educativa. En el cicle inicial de l'Escola Bellaterra fa anys que es du a terme una activitat centrada en els jocs i la matemàtica. Tanmateix, els mestres no se senten prou satisfets d'aquesta pràctica i creuen que la poden millorar.
- b) Qui realitza la recerca. L'Escola demana la participació d'un col·laborador extern especialitzat en el tema, que es converteix en l'investigador principal, però s'assumeix la idea que mestres i col·laborador extern treballen en un context de col·laboració i participació conjunta.
- c) Com investigar. S'adopten diverses estratègies per a investigar com ara entrevistes, observació participativa, notes de camp, diaris i discussió, negociació i comparació de les dades obtingudes per cada membre del grup.

- d) Per què investigar. S'investiga per a contribuir a la resolució del problema inicial, és a dir, per a trobar i aplicar els canvis que condueixin a millorar la pràctica educativa del taller de jocs i matemàtica.
- e) Procés. Consisteix en una espiral de cicles organitzats a partir d'accions planificades i reflexions crítiques sobre aquestes.

Propòsits

Vàrem plantejar el treball com un mitjà per:

- a) Tractar de millorar el taller de jocs, atès que les mestres no estan prou satisfetes del desenvolupament d'aquest.
- b) Possibilitar la formació permanent de tots els membres de l'equip: els mestres, el col·laborador extern, així com d'altres participants en el projecte.
- c) Incloure nous enfocaments o innovacions en la pràctica educativa concreta i potser en altres situacions pròximes.
- d) Aproximar i millorar la comunicació entre els pràctics de l'educació i els teòrics o investigadors.
- e) Obtenir dades que puguin generar hipòtesis de treball en vista a una futura recerca més àmplia.

Procés

Com ja s'ha comentat, el procés que vam utilitzar, bàsic en qualsevol recerca acció, es pot concebre com una espiral de cicles constituïts per diverses fases, que en el nostre cas són aquestes:

- a) Inici del procés amb una *idea*, o problema, sobre la necessitat de millorar o optimitzar el taller de jocs i matemàtiques que es du a terme a l'Escola des de fa temps. Revisió de la literatura, seguida de discussió i negociació entre els membres de l'equip.
- b) Planificació i disseny de l'activitat com a conseqüència del punt anterior, obtenint el que anomenem *disseny inicial de la situació didàctica*, on es preveu i es concreta tot allò que es creu pot influir en la consecució dels objectius marcats.
- c) Posada en *pràctica* de la planificació realitzada, al mateix temps que s'*observa* i es recullen dades.

- d) *Avaluació* dels efectes de les decisions preses en el disseny inicial a partir de les dades obtingudes en l'observació.
- e) Reflexió i discussió conjunta com a part central de l'avaluació, que es realitza a partir de la contrastació de les observacions, les reflexions i les explicacions de cada membre del grup. D'aquesta reflexió sorgiran alguns canvis en el disseny inicial, és a dir, es redissenyen o es *planifiquen de nou* alguns dels punts clau de la pràctica educativa.

Es torna a començar tot el cicle, i es preveu la repetició de totes les fases tantes vegades com sigui necessari per a aconseguir que, tots els membres de l'equip se sentin satisfets amb les decisions que configuren el disseny del taller.

La *revisió de la literatura* no es considera una fase més del cicle, ja que està present en diferents moments del procés.

Després de delimitar les preguntes objecte de recerca, decidir quina metodologia utilitzaríem, dotar-nos d'instruments per a la recollida i l'anàlisi de dades, i mentre es feia el disseny inicial del taller, es va anar estudiant, de manera detallada, què enteníem per *jocs de taula* i quins eren els continguts matemàtics que es podien construir per mitjà d'aquests. Tot seguit s'exposaran aquells aspectes que van ser rellevants en la fase experimental d'aquest treball. El que s'exposa a continuació, en els apartats 1.2 i 1.3, és una síntesi d'una part del treball de recerca, (Edo, 1996), que esdevé el treball previ en el qual es basa l' estudi actual.

1.2 REFERENTS TEÒRICS BÀSICS DE LA FASE EXPERIMENTAL

Durant el procés de disseny, aplicació i reflexió del *taller de jocs i matemàtiques* hi va haver una fase important de revisió de la literatura i de presa de decisions teòriques en relació amb els principals temes que ens afectaven. En aquest apartat es presenten breument els elements teòrics relacionats amb les qüestions següents: què s'entén per *joc de taula* en el marc d'un context escolar d'aprenentatges matemàtics? A què ens referim quan parlem de càlcul mental? Què remarquem en relació amb el càlcul mental a primària? I en el cicle inicial de primària? Què ens aporten les recerques centrades en l'evolució dels aprenentatges dels primers càlculs? Quines haurien de ser les combinacions aritmètiques bàsiques que caldria dominar en acabar el cicle inicial de primària? I quines són les possibles estratègies de càlcul mental que els alumnes de cicle inicial poden descobrir i aplicar?

1.2.1 Què s'entén per *jocs de taula* en aquest taller

Les característiques dels jocs del taller són:

- * Jocs *col·lectius*; en els quals hi ha 2 o més jugadors.
- * L'infant, quan jugar, ha de *resoldre algunes operacions mentalment*.
- * Els jocs només depenen en part de l'atzar: hi ha la possibilitat que els jugadors, per mitjà de diversos raonaments lògics, *descobreixin i apliquin estratègies de joc* que els facin augmentar les possibilitats d'èxit en el joc.
- * El tipus de *material* utilitzat són cartes, daus, fitxes i taulers.
- * La *durada* d'una partida és curta. En mitja hora es poden fer com a mínim dues partides.
- * Respecte a la *procedència* del joc, s'escullen variants de jocs clàssics, dels quals es tingui constància que existeixen des de fa temps o que són molt estesos geogràficament.
- * Quant al tipus de *normes*, són poques i senzilles de comprendre. Ens reservem la possibilitat de modificar algun aspecte del joc clàssic per a adequar-lo als continguts matemàtics que hem escollit.

Finalment, la definició de *jocs de taula* que hem adoptat per al taller és:

Aquells jocs col·lectius amb un cert contingut matemàtic (en el nostre cas, de càlcul), en els quals l'infant, en jugar, realitza una activitat física manual al mateix temps que mentalment estableix relacions lògiques. Aquesta activitat es desenvolupa dins uns límits de temps i d'espai concrets, segons unes normes ben definides, simples i obligatòries, encara que lliurement acceptades. Una de les principals finalitats del joc és crear una certa tensió, repte, plaer o diversió als jugadors. Aquesta activitat s'acaba després d'un nombre finit i no massa extens de moviments en l'espai i en el temps.

1.2.2 Jocs de taula i càlcul mental

La revisió de la literatura en relació amb els jocs i les matemàtiques ens ha confirmat l'existència de nombrosos jocs de taula amb continguts matemàtics que, ben seleccionats i ben presentats als infants, poden ajudar-los a construir coneixements relacionats amb la numeració i el càlcul.

Hem centrat l'atenció principal en aquells jocs en els quals els infants han de realitzar càlculs mentals. Entenem per *càlcul mental*:

Aquell càlcul que es realitza sense cap suport material –escriptura, dibuixos, objectes, etc.– i que està encaminat a trobar un resultat a una o diverses operacions (encara que en alguns jocs pot haver-hi visualització parcial de les dades).

Càlcul mental a primària.

Un aspecte amb el qual coincideixen tots els currículums actuals de l'Estat espanyol, així com diverses propostes d'altres països [com en els *Estandares* (NCTM, 1991) dels Estats Units o L'Informe Cockcroft (1982) d'Anglaterra i Gal·les], és la necessitat de prioritzar el càlcul mental, juntament amb l'aprenentatge de la utilització de la calculadora, restant temps i importància als càlculs escrits.

L'actual currículum de l'Estat Espanyol proposat pel Ministeri d'Educación i Ciència, *Diseño Curricular Base* (1989), –a diferència de l'anterior, *Orientaciones Pedagógicas para EGB* (1970), que no feia pràcticament cap referència al càlcul mental– dedica tot un apartat d'orientacions didàctiques al càlcul mental. En aquestes orientacions per a l'ensenyament de la matemàtica a primària es justifica la importància del càlcul mental amb arguments com els següents:

“És òbvia la seva utilitat, ja que la major part de les operacions que es necessiten en la vida diària es fan mentalment i, a més a més, el càlcul mental contribueix de manera especial al desenvolupament d'algunes capacitats pròpies d'aquesta etapa”.

“[...] per mitjà del càlcul mental es desenvolupen: la concentració, l'atenció, l'interès i la reflexió per a decidir i escollir; l'autoafirmació i la confiança en un mateix, la flexibilitat en la recerca de solucions i la capacitat per a relacionar, comparar, seleccionar o donar prioritat a unes dades enfront d'altres a l'hora d'operar”. (DCB, 1989, p. 418)

Però en aquestes orientacions no només trobem els avantatges que pot suposar per als infants aquest nou protagonisme del càlcul mental, sinó que, a més a més, s'orienta tant en relació amb els aprenentatges dels alumnes com respecte a l'actuació del professor. Així doncs, s'expliciten els tipus d'estratègies que s'han de promoure en els alumnes, el procés que s'ha de seguir per tal que serveixi per a la reflexió dels infants i la utilitat que pot tenir tot el procés per al professor.

“Per aconseguir un bon càlcul mental es fa necessari l'aprenentatge d'una sèrie de mètodes i estratègies que permetin a l'alumne operar tant en el càlcul mental additiu (commutació, descomposició, arrodoniment, recompte, duplicació, etc.) com en el càlcul mental multiplicatiu (distribució, factorització, etc.). Tot això, per mitjà d'un procés d'exploració que permeti tant conèixer l'existència de determinades estratègies com també reflexionar sobre aquestes per a escollir o utilitzar la més adequada en cada situació”.

“L'aprenentatge del càlcul mental suposa la reflexió i la verbalització de diverses estratègies utilitzades en una determinada operació. Al professor, li servirà per a aprofitar errors, avaluar i reorientar el procés seguit” (DCB, 1989, p. 418).

En les diferents propostes curriculars de l'Estat espanyol es poden trobar arguments i explicacions similars a les descrites. Per exemple, el *Currículum d'educació primària* de la Generalitat de Catalunya (1992) estableix deu objectius generals d'aquesta àrea que s'han d'haver assolit en finalitzar l'etapa; i és especialment contundent en referir-se a la prioritització dels diferents tipus de càlcul. En concret, l'objectiu núm. 4 diu:

“Usar habitualment el càlcul mental o mitjans tècnics (calculadora, ordinadors) selectivament, amb preferència¹ sobre el càlcul escrit” (*Currículum d'educació primària* de la Generalitat de Catalunya, 1992, p. 69)

A banda dels documents oficials, comptem també amb opinions d'experts documentades en les revistes científiques i que Gómez (1994) resumeix en la seva tesi doctoral: *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo*.

¹ Els subratllats són nostres

Segons Gómez, les opinions d'aquests experts són menys tímides que les dels responsables oficials i van més enllà a l'hora de remarcar la importància del càlcul mental. Així, per exemple, puntualitzen que el càlcul mental a primària serveix per a reforçar la comprensió del valor de posició, comprendre i aplicar equivalències numèriques, descobrir que el sistema numèric està ple de pautes aritmètiques, contrastar i fer emergir les concepcions dels estudiants sobre mètodes de càlcul a partir de l'anàlisi de situacions numèriques, i fins i tot treballar la transició de l'aritmètica a l'àlgebra, entre d'altres.

Càlcul mental en el cicle inicial.

Centrant-nos en el cicle inicial, infants de sis a vuit anys, trobem una nova raó important per iniciar els nens i a les nenes en el veritable càlcul mental, que, recordem, cal resoldre sense cap suport material.

Per comentar aquesta raó, ens cal saber, d'una banda, què fem els adults per a calcular mentalment, per a conèixer cap a on hem de tendir per ajudar els infants a arribar-hi. I, de l'altra, conèixer, a grans trets, l'evolució dels infants en relació amb la resolució d'operacions no escrites.

“Si pensem com calculem els adults, veurem que tots partim d'una sèrie de resultats d'operacions apreses de memòria, bàsiques i imprescindibles, per a poder realitzar els càlculs següents. Llavors utilitzem una sèrie d'estratègies com descompondre els nombres, arrodonir o compensar les quantitats, etc., per tal d'arribar a la solució. Aquestes estratègies són múltiples i cada individu troba els seus propis procediments.

Però veiem que per a utilitzar aquest sistema de càlcul cal que tinguem un coneixement sòlid i complet dels nombres, és a dir, cal entendre'ls com a resultat d'operacions diverses realitzades a partir d'altres nombres, saber-ne les possibles descomposicions, etc.”. (Edo, 1991 p. 11)

Així doncs, per poder calcular mentalment cal, en primer lloc, dominar la seqüència numèrica; en segon lloc, cal haver automatitzat els resultats d'algunes de les combinacions aritmètiques bàsiques, i, en tercer lloc, ser conscients que existeixen una sèrie de procediments o d'estratègies per a resoldre el càlcul sense cap suport material.

Un cop concretats els coneixements implicats en la capacitat de calcular mentalment, analitzem l'evolució d'aquests en la resolució d'operacions no escrites. Dickson *et al.* (1984) presenten resultats d'estudis fets per Carpenter i els seus col·laboradors (Carpenter i Moser, 1979 i 1982; Carpenter, Moser i Romberg, 1982) que ens poden ajudar. Aquests autors presenten els resultats d'unes recerques fetes als Estat Units amb cent cinquanta infants d'entre sis i vuit anys. En les entrevistes amb els alumnes utilitzaven una gran varietat de problemes orals en els quals calia fer sumes i restes. El moment de realitzar les entrevistes era sempre poc temps després d'haver començat el primer grau de l'escola elemental, (equivalent a l'inici de primer de primària a Espanya).

Algunes de les conclusions de les seves recerques són:

- Al voltant del 60% dels infants saben resoldre els problemes d'addició quan s'utilitzen nombres petits (entre 5 i 9); el percentatge d'encerts és molt menor (30%) quan s'utilitzen nombres més grans (entre 11 i 16).
- Les estratègies per a resoldre els problemes amb nombres petits es basen quasi totes en el “recompte”. Així doncs, distingeixen quatre categories d'estratègies utilitzades per a resoldre addicions amb nombres petits, que presenten ordenades de menor a major complexitat.

Estratègia de “recompte complert” (el 40% dels infants la utilitzaven). Quan els infants utilitzen aquest procediment, compten les dues quantitats per separat, usant elements solts o els dits, i tornen a comptar després des del principi la col·lecció composta de les dues quantitats inicials.

Estratègia de “prosseguir el recompte” (el 14 % dels infants la utilitzaven). En aquest procediment es parteix del número que determina la quantitat d'una de les col·leccions i s'afegeix el segon, continuant el recitat de la sèrie numèrica al mateix temps que s'assenyalen els elements (peces o dits) de la segona col·lecció.

D'aquest 14% la meitat, és a dir, el 7% del total d'infants que resolien bé les operacions, partia del primer nombre que havia sentit, fos aquest més gran o més petit que l'altre, mentre que l'altre 7% partia sempre del nombre més gran, encara que fos l'últim en l'enunciat verbal.

Estratègia del “fet memoritzat” (el 7% dels infants la utilitzaven). En aquest cas, els infants responien directament el resultat sense haver de fer cap recompte i quan se’ls preguntava com ho havien fet argumentaven que “ja se’l sabien”.

Estratègia del “fet deduït” (només el 5% dels infants la utilitzaven). Suposa que els infants fan un reagrupament mental de les quantitats, vegem un exemple de l’explicació que donen: “4 i 8 fan 12, perquè 8 i 2 són 10 i 2 que en sobren, 12”.

Aquests resultats ens han ajudat a reflexionar al voltant de la nostra experiència. Veiem, en primer lloc, una tendència fortament generalitzada a utilitzar el recompte, ja sigui total o parcial, com a eina bàsica a l’inici de l’equivalent al nostre cicle inicial. ($40\% + 14\% = 54\%$). Això mostra que aquests infants coneixen i utilitzen un procediment per a resoldre la situació. Però, òbviament, aquest no és ni el més segur ni el més desitjable des del punt de vista del desenvolupament del pensament matemàtic (malgrat la seva eficàcia amb nombres petits i en situacions en que el temps és irrellevant), ja que no podem parlar encara que es faci mentalment, atès que, recordem habitualment necessiten la presència d’elements mòbils o dels dits i, a més a més, l’eficàcia del recompte es redueix dràsticament quan augmenta el valor dels nombres implicats.

D’altra banda trobem un reduït grup d’infants que comencen a utilitzar els càlculs apresos de memòria i fins i tot alguna estratègia concreta, com descompondre i reagrupar les quantitats resultants. Això mostra que alguns infants, a l’inici d’aquest període, tenen ja la capacitat per a conèixer i utilitzar aquests procediments.

Això, juntament amb la nostra experiència com a mestres, ens fa pensar que la construcció de l’aprenentatge significatiu i funcional de procediments per a resoldre càlculs mentalment amb nombres petits, sense recompte, es pot ubicar en la zona de desenvolupament proper de molts dels infants del cicle inicial de primària. Malgrat tot, sabem que no tots els infants arriben al cicle inicial amb el mateix nivell real de desenvolupament, i és el nostre desig i la nostra obligació respectar l’evolució de cada infant. Per això ens marquem un període llarg, de dos anys (tot el cicle inicial), per a ajudar cada nen i a cada nena a descobrir i fer seus, és a dir, a construir, aquests aprenentatges.

Creiem, basant-nos una vegada més en l'experiència d'anys com a mestres, que els infants que no s'inicien en el descobriment i l'aplicació de les estratègies de càlcul mental durant els primers anys de primària (cicle inicial i cicle mitjà) fixen uns procediments de recompte als quals poden quedar lligats per sempre més (tots coneixem adults que resolen petits càlculs amb procediments de recompte); llavors, aconseguir canviar aquest procediment per un altre, molt més potent i complex, basat en estratègies de càlcul mental, pot ser molt difícil.

Per tot això, afirmem que aquest és el moment adequat per a iniciar els infants en el coneixement de procediments per a resoldre les operacions mentalment, ajudant-los a substituir el procediment de recompte (útil i adequat en les edats anteriors) com a procediment habitual, perquè és lent, feixuc i limitat, per un altre basat en la utilització dels resultats apresos de memòria i les estratègies de reagrupació de les quantitats, per mitjà de situacions que en mostrin els seus avantatges.

Al marge d'aquesta raó principal, compartim el que s'ha dit anteriorment en el sentit que el càlcul mental desenvolupa moltes altres capacitats interessants en els infants, com són l'atenció, la concentració, l'aprofundiment en el coneixement dels nombres, l'autoconfiança, etc. També considerem que és necessari un cert domini del càlcul mental per a poder abordar estratègies de raonament presents en moltes situacions que involucren nombres, en particular en alguns dels jocs proposats als infants en la nostra experiència.

Per tant, un cop concretat l'objectiu principal en relació amb el càlcul, que és ajudar els infants a passar d'utilitzar estratègies de recompte a utilitzar estratègies de càlcul mental, cal estudiar quines eines necessiten aquests per fer-ho. Creiem que bàsicament són tres:

- El domini de la seqüència numèrica, que ja es coneix des de parvulari, però que al cicle inicial es reforçarà.
- El domini d'alguns resultats automatitzats de combinacions aritmètiques bàsiques. Els jocs del taller poden ser eines molt adequades per a aquest aprenentatge.
- El coneixement de l'existència d'una sèrie de procediments o d'estratègies per a resoldre el càlcul sense cap suport material. Els jocs del taller, en petit grup, poden afavorir l'intercanvi d'opinions entre infants, i entre l'adult i els infants, que ajudarà a descobrir i a aplicar aquestes estratègies.

Combinacions aritmètiques bàsiques en el cicle inicial

Ens hem qüestionat quins resultats d'operacions caldria que els infants aprenguessin de memòria en el cicle inicial. Per concretar-los hem fet una revisió de diferents propostes, entre les quals destacaríem: Mialaret (1984), Gimenez i Gironde (1990), Edo (1991) i Segarra i Edo (1992). Un cop analitzat què suggereix cadascuna d'elles, l'equip del cicle inicial de l'Escola Bellaterra creu adequat que els infants coneguin, com a mínim, les combinacions bàsiques següents en acabar el segon curs de primària.

- Seqüència: $[(+1) \text{ i } (-1)]$ en qualsevol número < 100
- Seqüència: $[(+2) \text{ i } (-2)]$ en qualsevol número < 100
- $10 +$ qualsevol número < 10
- Tots els dobles dels nombres < 10
- Totes les descomposicions en dos sumands d'alguns dels primers nombres: 5, 6, 10 i 12
- Algunes de les descomposicions en dos o més sumands de nombres més grans com: 15, 20, etc.

Per tant, aquestes són les combinacions bàsiques que s'intentarà que tots els infants coneguin en acabar el cicle inicial. Al marge de les ja esmentades, creiem important ajudar els infants a resoldre ràpidament qualsevol suma de dos nombres més petits de 10, ja sigui per mitjà d'un "fet memoritzat" o d'un "fet deduït".

El quadre I.2.1 presenta les combinacions aritmètiques que centren el nostre interès. Això no vol dir que els infants hagin de saber, en acabar el cicle, tots aquests resultats de memòria, sinó que han de tenir mecanismes àgils per a trobar les respostes adequades.

Taula de sumes del 0 al 10.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0+0=0	1+0=1	2+0=2	3+0=3	4+0=4	5+0=5	6+0=6	7+0=7	8+0=8	9+0=9	10+0=10
1		1+1=2	2+1=3	3+1=4	4+1=5	5+1=6	6+1=7	7+1=8	8+1=9	9+1=10	10+1=11
2			2+2=4	3+2=5	4+2=6	5+2=7	6+2=8	7+2=9	8+2=10	9+2=11	10+2=12
3				3+3=6	4+3=7	5+3=8	6+3=9	7+3=10	8+3=11	9+3=12	10+3=13
4					4+4=8	5+4=9	6+4=10	7+4=11	8+4=12	9+4=13	10+4=14
5						5+5=10	6+5=11	7+5=12	8+5=13	9+5=14	10+5=15
6							6+6=12	7+6=13	8+6=14	9+6=15	10+6=16
7								7+7=14	8+7=15	9+7=16	10+7=17
8									8+8=16	9+8=17	10+8=18
9										9+9=18	10+9=19
10											10+10=20

Quadre I.2. Relació de combinacions aritmètiques bàsiques que cal tendir a automatitzar-ne la resposta durant el cicle inicial de primària

Possibles estratègies de càlcul mental en el cicle inicial

Ara ens cal saber quines possibles estratègies de fet deduït (segons la terminologia de Carpenter *et al.*) poden descobrir els nens i les nenes d'aquestes edats en relació amb l'addició de nombres petits (0 a 10) amb resultats fins a 30. Així doncs, analitzem les estratègies de càlcul mental, recollides per Gómez (1994), i seleccionem aquelles que tenen sentit per al treball que ens ocupa –és a dir, les estratègies d'addició amb nombres petits amb resultats fins a 10 i fins a 30– i que presentem a continuació.

Atès que el tema central del present treball no és el càlcul mental i en les edats en què ens centrem (de 6 a 8 anys) no creiem oportú fer distincions entre mètodes de càlcul mental i estratègia, adoptem la definició d'*estratègia de càlcul mental* que proposa Hunter, que cita Gómez (1994, p. 150):

“Mètode de càlcul o estratègia és un procediment esquemàtic que descompon la tasca en una seqüència de passos preorganizada”.

A continuació presentem algunes de les estratègies de càlcul mental que proposa Gómez. De totes les que presenta, hem escollit només les que tenen relació amb el tema que ens ocupa, és a dir, les que es poden utilitzar en la resolució d'addicions i de subtraccions amb nombres petits.

1. **Descomposicions:** Aquesta denominació inclou totes les estratègies de càlcul que, dotant les dades de significat numèric i relacional, utilitzen quantitats més petites que les donades. Ens interessen especialment les descomposicions *dissociatives*, que són aquelles en les quals es descomponen un o tots dos termes en sumands més petits.

* *Dissociacions:* consisteixen en la descomposició d'un o de tots dos termes en sumands.

- Per encapçalament: consisteixen a descomposar un o ambdós termes que resulten completant les xifres amb els zeros corresponents, o sigui, descomposar en ordres d'unitat.

Dels dos termes: $12 + 11 = 10 + 2 + 10 + 1 = (10 + 10) + 2 + 1 = 23$

D'un sol terme i afegint-hi la resta: $12 + 11 = 12 + 10 + 1 = 22 + 1 = 23$

- Subsidiàries: consisteixen a descomposar un terme en funció de l'altre. Busquem patrons o fets coneguts.

Dobles: $6 + 7 = 6 + 6 + 1 = 12 + 1 = 13$

Complementari a 10: $5 + 8 = 5 + 5 + 3 = 10 + 3 = 13$

2. **Compensacions.** Aquesta denominació inclou totes les estratègies de càlcul mental que, dotant les dades de significat numèric i relacional, utilitzen quantitats més grans o més petites que les donades, com quan s'apliquen alteracions invariants en les quals s'incrementa una dada i es corregeix després l'efecte de l'increment sobre l'altra dada o sobre el resultat final. En el primer cas les compensacions s'anomenen *intermèdies* i en l'altre, *finals*.

* *Compensacions intermèdies:* consisteixen a servir-se de l'increment d'un o dels dos termes compensant el resultat durant el procés intermedi, és a dir, abans d'operar els parcials.

- Afegir i treure completant desenes: $19 + 11 = 20 + 10 = 30$

- Afegir i treure doblant el número central: $8 + 6 = 7 + 7 = 14$

* *Compensacions finals*: consisteix a servir-se de l'increment d'un o dels dos termes compensant el resultat en acabar les operacions parcials.

- Arrodoniment: consisteix a completar la desena o la centena, afegint unitats a qualsevol dels sumands per a fer una quantitat exacta de desenes o centenars i a corregir-ne després el resultat:

$$6 + 9 = 6 + (10 - 1) = (6 + 10) - 1 = 16 - 1 = 15$$

3. **Recomptes**. Aquesta denominació inclou totes les estratègies de càlcul mental que consisteixen a operar les dades per mitjà d'accions comptadores immerses en la seqüència numèrica.

* *Comptar a salts*: consisteix a servir-se d'actuacions additives repetitives que involucren les pautes recurrents de la seqüència numèrica.

Suma: $12 + 9 = 12 + (3 + 3 + 3) = (12 + 3) + 3 + 3 = (15 + 3) + 3 = (18 + 3) = 21$

Fins a aquest punt s'han revisat les possibles estratègies de càlcul mental que els infants de cicle inicial poden aplicar per a resoldre les operacions que els plantejaren els jocs escollits. Cal insistir, però, que la intenció dels mestres no és, de cap manera, que els infants coneguin i apliquin totes les estratègies esmentades. Aquesta relació de possibles estratègies ha de servir als adults per a comprendre i interpretar el que els infants vagin fent i explicant durant el joc. Tanmateix, creiem que el fet de propiciar la verbalització de les estratègies utilitzades és una ajuda important al procés de construcció de cada alumne, ja que la verbalització comporta prendre consciència d'allò que, en moltes ocasions, s'ha fet de manera intuïtiva i pel possible efecte *mirall* que pot tenir entre els alumnes mateixos: “Si el company és capaç de trobar un “truc” per a no haver de comptar, potser jo també podré trobar-ne algun altre, o puc assajar l'aplicació del seu”.

Els continguts i objectius d'aprenentatge del taller es concretaran en l'apartat 1.3 d'aquesta mateixa secció, en què presentarem les característiques del taller.

1.2.3 Jocs de taula i raonament lògic

Com ja s'ha dit anteriorment, hi ha innombrables jocs de taula en què intervenen estratègies de joc, és a dir, en què el jugador ha de descobrir un procediment que l'ajudarà a resoldre millor la situació en la qual està immers. Aquestes estratègies tenen a veure, des del punt de vista de la matemàtica, amb les estratègies de

resolució de problemes, i és per això que hem considerat les estratègies de joc un contingut més de matemàtiques.

En relació amb aquest tema s'ha exposat, en parlar de jocs i matemàtiques, que existeix un cert paral·lelisme en la manera de procedir en el joc i en les matemàtiques. Recordem que hi han hagut autors, com Gairín (1990) o Guzmán (1989), que han intentat formalitzar aquesta relació establint els passos habituals en l'un i en l'altra i remarcant el paral·lelisme existent quant als processos a desenvolupar.

També hi ha diferents autors (Meirovitz i Jacobs, 1983; Bishop, 1988; Bell i Cornelius, 1988; Ferrero, 1991) que defensen que el tipus de raonament que efectua el jugador en determinats jocs té molt a veure amb la manera de raonar des de la matemàtica. Per això s'han escollit, per al taller, jocs que permeten desenvolupar estratègies afavoridores amb el convenciment que els infants quan hi juguen tenen la possibilitat de descobrir aquestes estratègies i establir així relacions lògiques significatives pel que fa al desenvolupament del pensament matemàtic.²

Recordem que l'atzar intervé en tots els jocs del taller, però aquest no és l'únic factor decisiu per al desenllaç del joc. Hem escollit jocs que possibiliten la intervenció d'estratègies afavoridores. Entenem per *estratègies afavoridores* tots aquells procediments que en ser aplicats per un jugador fan que augmentin les possibilitats de guanyar d'aquest. Els continguts d'aquestes estratègies varien d'un joc a l'altre, però tenen en comú que "els jugadors han d'escollir de manera intel·ligent els seus moviments, basant-se en qualsevol informació de què disposin en el moment de moure" (Corbalán 1997, p. 29). Distingim, però, entre estratègies afavoridores i estratègies guanyadores en el sentit que les primeres no són mai suficients per a trobar la manera de guanyar sempre en el joc, mentre que les segones sí, aquestes últimes són les pròpies dels anomenats joc d'estratègia, és a dir, jocs sense la intervenció de l'atzar. Entenem, doncs, que el jugador que descobreix i aplica alguna estratègia afavoridora té més possibilitats d'èxit en el joc.

² Vegeu el subapartat 2.2.4, primera part el capítol I. *Marc teòric*.

1.3 CARACTERÍSTIQUES PRINCIPALS DEL TALLER DE JOCS I MATEMÀTIQUES EN EL CICLE INICIAL

En aquest apartat es presenten les característiques principals del taller: objectius i continguts, participants, espais, temporització, selecció de jocs, estructura de les sessions i sistemes d'avaluació.³

1.3.1 Objectius i continguts matemàtics del taller de jocs

Es desitja que els nens i les nenes arribin a:

1. Comprovar que aprenen matemàtiques al mateix temps que es diverteixen.
2. Millorar les seves aptituds en el càlcul mental.
3. Descobrir i aplicar estratègies de raonament lògic.
4. Col·laborar amb els companys per a dur a terme la tasca conjuntament.

Paral·lelament al redactat dels objectius generals del taller es van concretar els *continguts matemàtics* que es prioritzaven, que són el càlcul mental i el raonament lògic.

1. Pel que fa al **Càlcul mental**, es tracta d'ajudar els infants a avançar en els procediments utilitzats per a resoldre mentalment operacions senzilles. Per això els continguts són: d'una banda, la descomposició sistemàtica d'alguns dels primers nombres amb la intenció que els infants reconeguin i automatitzin algunes de les combinacions aritmètiques bàsiques. I, de l'altra, el reconeixement i la utilització de procediments o estratègies de càlcul basades en la descomposició i el reagrupament mental de les quantitats.

- Continguts de fets i conceptes per primer de primària:
 - Descomposició sistemàtica, amb dos o més sumands, dels primers nombres: fins el 10.
 - Sumes dels primers nombres, amb dos o més sumands: els sumands entre 1 i 6 i resultat màxim entre 12 i 15.

³ A partir d'ara, quan ens referim a la “situació didàctica amb jocs de taula” estem fent referència no a qualsevol situació, sinó a la que es presenta a continuació, de la qual hem obtingut les dades d'aquesta recerca.

- Continguts de fets i conceptes per segon de primària:
 - Descomposició sistemàtica, amb dos o més sumands, d'alguns dels primers nombres, concretament: 10, 12, 15 i 20.
 - Sumes dels primers nombres, amb dos o més sumands: els sumands entre 1 i 10, i resultat màxim entre 20 i 30.
- Continguts procedimentals per primer i segon de primària:

Es pretén que, a l'hora de resoldre un càlcul mental qualsevol amb nombres petits, els nens i les nenes passin de fer el recompte complet d'element a element a utilitzar procediments més avançats, com ara:

- Recompte d'elements només del segon sumand (s'afegeix a la quantitat del primer sumand).
- Recompte d'elements només del sumand més petit (s'afegeix a la quantitat del sumand més gran).
- Resolució del càlcul sense recompte, resposta automàtica deguda a la memorització d'alguns resultats.
- Resolució del càlcul sense recompte, utilització d'algunes de les estratègies de càlcul mental basades en la descomposició i el reagrupament mental de les quantitats.

2. Pel que fa al **raonament lògic**, es tracta d'ajudar els infants a descobrir i aplicar estratègies afavoridores de joc per mitjà del raonament lògic. S'entén per *estratègia afavoridora* tots aquells procediments que en ser aplicats per un jugador augmenten les possibilitats de guanyar d'aquest. Els continguts de les estratègies de joc estan relacionats amb l'atenció, la memòria, el paper de la probabilitat i l'atzar, la combinatòria i altres aspectes de lògica deductiva.

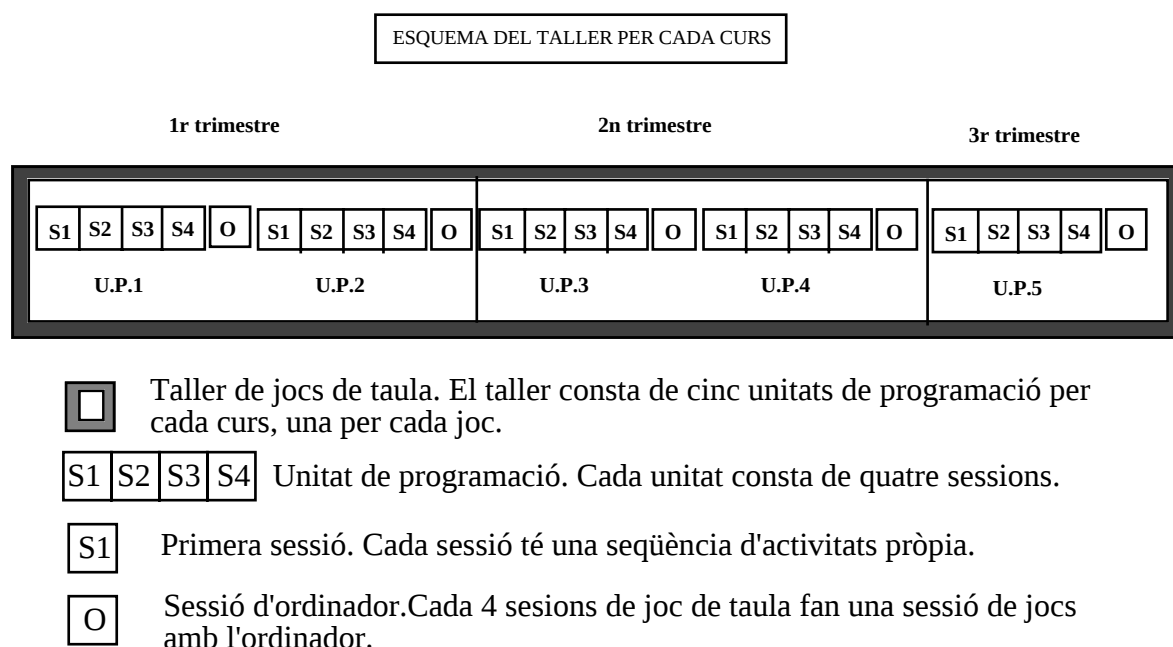
- Per primer i segon de primària el contingut procedimental sempre és:
 - Reconeixement i utilització d'alguna estratègia afavoridora que pugui ajudar a intervenir millor en el joc.

1.3.2 Participants, espais i temporització

Aquest taller es va dur a terme al cicle inicial i hi van participar tots els nens i les nenes (prop de cent infants) de primer i de segon de Primària. De cada classe es feien dos grups que actuaven en espais separats, amb adults diferents, però al mateix temps.

A més dels quatre mestres tutors, hi va intervenir un adult més per grup (en aquest cas, es van implicar en el taller quatre estudiants de mestre en pràctiques). Cada adult va fer càrrec d'un mateix grup d'onze o dotze infants durant tot el curs. Durant el curs 1995-1996 també hi va participar la investigadora, amb un grup fix de quatre alumnes de primer i un altre de quatre alumnes de segon.

Per a cada grup classe s'utilitzaven dos espais: l'aula mateixa i biblioteca, laboratori, sales d'ús múltiple, etc. Mentre es duia a terme la recollida de dades, la investigadora va disposar d'un espai fix (despatx) per a jugar amb els seus grups. El taller contenia cinc jocs per a cada curs i cada joc era el protagonista principal durant quatre sessions, és a dir, cada quatre sessions feien una unitat de programació.



Quadre I.2. Error! Argumento de modificador desconocido.. **Esquema general del taller**

El taller de jocs i matemàtiques tenia una freqüència d'una hora setmanal. Totes les sessions de joc de taula constaven de dues parts: en la primera tots els infants jugaven alhora a un joc dirigit, és a dir, escollit prèviament per l'equip de mestres; en la segona els nens i les nenes escollien lliurement qualsevol dels jocs (incloent-hi el dirigit) amb continguts matemàtics que els mestres portaven a classe per a utilitzar només durant el taller (dòmino, *Quién es Quién*, l'oca, el parxís, etc.).

El temps destinat a cada part de la sessió no era fix. En principi es preveia més o menys mitja hora per a cada part, però els infants intervenien en la decisió del temps que jugaven a cada tipus de joc. Si es cansaven del joc dirigit, podien passar als jocs lliures, però també podia passar el contrari, és a dir, que l'adult digués que ja es podien escollir jocs lliures i que algun grup decidís que volia seguir jugant al primer joc. Per això es va preveure un temps de seixanta minuts, que es va repartir entre els dos tipus de jocs (el proposat pel mestre i l'escollit pels infants mateixos) depenent de l'interès, la satisfacció i la diversió que provocava el joc dirigit.

Les activitats que es realitzaven en la primera part de cada sessió (joc dirigit) seguien un esquema propi segons si era la primera, la segona, la tercera o la quarta sessió de la unitat.

El taller de jocs inclou també algunes sessions de jocs matemàtics amb ordinador. La freqüència d'aquestes és: de cada cinc sessions del taller, quatre es destinen a jocs de taula i una, a jocs amb l'ordinador.

1.3.3 Selecció dels jocs i els sistemes d'avaluació

Per a escollir els jocs dirigits es va partir d'una selecció prèvia de trenta-cinc jocs obtinguts de Kamii i de Vries (1980), Kamii (1985 i 1989), Grup Almosta (1988), Chauvel i Michel (1989), Bell i Cornelius (1990), Bassedes i altres (1991), Desjardins-Royon (1991) i Segarra i Edo (1992). Els criteris per a la selecció final dels deu jocs que formen el taller van ser:

- El contingut de càlcul mental. S'escullen jocs que presentin continguts de càlcul mental pròxims als seleccionats prèviament per l'equip.

- La intervenció d'estratègies afavoridores. Es valora de manera positiva el fet que el joc no depengui del tot de l'atzar; per tant, es tendeix a escollir jocs en els quals els infants puguin descobrir i aplicar algun procediment que els afavoreixi.
- La procedència del joc. S'escullen preferentment jocs d'estructura clàssica o tradicional, que es juguin fora de l'escola, abans que jocs creats específicament per a treballar determinats continguts escolars. Aquest criteri busca apropar-se a la diversió.
- Els materials necessaris. Es procura escollir jocs que no comportin gaire complexitat a l'hora de preparar el material i també que no siguin massa cars.
- La durada d'una partida. En principi no interessen els jocs en què una sola partida duri més de deu o quinze minuts. Es prefereix fer diverses partides en una mateixa sessió que no haver de deixar partides inacabades per falta de temps.

Finalment, es van escollir i seqüenciar cinc jocs per a cada curs, que s'exposen en el quadre I.2.2.

	Títol del joc	Contingut de càlcul	Agrupament dels infants
1	A cincs	Descomposició del 5	Quatre o més, sols
2	Memori a sisos	Descomposició del 6	Quatre o més, sols
3	Màxim deu	Estratègies de càlcul i sumes encadenades	Quatre o més, en equips
4	Els tres daus	Estratègies de càlcul, i descomposició del 2 al 10	Quatre o més, en equips
5	La mona	Descomposició del 10	Quatre o més, sols
6	Et demano	Descomposició del 10	Quatre o més, sols
7	Tres en línia	Estratègies de càlcul i descomposició fins a 20	Dos, sols
8	Memori a dotzes	Descomposició del 12	Quatre, en equips
9	Màxim quinze	Estratègies de càlcul i sumes encadenades mentals fins el 15 i sumes encadenades escrites	Quatre o més, en equips
10	Vint-vint	Sumes mentals encadenades i descomposició del 20 en varis sumands	Quatre o més, sols

Quadre I.2. Presentació general dels jocs, continguts de càlcul i tipus d'agrupament de tots els jocs del taller

A cada joc seleccionat correspon un quadre de programació particular⁴ on apareixen els continguts de procediments, de conceptes i d'actituds, els objectius d'aprenentatge i els sistemes d'observació i avaluació.

⁴ Per a més informació, vegeu EDO (1996).

Pel que fa a l'avaluació, ens vam dotar d'una sèrie d'instruments d'observació i anàlisi: control escrit del càlcul, taules d'observació, converses col·lectives i sessions de treball conjunt de tot l'equip docent.

– *Control escrit del càlcul.* N'hi ha un de diferent per a cada joc. Consisteix en dos o tres de fulls amb una sèrie d'operacions que tenen relació amb els càlculs que es realitzen mentre es juga. Aquesta prova es fa abans d'iniciar un joc i es torna a fer quan s'acaba la unitat de programació. La prova consisteix a resoldre individualment tantes operacions com sigui possible en dos minuts.

– *Taules d'observació.* N'hi ha una de diferent per a cada joc. Són uns fulls on hi ha uns espais per a escriure els noms dels infants i unes columnes on se situa el que cal observar (sempre té relació amb els objectius d'aprenentatge del joc). La mestra fa un parell d'anotacions per a cada infant al llarg de les quatre sessions. Creiem que la taula és un instrument necessari, ja que ens dóna un referent clar del que cal observar de cada joc.

– *Converses col·lectives.* L'esquema general de les converses és molt similar per a tots els jocs. Participen en aquestes converses tot el grup d'infants i l'adult responsable del grup. Les converses es duen a terme a l'inici de la unitat de programació (què aprendrem?), durant el joc (què anem coneixent, descobrint, aprenent?) i a la sessió final (què hem après?) de cada joc. Entenem que, per als alumnes, les converses són activitats importants d'aprenentatge, ja que són moments de reflexió personal i d'interacció amb els companys que els han de permetre regular el propi procés d'aprenentatge, incorporar nous coneixements i autoevaluar-se. Per això cal que el mestre condueixi la conversa potenciant al màxim l'expressió i l'intercanvi d'opinions entre els infants mateixos. Si bé per als infants les converses són activitats d'aprenentatge, per a l'adult són veritables situacions d'avaluació. D'una banda, podem parlar d'*avaluació sumativa*, ja que ens dóna una visió global dels resultats obtinguts al final de la unitat didàctica, i de l'altra parlarem d'*avaluació formativa*, ja que ens aporta els elements necessaris per a refer el disseny de la situació didàctica i adaptar-lo als progressos i necessitats d'aprenentatge observats.

– *Sessions de treball.* Amb tota la informació recollida de les converses amb els infants, els controls de càlcul, les taules d'observació, més algun redactat, quan se n'ha fet algun, es fan reunions periòdiques en què es parla de l'evolució dels

infants del grup: què han après de càlcul?, han descobert i aplicat estratègies de joc?, etc.

Un cop al mes, aproximadament, es fa una reunió de tot l'equip en la qual cada adult comunica els resultats de l'aplicació del joc al seu grup. En aquestes reunions s'analitzen els diferents resultats, es prenen decisions respecte a la validesa de cada joc i es revisen els diferents acords que concreten la proposta metodològica, tot introduint-hi les modificacions pertinents. És a dir, es redissenyen alguns aspectes, que es porten de nou a la pràctica, tot observant i recollint dades per a poder-les avaluar i per a poder reiniciar el cicle.

Aquest procés complet es realitza per als cinc jocs del taller i ens permet obtenir algunes conclusions en relació amb les qüestions inicials que ens havíem formulat i que s'exposen breument a continuació.

1.4 CONCLUSIONS MÉS RELLEVANTS DE LA RECERCA ACCIÓ PRELIMINAR I NOVES QÜESTIONS OBJECTE D'ESTUDI

Recordem que aquesta recerca partia de la pregunta inicial següent: És possible dissenyar una situació didàctica per al cicle inicial de primària, en què per mitjà de jocs de taula els infants es diverteixin, millorin en càlcul mental, descobreixin i apliquin estratègies de joc i col·laborin entre ells per a dur a terme la tasca conjuntament?

La qüestió inicial es va dividir en diversos interrogants que es van respondre per separat. Si ens centrem en les preguntes referents als aprenentatges matemàtics, ens demanàvem:

- 1) Podem dir que els jocs escollits i el disseny de la situació didàctica ajuda els infants a construir coneixements per a resoldre mentalment càlculs amb nombres petits?
- 2) Podem dir que els jocs escollits i el disseny de la situació didàctica fan que els infants estableixin relacions lògiques que els portin a descobrir i aplicar estratègies afavoridores de joc?

Respecte a la primera pregunta, els resultats ens permeten afirmar que els jocs escollits i el disseny de la situació didàctica ajuden els infants a construir coneixements per a resoldre mentalment càlculs amb nombres petits, ja que:

- Si fem un recompte del nombre de càlculs que fa un infant en jugar a aquests jocs (per exemple: Els tres daus, segon joc de primer de primària), veiem és de quaranta a seixanta operacions mentals en un temps de deu a quinze minuts. La resta de jocs tenen freqüències similars.
- Els resultats de les proves de rapidesa de càlcul mental en relació amb cada joc, anomenats *pretest* i *posttest*, confirmen, en tots els casos, la millora global de resultats en acabar cada unitat de programació (una unitat equival a un joc, durant quatre sessions).
- Els resultats del *posttest* difereixen una mica segons els objectius de càlcul de cada joc. Quan l'objectiu de càlcul mental del joc és "que els infants trobin i apliquin noves estratègies de càlcul mental, reduint les estratègies de recompte", la millora del *posttest* atribuïble al joc és entre un 30% i un 40%, mentre que quan l'objectiu de càlcul mental del joc és "memoritzar les descomposicions d'algun nombre en dos o més sumands", la millora del *posttest* és entre un 50% i un 60%.
- Els resultats de les proves psicopedagògiques d'aprenentatges mínims instrumentals de càlcul mental que es realitzen en acabar cada curs (Canals, 1988) indiquen que la mitjana del curs de l'experimentació (1995-1996), tant de primer com de segon són les més altes que mai s'havien obtingut en aquesta prova, en aquesta escola.

A més d'aquests resultats vàrem obtenir també alguns resultats de caràcter valoratiu:

- La resposta a la pregunta (feta en l'entrevista final amb vint infants escollits aleatòriament entre tots els participants del taller) "Has après alguna cosa jugant a aquests jocs?" va ser la següent: dinou de vint infants van dir espontàniament que havien après "a sumar millor", "a sumar amb el cap", "a aprendre parelles de números que sumats fan... (concreten el resultat)", "a sumar més de pressa", etc.
- En l'enquesta passada als pares, no hi havia cap pregunta directa que tingués relació amb el càlcul. Tanmateix, el 80% dels pares que van respondre l'enquesta van fer algun comentari en aquest sentit, com per exemple: "he notat més agilitat de càlcul", "la meva filla ha après *trucs* per sumar i fer dobles", "ara té molta retentiva", etc.

Respecte a la segona qüestió, “podem dir que els jocs escollits i el disseny de la situació didàctica fan que els infants estableixin relacions lògiques que els porten a descobrir i aplicar estratègies afavoridores de joc?” els resultats no són tan complets com els del càlcul, però algunes conclusions són:

- La facilitat i la freqüència de descobriment, d'aplicació i de verbalització d'estratègies de joc és diferent a primer i a segon curs de primària.
 - Podem dir que la majoria d'infants de primer arriben a intuir alguna estratègia de joc. Amb això volem dir que més de la meitat dels infants acaben trobant en el joc algun procediment que funciona millor que altres; el que encara no és majoritari és la capacitat d'arribar a formular verbalment allò que s'està descobrint.
 - Pel que fa a segon de primària, hi ha un canvi important: els infants són més capaços de descobrir, aplicar i explicar més estratègies de joc. Però aquesta capacitat està condicionada pels tipus d'estratègies i pels coneixements previs de cada infant.
- Respecte a la relació entre els coneixements previs dels infants, els continguts de càlcul de cada joc i la capacitat de descobrir i aplicar estratègies, hem comprovat que la possibilitat dels infants de centrar l'atenció a descobrir i aplicar estratègies depèn de la dificultat que suposi el càlcul per a cada infant. Amb això volem dir que els infants que per a jugar han de fer un esforç important en relació amb el càlcul, normalment no consideren la possibilitat de trobar procediments de joc més afavoridors, mentre que, a partir del moment en què el càlcul que requereix el joc no els suposa una dificultat massa important, comencen a trobar i aplicar estratègies noves.

Recordem ara les darreres qüestions que ens formulàvem:

Podem dir que els jocs escollits i el disseny de la situació didàctica afavoreixen que els grups d'infants siguin cada vegada més autònoms en relació amb l'organització i el desenvolupament de la tasca?

Podem reconèixer actuacions dels infants que esdevinguin ajudes per als companys en relació amb els aprenentatges que s'estan duent a terme?

En relació amb aquestes preguntes, en la recerca preliminar, s'esmentava el següent: el sistema de recollida i d'anàlisi de dades de què ens hem dotat en aquesta recerca acció no ens permet obtenir dades empíriques per a respondre aquestes qüestions.

Les impressions subjectives, i derivades de l'observació directa de l'actuació dels infants, de les diferents mestres que participen en el taller assenyalen que s'han produït canvis importants en l'actuació dels infants, però "tal com estava previst, aquest és un dels punts que queden pendents per a una propera recerca, i creiem que amb una anàlisi acurada de les actuacions dels participants al llarg de les diferents sessions de joc es podran obtenir indicis o evidències que ens permetran respondre a aquestes qüestions" (Edo, 1996, p. 181).

Per tant, com ja s'havia previst des d'un inici, per a respondre a aquestes qüestions cal una nova recerca amb un nou disseny. Aquesta nova recerca que és la que es presenta en aquest treball, parteix d'unes preguntes inicials formulades durant la implantació de la situació didàctica d'innovació, però requereix un model d'anàlisi i un tractament de les dades diferent dels propis d'una recerca acció. El model d'anàlisi que utilitzem per a aprofundir en aquestes qüestions es presenta en el capítol II. Per tant, les preguntes pendents, sorgides durant la posada en pràctica de la situació didàctica, el taller de jocs i matemàtiques, són:

- Podem observar una evolució en les actuacions dels alumnes en el sentit d'esdevenir cada cop més autònoms en l'organització i la gestió de la tasca?
- Podem observar actuacions dels alumnes que esdevinguin ajudes en el procés de construcció de coneixements dels propis companys?

Així doncs, a partir d'aquests interrogants, en la secció següent es plantegen les qüestions concretes objecte d'estudi de la present recerca, així com els objectius d'aquesta.

2. DETERMINACIÓ DEL PROBLEMA. QÜESTIONS OBJECTE D'ESTUDI I OBJECTIUS DE LA RECERCA

En aquesta secció, un cop presentats els referents teòrics que ens guien i la situació didàctica de la qual s'obtenen les dades que pretenem analitzar, es concreten el problema i les qüestions objecte d'estudi (primer apartat) i es determinen els objectius generals d'aquesta recerca (segon apartat).

2.1 DETERMINACIÓ DEL PROBLEMA I QÜESTIONS OBJECTE D'ESTUDI

Al nostre entendre, hi ha dues qüestions fonamentals que condicionen la validesa o la pertinència de l'acte didàctic en situacions d'aprenentatges matemàtics escolars.

En primer lloc, cal fer referència a les teories psicològiques de l'ensenyament i aprenentatge. El marc psicològic de referència en el que ens basem és la concepció constructivista de l'aprenentatge i l'ensenyament (ja se n'han exposat les idees principals en la primera part d'aquest capítol).

Recordem que aquest marc teòric defensa que l'aprenentatge no se centra en a una acumulació de dades memoritzades transmeses des de l'exterior. Per a aprendre cal construir significats, i aquest procés de construcció només es pot fer activament des de l'interior, mitjançant l'establiment de relacions entre informacions noves i el que ja es coneix, o entre peces d'informació conegudes però aïllades prèviament.

Recordem també que els continguts escolars que els alumnes hauran de construir ja estan elaborats, formen part de la cultura i del coneixement, tanmateix, els infants construiran realment significats en relació amb aquests continguts, però, en el marc escolar, ho faran sobretot gràcies a la interacció amb els mestres i amb els companys. La concepció constructivista, com assenyalen Coll *et al.* (1993), considera l'ensenyament un procés conjunt, compartit, en el qual l'alumne, gràcies a l'ajuda que rep del seu professor, pot mostrar-se progressivament més competent i autònom en la resolució de tasques, en la utilització de conceptes, en la posada en pràctica d'actituds, etc. En aquest sentit, destaquem la importància de la interacció com a element clau en el procés d'aprenentatge. Baroody ens recorda, i la realitat ens mostra que:

“Quan l’ensenyament passa per alt la manera real d’aprendre les matemàtiques per part dels infants, pot impedir l’aprenentatge significatiu, provocar problemes d’aprenentatge i afavorir sentiments i creences negatius envers la matèria i envers un mateix” (Baroody, 1988, p. 29).

El cert és que avui encara no tenim prou models de situacions didàctiques per a l’aprenentatge de continguts matemàtics en les quals s’estableixin els mecanismes necessaris per tal que es doni aquest procés d’aprenentatge de manera conjunta, entre alumnes i mestre, i que possibilitin en darrer terme una construcció personal dels continguts matemàtics culturalment rellevants.

Hem iniciat aquesta secció apuntant que hi ha dues qüestions que condicionen la validesa de l’acte didàctic en situacions d’aprenentatges matemàtics escolars. La primera que s’ha esmentat és la teoria psicològica de referència. La segona és la concepció que es té del currículum de matemàtiques. Clements (2000) ens recorda que sovint hi ha poca relació entre les matemàtiques que es volen ensenyar (currículum intencional), el que es fa a classe (currículum implementat) i el que realment aprenen els infants (currículum aconseguit).

Què són les matemàtiques? Què significa aprendre matemàtiques en les primeres edats? Per a aprendre matemàtiques, n’hi ha prou de fer activitats per a aconseguir que els infants memoritzin i apliquin tècniques? Durant molts anys el coneixement matemàtic escolar s’ha equiparat amb la recopilació de dades i procediments relatius a l’aritmètica, la mesura i la geometria que s’imparteixen en les escoles, però, tant per al matemàtic com per a l’infant l’essència del coneixement matemàtic és el raonament.

La matemàtica és més que el resultat final de l’aritmètica, la mesura i la geometria dels textos escolars. Encara que la matemàtica és, en part, un conjunt de resultats, en el fons és un esforç orientat cap a la recerca, l’especificació i l’aplicació de relacions. El cert és que la matemàtica podria descriure’s millor com la ciència de descobrir pautes i definir ordres (Jacobs, 1970). Així doncs, entenem que la matemàtica és molt semblant a un procés continu de resolució de problemes. És a la vegada informació acumulada i esforç continuat per a crear nous coneixements (Davis i Hersch, 1981). Per tant, el domini de la matemàtica requereix comprensió i capacitat per a resoldre problemes, a més a més de retenció de dades concretes (Baroody, 1988).

Si partim de la base que fer matemàtica és molt més que memoritzar i aplicar un conjunt de resultats, ens podem preguntar: es realitzen prou activitats a les aules que condueixin a l'aprenentatge de les “veritables” matemàtiques? Quina importància es dóna a les activitats de resolució de problemes?

En l'Estudi *Evaluación de la educación primaria*, realitzat per l'Institut Nacional de Calidad y Evaluación (1997), organisme que depèn del Ministeri d'Educación i Cultura, i que tenia com a objectiu –entre altres– avaluar els resultats de l'educació del país, trobem les dades següents:

- Respecte als resultats globals de les proves realitzades a una mostra representativa de 10.500 alumnes, distribuïts en funció de tres variables (titularitat dels centres, mida dels centres i comunitats autònomes de tot Espanya), en acabar l'ensenyament de primària trobem que –en l'apartat de nombres i operacions– els resultats relacionats amb continguts de *conceptes* són d'un 55% d'encerts, els de *procediments*, un 52% d'encerts, però els de *resolució de problemes* baixen a un 37% (p. 40)
- Respecte al tipus d'activitats que els mestres realitzen a les seves aules, trobem que, *una minoria, per sota del 30%, proposa tasques en què es treballi en petit grup i/o inventant problemes* (p. 42); mentre que proposen controls a l'aula un 97% dels mestres, corregeixen a classe exercicis fets a casa un 97% dels mestres i el mestre explica i els infants prenen notes de la pissarra en un 76% de les aules.
- Respecte al fet de treballar en grup, el mateix informe assenyala: “Les tècniques innovadores d'ensenyament busquen habitar l'alumne al treball en grup; aquesta és, a més a més, una manera de millorar la capacitat d'escoltar i de comunicar-se. La resolució de problemes en grup pot ajudar a aconseguir aquests objectius” (p. 43).
- Pel que fa a la resolució de problemes en grup, l'informe acaba aquest apartat amb la reflexió següent: “Aquests resultats remarquen la importància de fomentar el diàleg i la participació activa i passiva i de saber expressar-se i saber escoltar com a factors que contribueixen a la millora del rendiment en matemàtiques, a més a més, en la socialització de l'individu” (p. 43).

- En les conclusions de capítol dedicat a l'avaluació de l'àrea de matemàtiques en acabar el primer cicle de primària, trobem l'afirmació següent: “Quan els professors opinen sobre la dificultat dels diferents blocs de continguts, la major dificultat correspon a la resolució de problemes” (p. 160).

Així doncs, tot i les precaucions que cal prendre davant un informe com l'esmentat, sembla clar que encara és poc freqüent trobar escoles en les quals el plantejament de l'ensenyament de les matemàtiques tingui en compte la necessitat de crear situacions didàctiques de resolució de problemes en petits grups, és a dir, situacions que ofereixin la possibilitat que apareguin interrogants reals amb continguts matemàtics, on es generin dificultats, errors, dubtes, situacions problemàtiques, en definitiva, i on es demani als infants que –amb la participació del mestre– intentin trobar respostes, solucions i, si escau, es formulin altres preguntes.

En resum, la nostra posició ens porta a afirmar que:

- L'aprenentatge en general, i el matemàtic en particular, no es pot equipar amb un magatzem de dades i tècniques inculcades des de fora a un aprenent passiu.
- Els coneixements en general, i els matemàtics en particular, han de ser construïts de manera activa pels aprenents mateixos.
- Els continguts matemàtics escolars ja estan elaborats i formen part de la nostra cultura, per això els infants necessiten interactuar amb el mestre per a poder anar construint aquests coneixements amb el sentit i l'orientació adequada.
- L'aprenentatge de les matemàtiques, més enllà d'emmagatzemar dades, implica la recerca de relacions i requereix raonament i capacitat de resolució de problemes.
- En l'educació primària, a Espanya, no es fan prou activitats de discussió i resolució de problemes en petit grup.
- L'Instituto Nacional de Calidad y Evaluación recomana que es creïn situacions didàctiques que afavoreixin el diàleg i la participació activa dels aprenents en un context de resolució de problemes.

Per tot això que s'acaba d'exposar, creiem que és fonamental trobar dissenys d'activitats d'aprenentatge matemàtic que possibilitin el treball en petit grup, que plantegin situacions de resolució de problemes i en què la interacció entre els participants sigui un element fonamental per al procés d'ensenyament i aprenentatge.

Aquesta recerca parteix de la hipòtesi general següent, en el marc escolar els jocs de taula, poden generar situacions de treball en petit grup en les quals apareguin oportunitats d'aprenentatge matemàtic lligades a la resolució de problemes, però amb sentit i funcionalitat propis. A més a més, en aquestes situacions, el tipus de relacions que s'estableixen entre els alumnes i, entre ells i el mestre, poden apropar-se molt a una situació d'interacció constructiva, segons el marc teòric de la concepció constructivista.

En la revisió bibliogràfica, en relació amb la utilització de jocs a l'aula de matemàtiques (vegeu la primera part capítol I), hem vist que hi ha moltes propostes en aquest sentit, però fins ara hi ha poques dades empíriques que permetin concloure que les situacions didàctiques a partir de jocs de taula amb continguts matemàtics siguin situacions que generin realment oportunitats d'aprenentatge matemàtic, entenent aquest com una recerca de relacions i un augment de la capacitat de resolució de problemes. I, especialment, falten evidències empíriques que responguin a com uns alumnes concrets construeixen coneixements matemàtics dins una situació didàctica escolar de jocs i matemàtiques.

Cal, tanmateix, concretar aquesta problemàtica general en qüestions que puguin ser objecte de recerca. En el nostre cas hem seleccionat qüestions objecte d'estudi que tractarem d'abordar agrupades en tres blocs, i que són les següents.

1. En relació amb els possibles aprenentatges matemàtics en situacions de joc:

Hi ha evidències que existeixen situacions didàctiques amb jocs de taula que ofereixen oportunitats d'aprenentatge matemàtic als alumnes del cicle inicial de primària?

Quins tipus d'activitats matemàtiques es donen en un entorn de joc? Quin tipus de coneixement matemàtic aporten els entorns de joc?

2. En relació amb la intervenció del mestre en l'organització de l'activitat conjunta:

És possible que la mestra traspassi el control i la responsabilitat de la tasca als alumnes?

Atès que la tasca que s'analitzarà es du a terme en una organització social de petit grup, és previsible esperar que els alumnes presentin diferències entre si (capacitats, nivell maduratiu, coneixements previs, etc.). En aquest cas:

És possible traspasar el control a diferents alumnes que conformen un sol grup?

Quin tipus d'influència educativa utilitza la mestra per a aconseguir, si és el cas, traspasar el control?

Quines estratègies utilitza la mestra per a aconseguir, si és el cas, que les seves actuacions siguin ajustades, al mateix temps, als diferents nivells de coneixement dels alumnes del grup?

3. En relació amb la interacció entre iguals, i d'acord amb la situació estudiada, ens demanem:

La mestra considera la relació entre iguals com una possible font d'influència educativa? La mestra potencia la interacció entre iguals?

Podem reconèixer algun tipus d'influència educativa que exerceixen els alumnes en la interacció entre iguals?

2.2 OBJECTIUS DE LA RECERCA

Si recordem el que s'ha dit en la primera part del capítol I, en relació amb el joc i l'aprenentatge, és evident que el sol fet d'utilitzar jocs a l'aula no comporta necessàriament que els alumnes realitzin aprenentatges matemàtics. Sabem que cal dissenyar un entorn que consideri la manera real d'aprendre dels infants i que tingui en compte quines matemàtiques es volen potenciar.

Per això, i guiats pel marc de referència de la concepció constructivista, es va elaborar el disseny d'un taller de jocs de taula (part 2, capítol I) fent especial atenció a la necessitat de treballar en petit grup, a potenciar l'intercanvi d'idees i opinions entre els jugadors, a definir el tipus d'intervenció del mestre –necessitat d'ajustar la seva ajuda pedagògica, cessió progressiva del control i la responsabilitat de la tasca, utilització de “l'acció” per provocar la “reflexió”, etc.–. Aquest treball, que va ser el germen de l' estudi actual, va esdevenir el treball de recerca del programa de doctorat en Didàctica de les Matemàtiques (Edo, 1996).

L'equip que va dissenyar la situació didàctica partia de la hipòtesi que els jocs de taula en el marc escolar poden generar una situació didàctica, en petit grup, en la qual apareguin oportunitats d'aprenentatge matemàtic lligades a la resolució de problemes però amb sentit i funcionalitat propis. I en què el tipus de relacions que s'estableixen entre els alumnes i amb la mestra poden apropar-se molt a una situació d'interacció constructiva, segons el marc de la concepció constructivista.

Per tant, fins ara disposem d'una situació didàctica el focus central de la qual són els jocs i les matemàtiques (en el disseny, la posada en pràctica i el procés de reflexió i validació de la qual vam intervenir). Tenim dades en relació amb alguns aprenentatges matemàtics que es van dur a terme en aquesta situació didàctica. Disposem de l'enregistrament de totes les sessions d'un grup d'alumnes durant el taller. En aquest moment ens plantegem uns nous objectius de recerca, que recullen algunes qüestions que en el seu moment van quedar pendents, que pretenen validar o refutar la hipòtesi de la qual partíem i que ens han de permetre avançar en un coneixement més profund i científic de la situació didàctica escollida.

En definitiva, volem comprendre millor com uns alumnes concrets aprenen uns continguts determinats, en una situació didàctica específica, gràcies a la influència educativa que reben dels altres. Per això els objectius que ens plantegem són:

1. Descriure i explicar el que succeeix en l'activitat d'ensenyament i aprenentatge anomenada el *taller de jocs i matemàtiques*.
2. Identificar indicadors interpretables com a mecanismes d'influència educativa per part de la mestra, relacionats amb la cessió i el traspàs progressiu del control i la responsabilitat als alumnes en el propi procés d'aprenentatge.
3. Identificar, si es donen, indicadors interpretables com a influència educativa que exerceixen els alumnes en la interacció entre iguals.
4. Identificar i mostrar les relacions entre la situació didàctica estudiada i alguns processos d'ensenyament i d'aprenentatge de continguts matemàtics.
5. Utilitzar el model d'anàlisi de la interactivitat, ajustant-lo i adequant-lo a les situacions d'ensenyament i d'aprenentatge objecte d'estudi, per aconseguir els objectius que s'acaben d'exposar.

A continuació, en el capítol II, dedicat a la metodologia de la recerca, es concretaran les principals opcions metodològiques que ens permetran abordar les qüestions que ens hem formulat al llarg d'aquest capítol i que ens han de permetre aconseguir els objectius de recerca que s'acaben de presentar.

CAPÍTOL II. METODOLOGIA DE LA RECERCA

CAPÍTOL II. METODOLOGIA DE LA RECERCA

0. INTRODUCCIÓ

El capítol II se centra en la presentació de les característiques principals de l'enfocament metodològic adoptat i en les opcions derivades d'aquest respecte a l'elecció de les situacions d'observació i de recollida de dades, així com en els procediments d'anàlisi d'aquests.

Aquest capítol s'organitza en quatre seccions. En la primera (1) es fa una presentació general del model bàsic de referència: *model conceptual i metodològic per a l'anàlisi d'alguns mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat*, i es presenten tant els elements conceptuals com els metodològics bàsics del model esmentat. En la segona secció (2) es presenten el context, els personatges i els materials implicats en l'experiència didàctica que s'ha d'analitzar, el procés seguit per a la selecció de les seqüències didàctiques objecte d'estudi, així com es presenten algunes limitacions de l'estudi. En la tercera secció (3) s'expliciten els procediments utilitzats per a l'observació i l'enregistrament de les dades. En la darrera secció (4) es fa una presentació de les diferents unitats d'anàlisi d'aquesta recerca i a continuació s'expliciten els processos seguits per a la identificació i la caracterització de cadascuna de les unitats. Tanca la secció 4 una breu síntesi de tot el procediment metodològic que s'utilitzarà en aquesta recerca.

1. ENFOCAMENT METODOLÒGIC

El nostre treball s'inscriu en el conjunt de recerques que tenen en comú l'abordatge de l'estudi del comportament com a resultat de processos constructius que tenen lloc en la mateixa situació d'observació. Aquestes recerques, que “han estat descrites i etiquetades de diferents maneres: qualitatives, lewinianes, microetnogràfiques, etnometodològiques, etc.” (Coll, 1989, p. 274), tenen com a finalitat última la comprensió dels fenòmens objecte d'estudi en el context en què es produeixen.

Així doncs, la recerca que realitzem, conduïda des de la lògica interpretativa, consisteix a fer un estudi en profunditat d'un cas concret. Això suposa adoptar estratègies de recerca basades en l'observació dels fenòmens socials en el context en què es produeixen. La finalitat principal no establir generalitzacions, sinó descripcions detallades i complexes de les interrelacions dels elements que integren la situació didàctica estudiada.

L'element metodològic central de la nostra recerca és la utilització del *model conceptual i metodològic per a l'anàlisi d'alguns mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat*, desenvolupat en el Departament de Psicologia Evolutiva de la Universitat de Barcelona amb la guia i la direcció del doctor César Coll (Coll, Colomina, Onrubia, i Rochera, 1995; Rochera, 1997, Coll i Onrubia 1999, Coll i Rochera 2000). Les recerques realitzades per aquest equip centren gran part del seu treball en l'estudi i el perfeccionament del propi model d'anàlisi.

Nosaltres ens plantegem la utilització del model d'anàlisi en l'àmbit de la recerca educativa en *didàctica de la matemàtica*, i l'aplicació d'aquest a una nova situació escolar. Entenem que aquest és un bon instrument d'anàlisi per a l'estudi que volem realitzar perquè, d'una banda, respon al marc teòric psicològic escollit i, de l'altra, és un model que dona elements clars i pautes d'ajuda per al procés d'interpretació sense ser prescriptiu, rígid ni tancat. Al contrari, els autors del model desaconsellen la utilització de categories d'anàlisi per a la interacció en l'aula establertes *a priori* i deslligades del contingut o de la tasca. Insisteixen també en la necessitat que la concreció de tot el procés d'anàlisi passi per un ajust progressiu entre la teoria i les dades concretes de la situació que s'està analitzant.

Una de les conseqüències del nostre treball, en relació amb el model, serà la validació d'aquest model en el sentit de constatar-ne el bon funcionament quan és aplicat a nous àmbits de recerca educativa que, esperem, n'augmentin el poder explicatiu.

A partir d'aquesta presentació general, i tenint present que el nostre objectiu principal no és l'estudi del model d'anàlisi en si, sinó la utilització i l'aplicació d'aquests a una nova realitat per aconseguir els objectius de la present recerca; es presenten de manera breu els elements clau, tant conceptuals com metodològics, del model d'anàlisi en el qual ens basem.

1.1 PRESENTACIÓ DELS ELEMENTS CONCEPTUALS BÀSICS DEL MODEL D'ANÀLISI DE REFERÈNCIA

A continuació es presenten, de manera general, alguns dels elements conceptuals bàsics del *model per a l'anàlisi d'alguns mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat* (Coll, Colomina, Onrubia i Rochera, 1995; Rochera, 1997; Coll i Onrubia, 1999; Coll i Rochera, 2000).

L'objectiu principal del model d'anàlisi de la interactivitat és “comprendre millor com uns alumnes concrets aprenen uns determinats continguts gràcies a l'ajuda que reben del seu professor o la seva professora, com a conseqüència de la influència educativa que sobre ells exerceix el seu professor o professora” (Coll *et al.*, 1995, p. 194). Això suposa centrar l'estudi en els mecanismes d'influència educativa que s'estableixen en el marc de les relacions interpersonals entre mestra i alumnes al llarg de les activitats d'ensenyament i d'aprenentatge. El model postula que la interactivitat pot ser una via important per a l'estudi d'alguns mecanismes d'influència educativa.

La *interactivitat*, definida com: “l'articulació de les actuacions del professor i els alumnes a l'entorn d'una tasca o d'un contingut determinat” (Coll *et al.*, 1995, p. 191), implica un conjunt de dimensions i característiques interrelacionades que s'enumeren breument a continuació:

I. L'estudi centrat en la interactivitat, o, si es prefereix, en les formes d'organització de l'activitat conjunta, ha de considerar les actuacions dels participants (professor i alumnes) de manera coordinada i conjunta. Per poder comprendre el que fan els alumnes, el que diuen, com ho fan, per què ho fan, el que aprenen, etc., cal tenir en compte al mateix temps el que fa i diu el professor i el que fan i diuen els alumnes. Conseqüentment, les categories d'anàlisi d'aquest model consideren la vinculació i les interconnexions de les actuacions dels participants en l'activitat conjunta.

II. La noció d'interactivitat suposa considerar de manera integrada els aspectes discursius –el que diuen i com ho diuen– i els no discursius –el que fan i com ho fan. El focus central d'atenció és l'activitat discursiva, en la qual a més a més del propi discurs, es consideren les activitats i el marc no lingüístics que constitueixen el context en el qual es dona el discurs.

III. La naturalesa, l'estructura i les característiques del contingut i/o de la tasca incideixen en les formes en què la mestra i els alumnes organitzen l'activitat

conjunta. Això implica que les categories d'anàlisi no es poden establir *a priori*, deslligades del contingut i/o de la tasca.

IV. Per entendre les actuacions de la mestra i dels alumnes a l'entorn d'un contingut i/o d'una tasca cal tenir en compte la dimensió temporal, és a dir, cal considerar l'evolució de les actuacions dels participants al llarg del procés d'ensenyament i d'aprenentatge. Consegüentment, cal escollir un conjunt d'unitats d'anàlisi susceptibles de captar aquesta dimensió temporal. Més endavant es presentaran les unitats i els nivells d'anàlisi que proposa el model, que presenten una estructura d'organització jeràrquica, molt concreta, amb la intenció de poder captar la dimensió temporal i la repercussió d'aquesta sobre la significació educativa de les actuacions dels participants.

V. Una altra característica de la interactivitat és la seva naturalesa constructiva. Per això la interactivitat no es pot copsar amb anterioritat al propi procés d'aprenentatge i d'ensenyament, ja que es va construint a mesura que els participants van vinculant les seves actuacions, la qual cosa implica que cal tenir en compte l'evolució. És a dir, un procés d'aquesta naturalesa no pot ser conegut a partir de l'anàlisi del que succeeix en uns instants determinats.

VI. Si ens situem de nou en la caracterització de la interactivitat com allò que es va construint a mesura que es desenvolupen els processos d'ensenyament i d'aprenentatge, cal atendre també a la construcció de l'estructura de participació. Aquesta atenció es farà en dos sentits: d'una banda l'atenció se centrarà en "l'estructura social de participació", és a dir, en els drets i les obligacions dels participants, qui pot intervenir, quan, en quins termes, dirigint-se a qui, amb quins propòsits, etc., i, d'una altra, en "l'estructura de la tasca acadèmica", és a dir, en les normes de participació derivades de la tasca i/o el contingut.

En els paràgraf precedents s'ha presentat i s'ha caracteritzat la noció d'interactivitat, ja que és un dels eixos fonamentals de l'estructura del model d'anàlisi dels mecanismes d'influència educativa. A tall de síntesi direm que l'estudi dels mecanismes d'influència educativa en el marc de la interactivitat ha de considerar les actuacions del professor i dels alumnes de manera coordinada –atenent tant als aspectes discursius com als no discursius– a l'entorn d'un contingut o d'una tasca determinada; però, sobretot, ha de considerar el seu desenvolupament en el temps. Cal tenir present també que la interactivitat es construeix al llarg del procés d'ensenyament i d'aprenentatge com a conseqüència

de les actuacions contingents del professor i dels alumnes i que es troba vinculada a la construcció de l'estructura de participació; això inclou tant l'estructura de participació social com l'estructura de la tasca acadèmica.

Una vegada presentades les principals característiques i dimensions de la *interactivitat*, un dels dos eixos fonamentals de l'estructura del model d'anàlisi, l'exposició se centrarà en la presentació dels ítems centrals del segon eix que configura el model d'estudi dels *mecanismes d'influència educativa*. Però abans hem de comentar de nou, breument, com entenem el procés d'aprenentatge i d'ensenyament des de la perspectiva en què ens hem situat.

Des de la perspectiva de la concepció constructivista sabem que hi ha dos trets específics que caracteritzen l'aprenentatge escolar. El primer és que l'aprenentatge s'ha de considerar “un procés de construcció de significats i d'atribució de sentits [...] que fa de l'alumne”. El segon és que “aquest procés de construcció que efectua l'alumne necessàriament ha de rebre una orientació o guia externa” (Coll 1998, p. 9). “En aquest marc d'intervenció i de guiatge del professor, l'ensenyament s'ha de definir com una ajuda al procés constructiu que suposa l'aprenentatge escolar” (Coll 1998, p. 9). Però la relació entre l'ajuda que ofereix el professor i el resultat de l'aprenentatge de l'alumne no és ni lineal ni automàtica. Per tal que l'ajuda del professor esdevingui eficaç cal que aquesta es vagi ajustant al procés constructiu de l'alumne. “Aquest principi d'ajustament de l'ajuda educativa eficaç constitueix, doncs, el principi bàsic definitori de l'ensenyament capaç de promoure òptimament l'aprenentatge des de la perspectiva en què ens hem situat” (Coll 1998, p. 10).

En aquest marc, el model del qual partim considera la *influència educativa* en termes d'ajuda al procés constructiu dels continguts escolars que realitza l'alumne. I la *influència educativa eficaç*, en termes d'ajust constant i sostingut de l'ajuda.

Sabem, doncs, que els alumnes només aprenen allò que són capaços de construir per si mateixos a partir de l'activitat mental constructiva i, al mateix temps, que els aprenentatges dels alumnes depenen essencialment i necessàriament de la *influència educativa* que exerceixen sobre ells els professors mitjançant la seva intervenció. Per tot això i coincidint amb els autors del model d'anàlisi, creiem que estudiar i delimitar els dispositius i mecanismes implicats en l'exercici de la influència educativa esdevé un objectiu d'interès primordial en l'observació i l'anàlisi de les pràctiques educatives des d'una perspectiva constructivista.

Recapitulant el que s'ha exposat fins ara podem dir que el model d'anàlisi se centra en l'estudi dels mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat, és a dir, en els mecanismes que fan possible l'ajustament entre l'ajuda pedagògica del professor i el procés de construcció de coneixements que fa l'alumne. A continuació es presenten els principals mecanismes d'influència educativa.

Els autors del model d'anàlisi (Colomina, Onrubia i Rochera, 2001) assenyalen que l'anàlisi de la interactivitat ha permès identificar i descriure dos grans mecanismes d'influència educativa que operen en els processos d'ensenyament i d'aprenentatge a l'aula, i que són:

- La cessió i el traspàs progressiu, des del professor als alumnes, del control i de la responsabilitat de les tasques i els continguts d'ensenyament i d'aprenentatge.
- El procés de construcció progressiu de sistemes de significats compartits entre el professor i els alumnes respecte a les tasques i els continguts esmentats.

(1) El primer d'aquests mecanismes, el traspàs del control i la responsabilitat del professor als alumnes, fa referència a com van evolucionant les ajudes, és a dir, als suports i el guiatge que dóna el professor durant el procés de construcció de significats que fa l'alumne.

Atès que la nostra recerca se centra en l'estudi d'aquest mecanisme, creiem pertinent aprofundir-ne una mica més el significat.

La cessió i el traspàs del control i la responsabilitat consisteix en la variació dels suports que proporciona el professor durant el procés d'ensenyament i d'aprenentatge per tal que aquests “es van retirant progressivament o es van substituint per altres que suposen tipus i graus d'ajuda més petits qualitativament i quantitativament, a fi que l'alumne assumeixi cada vegada més control sobre la tasca i els continguts i, en darrer terme, sobre el seu procés d'aprenentatge” (Coll, 1998, p. 24).

El mecanisme del traspàs del control remet a la “metàfora de la bastida”, introduïda per Bruner i els seus col·laboradors per explicar els processos de progrés dels infants a través de les zones de desenvolupament proper que es creen en la interacció amb els adults (Coll *et al.* 1995; Coll, 1998). “Per mitjà d'aquesta metàfora es vol significar a la vegada el caràcter necessari de les ajudes, de les bastides, que els agents educatius presten a l'aprenent, i el seu caràcter transitori, ja que les bastides es retiren de manera progressiva a mesura que l'aprenent va

assumint majors cotes d'autonomia i de control en l'aprenentatge" (Coll i Solé, 1990, p. 326).

L'actuació que caracteritza el traspàs del control del professor als alumnes s'identifica amb tres grans trets:

a) Des de l'inici de la situació didàctica hi ha una actuació conjunta del professor i els alumnes, cosa que permet als aprenents participar activament en la tasca encara que no tinguin el domini del contingut o les habilitats necessàries per a actuar autònomament. El professor fa que els alumnes assumeixin alguna responsabilitat en el procés, encara que, d'entrada, sigui molt reduïda o parcial.

b) El professor ofereix un conjunt d'ajudes i de suports ajustats als nivells de competència que mostren els alumnes. Aquestes ajudes, aquests suports i aquest guiatge van variant al llarg del temps, en quantitat i en qualitat, de manera que el suport del professor és més alt quan la competència de l'alumne és més baixa i progressivament van disminuint a mesura que la competència de l'alumne augmenta. Això implica que el professor observa, analitza i avalua regularment l'actuació dels alumnes per tenir elements a l'hora de prendre decisions sobre amb la seva intervenció.

c) El professor va retirant les ajudes, de manera progressiva, a mesura que els alumnes van demostrant més competència, fins a anul·lar-les del tot i fer possible l'actuació independent de l'alumne al final del procés.

Per finalitzar la reflexió a l'entorn del mecanisme de traspàs del control volem remarcar el caràcter conjunt de l'activitat que desenvolupen el professor i els alumnes. En efecte, el professor gradua les dificultats de la tasca, proporciona ajudes i suports per afrontar-les, etc., però això només és possible perquè l'alumne, amb la seva pròpia actuació, indica constantment al professor quines són les seves competències, dificultats, necessitats, etc. "Així doncs, es pot afirmar que en el procés d'ensenyament i d'aprenentatge no trobem només una assistència del professor cap a l'alumne, sinó que, en certa manera, també hi ha una assistència de l'alumne a les actuacions del professor" (Coll, 1998).

(2) El segon mecanisme d'influència educativa, la construcció progressiva de sistemes de significats compartits, cada vegada més rics i complexos, entre professor i alumnes "remet a les diverses formes en què professor i alumnes presenten, representen, elaboren i reelaboren, en el curs de l'activitat conjunta en què

s'impliquen, representacions conjuntes dels continguts i les tasques escolars, i a la incidència que aquesta elaboració i reelaboració té en la modificació de les representacions d'aquests continguts i aquestes tasques que l'alumne pugui tenir al començament del procés" (Coll, 1998, p. 27).

Es considera que a l'inici d'un procés d'ensenyament i d'aprenentatge professor i alumnes comparteixen parcel·les petites de significats relatius als continguts d'aprenentatge. En aquest moment, el professor utilitza els suports i els recursos necessaris per tal de connectar amb la representació del contingut que tenen els alumnes i ajudar a modificar-la en la direcció de la representació final que desitja ajudar-los a construir. Progressivament, i també a través de les ajudes i els suports necessaris en cada moment, professor i alumnes podran anar compartint parcel·les de significat cada vegada més àmplies, fins a arribar, idealment, al final del procés d'ensenyament i d'aprenentatge, a compartir un sistema de significats sobre els continguts més ric, més complex i també més proper als significats culturalment acceptats (Colomina, Onrubia i Rochera, 2001).

Aquest mecanisme d'influència educativa es basa en la potencialitat del llenguatge i el seu estudi suposa especificar-ne els dispositius o mecanismes semiòtics concrets, les formes de mediació semiòtica que hi intervenen i que permeten al professor guiar en la direcció convenient l'elaboració de significats que efectua l'alumne.

La nostra recerca centra el seu estudi en el primer mecanisme d'influència educativa presentat. I ho fa per la raó següent: la necessitat d'acotar i de delimitar el treball que estem fent a uns objectius abastables i controlables en el temps i pel que fa a les seves dimensions. Així doncs, recordem que els objectius de recerca que ens hem plantejat atenen principalment i bàsicament a identificar indicadors interpretables com a mecanismes d'influència educativa, de la mestra, relacionats amb el traspàs del control, així com a identificar possibles indicadors d'influència educativa que exerceixen els alumnes entre ells.

1.2 PRESENTACIÓ DELS ELEMENTS METODOLÒGICS BÀSICS DEL MODEL DE REFERÈNCIA: NIVELLS I UNITATS D'ANÀLISI

En aquest apartat es presenten els nivells i les unitats d'anàlisi que planteja el model per a l'anàlisi dels mecanismes que actuen en la interactivitat. Aquest model respon a unes exigències teòriques i metodològiques que s'han anat assenyalant en l'apartat anterior i que, breument, suposen considerar de manera relacionada les

actuacions del professor i dels alumnes a l'entorn d'una tasca o un contingut, atendre a la connexió entre l'activitat discursiva i no discursiva i centrar l'atenció en la dimensió temporal, aspecte fonamental per copsar el caràcter constructiu de la interactivitat i per identificar els mecanismes d'influència educativa (Coll, Colomina, Onrubia i Rochera, 1995; Rochera, 1997; Coll i Rochera 2000).

El model presenta dos nivells d'anàlisi diferenciats, encara que relacionats entre si. El *primer nivell* de naturalesa general (macroanàlisi), centra l'atenció en l'articulació de les actuacions del professor i dels alumnes a l'entorn de la tasca o el contingut d'aprenentatge i en l'evolució d'aquelles al llarg de la seqüència didàctica. Aquest nivell d'anàlisi és particularment adequat per a l'estudi del mecanisme del traspàs del control. El *segon nivell* d'anàlisi, de naturalesa més específica que l'anterior (microanàlisi), centra l'atenció en els significats que es transmeten els participants per mitjà de la seva activitat discursiva. Aquest nivell és especialment adequat per a l'estudi del mecanisme de la construcció de sistemes de significats compartits.

El model proposa *quatre unitats bàsiques*: tres del primer nivell d'anàlisi –les seqüències didàctiques (SD), les sessions (S), els segments d'interactivitat (SI)– i una del segon: els missatges (M). També proposa dues unitats de segon ordre, que impliquen la combinació d'algunes de les unitats bàsiques i que són: les configuracions de segments d'interactivitat (CSI) i les configuracions de missatges (CM).

1. Les *seqüències didàctiques* (SD) són les unitats bàsiques de recollida, anàlisi i interpretació de dades.

“Una seqüència didàctica es defineix com un procés complet d'ensenyament i d'aprenentatge en miniatura, és a dir, com el procés mínim d'ensenyament i d'aprenentatge que inclou tots els components propis d'aquest procés [...] i en el qual és possible identificar clarament un principi i un final.” (Colomina, Onrubia i Rochera, 2001, p. 448)

En el cas de les situacions escolars d'ensenyament i d'aprenentatge, la identificació d'aquestes unitats no planteja excessius problemes ja que correspon al conjunt de classes planificades pel professor a l'entorn de l'aprenentatge d'alguns continguts determinats o a la realització de determinades tasques, és a dir es refereix a períodes de temps naturals i relativament ben acotats de la tasca escolar. (Rochera, 1997)

2. Les seqüències didàctiques estan configurades per diferents *sessions* (S):

“En el context escolar les sessions estan determinades per la franja horària dedicada a la realització d’activitat i/o de tasques a l’entorn de determinats continguts i, per tant, no hi ha problemes a identificar-les.” (Rochera, 1997, p. 60)

3. Els *segments d’interactivitat* (SI) són les unitats fonamentals del primer nivell d’anàlisi que planteja aquest model:

“Són formes específiques d’organització de l’activitat conjunta a l’interior de les sessions, caracteritzades per determinats patrons d’actuacions articulades del professor i dels alumnes així com per una certa cohesió temàtica interna. Defineixen què poden fer i dir els participants en un moment donat de l’activitat conjunta, i poden complir funcions instruccionals particulars.” (Coll i Onrubia, 1994, p. 121)

Aquestes són les unitats fonamentals del primer nivell d’anàlisi que planteja el model. Els segments d’interactivitat s’identifiquen i es caracteritzen gràcies als tres criteris següents:

- La unitat temàtica o el tòpic
- El patró de comportaments o actuacions dominants
- La funció instruccional

Així doncs, les *actuacions* dels participants esdevenen un element d’anàlisi integrat i necessari per a definir cadascun dels segments d’interactivitat.

Els *patrons d’actuació* d’un segment d’interactivitat permeten caracteritzar el major o menor grau de control, d’autonomia i de responsabilitat que tenen els diferents participants en el desenvolupament de l’activitat conjunta.

4. Els *missatges* (M) són les unitats fonamentals del segon nivell d’anàlisi ja que es consideren unitats bàsiques de significat i de comunicació:

“Són unitats elementals de significat i conducta comunicativa, emeses per algun dels participants en l’activitat conjunta en un moment donat, amb sentit en sí mateixes i que no poden descomposar-se en unitats més elementals sense perdre el significat que transmeten i la seva potencialitat comunicativa en el context.” (Coll i Onrubia, 1994, p. 121)

5. Les *configuracions de segments d’interactivitat* (CSI) són unitats corresponents al primer nivell d’anàlisi i

“[...] es defineixen com les agrupacions o els patrons de segments d’interactivitat que apareixen en un determinat ordre i que es repeteixen amb certa freqüència al llarg de la seqüència didàctica” (Rochera, 1997, 61)

6. Per acabar les *configuracions de missatges* (CM)

“ [...] es defineixen com les agrupacions de missatges que, per la seva organització i estructura, transmeten significats que van més enllà dels significats transmesos per cadascun dels missatges que les integren.”
(Rochera, 1997, p. 62)

Una vegada exposades les unitats d'anàlisi d'aquest model, cal fer algunes precisions que permeten copsar-ne la seva complexitat:

- Les unitats d'anàlisi es relacionen entre si d'acord amb una estructura jeràrquica i inclusiva (les seqüències didàctiques estan formades per sessions; les sessions, per segments d'interactivitat; aquests, per diferents actuacions, etc.) que permetrà una lectura integrada dels resultats provinents dels diferents nivells i unitats d'anàlisi.
- Les unitats d'anàlisi varien d'acord amb la seva amplitud i el seu grau de detall: des de la més molar, la seqüència didàctica, fins a la més molecular, el missatge.
- La identificació de les unitats d'anàlisi és el resultat d'un procés de contrast entre la teoria i les dades que implica la utilització de procediments de naturalesa prospectiva-retrospectiva que fan que aquests procés sigui laboriós i complex.

Com a conseqüència del que s'acaba d'exposar, els autors del model desaconsellen la utilització de categories d'anàlisi per a la interacció en l'aula establertes *a priori* i deslligades del contingut o de la tasca. En aquest sentit, Rochera (1997, p. 102) diu:

“Les categories d'anàlisi utilitzades no poden establir-se ni totalment *a priori*, ni totalment *a posteriori*, sinó que es concreten com a resultat d'un procediment d'ajust progressiu entre la teoria i les dades.”

Consegüentment les categories d'anàlisi que nosaltres presentarem en la secció 4 d'aquest capítol tenen el seu origen en treballs dels autors del model, però han estat adaptades a la nostra realitat.

Després de l'exposició dels elements conceptuals i metodològics bàsics del model d'anàlisi del qual partim, en la secció següent es presentarà la situació didàctica que s'analitzarà.

2. SITUACIONS D'OBSERVACIÓ

En aquesta secció es presenten la procedència i el procés de selecció de les seqüències didàctiques de les quals s'obtenen les dades, les persones implicades en les situacions d'observació i anàlisi, i els materials utilitzats en les situacions d'ensenyament i d'aprenentatge que s'analitzen.

En la segona part del capítol 1¹ s'ha presentat a bastament l'experiència d'innovació el *taller de jocs i matemàtiques*, que esdevé la situació d'ensenyament i d'aprenentatge de la qual s'obtenen les dades per a l'anàlisi de la present recerca. Concretament, les dades fan referència a dues seqüències didàctiques relacionades, dirigides a l'ensenyament i l'aprenentatge de continguts de l'àrea de la matemàtica, que es van dur a terme al CEIP Escola Bellaterra i corresponen a un grup d'alumnes de segon de primària. A continuació es presenta el procés de selecció de les seqüències didàctiques que s'han d'analitzar.

2.1 PROCÉS DE SELECCIÓ DE LES SEQÜÈNCIES DIDÀCTIQUES QUE S'HAN D'ANALITZAR

Abans de començar l'experiència d'innovació el *taller de jocs i matemàtiques*, es van fer una sèrie de proves d'enregistrament amb vídeo dins les aules en una situació similar a la del taller (treball lúdic en petits grups) i es va constatar que l'enregistrament acústic tenia una qualitat inacceptable per a fer-ne la transcripció posterior. Llavors, de comú acord amb totes les mestres implicades en el taller, es va decidir que es farien cinc grups d'infants de cada nivell i s'enregistraria de manera regular un d'aquests grups mentre jugava. Per tant, es van constituir dos grups estables d'infants, un de primer i un de segon, amb quatre alumnes cadascun. Aquests infants van jugar els mateixos dies, als mateixos jocs i durant el mateix temps que els seus companys, però en un espai diferent.

El procediment per a recollir les dades va ser l'enregistrament en vídeo de totes les sessions del taller de quatre jocs complets. Tenim enregistrats doncs, quatre jocs de primer i quatre de segon, amb quatre sessions per a cada joc: és a dir un total de trenta-dues sessions. Érem conscients que no s'utilitzaria tot el material recollit i per

¹ Secció 1: "El taller de joc i matemàtiques com a situació d'ensenyament i d'aprenentatge". Fase experimental de la recerca.

això, un cop finalitzat el taller i visionat el material per primer cop, es va determinar en quin curs se centraria la nostra anàlisi. Així doncs, vam decidir que ens centràiem en els jocs del segon curs de primària, ja que la participació dels membres d'aquest grup era més activa i hi havia més diàleg i més interacció entre ells.

En un primer moment es van escollir totes les sessions de les quatre primeres seqüències didàctiques del grup de segon de primària que es presenten en la taula següent:

Dades	sessió 1	sessió 2	sessió 3	sessió 4	temps total de la seqüència
Joc 1: Et demano	1 sessió 4 infants 30 minuts	② sessions amb 2 infants 20 m i 28 m	1 sessió 4 infants 26 m	1 sessió 4 infants 17 m	2 hores i 1 minut
Joc 2: Tres en línia	2 sessions 2 infants 32 m i 23 m	2 sessions 2 infants 26 m i 28 m	2 sessions 2 infants 26 m i 19 m	2 sessions 2 infants 18 m i 14 m	3 hores i 6 minuts
Joc 3: Memori a 12	1 sessió 4 infants 35 m	1 sessió 4 infants 36 m	1 sessió 4 infants 36 m	1 sessió 4 infants 15 m	2 hores i 2 minuts
Joc 4: màxim 15	1 sessió 4 infants 45 m	1 sessió 4 infants 41 m	1 sessió 4 infants 40 m	1 sessió 4 infants 15 m	2 hores i 21 minuts

Taula II.Argumento de modificador desconocido.. **Detall de les seqüències didàctiques enregistrades, corresponents al grup de segon de primària**

Com es pot observar en la taula anterior, en el joc 1 hi ha una sessió (la segona) en què els infants juguen de dos en dos, en lloc de tots quatre a la vegada. També observem que en el joc 2, Tres en línia, els infants juguen sempre de dos en dos, cosa que duplica el nombre de sessions enregistrades.

Concretant quin material se selecciona per a l'anàlisi vam decidir centrar l'atenció en les tres primeres sessions del joc 1: Et demano, realitzades entre el 29 de setembre i el 20 d'octubre, i les tres primeres sessions del joc 3: Màxim 15, dutes a terme entre el 12 de gener i el 26 de gener del mateix curs.

Aquesta selecció es va basar en el fet de voler centrar l'anàlisi en un nombre petit de casos, però suficient per a respondre als objectius del treball. Atès que la finalitat

del nostre treball és analitzar l'evolució de les actuacions durant l'activitat conjunta i que ens centrarem en l'observació i l'anàlisi dels mecanismes d'influència educativa que hi apareixien, creiem que aquestes set sessions, corresponents a dues seqüències didàctiques, són prou adequades per a assolir els objectius de la recerca.

Es va desestimar el joc 2 perquè presentava unes característiques d'agrupament massa diferents a les de la resta de seqüències didàctiques (els alumnes jugaven sempre de dos en dos i no en grups de quatre, com en els altres jocs) i vam creure que aquest fet podria determinar unes pautes interactives molt diferents a les de la resta de jocs.

Es va desestimar l'anàlisi de les sessions núm. 4 perquè aquestes estan centrades en la part d'avaluació escrita individual. Sabent que el procés d'avaluació dels aprenentatges dels alumnes és present al llarg de totes les sessions i considerant que la informació que ens aportava aquesta prova escrita centrada en l'avaluació d'un únic contingut era molt parcial, vam prendre la decisió que l'anàlisi d'aquesta sessió no rebés el mateix tractament que les anteriors. Tanmateix els resultats obtinguts pels alumnes en aquest controls, es tindran en compte per matisar i complementar els aspectes d'avaluació que s'observin i s'analitzin amb profunditat apareguts durant el procés d'ensenyament i d'aprenentatge.

Per acabar, cal dir que l'últim joc, Màxim 15, es va reservar com a possible material per analitzar si en el decurs de la recerca es considerava necessari contrastar o completar alguns aspectes amb dades noves.

La taula II.2 presenta les seqüències didàctiques seleccionades per a l'obtenció de dades, així com les sessions que contenen i la durada d'aquestes.

	Sessió 1	Sessió 2	Sessió 3	Temps total
Joc 1: Et demano	30 minuts	20 minuts + 28 minuts	26 minuts	1 hora i 44m
Joc 3: Memori a 12	35 minuts	36 minuts	36 minuts	1 hora i 47 m

Taula II. Seqüències didàctiques escollides per a l'anàlisi i nombre i durada de les sessions que les integren

2.2 PERSONES QUE INTEGREN EL GRUP DE SEGUIMENT

El grup de seguiment està format per quatre alumnes que s'han seleccionat de manera aleatòria entre els cinquanta infants de les dues classes de segon de primària. Només s'ha tingut en compte la participació igual dels dos sexes: dos nens i dues nenes que són: l'Héctor, El Rubén, la Maria i la Mònica. Els dos nens provenen de la classe de segon A i les dues nenes de la classe de segon B. Tots van néixer el mateix any i en el moment d'iniciar l'experiència tenien edats al voltant dels set anys. El curs 1995-1996 és el quart que cursen aquesta escola.

Els quatre alumnes participen de manera conjunta en totes les sessions escollides excepte en la sessió 2 del joc 1, en què es realitzen dues sessions per separat: en una participen les dues nenes i la mestra i en l'altra ho fan els dos nens.

La mestra que està amb els alumnes en totes les sessions, té deu anys d'experiència com a professora del cycle inicial, set dels quals a l'Escola Bellaterra, on es realitza l'experiència. Malgrat tot, en el moment en què el taller es du a terme fa quatre anys que no imparteix classes a infants, ja que està treballant a la Universitat Autònoma de Barcelona en la formació de mestres. Tanmateix, durant la planificació i l'aplicació del projecte d'innovació anomenat el *taller de jocs*, s'integra com una mestra més en l'equip del cycle inicial, del qual ja ha format part amb anterioritat durant set anys.

2.3 MATERIALS DE LES SEQÜÈNCIES DIDÀCTIQUES SELECCIONADES

En aquest apartat es presenten els diferents materials que s'han utilitzat en cada joc. En primer lloc trobem la fitxa de presentació del joc, després el quadre de programació del joc, a continuació la taula d'observació per a l'avaluació i, per acabar, el control de càlcul. Aquesta descripció permetrà fer més comprensible l'anàlisi del dos jocs, així com el desenvolupament de les sessions i les seqüències didàctiques.

2.3.1 Joc 1: “Et demano”

El quadre II.1 ens mostra la fitxa de presentació del joc, on podem observar que aquest és el primer joc del taller que es fa a segon de primària, quin és el material manipulatiu que s'utilitza, el nombre de jugadors recomanat i les normes del joc.

El quadre II.2 ens presenta la pauta d'observació de la mestra, on es fa referència als objectius d'aprenentatge previstos per a aquest joc. En aquestes taules la mestra fa un parell d'observacions i d'anotacions per a cada infant al llarg de tota la seqüència didàctica.

Núm. de joc i nivell	Primer joc de segon de Primària.
Material	D'una baralla espanyola, agafem totes les cartes de l'1 al 9.
Nombre de jugadors	Quatre
Normes	Es reparteixen totes les cartes. Cada jugador descarta totes les parelles que tingui que sumin deu i les posa en una pila particular. A continuació, el primer jugador demana una carta a algun company, dient, per exemple: "Et demano un 3!" Si el company té la carta requerida l'hi ha de donar. Llavors, qui havia demanat la carta ha de col·locar el set i el tres davant seu de cara amunt. El jugador continua demanant cartes a qui vulgui mentre aconsegueixi el que demana. Quan falla, passa el torn a la persona que ha dit "No la tinc!". Guanya qui ha fet més parelles.

Quadre II. Error!Argumento de modificador desconocido.. **Fitxa de presentació del joc *Et demano* corresponent a la seqüència didàctica 1**

FULL D'OBSERVACIÓ: "ET DEMANO"		NIVELL: 2n de Primària	
NOMS nens i nenes.	ESTRATEGIES Observo si està atent als números que demanen els companys. Ha arribat a deduir la carta que té algun company en funció del que demana aquest?	CÀLCUL Observo com reconeix les parelles que fan 10. Compta sempre, sovint, mai? Recorda cada vegada més parelles que fan 10?	COL·LABORACIÓ Observo com organitzen el joc, reparteixen cartes, qui organitza, hi han conflictes? És capaç de col·laborar amb els companys per organitzar i jugar?
sessió:			
sessió:			

Quadre II. Error!Argumento de modificador desconocido.. **Pauta d'observació del joc *Et demano* corresponent a la seqüència didàctica 1**

El quadre II.3 ens mostra el quadre de programació, que conté els continguts i objectius d'aprenentatge escollits, així com els sistemes d'avaluació previstos.

AREA: MATEMÀTICA

NIVELL EDUCATIU: 2n de PRIMÀRIA

UNITAT DIDÀCTICA: JOCS DE TAULA: "ET DEMANO"

TEMPORITZACIO: 4 SETMANES

CONTINGUTS			OBJECTIUS DIDÀCTICS	ACTIVITATS ENSENY. I APRENENTA.	T	AVALUACIÓ
PROCEDIMENTS	FETS CONCEPTES	ACTITUDS				
- Càlcul mental - Composició i descomposició - Recerca d'estratègies	- Nombres naturals de l'1 al 10 - Noció de suma (com a composició de dos nombres petits).	- Recreació, mitjançant l'ús d'elements lúdics que comportin un treball matemàtic - Interès per l'intercanvi d'informacions, guies, suggeriments etc, amb els companys. - Gust per ser rigurós.	- Ser capaç de reconèixer les parelles de nombres que sumades facin 10. - Donat qualsevol nombre entre 1 i 9 saber quin és el complementari per fer un 10. - Saber estar atent a quins números demanen els companys i actuar en conseqüència. - Ser capaç de col.laborar amb els companys per resoldre conflictes i dur a terme la tasca conjuntament	- Sessió 1 - Sessió 2 - Sessió 3 - Sessió 4	10' 3/4h. 1/2h. 1/2h. 3/4h. 10'	- Control de càlcul escrit - Observació directa - Taulad'observació i conversa a l'inici - Taulad'observació i conversa a l'inici - Taula d'observació i conversa de conclusió. - Control de càlcul escrit
MATERIALS: Una baralla comercial, agafem els nombres de l'1 al 9. 9x4= 36 cartes per cada 4 jugadors.			ORIENTACIONS: Fer conversa col.lectiva prèvia de presentació de tot el taller. Explicar en que consistirà l'activitat, i els objectius matemàtics i d'actituds que pretenem.			

Quadre II.3. Quadre de programació del joc *Et demano* corresponent a la seqüència didàctica 1

Finalment, el quadre II.4 presenta el control de càlcul que es realitza abans de començar la seqüència didàctica i que es repeteix en acabar-la. El procediment per a dur-lo a terme (en ambdues ocasions) és el següent: cada alumne té aquestes pàgines de bocaterrosa damunt la taula; quan la mestra ho indica, els infants tomben els fulls i hi anoten tants resultats com poden durant exactament dos minuts. Amb aquest procediment es comprova fins a quin punt, després d'haver jugat al joc durant tres sessions, hi ha un major domini de les combinacions numèriques relacionades amb el joc.

ET DEMANO

$6 + \underline{\quad} = 10$	$5 + \underline{\quad} = 10$
$2 + \underline{\quad} = 10$	$9 + \underline{\quad} = 10$
$8 + \underline{\quad} = 10$	$4 + \underline{\quad} = 10$
$10 + \underline{\quad} = 10$	$1 + \underline{\quad} = 10$
$5 + \underline{\quad} = 10$	$3 + \underline{\quad} = 10$
$0 + \underline{\quad} = 10$	$2 + \underline{\quad} = 10$
$9 + \underline{\quad} = 10$	$7 + \underline{\quad} = 10$
$1 + \underline{\quad} = 10$	$10 + \underline{\quad} = 10$
$3 + \underline{\quad} = 10$	$6 + \underline{\quad} = 10$
$4 + \underline{\quad} = 10$	$8 + \underline{\quad} = 10$
$7 + \underline{\quad} = 10$	$0 + \underline{\quad} = 10$

-1-

ET DEMANO

$7 + \underline{\quad} = 10$	$0 + \underline{\quad} = 10$
$4 + \underline{\quad} = 10$	$8 + \underline{\quad} = 10$
$3 + \underline{\quad} = 10$	$6 + \underline{\quad} = 10$
$1 + \underline{\quad} = 10$	$10 + \underline{\quad} = 10$
$9 + \underline{\quad} = 10$	$7 + \underline{\quad} = 10$
$0 + \underline{\quad} = 10$	$2 + \underline{\quad} = 10$
$5 + \underline{\quad} = 10$	$3 + \underline{\quad} = 10$
$10 + \underline{\quad} = 10$	$1 + \underline{\quad} = 10$
$8 + \underline{\quad} = 10$	$4 + \underline{\quad} = 10$
$2 + \underline{\quad} = 10$	$9 + \underline{\quad} = 10$
$6 + \underline{\quad} = 10$	$5 + \underline{\quad} = 10$

-2-

Quadre II. *Error!Argumento de modificador desconocido.. Control de càlcul del joc Et demano corresponent a la seqüència didàctica 1*

Fins aquí hem presentat els materials corresponents al primer joc seleccionat per a l'anàlisi *Et demano*, és a dir, la seqüència didàctica 1 (a partir d'ara la SD1). A continuació es presenten els materials corresponents al segon joc escollit per a l'anàlisi *Memori a 12*, que en el taller ocupa el tercer lloc però que en el nostre estudi esdevé el segon joc que s'ha d'analitzar. Així doncs, presentem a continuació els materials utilitzats en la seqüència didàctica 2 (a partir d'ara SD2).

2.3.2 Joc 2: Memori a 12

El quadre II.5 correspon a la fitxa de presentació del joc, on podem observar que aquest és el tercer joc del taller que es fa a segon de primària, quin és el material manipulatiu que s'utilitza, el nombre de jugadors recomanat i les normes del joc.

Núm. de joc i nivell	tercer joc de segon de Primària.
Material	Cartes amb les xifres del zero al dotze (2 x 13 = 26 cartes)
Nombre de jugadors	Quatre, o més, en equips de dos jugadors.
Normes	Es col·loquen totes les cartes de boca terrosa damunt de taula, amb una bona disposició espacial. Cada jugador, al seu torn, ha de girar dues cartes i si <u>sumades fan dotze</u>, se les queda; si no, les torna a tombar i passa el torn al company següent. El joc s'acaba quan totes les cartes han estat aparellades. Guanya qui té més cartes.

Quadre II.;Error!Argumento de modificador desconocido.. **Fitxa de presentació del joc Memori a 12 corresponent a la seqüència didàctica 2**

FULL D'OBSERVACIÓ: "MEMORI A DOTZES" NIVELL: 2n de Primària			
NOMS nens i nenes.	ESTRATEGIES Observo si està atent als nº que van sortint. Intenta recordar on són les cartes? És capaç de trobar i aplicar estratègies afavoridores?	CÀLCUL Observo com reconeix les parelles que fan 12. Compta sempre, sovint, mai? Recorda cada vegada més parelles que fan 12?	COL·LABORACIÓ Observo com interactua amb el company d'equip. Éscolta, participa, discuteix, té en compte el parer de l'altre?
sessió:			
sessió:			

Quadre II.;Error!Argumento de modificador desconocido.. **Pauta d'observació del joc Memori a 12 corresponent a la seqüència didàctica 2**

El quadre II.6 mostra la taula d'observació de la mestra, on es fa referència als objectius d'aprenentatge previstos per a aquest joc. En aquestes taules la mestra fa un parell d'anotacions per a cada infant al llarg de tota la seqüència didàctica.

El quadre II.7 ens presenta el quadre de programació, els continguts i objectius d'aprenentatge escollits, així com els sistemes d'avaluació previstos.

AREA: MATEMATICA

NIVELL EDUCATIU: 2n de PRIMÀRIA

UNITAT DIDACTICA: JOCS DE TAULA: "MEMORI A 12"

TEMPORITZACIO: 4 SETMANES

CONTINGUTS			OBJECTIUS DIDACTICS	ACTIVITATS ENSENY. I APRENENTA.	T	AVALUACIÓ.
PROCEDIMENTS	FETS CONCEPTES	ACTITUDS				
- Càlcul mental - Composició i descomposició - Us de la memòria - Recerca d'estratègies	- Nombres naturals de l'1 al 12 - Noció de suma (com a composició de dos nombres petits).	- Recreació, mitjançant l'ús d'elements lúdics que comportin un treball matemàtic - Atenció al propi joc i al dels altres. - Col.laboració en l'organització i marxa del joc.	- Ser capaç de reconèixer les parelles de nombres que sumades facin 12. - Ser capaç de memoritzar les parelles de números que sumades fan 12. - Ser capaç d'estar atent a quins números van sortint i intentar memoritzar visualment la situació de les cartes. - Ser capaç de buscar estratègies afavoridores. - Ser capaç de col.laborar amb els companys per organitzar i dur a terme la tasca conjuntament.	- Sessió 1 - Sessió 2 - Sessió 3 - Sessió 4	10' 3/4 h. 1/2 h. 1/2 h. 3/4h. 10'	- Control de càlcul escrit - Observació directa - Taulad'observació i conversa a l'inici - Taulad'observació i conversa a l'inici - Taula d'observació i conversa de conclusió. - Control de càlcul escrit
MATERIALS: Cartes d'elaboració pròpia, amb les xifres del 0 al 12 x 2, en total 26 cartes per cadascun joc.			ORIENTACIONS: Fer el control predictiu de càlcul. Presentar el joc fent referència als jocs del Memory que ja coneixen.			

Quadre II.7 de modificador desconocido.. **Quadre de programació del joc Memori a 12 corresponent a la seqüència didàctica 2**

Finalment, el quadre II.8 presenta el control de càlcul que es realitza abans de començar la seqüència didàctica i es repeteix en acabar-la. El procediment per a dur-lo a terme és idèntic al del joc anterior.

MEMORI A DOTZES

10 + ____ = 12	8 + ____ = 12
6 + ____ = 12	7 + ____ = 12
2 + ____ = 12	2 + ____ = 12
8 + ____ = 12	1 + ____ = 12
11 + ____ = 12	6 + ____ = 12
5 + ____ = 12	5 + ____ = 12
0 + ____ = 12	10 + ____ = 12
9 + ____ = 12	9 + ____ = 12
1 + ____ = 12	4 + ____ = 12
3 + ____ = 12	3 + ____ = 12
12 + ____ = 12	12 + ____ = 12
7 + ____ = 12	11 + ____ = 12
4 + ____ = 12	0 + ____ = 12

-1-

MEMORI A DOTZES

4 + ____ = 12	8 + ____ = 12
7 + ____ = 12	5 + ____ = 12
1 + ____ = 12	11 + ____ = 12
5 + ____ = 12	7 + ____ = 12
12 + ____ = 12	0 + ____ = 12
9 + ____ = 12	3 + ____ = 12
2 + ____ = 12	10 + ____ = 12
0 + ____ = 12	12 + ____ = 12
11 + ____ = 12	1 + ____ = 12
8 + ____ = 12	4 + ____ = 12
10 + ____ = 12	2 + ____ = 12
3 + ____ = 12	7 + ____ = 12
6 + ____ = 12	6 + ____ = 12

-2-

Quadre II. Error! Argumento de modificador desconocido.. Control de càlcul del joc *Memori a 12* corresponent a la seqüència didàctica 2

2.4 LIMITACIONS DE L'ESTUDI

En aquesta secció es volen assumir alguns fets i se'n vol deixar constància, que podrien considerar-se limitacions de la recerca.

En primer lloc, cal dir que l'estudi que duem a terme podria ser més complet si la recerca considerés la totalitat de les sessions de totes les seqüències didàctiques que integren el *taller de jocs i matemàtiques*. Tanmateix, s'ha de dir que això no és possible en una recerca de les dimensions d'aquesta, realitzada per un sol investigador. Nosaltres hem intentat seleccionar les dades necessàries per a abordar l'anàlisi que es vol dur a terme i a partir d'aquestes dades obtenir conclusions en relació amb els objectius que ens hem marcat.

Tanmateix, volem deixar constància que l'augment de dades provinents d'altres sessions que no s'analitzaran, probablement augmentaria les relacions i les conclusions que s'obtidran. Per tant, som conscients de la impossibilitat d'abastar

tota la complexitat de la situació didàctica estudiada, a causa de les limitacions que suposen les dimensions d'una recerca com la que s'està presentant, i considerem que la selecció que hem fet de sessions per analitzar, tot i que és incompleta, serà suficient per a aportar alguns resultats en relació amb els objectius que ens hem marcat.

En segon lloc, volem esmentar la particularitat que d'aquesta recerca, en el sentit que la investigadora ha format part de la situació didàctica estudiada. Si bé aquest fet es pot entendre com una limitació cal dir que això ha fet que es vetllés amb una cura especial la validació de qualsevol resultat.

Els fets que han provocat aquesta circumstància són els que s'exposen a continuació. Recordem que l'Escola Bellaterra, i concretament les mestres del cicle inicial, van demanar a la investigadora actual que participés en un assessorament per a modificar una pràctica educativa que es portava a terme en el centre. Es va dissenyar i es dur a la pràctica un projecte d'innovació centrat en la utilització de jocs de taula en el qual la investigadora actual va participar en l'elaboració del projecte i en la posada en pràctica del mateix actuant com una mestra més (atès que ella va ser mestra d'aquesta escola durant set anys). El fruit d'aquest treball va esdevenir una recerca acció que es va presentar com a treball de recerca del doctorat en Didàctica de la Matemàtica.

En aquell moment, i pensant en una futura recerca centrada en l'estudi de la interacció entre iguals, enregistrem totes les sessions d'un dels grups que participa en el taller. Quan iniciem el present treball i concretem quin és el marc teòric que ens ha de guiar, ens fem conscients de la impossibilitat i el poc sentit que tindria centrar l'estudi en la interacció entre iguals sense tenir en compte la participació de la mestra, qüestió que ens fa prendre les decisions següents: la recerca ha de considerar la participació de la mestra en l'estudi com un dels agents principals; atès que la investigadora estudiarà les seva pròpia intervenció, es fa evident la necessitat d'articular un sistema de validació de les observacions, les relacions, els resultats i les conclusions que en garanteixi la credibilitat, la dependència i la transferibilitat. En aquest sentit, doncs, la direcció de la tesi ha vetllat per tal que s'acomplissin els criteris que s'acaben d'esmentar.

3. PROCEDIMENTS PER A L'OBSERVACIÓ I EL REGISTRE DE LES DADES

En aquesta secció s'exposen les condicions en què s'han efectuat les observacions, així com el procediment general, els instruments i el material utilitzat per a confeccionar el corpus principal de dades objecte d'anàlisi.

Com s'ha assenyalat en la secció anterior, les dades de la recerca fan referència a dues seqüències didàctiques relacionades, corresponents a un grup d'alumnes de segon de primària. Les sessions que s'analitzen han estat seleccionades entre un conjunt de sessions que formen part de la situació d'ensenyament i d'aprenentatge anomenada *taller de jocs i matemàtica* i corresponen a una activitat que ja es duia a terme en aquesta l'escola abans del curs 1995-96 i que en l'actualitat continua vigent.

Totes les sessions (un total de set, ja que la segona sessió del primer joc es va realitzar dues vegades), cadascuna amb la meitat dels infants es van enregistrar en vídeo. Aquest enregistrament, degudament descrit i transcrit, és el corpus principal de dades objecte d'anàlisi.

El registre de les sessions en vídeo s'ha passat a un format textual combinant la descripció de l'acció dels participants amb la transcripció de les produccions verbals d'aquests.

Els noms dels participants s'han substituït per aquest codi:

Héctor	al. 1 (alumne 1)
Rubén	al. 2 (alumne 2)
Maria	al. 3 (alumne 3)
Mònica	al. 4 (alumne 4)
Mestra	mestra

S'ha fet una descripció contínua de les accions principals de l'enregistrament, combinada amb la transcripció del que es diu en relació amb el joc i a la seva organització. Per exemple:

L'al.1 demana (molt convençut) a l'al.3 (que acaba de demanar un 8) un 2 però l'al.3 diu que no té aquesta carta.

L'al.1 es queda molt parat i pregunta a la mestra: *Per què ha demanat un 8 llavors?*

La mestra treu la qüestió a debat dient a l'al.3: *Ell et pregunta perquè has demanat un 8 si no tens un 2.*

L'al.1 diu: *Clar si 8 i 2 fan 10.*

La mestra diu: *Què ha passat aquí?*

L'al.3 reconeix: *Que m'he equivocat.*

(SI desenvolupament partida 2; de la sessió 1, SD1. Joc *Et demano*)

També s'han descrit, però no transcrit, els comentaris que fan referència a altres temes generals. Per exemple:

Mentre l'al.3 està col·locant les cartes damunt la taula, tothom xerra de coses diverses.

L'al.1 i l'al.2 parlen de situacions (pel·lícules) on han vist algú que barreja les cartes de maneres espectaculars.

[...]

L'al.2 reclama l'atenció de la mestra fent-li una pregunta referent a persones que barregen les cartes de manera espectacular.

En aquesta conversa acaben participant-hi tots cinc i quan l'al.3 acaba de col·locar les cartes la mestra diu: *Vinga, a qui toca?* Tots deixen de parlar i es posen a jugar.

(SI preparació de la partida 2; de la sessió 2, SD2. Joc *Memori a 12*).

En el text la descripció es distingeix de la *transcripció* mitjançant la utilització de diferents estils de lletra: la descripció es fa amb l'estil Times Regular, mentre que la transcripció es fa amb l'estil Times *Cursiva*:

L'al.2 continua: *Empiezo yo, tu has repartit...* (Dirigint-se a l'al.3, que vol començar i no li toca, ja que ha repartit ella.)

L'al.3 no fa cas del que li acaben de dir i diu (dirigint-se a l'al.1, que no ha participat en la conversa): *Puc demanar-te un 1?*

L'al.1 respon: *No, perquè li toca a ell.* (Assenyalant a l'al.2)

L'al.3 insisteix: *Ya me lo puedes dar, eh?, que te lo he visto.*

L'al.2 diu: *Pero, me toca a mí.*

L'al.1 diu: *Que li toca a ell.*

L'al.2 continua: *Si tu has repartido, me toca a mi.*

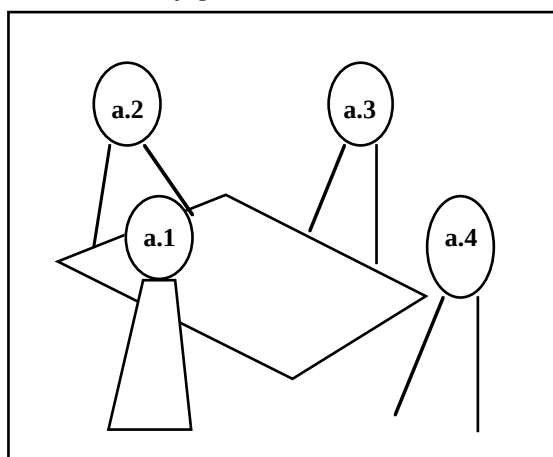
L'al.3 diu finalment: *Bueno, vale.*

(SI desenvolupament de la partida 1; de la sessió 3, SD1. Joc *Et demano*)

En alguns dels fragments anteriors també es pot observar que en ocasions apareixen entre parèntesis comentaris que tenen la finalitat d'aclarir o de recordar aspectes del joc o accions no verbals que fan més comprensibles els diàlegs i la situació en general.

Per acabar cal dir que a l'inici de la descripció i la transcripció de cada sessió s'ha adjuntat una figura amb la posició dels jugadors, ja que això facilita la comprensió de les diferents intervencions en relació amb els torns de jugada.

Posició dels jugadors durant tota la sessió



(Presentació de la sessió 1, SD1. Joc *Et demano*)

En les sessions en què hi ha canvis de lloc, en iniciar-se noves partides s'adjunten noves figures.

4. PROCEDIMENTS PER A L'ANÀLISI DE LES DADES

El model general d'anàlisi del qual partim, *model per a l'anàlisi d'alguns mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat*, presentat en la primera secció d'aquest capítol, planteja dos nivells d'anàlisi de la interactivitat: el primer es refereix a les formes d'organització de l'activitat conjunta i el segon als significats i els mecanismes semiòtics.

Recordem que el model proposa un conjunt d'unitats d'anàlisi jeràrquicament ordenades entre si, que són:

- les seqüències didàctiques (SD)
- les sessions (S)
- els segments d'interactivitat (SI)
- els missatges (M)
- les configuracions de segments d'interactivitat (CSI)
- les configuracions de missatges (CM).

En la secció 1 d'aquest capítol s'apuntava ja la necessitat d'adaptar el model en funció de les característiques específiques de les seqüències didàctiques observades i dels objectius de la recerca. Això és el que hem fet. A continuació s'exposaran els aspectes principals del procediment d'anàlisi de la nostra recerca.

Recordem que l'objectiu general de la nostra recerca és descriure i explicar el que succeeix en l'activitat d'ensenyament i d'aprenentatge anomenada *taller de jocs i matemàtiques*. Els principals objectius, que es deriven de l'objectiu general que s'acaba d'esmentar, se centren en la identificació d'indicadors de mecanismes d'influència educativa, tant de la mestra com dels companys, en el marc de dues seqüències didàctiques relacionades. Per això ens centrarem en l'estudi de l'articulació i l'evolució de les actuacions dels participants.

D'acord amb això, l'anàlisi que duem a terme se centra exclusivament en el primer nivell d'anàlisi proposat pel model de referència, en el qual distingirem, en el nostre cas, tres plans o fases d'anàlisi:

- En primer lloc, la identificació, la caracterització, la distribució i l'evolució dels segments d'interactivitat.
- En segon lloc, la identificació, la caracterització, la distribució i l'evolució de les actuacions dels participants en el marc dels segments d'interactivitat.
- En tercer lloc, la identificació, la caracterització i l'evolució dels patrons d'actuació en relació amb la detecció i la correcció d'errors, dubtes i dificultats.

4.1 PRESENTACIÓ DE LES UNITATS D'ANÀLISI D'AQUESTA RECERCA

El procediment general del model de referència proposa que la unitat d'anàlisi més àmplia i global sigui *la seqüència didàctica*. Aquesta és, també per a nosaltres, la unitat bàsica d'anàlisi i d'interpretació de les dades. És el punt de partida pel que fa a l'observació i l'enregistrament, alhora que és el punt d'arribada pel que fa a l'anàlisi i la interpretació de les dades. L'adopció de la seqüència didàctica com a unitat bàsica d'anàlisi és una conseqüència de la importància que atribuïm a la dimensió temporal.

La seqüència didàctica (SD), que és la unitat bàsica de recollida, anàlisi i interpretació de dades, és:

“[...] com un procés complet d'ensenyament i d'aprenentatge en miniatura, és a dir, el mínim procés d'ensenyament i d'aprenentatge que inclou tots els components propis d'aquest procés, i, per tant, també inclou el seu desenvolupament en el temps.” (Coll, 1998, p. 33)

En la nostra recerca la dimensió temporal es considera al llarg de dues seqüències didàctiques relacionades, de les quals conté cadascuna, diverses sessions. La identificació de les seqüències didàctiques no ha plantejat cap dificultat, ja que aquestes corresponen clarament a les unitats de programació del *taller de jocs i matemàtiques* i consisteixen en aquelles sessions consecutives que es destinen a jugar i a treballar a l'entorn d'un mateix joc.

La segona unitat d'anàlisi és la *sessió*. És a dir, cada seqüència didàctica es compon de diverses sessions. De fet, aquesta és també una unitat natural

d'organització escolar que no planteja cap dificultat per ser identificada ja que correspon a la franja horària que es destina al Taller.²

Les sessions (S) són les unitats naturals que componen les seqüències didàctiques.

“En el context escolar les sessions estan determinades per la franja horària dedicada a la realització d'activitats i/o tasques a l'entorn de determinats continguts.” (Rochera, 1997, p. 60)

La tercera unitat que ens proposa el model són els *segments d'interactivitat*, que constitueixen la unitat bàsica de les formes d'organització de l'activitat conjunta.

El segment d'interactivitat (SI) és la unitat fonamental del primer nivell d'anàlisi i remet a:

“[...] un conjunt d'actuacions esperades o esperables, i, per tant, acceptades o acceptables, dels participants. Podem definir, doncs, els segments d'interactivitat com a unitats d'activitat conjunta que es donen durant les sessions de les quals consta una seqüència didàctica i que es relacionen amb determinats patrons característics d'actuació conjunta del professor i els alumnes.” (Coll, 1998, p. 36)

Segons aquesta definició, els segments d'interactivitat incorporen les nocions d'estructura de participació social i d'estructura acadèmica, a les quals hem al·ludit en la presentació dels elements conceptuals del model de referència. En efecte, el segment d'interactivitat es relaciona amb un conjunt de patrons esperats dels comportaments dels participants; i aquests tenen a veure tant amb la lògica del contingut o de la tasca, com amb els drets i les obligacions dels membres del grup des del punt de vista de la interacció i la participació social.

Així doncs, hi ha tres criteris centrals que ens han permès identificar i delimitar els segments d'interactivitat en les diferents sessions:

- La unitat temàtica: de què es parla o a l'entorn de què s'actua, i de què es pot parlar o entorn de què es pot actuar segons la feina que es fa.
- El patró de comportaments o d'actuacions dominants dels participants: qui pot fer o dir què, quan, com i a qui.
- La funció instruccional de la tasca principal del segment.

² En la secció 2 d'aquest capítol: “Situacions d'observació”, s'ha presentat el procés seguit per a la selecció de les seqüències didàctiques i les sessions objecte d'anàlisi

Cada vegada que es produeix un canvi substancial i detectable en alguna d'aquestes dimensions, o en més d'una, estem davant un canvi de segment d'interactivitat. En l'apartat següent d'aquesta secció s'especificarà el procés que hem seguit per a identificar els segments d'interactivitat de la nostra recerca.

Hem vist fins ara que la definició mateixa de *segment d'interactivitat* implica un o diversos *patrons d'actuacions típiques* i dominants dels participants, els quals reflecteixen, en darrer terme, una estructura de la tasca acadèmica i una estructura de participació social. Per tant, el model d'anàlisi del qual partim considera les actuacions dominants un element d'anàlisi integrat i necessari per a la definició del segments d'interactivitat.

L'objectiu de la nostra recerca, identificar indicadors interpretables com a mecanismes d'influència educativa tant de la mestra com dels companys, centrat en l'evolució de les actuacions, ens va conduir a atribuir tanta importància a les actuacions dominants o típiques com a aquelles poc freqüents (quantitativament parlant) però molt significatives pel canvi de comportament i, per tant, pel possible aprenentatge que suposaven per als participants. Aquest fet ens va portar a entendre que era necessari fer un estudi de totes les *actuacions* que es donaven al llarg de les diferents sessions de les dues seqüències didàctiques (no només de les dominants). Consegüentment, vam creure necessaris, la caracterització i l'estudi de l'evolució de totes les actuacions (relacionant les de la mestra i les del alumnes) dins de cada segment d'interactivitat. Això ha fet que el segon pla de la nostra anàlisi se centri en la caracterització de totes les actuacions dels participants i en l'estudi quantitatiu i qualitatiu de l'evolució d'aquestes.

Entenem que les actuacions són:

“Els comportaments [...] que exhibeixen els participants en un determinat segment d'interactivitat en funció tant del rol que assumeixen en aquest com de les condicions que imposen l'estructura de participació social i l'estructura de la tasca acadèmica del segment en qüestió.” (Coll i Rochera, 2000, p. 111)

En l'apartat 4.3 d'aquesta secció s'especificarà el procés que hem seguit per a la identificació i la caracterització de les actuacions dels participants.

Hem dit en repetides ocasions que cal estudiar les intervencions dels diferents participants de manera relacionada. L'actuació de la mestra o dels alumnes en un moment determinat està estretament vinculada amb el que fan o faran, han dit o diran, la resta de participants amb anterioritat i a continuació. Per això s'ha optat per escollir alguns fragments que són potencialment rellevants pel que fa a l'aprenentatge de continguts matemàtics i fer un estudi qualitatiu i quantitatiu dels patrons d'actuacions que hi apareixen.

Així doncs, presentem la unitat bàsica de la darrera fase d'anàlisi de la nostra recerca, que consistirà en el procés de selecció i caracterització d'un determinat tipus de *fragments d'interacció* que es caracteritzen perquè:

S'inicien en el moment en què un alumne comet un error i/o mostra un dubte o una dificultat derivada de la tasca i/o fa una demanda, sempre en relació amb algun contingut matemàtic. Donem per finalitzat el fragment quan els participants deixen de fer referència al motiu que l'ha generat.

A continuació s'exposa de manera breu els principals aspectes del procediment seguit per a la identificació de les unitats que s'acaben de presentar. Atès que el nostre propòsit és explicar la lògica del procés que s'ha seguit, les caracteritzacions específiques, les seves exemplificacions i, en general, els aspectes més particulars, es mostraran en el capítol d'anàlisi de les dades.

4.2 PROCÉS D'IDENTIFICACIÓ I DE CARACTERITZACIÓ DELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT

L'estratègia bàsica que s'ha seguit per a la identificació dels segments d'interactivitat, en les seqüències didàctiques, consisteix en la lectura de l'enregistrament de les diferents sessions (descripció i transcripció) la segmentació, amb l'ajuda de criteris derivats de l'estructura de participació; és a dir: la unitat temàtica o de contingut (de què es parla o a l'entorn de què s'actua, etc.), la presència d'actuacions dominants (qui fa o diu què, quan, com i a qui) i la funció instruccional principal de la tasca.

La identificació d'aquests segments ha consistit en un procés d'anada i tornada entre el model teòric emprat i les dades. Després d'una primera segmentació intuïtiva de la primera sessió de la seqüència didàctica 1, es revisen tots i cadascun dels segments identificats amb l'ajuda dels criteris especificats abans, s'introdueixen algunes modificacions i s'obtenen uns nous segments que s'apliquen a la segona sessió; aquest procediment es va repetint per a totes les

sessions de la primera seqüència didàctica. Paral·lelament a aquest procés de segmentació del registre, es defineixen les característiques principals de cada segment. Se segueix el mateix procediment per a la segona seqüència didàctica, és a dir, s'apliquen els segments trobats en la SD1 a la SD2, on es modifica de nou algun dels segments, s'arriba així, a la identificació i la definició de quatre segments d'interactivitat que apareixen i es repeteixen, amb major o menor freqüència però amb força regularitat, en totes les sessions analitzades.

El fet que l'activitat que es realitza al taller sigui una tasca fortament pautaada (jocs de taula amb estructura i pautes de procediment molt marcades, normes clares i acceptades per tots quant a torns d'actuació, inici i final de partides, etc.) ens ha permès delimitar els diferents segments i reconèixer, de manera clara, l'inici i el final de cadascun.

Tanmateix, la identificació dels segments d'interactivitat en les situacions que observem, provinents del taller de jocs i matemàtiques, ha esdevingut més complexa del que semblava inicialment. Al principi del procés ens guiàvem principalment per les accions i actuacions dominants en cada segment, i això ens va portar a identificar clarament quatre segments. Però en fer un estudi més aprofundit, centrat en les temàtiques dels diàlegs, els continguts principals de la tasca i les funcions instruccionals de cada segment, hem observat que en alguns segments es pot reconèixer més d'un tòpic i més d'una funció, que es van alternant i cavalcant a l'interior de cada segment. Així doncs, finalment hem identificat quatre segments d'interactivitat que, en dos casos, contenen una duplictat de temàtiques i funcions principals, mentre que en els altres dos el segment s'identifica amb un únic tema i una clara funció principal. Els segments d'interactivitat identificats³ són:

- SI de concreció de l'estructura de la tasca i/o de recapitulació
- SI de preparació de la partida
- SI de desenvolupament de la partida
- SI de conclusió de la partida i/o de valoració

Un cop identificats i caracteritzats els diferents segments, s'han segmentat totes les sessions d'una seqüència didàctica, amb els temps corresponents, la qual cosa ens ha permès elaborar el *mapa d'interactivitat* de la seqüència didàctica. Aquest mapa ens ofereix una visió global de l'estructura de la interactivitat, on s'aprecien

³ La definició i els exemples de cada segment es troben en el capítol III.2 d'anàlisi de les dades.

visualment les formes d'organització de l'activitat conjunta i la seva distribució i articulació al llarg de la seqüència. A continuació es repeteix el mateix procés per a la segona seqüència didàctica i es comparen les dues. D'aquesta primera fase d'anàlisi, n'obtenim la possibilitat de reconèixer alguns indicadors interpretables en termes de traspàs del control (aparició, desaparició i nombre de repeticions de determinats segments, durada i distribució d'aquests, etc.)

Els mapes d'interactivitat, però, permeten captar únicament els aspectes més globals de l'activitat conjunta, per la qual cosa es fa evident la necessitat de recórrer a l'anàlisi de les actuacions i a l'estudi de l'evolució d'aquestes per captar aspectes més particulars que ens donin informació en relació amb canvis o evolucions al llarg de cada seqüència i entre seqüències.

4.3 PROCÉS D'IDENTIFICACIÓ I CARACTERITZACIÓ DE LES ACTUACIONS

La caracterització de totes les actuacions ha estat elaborada seguint els criteris següents: la tasca acadèmica que es du a terme, l'organització social que implica la tasca i l'evolució temporal d'aquesta. Les categories d'actuacions s'estableixen de tal manera que permeten captar la relació entre els participants, atendre els encerts i els errors que es produeixen i interpretar-les en termes de traspàs del control.

El procés d'identificació i de caracterització de les actuacions té diferents fases. En un primer moment s'analitzen les diferents dimensions que implica la tasca (en cada segment d'interactivitat) a través de la lectura de l'enregistrament d'algunes sessions. Això permet identificar els trets més rellevants de la tasca a l'entorn dels quals s'organitza l'activitat conjunta dels participants. D'aquesta manera s'elabora una primera caracterització de les actuacions per a cada segment.

En una segona fase es comparen les categories inicials que hem identificat amb les categories presentades en una recerca de característiques similars a la que estem duent a terme (Rochera, 1997), on s'estudia la influència educativa de la mestra en una situació didàctica d'aprenentatge dels primers nombres a través de jocs de taula amb alumnes d'educació infantil. Aquesta comparació ens permet afegir alguna actuació, refondre'n d'altres i elaborar una segona llista d'actuacions que s'aplica de nou als segments ja estudiats, introduint-hi les modificacions necessàries per a identificar cada intervenció.

Val a dir que la caracterització de les actuacions que proposem en el nostre treball s'ha inspirat i ha partit de les proposades en el treball de referència esmentat, però en cap cas s'han aplicat directament, sinó que s'han concretat a partir d'un laboratori i complex treball de naturalesa prospectiva-retrospectiva i d'un procés d'ajust entre els referents de què disposàvem i les dades concretes que s'estaven analitzant.

Un exemple del que s'acaba de dir és el següent: en la recerca Rochera, (1997) les categories d'actuacions dels alumnes, en el SI de desenvolupament de partida, se separen en dos blocs, distingint d'una banda les actuacions predominants dels alumnes en situació de tirada i d'altra les actuacions dels alumnes en situació de no tirada. En el nostre cas no s'ha considerat pertinent fer aquesta distinció, ja que les nostres dades, i d'acord amb les situacions didàctiques observades, ens permeten afirmar que les intervencions i aportacions dels alumnes no difereixen entre si en funció de si tenen o no el torn de tirada. Ja des de les primeres sessions de la SD1 observem que els alumnes fan aportacions i comentaris, és a dir, participen en tot moment, tinguin o no el torn de tirada.

Un altre tret diferencial entre el treball esmentat i el nostre és que la caracterització de les actuacions de Rochera se centra exclusivament en les *actuacions predominants* de cada segment; per contra, nosaltres hem intentat crear una llistata de categories que recobris la *totalitat de les actuacions* dels participants. Aquest fet ens permet comparar des del punt de vista quantitatiu (i qualitatiu) algunes dades entre si. Per exemple, el nombre d'intervencions de cada categoria respecte al total del segment estudiat, o la proporció d'intervencions de la mestra i els alumnes i l'evolució d'aquestes al llarg de les diferents sessions i entre seqüències didàctiques, etc.

Retornant al procés seguit per a la caracterització de les actuacions, ens trobem ja en una tercera fase en la qual es parteix d'una primera llista completa d'actuacions per a cada segment d'interactivitat i que s'aplica a tots i cadascun dels segments del mateix tipus de totes les sessions.

Finalment, es procedeix a la triangulació demanant a un expert que caracteritzi totes les actuacions d'una sessió (on apareixen diversos segments de cada tipus) i comparant després el seu resultat amb el nostre, tot ajustant de nou els aspectes no coincidents.

Un cop caracteritzades totes les actuacions, de tots els segments de cada sessió de les dues seqüències didàctiques, s'elaboren les taules de dades.⁴ Es presenten quatre taules (una per a cada segment d'interactivitat) per a cada sessió. Les taules mostren el nombre d'intervencions de cada categoria, separant les de la mestra i les dels alumnes. Al costat del nombre d'intervencions apareix el percentatge que li correspon a aquella categoria dins de cada SI. Al peu de la taula trobem el nombre d'actuacions (absolut i relatiu) que han realitzat d'una banda la mestra i de l'altra els alumnes dins de cada SI i per a cada sessió.

L'anàlisi de les actuacions (quadre II.9) es realitza en el marc de cada seqüència didàctica (primer en la SD1 i després en la SD2, tot comparant-la amb la SD1) se seleccionen els segments del mateix tipus i s'analitzen les actuacions (sessió per sessió). Aquest procediment es realitza per a cada SI.

En cada SI analitzat, primer ens centrem en les *actuacions identificades* (nombre total d'intervencions, que ens permet comparar el total entre sessions per establir la rellevància del segment en cada sessió i comparar el nombre total d'intervencions de la mestra en relació amb el total d'intervencions dels alumnes, que ens dóna indicis de la sessió del control que s'ha exercit).

En segon lloc ens centrem en les *actuacions dominants*, entenent per aquestes no només les categories amb una freqüència absoluta elevada, sinó també aquelles que ho són en termes relatius en comparació amb la resta de sessions, és a dir, aquelles que són significatives pel que fa al canvi i/o l'evolució al llarg de les diferents sessions.

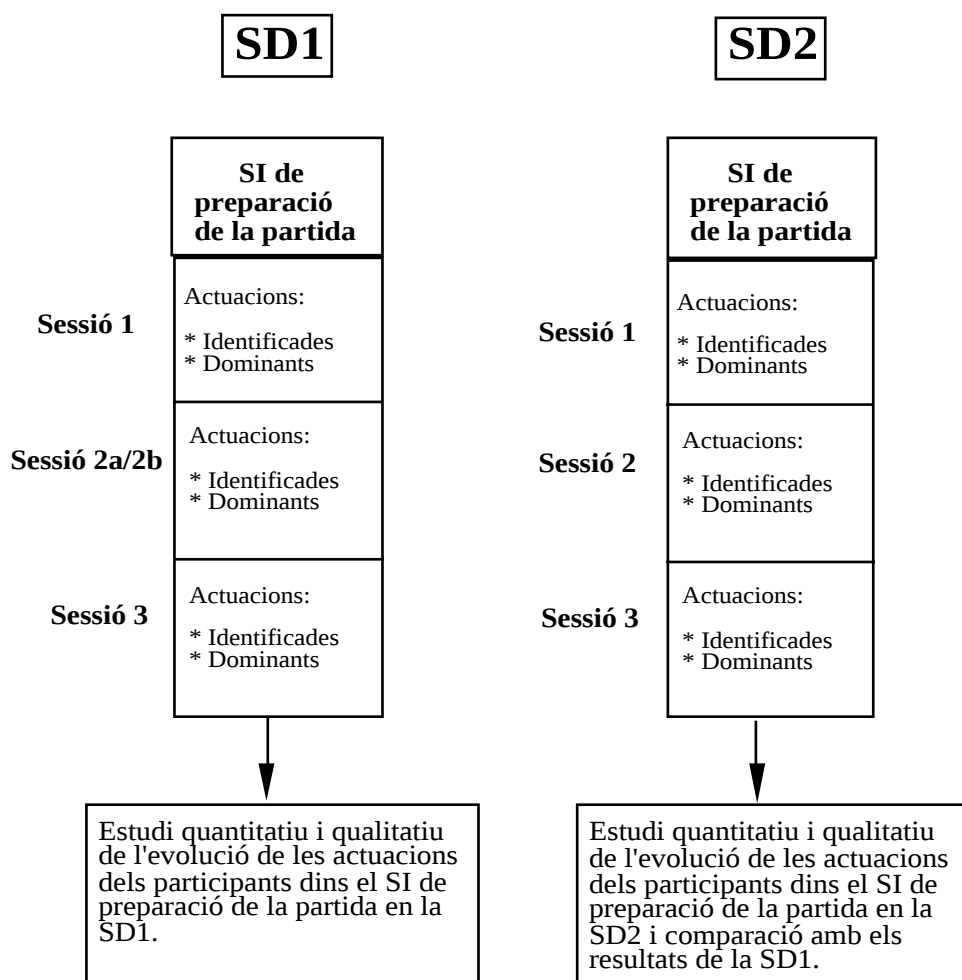
Aquest procediment es realitza en tots els segments identificats i per a totes les sessions. Tanmateix, les decisions metodològiques més específiques en relació amb l'anàlisi de les actuacions en els segments d'interactivitat estan fortament determinades per les condicions particulars de la forma d'organització de l'activitat conjunta, per això s'aniran exposant durant el capítol III.2, d'anàlisi.

El quadre II.9 esquematitza el procés seguit per a l'anàlisi de les actuacions en un SI concret, però el procés es repeteix per a tots i cadascun dels SI identificats. Cal dir que l'anàlisi de les actuacions en el SI de desenvolupament de la partida en la

⁴ les taules de dades s'inclouen al capítol III d'anàlisi de dades.

SD2 conté un procés diferent al presentat a causa d'una necessitat metodològica que apareix en fer-ne l'estudi. La justificació d'aquest canvi i la concreció del nou procés que se seguirà s'especificaran en el capítol III.2, d'anàlisi de les actuacions.

Quadre II. Error!Argumento de modificador desconocido.. **Esquema del**



procediment d'anàlisi de les actuacions en un segment d'interactivitat

4.4 PROCÉS D'IDENTIFICACIÓ DELS FRAGMENTS QUE S'HAN D'ESTUDIAR I CARACTERITZACIÓ DELS PATRONS D'ACTUACIÓ

El procés de selecció dels fragments que s'han d'analitzar amb més profunditat és el següent: se segueix l'estratègia general de la lectura repetida de diversos protocols marcant els fragments que s'inicien amb un error. Observem que apareixen diferents tipus d'errors: els relacionats amb alguna norma del joc, els relacionats amb els continguts matemàtics i els relacionats amb les normes de l'estructura de participació social no inclosos en els errors anteriors. Observem

també que en tots els SI apareixen errors, encara que la majoria es produeixen en el SI de desenvolupament de la partida.

Hem optat per centrar-nos en un tipus de fragments que ofereixen, potencialment, oportunitats d'aprenentatge matemàtic (encara que no són els únics que n'ofereixen). Decidim seleccionar tots els fragments que s'inicien amb un *error*, amb una *manifestació de dubte o de dificultat*, o amb una *demanda* relacionada amb algun contingut matemàtic: de *càlcul* o d'*estratègia*. Optem també per no restringir cap dels SI i, per tant, se seleccionen tots els fragments de tots els SI que presenten les característiques assenyalades.

Exemple de fragment que s'inicia amb un error:

Cadascuna de les tres jugadores descarta les parelles de cartes pròpies que sumen deu.

16	N3	al.3	L'al.3 descarta la primera parella: 7 i 2. No descarta res més.
17	M7	mestra	La mestra diu: <i>A veure, això és correcte?</i> (I posa la mà damunt l'única parella que ha fet l'al.3, que és un 7 i un 2.)
18	N7	al.3	L'al.3 agafa la carta amb el núm. 2 i diu: <i>Ai!</i>
19	M7	mestra	La mestra diu: <i>Què era? Set i ...</i>
20	N7	al.4	L'al.4 diu: <i>I tres.</i>
21	N8	al.3	L'al.3 canvia el 2 per un 3. Continua tenint una única parella damunt la taula.

SI de desenvolupament de la partida 2, sessió 2b de la SD1. Joc *Et demano*.

Vegem ara un exemple de fragment que s'inicia amb una manifestació de dubte o dificultat:

L'Al.4 ha de destapar només dues cartes que sumades donin 12.

12	N1	al.4	L'al.4 gira una carta que és un 4, se la mira i es posa en actitud de pensar. Passa força temps.
13	N3	al.3	L'al.3 diu: <i>A veure què et podria sortir ara?</i>
14	N12	al.4	L'al.4 diu: <i>A veure, a veure, a veure...</i> Però no sap calcular el complementari de 12 i no respon. Gira directament una carta a l'atzar. La carta que destapa és un 10.

SI de desenvolupament de la partida 1, sessió 1 de la SD2. Joc *Memori a 12*.

A continuació presentem un exemple de fragment que s'inicia amb una demanda:

L'Al.2 ha de destapar dues cartes que sumades donin 12.

198	N3, N5	al.2	L'al.2 gira una carta, se la mira una estona i diu: <i>El tres amb quina anava?</i>
199	N9	al.4	L'al.4 diu: <i>Ai, mare, el tres amb el nou.</i>

SI de desenvolupament de la partida 1, sessió 2 de la SD2. Joc *Memori a 12*.

Aquesta selecció de fragments respon a l'interès a estudiar l'evolució de les pautes interactives entre els diferents participants, més que no a centrar l'estudi en el possible nombre d'errors que comet cada participant, o en el nombre d'errors en cada sessió.

L'anàlisi d'aquests fragments se centra de manera especial en les actuacions que es produeixen després d'un error, d'una mostra de dificultat o d'una demanda. En aquest punt l'anàlisi es focalitza en la recerca de patrons d'identificació i resolució de dubtes, errors i demandes amb contingut matemàtic. S'atén a l'evolució qualitativa i quantitativa d'aquests patrons amb l'objectiu de, d'una banda, detectar indicadors interpretables com a mecanismes d'influència educativa de la mestra cap als alumnes i dels alumnes mateixos cap als seus companys, i, de l'altra, identificar i mostrar relacions entre la situació didàctica estudiada i la construcció de significats de l'àrea de la matemàtica que duen a terme els alumnes.

En relació amb l'elaboració dels patrons d'actuació, s'ha seguit el procediment general de modelitzar els patrons d'actuació d'una sessió (la que presentava el major nombre de fragments per estudiar) i aplicar-los posteriorment a les altres sessions, tot modificant, afegint i reorganitzant els patrons inicials. Aquest procediment s'ha repetit tantes vegades com ha estat necessari per aconseguir una caracterització de patrons capaç de captar tant el que és específic com el que és general d'aquests. Cal dir que hi ha un reduït nombre de fragments que presenten unes característiques especials (tenen una durada molt per sobre de la mitjana) i en els quals no encaixen els patrons utilitzats per a caracteritzar la gran

majoria de fragments; per això els fragments especials rebran un estudi i un tractament diferenciat als fragments anteriors.

La presentació dels patrons d'actuació identificats i de les dimensions que s'han tingut en compte per a l'elaboració d'aquests es farà en el capítol III.3 d'anàlisi de les dades.

4.5 SÍNTESI DEL PROCEDIMENT METODOLÒGIC GENERAL

Resumint els apartats anteriors, direm que el procediment metodològic general que utilitzem consisteix a realitzar una anàlisi focalitzada en tres fases o plans successius de la interactivitat, per poder copsar al màxim la complexitat de la situació i alhora, les particularitats subtils de les relacions interpersonals.

La primera fase se centra en la identificació, la caracterització, la distribució i l'evolució dels segments d'interactivitat en les dues seqüències didàctiques relacionades. Del tancament d'aquesta primera fase, n'obtenim algunes evidències, alguns indicis i algunes qüestions obertes que s'exposen en l'apartat de resultats i que ens condueixen necessàriament a un segon pla d'anàlisi, centrat en l'estudi de la totalitat de les actuacions dels participants.

La segona fase se centra en la identificació i la caracterització de totes les actuacions dels participants (en cada segment d'interactivitat), l'estudi quantitatiu i qualitatiu de les actuacions en cada seqüència didàctica i l'estudi de l'evolució d'aquestes, tant dins de cada seqüència didàctica com entre seqüències. D'aquesta segona fase, n'obtenim evidències, nous indicis i alguna qüestió que s'exposen en l'apartat de resultats i que ens porten a la tercera fase d'anàlisi.

La darrera fase d'anàlisi se centra en la selecció dels fragments d'interacció que potencialment poden generar oportunitats d'aprenentatge matemàtic, en la caracterització dels patrons d'actuació que aquests fragments contenen i en l'anàlisi de l'evolució d'aquests patrons d'actuació en els fragments seleccionats. L'estudi quantitatiu i qualitatiu de l'evolució d'aquests patrons ens aporta nous indicis i noves evidències respecte a algunes de les qüestions i els objectius del treball que s'exposen en els subapartats de síntesi de l'evolució de la seqüència didàctica i de resultats.

Les evidències i els resultats obtinguts en cadascuna de les diferents fases d'anàlisi es reuneixen i es relacionen formant el corpus principal del capítol de conclusions.

A continuació, doncs, es presenta el capítol d'anàlisi de les dades, organitzat en tres parts, que van de la més general a la més particular. En cadascun dels plans o fases d'anàlisi es fa un recorregut complet per les dues seqüències didàctiques estudiades. Es presenten primer els resultats provinents de la SD1 i a continuació els resultats de la SD2, al mateix temps que es van comparant amb la seqüència anterior. Aquesta manera de procedir ens ajuda a captar l'evolució temporal en cadascuna de les fases, i, alhora, el fet d'estudiar el fenomen des de diferents fases ens permet no haver de renunciar a la complexitat evident del fenomen estudiat.

CAPÍTOL III. ANÀLISI DE LES DADES

INTRODUCCIÓ

El capítol III se centra en la presentació i l'anàlisi de les dades, per la qual cosa, atenent a la naturalesa de les mateixes i al model d'anàlisi escollit, aquest capítol se subdivideix en tres fases, per poder copsar al màxim la complexitat de la situació estudiada i alhora les particularitats subtils de les relacions interpersonals. Cadascuna de les fases correspon a les parts III.1, III.2 i III.3.

PART III.1

En aquesta fase ens centrarem en la identificació, la distribució i l'evolució dels segments d'interactivitat en les dues seqüències didàctiques estudiades. La fase 1 d'anàlisi ens ha de permetre obtenir una primera segmentació del material que s'ha d'estudiar sense perdre la visió global de la totalitat del procés. Ens ha de permetre també, en acabar aquesta, fer una primera comparació entre les dues seqüències didàctiques i obtenir així indicis i/o evidències de canvis que mostrin l'evolució en relació amb el nombre, el temps i la distribució dels segments identificats.

PART III.2

Aquesta fase se centrarà en la classificació de totes les actuacions dels participants (dins de cada segment d'interactivitat) i en l'estudi quantitatiu i qualitatiu d'aquestes en cada seqüència didàctica. En aquesta fase pretenem aprofundir la descripció i l'explicació del que succeeix en l'activitat d'ensenyament i d'aprenentatge escollida, mantenint encara aquesta visió global que ens ofereix l'estudi de la totalitat de les actuacions dels participants. Aquesta fase d'anàlisi ens permetrà obtenir indicis i/o evidències de l'evolució de les actuacions dels participants dins de cada segment d'interactivitat, tant en l'interior de cada seqüència didàctica com també entre les dues seqüències.

PART III.3

La tercera i darrera fase d'anàlisi se centrarà en la selecció i la classificació d'un determinat tipus de fragments d'interacció que, potencialment, són generadors d'oportunitats d'aprenentatge matemàtic. L'anàlisi d'aquests fragments es du a terme mitjançant la recerca de patrons d'actuació dels participants. En aquesta fase

es pretén, com en les anteriors, no perdre la visió de la totalitat, ja que l'estudi es fa dins de cada seqüència didàctica, dins de cada sessió, dins dels segments d'interactivitat (fase 1) i a partir de les actuacions dels participants (fase 2). Tanmateix, i amb l'objectiu de poder aprofundir un dels aspectes que hem considerat especialment interessants per al nostre estudi, en aquesta fase ens centrarem en un conjunt reduït de fragments la característica principal dels quals és que s'inicien amb un error, una mostra de dubte o de dificultat i/o una demanda expressada per qualsevol dels alumnes, sempre en relació amb algun contingut matemàtic. Creiem que, en el marc adoptat, els errors, les dificultats i les demandes esdevindran elements essencials en la construcció del coneixement per part dels alumnes i la naturalesa d'aquells, juntament amb el procés que desencadenen, ens podrà ajudar a caracteritzar com es va produint l'aprenentatge i quin tipus d'influències educatives intervenen en aquest procés.

Recordem que les anàlisis que es duen a terme en qualsevol de les fases del capítol III estan orientades a aconseguir els objectius de recerca següents:

1. Descriure i explicar el que succeeix en l'activitat d'ensenyament i d'aprenentatge anomenada *el taller de jocs i matemàtiques*.
2. Identificar indicadors interpretables com a mecanismes d'influència educativa per part de la mestra, relacionats amb la cessió i el traspàs progressiu del control i la responsabilitat als alumnes en el propi procés d'aprenentatge.
3. Identificar, si es donen, indicadors d'influència educativa que exerceixen els alumnes en la interacció entre iguals.
4. Identificar i mostrar relacions entre la situació didàctica estudiada i alguns processos d'ensenyament i d'aprenentatge de continguts matemàtics.
5. Utilitzar el model d'anàlisi de la interactivitat, ajustant-lo i adequant-lo a les situacions d'ensenyament i d'aprenentatge objecte d'estudi, per aconseguir els objectius que s'acaben d'exposar.

CAPÍTOL III.1. ANÀLISI DE DADES. PRIMERA FASE: SEGMENTS D'INTERACTIVITAT

0. INTRODUCCIÓ

Els nivells i les unitats d'anàlisi d'aquesta recerca parteixen, tal com s'ha exposat en el capítol II, del *model conceptual i metodològic per a l'anàlisi d'alguns mecanismes d'influència educativa que operen en la interactivitat* (Coll, Colomina, Onrubia y Rochera, 1995; Rochera, 1997). Recordem que la nostra recerca, seguint aquest model, utilitza les següents unitats d'anàlisi, jeràrquicament ordenades: la seqüència didàctica (SD), les sessions (S), els segments d'interactivitat (SI), les actuacions i els patrons d'actuació, totes elles definides en el capítol anterior.

Aquesta primera fase d'anàlisi se centrarà en la identificació i la caracterització dels segments d'interactivitat presents en les seqüències didàctiques estudiades, que permetran realitzar una primera segmentació del material sense perdre la visió global de la totalitat de les dades que s'han d'estudiar. Un cop identificats els segments, se n'estudiarà la distribució i l'evolució en el marc de les seqüències didàctiques esmentades. La fase 1 del capítol III es tancarà amb la presentació d'alguns resultats derivats d'aquesta anàlisi.

Per tant, la fase 1 del capítol III inclou tres seccions: 1, 2 i 3. La primera (1) se centra en la identificació, la caracterització i la distribució dels segments d'interactivitat en el marc de les dues seqüències didàctiques que s'han d'estudiar. En la segona secció (2) es fa l'anàlisi dels segments d'interactivitat identificats en el marc de cadascuna de les dues seqüències didàctiques. Consegüentment, la secció 2 té dos apartats: el primer (2.1) se centra en la presentació i l'anàlisi de les dades de la seqüència didàctica 1 (joc *Et demano*) i en el segon (2.2) es realitza el mateix procés amb les dades de la seqüència didàctica 2 (joc *Memori a 12*). En la secció final (3) es presenten alguns resultats que s'obtenen a partir de la comparació dels dos apartats anteriors i que se centren en l'evolució que s'observa en relació amb el nombre, la distribució i l'extensió dels segments d'interactivitat identificats.

1. IDENTIFICACIÓ I CARACTERITZACIÓ DELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT (SI) EN EL MARC DE LES SEQÜÈNCIES DIDÀCTIQUES

Recordem que aquesta recerca obté les dades de dues **seqüències didàctiques** (SD1 i SD2) relacionades entre si i que són les unitats bàsiques de recollida, anàlisi i interpretació de dades. La SD1 correspon al joc *Et demano* i la SD2, al joc *Memoria 12*.

Les **sessions** (S) estan determinades, en el context escolar, per la franja horària dedicada a la realització de l'activitat. S'han identificat quatre sessions en la SD1: S1, S2a, S2b i S3; i tres sessions en la SD2: S1, S2 i S3.

L'anàlisi de les set sessions de les dues seqüències didàctiques ens ha portat a identificar quatre **segments d'interactivitat** (SI) diferents, que són: *concreció de l'estructura de la tasca i/o de recapitulació*, *preparació de la partida*, *desenvolupament de la partida* i *conclusió de partida i/o valoració*. A continuació es presenten tots aquests segments.

1.1 PRESENTACIÓ DELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT IDENTIFICATS

En aquest apartat es presenten els SI identificats en les diferents sessions. El que aquí apareix és el conjunt de les característiques comunes a tots, però de fet això és una "imatge congelada", fora de context, i per tant, no correspon a cap SI real dels jocs estudiats. Un cop feta aquesta primera presentació general dels diferents SI identificats, en la secció següent es concretaran el nombre i l'extensió de tots els SI trobats en les dues SD estudiades.

Per a procedir a identificar els diferents SI, recordem que, seguint el model d'anàlisi de referència, ens valem de l'estudi de les actuacions dominants (qui fa o diu què, quan, com i a qui), de la temàtica o contingut central (de què es parla o a l'entorn de què s'actua) i de la funció instruccional (quins objectius educatius es persegueixen).

A continuació es presenten les característiques bàsiques dels quatre SI identificats.

1.1.1 SI de concreció de l'estructura de la tasca i/o de recapitulació

Pel que fa als segments de concreció tasca i/o recapitulació,¹ cal indicar que són uns dels segments que presenten una major complexitat a l'hora del seu estudi, ja que s'hi identifiquen diferents temàtiques i, per tant, diferents funcions instruccionals que al llarg d'aquest subapartat s'aniran concretant.

Aquests segments apareixen sempre a l'inici de totes les sessions de les seues SD i en la SD2 apareixen també sempre després de finalitzar la primera partida i abans d'iniciar la segona.

En la pràctica, aquests segments es reconeixen perquè la mestra i els alumnes (o els alumnes sols) mantenen un diàleg sense que les cartes (o altres materials que s'utilitzin en el joc) intervinguin. Per tant, es fa evident que no estan dins de cap SI de partida.

Les actuacions dominants de la mestra són: *informar*, *preguntar* i *respondre*. Les actuacions dominants dels alumnes són: *respondre* (a la mestra i/o als companys), *preguntar* (a la mestra i/o als companys) i *opinar*, és a dir, aportar idees o suggeriments propis al tema de conversa.

Distingim diferents temes en els diàlegs d'aquests segments, però sempre es reflexiona en relació amb l'estructura i/o el contingut de la tasca. En aquest punt, fem una primera distinció entre els temes centrats en *l'estructura i/o contingut de la tasca acadèmica* i els temes relacionats amb *l'estructura social de participació*. Vegem alguns d'aquests tòpics.

La reflexió conjunta que se centra en *l'estructura i/o el contingut de la tasca acadèmica* parteix de qüestions com:

Mestra: *Què farem ara?*

Nom del joc.

Mestra: *Per què juguem a aquest joc?*

Mestra: *Què pretenem aconseguir?*

Mestra: *Què podem aprendre?*

¹ Amb la finalitat de facilitar la lectura, en ocasions s'utilitzarà l' abreviació següent: segment de concreció tasca i/o recapitulació, en lloc de l'enunciat complet: segment de concreció de l'estructura de la tasca i/o de recapitulació.

La reflexió conjunta que se centra en *l'estructura social de participació* parteix de qüestions com:

Què es pot fer i què no es pot fer mentre es juga.

Què cal fer quan algú s'equivoca.

Si la mestra juga o no en la següent partida o en un seguit de partides de la sessió.

Qui reparteix i qui comença. Com s'estableix un sistema equitatiu de repartiment d'aquestes tasques que tingui en compte diverses partides o fins i tot, diverses sessions.

Com es fan i s'organitzen els equips de joc.

Com s'organitzen totes les qüestions de participació de la partida següent. O de tota la sessió.

Vegem un fragment de diàleg centrat en l'estructura social de participació:

- Alumna, (la proposta que ella ha fet no té el suport de la majoria de jugadors):
doncs jo no jugo aquesta partida.
- Mestra: *No? Doncs és una llàstima, perquè vam quedar que estàvem intentant aprendre a trobar maneres de resoldre els problemes entre tots, no?*
- Mestra: *Què podem fer, doncs?*
- Alumne: *Doncs un altre dia fem el que ella diu.*
- Mestra, dirigint-se a una alumna que encara no ha participat: *I tu, què opines?*

La caracterització d'aquests segments ens porta a distingir dues funcions principals:

a) La concreció de l'estructura de la tasca, que inclou:

La delimitació o concreció de l'estructura i/o el contingut de la tasca acadèmica.

La delimitació o organització de l'estructura social de participació.

b) Recapitulació i avaluació del domini dels continguts de la tasca en relació amb:

Les normes i el funcionament del joc.

Els continguts matemàtics d'aprenentatge del joc.

Les actituds, els comportaments i les actuacions esperades i les no acceptables.

En la pràctica, i com es veurà en descriure aquests segments en les diferents sessions, les funcions *a* i *b* apareixen conjuntament o alternant-se en la majoria dels segments, excepte en els de la sessió 1 de cada SD, on, evidentment, no apareix encara la funció de recapitulació.

Vegem algunes qüestions que centren els tòpics de recapitulació:

- En relació amb les normes i el funcionament del joc:

Mestra: *Què vam fer l'altre dia?*

Mestra: *Com s'hi juga?*

Mestra: *Com es fa el repartiment de les cartes?*

Mestra: *Què cal fer quan algú ens demana una carta que no tenim?*

- En relació amb els continguts matemàtics d'aprenentatge del joc:

Mestra: *Diem parelles de nombres que surten en el joc* (descomposició del número deu en dos sumands).

Mestra: *Què estem aprenent de matemàtiques en aquest joc?*

Mestra: *Recordem parelles de nombres que cal agafar al Memori?* (descomposició del número dotze en dos sumands).

Mestra: *Utilitzeu algun truc per saber ràpid quant fan nou i tres sense comptar?*

Mestra: *Utilitzeu altres trucs per sumar sense comptar? Quins?*

- En relació amb les actituds, els comportaments i les actuacions esperades i les no acceptables:

Mestra: *L'altre dia us veu barallar?*

Mestra: *Algú es va molestar?*

Mestra: *Per què?*

En síntesi, els segments de concreció de la tasca i/o recapitulació apareixen una sola vegada en les sessions de la SD1 i dues vegades en les de la SD2. Sempre apareixen al principi de la sessió i, en la SD2, entre la primera i la segona partida. Els segments de concreció de la tasca i/o recapitulació 1 (principi de la sessió) comencen al mateix temps que s'inicia la sessió i s'acaben quan algun jugador agafa el material i es posa a preparar la partida. Els segments concreció de la tasca i/o recapitulació 2 (que apareixen entre dues partides) s'inicien amb alguna frase de la mestra o dels infants que indica el canvi de segment. Vegem-ne un exemple.

(S1, SD2) S'ha acabat el SI de conclusió i/o valoració 1

- l'al.4 diu: Ara hem de fer preguntes.
- La mestra va recollint les cartes mentre assenteix amb el cap a l'al.4.
- La mestra deixa les cartes en un costat de la taula i diu: Ara hauríem de fer un moment de silenci.
- A continuació els demana que seguin bé, que pensin abans de contestar, i fa la primera pregunta: Jugant a aquest joc, què us penseu que podeu aprendre?

El segment s'acaba quan apareix de nou el material i d'aquesta manera s'entra en el nou SI de preparació de la partida. Exemple.

(S1, SD2) El final del SI de concreció de la tasca i/o recapitulació 2 és:

- L'al.1 i l'al.3 diuen que li toca repartir a l'al.2
- L'al.4 assenteix amb el cap
- La mestra dona les cartes a l'al.2

Aquests segments es caracteritzen perquè l'actuació dels diferents participants se centra sempre en un diàleg reflexiu en què els diferents materials resten al marge de la situació. La funció d'aquest SI és, d'una banda, la recerca de la concreció de l'estructura de la tasca i de l'altra, la recapitulació i l'avaluació del domini dels continguts de la tasca per part dels infants (excepte en la sessió 1 de cada SD, on no apareix encara la funció de recapitulació). Aquestes funcions inclouen aspectes com ajudar els alumnes a apropiat-se dels passos i les normes del joc, ajudar-los a fer-se conscients del que saben i del que aprenen durant l'activitat i ajudar-los a augmentar la seva capacitat d'organitzar-se com a grup guiant-se per unes pautes socials democràtiques.

1.1.2 SI de preparació de la partida

Els segments de *preparació de la partida* apareixen diverses vegades en cada sessió, tantes com partides es realitzen. Aquests segments apareixen sempre abans d'un SI de *desenvolupament de partida*. En la SD1, la primera vegada que apareix en cada sessió, és després d'un SI de *concreció tasca i/o recapitulació*, però en la resta d'ocasions és després d'un SI de *conclusió de partida i/o valoració*. En canvi en la SD2 sempre és després d'un SI de *concreció tasca i/o recapitulació*.

En la pràctica, l'inici d'aquest segment es reconeix perquè algun jugador agafa les cartes o els altres materials del joc amb la intenció de repartir-les o organitzar-les per a iniciar una partida. Aquest segment s'acaba quan comença el *desenvolupament de la partida*.

Les actuacions predominants de la mestra són: *identificar i distribuir material, descriure normes del joc, demanar informació i/o reflexió, informar sobre la seva participació durant la sessió i respondre demandes*. Les actuacions dominants dels alumnes són: *respondre* (a petició de la mestra o d'un company), *distribuir o organitzar material* (a petició de la mestra, d'un company o espontàniament), *demanar informació* (a la mestra o a un company), *aportar informació o expressar opinió, manifestar dificultat*.

La tasca principal present en tots aquests SI és la que se centra en l'organització dels materials amb els quals es jugarà: barrejar i repartir les cartes de manera equitativa entre tots els jugadors, col·locar les cartes adequadament i amb una bona disposició espacial damunt la taula, etc. Vegem alguns dels tòpics més habituals:

Mestra: *Què és allò important quan reparteixes les cartes?*

Mestra: *Per estar ben segurs que en tenim tots igual, com ho farem?*

Alumne: *¿Pues qué hay que hacer?*

Alumne: *Pues repartir.*

Alumne: *Hay que contar, para ver cuantas tienes, si tienes diez o doce...*

Alumne: *Quantes n'hem de tenir?*

A partir de la segona sessió de la SD2 aquest tipus de diàleg desapareix i l'activitat central del segment passa a ser l'actuació d'algun alumne que organitza els materials de manera autònoma i sense que aparegui pràcticament cap diàleg de suport.

La principal funció d'aquest segment és que els alumnes s'apropiïn dels procediments necessaris per a organitzar els materials i poder començar a jugar. Tanmateix, hi ha una altra funció derivada de l'anterior que se centra a ajudar els alumnes a establir les relacions numèriques i quantitatives necessàries i adequades a l'hora de determinar si el repartiment o l'organització s'ha dut a terme correctament, i a resoldre els possibles errors o dificultats amb procediments lògics matemàtics. Vegem-ne alguns exemples.

S2a, SD1, després de repartir totes les cartes entre els tres jugadors:

- Alumne: Jo en tinc 13.
- Alumne: *Jo 12.*
- Mestra: *Jo 11. Què hem de fer ara?*

S2b, SD1

- Una alumna està repartint les cartes de dues en dues i són tres jugadors. A l'última ronda, posa dues cartes a la primera jugadora i s'adona que només li queda una carta per repartir entre els dos jugadors que queden. La mestra diu: *En lloc de posar-ne dues (cartes) a ella, què podries fer?*

S3, SD1

- S'han repartit totes les cartes entre quatre jugadors. Els alumnes les compten i se sorprenen de tenir-ne nou o deu (en les partides anteriors en tenien sempre dotze, ja que eren tres jugadors). Reclamen la mestra, que els diu: *A veure, a poc a poc, podria ser que tots en tinguéssiu dotze amb aquestes cartes?*

S3, SD2

- Un jugador ha col·locat les cartes damunt la taula en files i columnes. La disposició espacial és diferent a l'habitual. La mestra diu: *En falta una aquí? L'altre dia no en sobraven dues en aquesta fila?*

És en aquests SI de les sessions 1 de les dues seqüències didàctiques on la mestra (amb o sense la col·laboració dels alumnes) presenta i explica les normes del joc.

Inici de la preparació de la partida 1, SD1

- La mestra presenta el joc dient-ne el nom un parell de vegades i comença a explicar-ne les normes: *Primer s'han de repartir totes les cartes entre els jugadors...*

Inici de la preparació de la partida 1, SD2

- La mestra comença a col·locar totes les cartes de bocaterrosa ben disposades espacialment. Els alumnes van mirant en silenci i de cop i volta l'al.4 diu: *Ah! Ja sé com s'hi juga, és el Memori.*
La mestra s'atura un moment, para de col·locar cartes i pregunta: *Ah! Com es diu aquest joc? Com s'hi juga? Algú ho sap?* A partir d'aquí s'estableix un diàleg encaminat a concretar totes les normes del joc.

A banda d'aquestes dues temàtiques que s'acaben de presentar: *organització i distribució de materials i explicació o deducció de les normes del joc*, en ocasions, especialment en la SD1, apareix un nou tema (que en la SD2 es tracta dins el SI de concreció tasca i/o recapitulació). Ens estem referint a alguns aspectes de *l'organització de l'estructura social de participació*, centrats en qui reparteix el material i qui comença la partida. Vegem algunes de les qüestions típiques:

Mestra: *Ara, qui li toca repartir?*

Alumne: *Ara començo jo, no?*

Mestra: *Però abans qui ha repartit? a veure...*

Alumna: *Ara que comenci la Mònica, no?* Mestra: *Qui ha repartit abans?*

Alumna: *Ara reparteixes tu* (assenyalant la mestra), *no?* Mestra: *Sí, ara reparteixo jo, i qui comença?*

En síntesi, els segments de preparació de la partida apareixen en cada sessió tantes vegades com partides es realitzen i sempre precedeixen un SI de desenvolupament de la partida. L'actuació principal dels jugadors és repartir i/o organitzar els materials per preparar el joc. En la sessió 1 de cada SD, el primer SI de preparació de la partida és on s'expliquen les normes del joc. En la SD1 apareix també com a tema habitual en aquest SI l'atribució de tasques següent: qui reparteix el material i qui inicia la partida. En la SD2 aquest repartiment de tasques es fa habitualment en el SI de concreció tasca i/o recapitulació.

La principal funció instruccional d'aquest segment és, doncs, que els alumnes s'apropriïn dels procediments necessaris per a organitzar els materials i poder començar a jugar, tanmateix, cal esmentar una funció derivada de l'anterior que se centra a ajudar els alumnes a establir les relacions numèriques i quantitatives necessàries a l'hora de determinar si el repartiment o l'organització s'ha dut a terme correctament, i a resoldre els possibles errors o dificultats amb procediments lògics matemàtics.

Observem finalment una darrera funció que només apareix en la SD1 en aquest segment. Ens referim a l'aprenentatge, per part dels alumnes, de l'establiment d'un sistema d'organització per a determinar qui reparteix el material i qui comença la partida. La mestra dóna la pauta que s'ha de seguir: cal establir un sistema rotatiu de repartiment del material i comença la partida el que està a la dreta del que ha repartit. Durant les diferents partides de tota la seqüència 1, la mestra i/o els companys van fent un suport verbal a l'hora de concretar aquest aspecte. En la

SD2, aquest tòpic d'organització deixa d'aparèixer en aquest SI i es tracta aquesta qüestió en el SI de concreció de la tasca i/o recapitulació. Caldrà buscar una explicació d'aquest canvi en les següents fases d'anàlisi.

1.1.3 SI de desenvolupament de la partida

Els segments de desenvolupament de la partida apareixen sempre després d'un segment de *preparació de la partida* i abans d'un SI de *conclusió i/o valoració*.

Direm que el *desenvolupament de la partida* s'inicia en el moment en què, havent-se acabat la preparació de la partida, algun jugador fa alguna acció per fer la primera tirada. Aquest SI s'acaba quan algun jugador fa la darrera tirada.

Aquest és sempre el SI de més extensió en el temps i aquell en el qual es dona la major diversitat d'actuacions, tant de la mestra com dels alumnes. Per això hem preferit presentar cadascuna de les actuacions dels participants de manera detallada en la següent fase d'anàlisi. Tanmateix, aquí es presenta una relació dels temes generals als quals fan referència alguns blocs d'actuacions.

Les actuacions de la mestra van dirigides a: *gestionar què cal fer i qui ho ha de fer; informar o preguntar sobre diferents continguts de la tasca; identificar i/o corregir errors; participar en la partida com un jugador més.*

Pel que fa a les actuacions predominants dels alumnes, algunes es refereixen al motiu que *desencadena l'actuació* dels infants, altres tenen a veure amb el que fan quan se'ls presenta *un dubte o una dificultat* i un tercer bloc d'actuacions dominants està orientat a *identificar i corregir errors*. Les dues últimes són: *expressar emocions i realitzar una acció no pertinent*.

La funció principal d'aquest SI és la realització del joc pròpiament dit. D'acord amb les normes del joc, aquest SI tindrà diferents fases i sempre diferents rondes d'actuació.

Les funcions instruccionals d'aquests SI són tan nombroses i diverses que cal entrar en una altra fase d'anàlisi per a poder copsar millor tota la riquesa, la complexitat i la potencialitat educativa d'aquests segments. Tanmateix, i sense ànim de voler ser exhaustius, podem avançar algunes de les funcions clau d'aquest SI, com, per exemple, l'aprenentatge i l'aplicació de les normes del joc, dels torns d'actuació, dels càlculs i de les relacions numèriques implicades en el joc, el

descobrint i l'aplicació d'estratègies afavoridores del joc, el control de les emocions quan es perd, etc. De fet, aquestes funcions serien generalitzables a qualsevol joc de taula, però, en concret, al taller de jocs que estem estudiant s'intueix que hi ha altres funcions instruccionals que van més enllà; per exemple, que els alumnes siguin capaços d'identificar i de gestionar els errors i les dificultats propis i dels companys sense demanar ajuda a l'adult, que siguin capaços de donar-se un suport efectiu entre si mateixos quan es produeixen demandes, etc. De tota manera, insistim en la necessitat d'entrar en una nova fase d'anàlisi més fina per a poder concretar millor tota aquesta variabilitat de funcions que en aquest moment tan sols es pot començar a apuntar.

1.1.4 SI de conclusió de la partida i/o de valoració

Aquest SI apareix sempre darrere d'un SI de *desenvolupament de la partida*.

El segment d'interactivitat de *conclusió i/o de valoració* s'inicia en el moment en què algun dels participants es posa a comptar i/o a comparar les puntuacions obtingudes pels diferents jugadors i s'acaba quan s'inicia una nova *preparació de la partida*, quan s'indica que comença un SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació* o quan s'acaba la sessió.

Les actuacions dominants de la mestra són: *informar, preguntar, participar com un jugador més i respondre a demandes*. Les actuacions dominants dels alumnes són: *actuar fent recomptes i comparacions després d'un requeriment de la mestra, d'un company o espontàniament, demanar informació* (a la mestra o a un company), *respondre* (a la mestra o a un company) i *expressar emocions*.

El tòpic present en tots aquests SI és el que se centra en els recomptes i les comparacions de puntuacions per establir el resultat de la partida. Vegem alguns exemples de qüestions típiques que apareixen en aquests segments:

Mestra: *Ara hem de saber qui ha guanyat. Com ho farem?*

Alumne: *Comptem (les cartes) d'una en una o per parelles?*

Alumne: *He guanyat.*

Mestra: *Com ho saps?*

Alumne: *Com hem quedat?*

Mestra: *Quina diferència (de punts) teniu?*

Mestra: *És possible aquest resultat?*

La tasca principal d'aquest segment, doncs, és la de fer els recomptes i les comparacions de les puntuacions necessàries per determinar qui ha guanyat. Però la funció instruccional se centra també a fer les reflexions pertinents per establir les relacions numèriques necessàries i adequades a l'hora de fer aquests recomptes i aquestes comparacions.

Tanmateix, a partir de la S2b de la SD1 apareixen, en ocasions, altres temes la funció del quals és de *valoració*. En aquest punt fem una distinció entre dos tòpics: en el primer la valoració esdevé *retrospectiva* i se centra en l'anàlisi del que ha passat en la darrera partida; en el segon la valoració esdevé *prospectiva* i porta a fer una previsió de qüestions d'organització que caldrà tenir en compte en les sessions següents. Vegem algunes de les qüestions centrals dels tòpics de valoració.

Valoració *retrospectiva*, que comporta fer una anàlisi del que ha passat durant el joc:

Mestra: *Què ha passat? Per què no hem pogut acabar la partida?*

Mestra: *Us ha agradat o no, anar en parelles? Oi que té més emoció?*

Mestra: *Ell ha guanyat totes les partides. Per què deu ser?*

Mestra: *Us heu barallat o enfadat?*

Mestra: *Ha anat bé, avui, no?*

Valoració *prospectiva*, que comporta fer una previsió de qüestions organitzatives amb vista el futur:

Mestra: *Hauríeu de fer alguna cosa perquè la pròxima setmana comencin (la partida) els nens que avui no han començat.*

Mestra: *Què apuntem que haguem de recordar?*

Mestra: *Les properes vegades que juguem, podríem provar de jugar de maneres diferents. Potser podríem jugar de dos en dos... Aneu-hi pensant.*

Alumne: *El proper dia podríem jugar nens i nenes barrejats?*

Per tant, veiem que aquest segment d'interactivitat inicialment té una funció clara que es manté en totes les partides, que és la de fer els recomptes i les comparacions de les puntuacions obtingudes, amb el que això implica de possibilitat d'establir relacions numèriques adequades a l'hora de resoldre situacions reals i totalment properes als alumnes.

Observem, però, que a partir d'un moment determinat s'hi afegeix, en ocasions, una altra funció centrada a fer una *valoració*. Aquesta valoració a vegades és només

retrospectiva, és a dir, es fa una anàlisi del que ha passat durant el joc, anàlisi centrada, en ocasions, en possibles errors comesos durant la partida, però, en molts casos, centrada en les actituds, els comportament i les emocions que s'han generat durant el joc. Però no sempre la valoració és només retrospectiva, sinó que en ocasions esdevé *prospectiva*, és a dir, se centra en aquells aspectes que poden variar en les sessions següents. De manera que aquests petits espais de valoració retrospectiva, però sobretot els de prospectiva, creen un pont, un nexa de continuïtat entre les sessions. Cal dir que les valoracions prospectives, quan apareixen, ho fan en la conclusió de la darrera partida de la sessió. I cal dir també que els temes identificats com a valoració prospectiva es retroben en algun SI de *concreció de l'estructura de la tasca* de la sessió següent.

2. PRESENTACIÓ I ANÀLISI DEL NOMBRE, LA DISTRIBUCIÓ I L'EVOLUCIÓ DE LES SESSIONS I ELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT DE LES DUES SEQÜENCIES DIDÀCTIQUES (SD)

En aquesta secció s'analitza el nombre, la distribució, l'extensió i la funció dels segments d'interactivitat en cada sessió de les dues SD relacionades. D'aquesta manera podrem obtenir una primera imatge de l'evolució dels segments d'interactivitat dins de cada SD i, especialment, entre seqüències. El primer apartat se centra en la SD1 corresponent al joc Et demano i el segon apartat es destina a l'anàlisi de la SD2 corresponent al joc Memori a 12.

2.1 PRESENTACIÓ I ANÀLISI DEL NOMBRE I LA DISTRIBUCIÓ DE LES SESSIONS I ELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT DE LA SD1. JOC ET DEMANO

Recordem que cadascun dels quatre infants que participen en aquest taller ha realitzat tres sessions jugant al joc Et demano, però amb diferents agrupacions.

En la sessió 1 participen els quatre infants (al.1, al.2, al.3 i al.4) i la mestra.

En la sessió 2a participen l'al.1, l'al.2 i la mestra.

En la sessió 2b participen l'al.3, l'al.4 i la mestra.

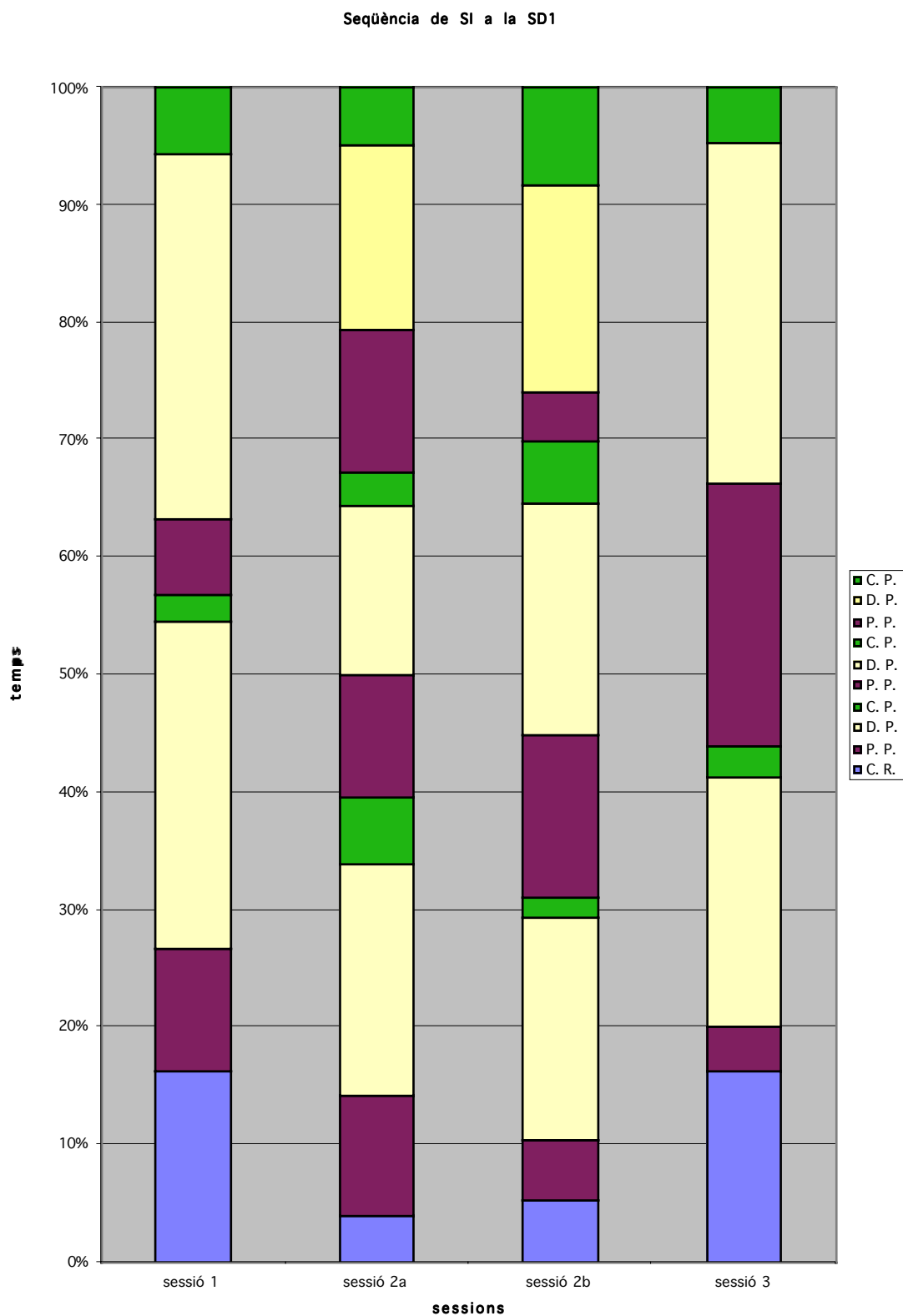
En la sessió 3 participen de nou els quatre alumnes i la mestra.

A continuació es presenten, en la taula III.1.1, els SI identificats en cadascuna de les sessions (i amb l'ordre d'aparició). Veiem que cada SI identificat va acompanyat del temps que ha ocupat, expressat en minuts i segons, així com del percentatge que aquest temps suposa respecte al total de la sessió.

S.I.	sessió 1	sessió 2a	sessió 2b	sessió 3
Concreció de la tasca i/o recapitulació 1	4' 53" (16,3%)	0' 45" (4%)	1' 31" (5,3%)	3' 56" (16,3%)
Preparació de la partida 1	3' 05" (10,3%)	1' 57" (10,2%)	1' 30" (5,2%)	0' 55" (3,8%)
Desenvolupament de la partida 1	8' 20" (27,9%)	3' 48" (19,8%)	5' 23" (18,8%)	5' 08" (21,2%)
Conclusió i/o valoració 1	0' 44" (2,4%)	1' 04" (5,6%)	0' 31" (1,8%)	0' 38" (2,6%)
Preparació de la partida 2	1' 54" (6,4%)	2' 00" (10,4%)	3' 55" (13,7%)	5' 24" (22,4%)
Desenvolupament de la partida 2	9' 15" (30,9%)	2' 47" (14,5%)	5' 39" (19,8%)	7' 00" (29%)
Conclusió i/o valoració 2	1' 42" (5,7%)	0' 32" (2,8%)	1' 30" (5,2%)	1' 08" (4,7%)
Preparació de la partida 3		2' 21" (12,3%)	1' 10" (4,1%)	
Desenvolupament de la partida 3		3' 00" (15,6%)	5' 04" (17,7%)	
Conclusió i/o valoració 3		0' 56" (4,9%)	2' 21" (8,2%)	
Duració total de la sessió	29' 53" (100%)	19' 10" (100%)	28' 34" (100%)	24' 09" (100%)

Taula III.1. ¡Error!Argumento de modificador desconocido.. **Dades quantitatives globals de cada SI identificat en la seqüència didàctica 1. Joc Et demano (amb l'ordre d'aparició en la sessió)**

En la taula III.1.1 observem que el nombre de partides realitzades en cada sessió no és regular. en la S1 i la S3 es fan dues partides, mentre que en la S2a i la S2b se'n fan tres.



Gràfic III.1. Mapa d'interactivitat de la seqüència didàctica 1

A continuació es presenten les observacions fetes (de la taula III.1.1 i del gràfic III.1.1), en relació amb l'estructura, el temps i la temàtica de cada SI identificat.

Les quatre sessions comencen amb un SI de *concreció tasca i/o recapitulació*. La durada d'aquests és variable ja que s'inverteix un 16% del temps de la sessió en la primera i l'última sessió i només un 4% o 5% del temps en les sessions intermèdies. Pel que fa a la temàtica dels diàlegs que apareixen en aquests SI, se centren en:

Sessió 1

Delimitació de l'estructura de la tasca.

Delimitació de l'estructura social de participació.

Sessió 2a

Recapitulació i avaluació en relació amb les normes i el funcionament del joc.

Sessió 2b

Recapitulació i avaluació en relació amb les normes i el funcionament del joc.

Sessió 3

Delimitació de l'estructura social de participació.

Recapitulació i avaluació en relació amb els continguts matemàtics del joc.

Per tant, s'observa que els SI que inclouen més d'una temàtica i, per tant, més d'una funció, són més llargs en el temps.

Observem que en tota aquesta SD no apareix cap SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació 2*.

Pel que fa als SI de *preparació de la partida, desenvolupament de la partida i conclusió i/o valoració* (seqüència que sempre apareix en aquest ordre), observem, com ja s'ha comentat, que en les sessions 1 i 3 es repeteixen dues vegades, mentre que en les dues sessions intermèdies apareixen en tres ocasions. Aquest fet es relaciona amb el nombre de participants (menys participants equival a més nombre de partides, ja que aquestes són més ràpides).

En aquest joc, durant el SI de *preparació de la partida* cal que algun jugador agafi les cartes, les barregi i les reparteixi de manera equitativa entre tots els jugadors. També en aquest SI sovint es determina l'ordre d'intervenció dels jugadors en la

partida. Observem que el temps destinat a aquest SI, al llarg de les diferents sessions, és molt variable i no segueix una pauta d'augment o de disminució a mesura que es fan més partides. Observem que, en la darrera sessió (s. 3), a la preparació de la partida 1 es destina tan sols un 3,8% del temps de la sessió, mentre que en la preparació de la partida 2 s'inverteix un 22% del temps de la sessió. Creiem que per trobar explicacions a aquests fets cal un segon pla d'anàlisi, centrat ja en les actuacions dels participants. Coneguem ara en què se centren les temàtiques que apareixen en els diferents SI de preparació de la partida:

Sessió 1, PP1, SD1

- Presentació de les normes del joc.
- Organització i distribució del material.
- Organització de l'estructura social de participació.

Sessió 1, PP2, SD1

- Organització i distribució del material.

Sessió 2a, PP1, SD1

- Organització i distribució del material.

Sessió 2a, PP2, SD1

- Organització de l'estructura social de participació.
- Organització i distribució del material.

Sessió 2a, PP3, SD1

- Organització de l'estructura social de participació.
- Organització i distribució del material.

Sessió 2b, PP1, SD1

- Organització i distribució del material.
- Organització de l'estructura social de participació.

Sessió 2b, PP2, SD1

- Organització de l'estructura social de participació.
- Organització i distribució del material.

Sessió 2b, PP3, SD1

- Organització de l'estructura social de participació.
- Organització i distribució del material.

Sessió 3, PP1, SD1

Organització de l'estructura social de participació.

Organització i distribució del material.

Sessió 3, PP2, SD1

Organització de l'estructura social de participació.

Organització i distribució del material.

Delimitació de l'estructura social de participació.

El SI de *desenvolupament de la partida*, en aquest joc, té dues fases molt diferenciades: la primera consisteix en l'observació, l'aparellament i el descart de les parelles de cartes que es tenen a les mans, que sumades fan 10; la segona fase consisteix a demanar, al company de joc que es vulgui, alguna carta per poder seguir fent parelles que sumades facin 10 i a descartar-les damunt la taula. Recordem que cal entrar en una segona fase d'anàlisi per poder a parlar de temàtiques i funcions.

Respecte al SI de *conclusió de la partida i/o de valoració*, en aquest joc cal comptar i comparar les parelles de cartes guanyades per cada jugador. Els temps que es destinen a aquests SI són força semblants en totes les partides i molt reduïts quant a duració, la que oscil·len entre mig minut i un parell de minuts. Pel que fa als temes dels diàlegs d'aquests SI, se centren en:

Sessió 1

SI de conclusió de la partida i de valoració 1

Recomptes i comparacions de puntuacions.

SI de conclusió de la partida i de valoració 2

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Sessió 2a

SI de conclusió de la partida i de valoració 1

Recomptes i comparacions de puntuacions.

SI de conclusió de la partida i de valoració 2

Recomptes i comparacions de puntuacions.

SI de conclusió de la partida i de valoració 3

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Sessió 2b

SI de conclusió de la partida i de valoració 1

Recomptes i comparacions de puntuacions.

SI de conclusió de la partida i de valoració 2

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Valoració retrospectiva.

SI de conclusió de la partida i de valoració 3

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Sessió 3

SI de conclusió de la partida i de valoració 1

Recomptes i comparacions de puntuacions.

SI de conclusió de la partida i de valoració 2

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Valoració prospectiva.

Si ajuntem els temps destinats, en cada sessió, a un mateix SI, obtenim la taula de dades següent:

SI	sessió 1	mitjana de sessió 2a + 2b	sessió 3
Concreció de la tasca i/o recapitulació	4' 53" (16,3%)	1' 08" (4,7%)	3' 56" (16,3%)
Preparació de la partida p1 + p2 + p3	total: 5' (16,7%)	total: 6' 26" (27,0%)	total: 6' 19" (26,2%)
Desenvolupament de la partida p1 + p2 + p3	total: 17' 35" (58,8%)	total: 12' 50" (53,8%)	total: 12' 08" (50,2%)
Conclusió i/o valoració p1 + p2 + p3	total: 2' 26" (8,2%)	total: 3' 27" (14,5%)	total: 1' 46" (7,3%)
Durada total de la sessió	29' 53" (100%)	23' 51" (100%)	24' 09" (100%)

Taula III.1. Dades quantitatives del temps destinat a cada SI identificat en cada sessió de la seqüència didàctica 1. Joc Et demano

Observem en la taula III.1.2 que tant el temps relatiu com el temps absolut de cada SI no difereix massa d'una sessió a l'altra. Remarquem que en totes les sessions es destina una mica més de la meitat del temps al SI de *desenvolupament de la partida*, és a dir, a jugar. Veiem que es destinen entre cinc i sis minuts i mig a *preparar les partides*. També observem una certa regularitat en els SI de *conclusió i/o valoració*, ja que sempre ocupen entre dos i tres minuts. On s'observa més variació és en els SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació*, que van des d'un minut fins a gairebé cinc minuts; la seva variació no és en sentit creixent o decreixent. Quan no participen en la sessió tots els alumnes del grup, s'hi destina menys temps, mentre que en les sessions en que juguen tots els alumnes el temps es multiplica per quatre. Atenent-nos als tòpics dels diàlegs de cada segment, observem que en la S1 i en la S3 apareix més d'un tema per tractar durant la conversa; per tant, el segment té més d'una funció instruccional i, lògicament, esdevé més llarg en el temps. En canvi en la S2a i en la S2b només apareix un sol tema; per tant el segment té una sola funció i esdevé més curt en el temps. Tot això ens indueix a pensar que el que succeeix en aquests SI és prou important (per a la mestra) perquè es tracti més a fons quan hi són presents tots els alumnes. Aquest aspecte, però, queda pendent de confirmar en una segona fase d'anàlisi.

Fent un recompte final del temps destinat a cada SI en aquesta seqüència didàctica (taula III.1.3) veiem que una mica més de la meitat del temps de tota la seqüència didàctica ha estat destinada al SI *desenvolupament de la partida*. El segueix el SI de *preparació de la partida*, amb prop d'un quart del temps total. Finalment, tant al SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació* com al SI de *conclusió i/o valoració*, s'hi ha destinat prop d'una desena part del temps total.

Segments d'interactivitat S1 + S2a + S2b + S3	minuts i segons destinats a cada SI durant tota la SD	percentatge de temps de cada SI en relació amb el total
Concreció de la tasca i/o recapitulació	9' 57"	12,8%
Preparació de la partida	17' 45"	22,8%
Desenvolupament de la partida	42' 33"	54,6%
Conclusió i/o valoració	7' 39"	9,8%
Temps total de la seqüència didàctica	77' 54"	100 %

Taula III.1. Error! Argumento de modificador desconocido.. **Dades quantitatives del temps destinat a cada SI identificat en tota la seqüència didàctica 1. Joc Et demano**

2.2 PRESENTACIÓ I ANÀLISI DEL NOMBRE I LA DISTRIBUCIÓ DE LES SESSIONS I ELS SEGMENTS D'INTERACTIVITAT DE LA SD2. JOC MEMORI A 12

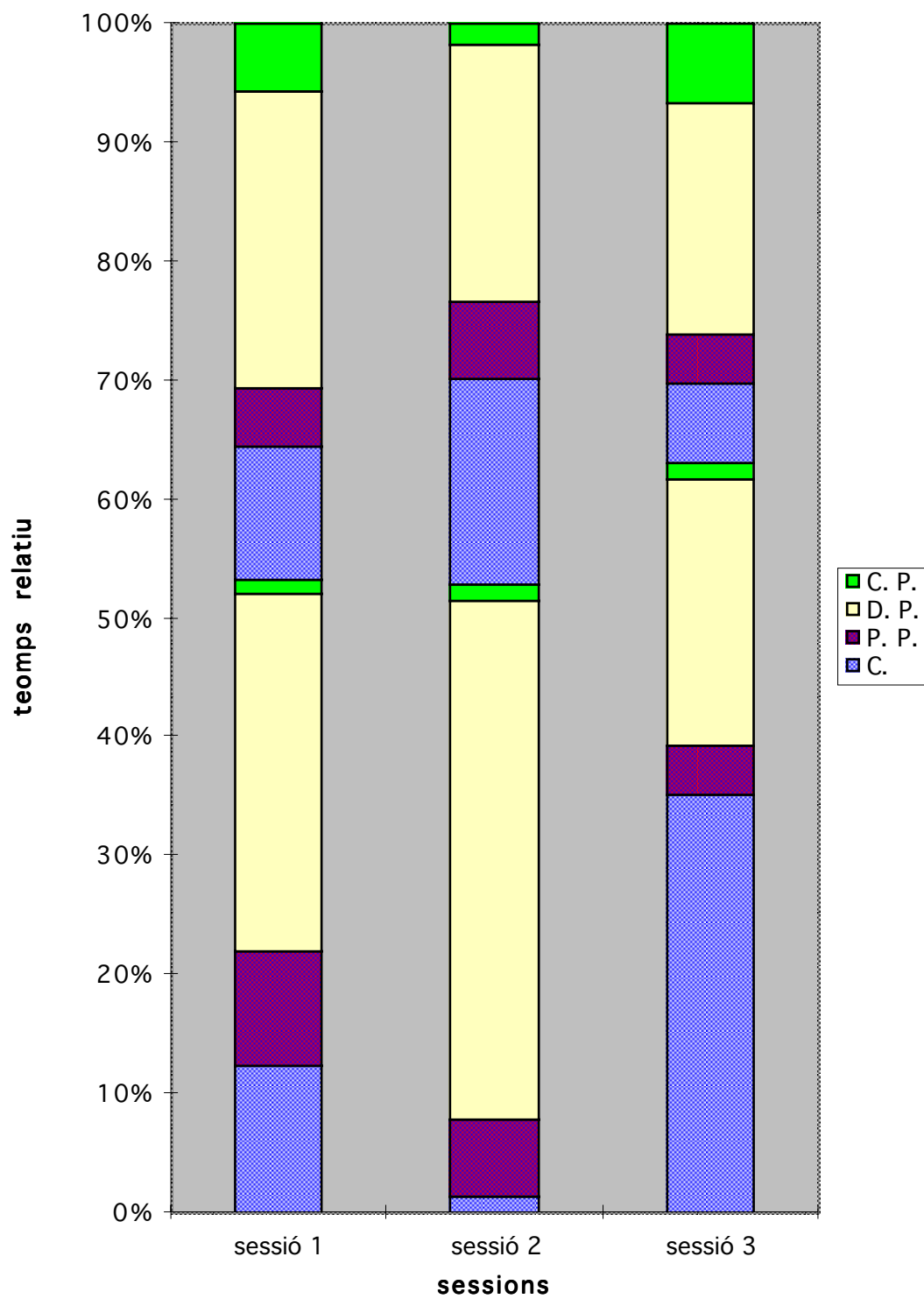
En aquest apartat, igual que en l'anterior, s'analitzen el nombre, extensió, distribució i funció dels segments d'interactivitat a cada sessió de la segona seqüència didàctica corresponent al joc Memori a 12.

Aquest joc es realitza en tres sessions en que participen sempre els quatre infants i la mestra. En la taula III.1.4 es presenten els SI identificats en cadascuna de les sessions (i amb l'ordre d'aparició). Veiem que cada SI va acompanyat del temps que ha ocupat, expressat en minuts i segons, així com del percentatge que aquest temps suposa respecte al total de la sessió.

Segments d'interactivitat	sessió 1	sessió 2	sessió 3
Concreció de la tasca i/o recapitulació 1	4' 15" (12,3%)	0' 25" (1,3%)	12' 38" (35,2%)
Preparació de la partida 1	3' 21" (9,7%)	2' 02" (6,5%)	1' 28" (4,1%)
Desenvolupament de la partida 1	10' 18" (29,9%)	13' 41" (43,7%)	8' 00" (22,3%)
Conclusió i/o valoració 1	0' 27" (1,3%)	0' 22" (1,2%)	0' 30" (1,4%)
Concreció de la tasca i/o recapitulació 2	3' 50" (11,1%)	5' 26" (17,3%)	2' 25" (6,7%)
Preparació de la partida 2	1' 44" (5,0%)	2' 02" (6,5%)	1' 31" (4,2%)
Desenvolupament de la partida 2	8' 35" (24,9%)	6' 48" (21,7%)	7' 00" (19,5%)
Conclusió i/o valoració 2	1' 55" (5,6%)	0' 33" (1,7%)	2' 22" (6,6%)
Duració total de la sessió	34' 25" (100%)	31' 19" (100%)	35' 54" (100%)

Taula III.1. ¡Error!Argumento de modificador desconocido.. **Dades *quantitatives* globals** de cada *SI* identificat en la seqüència didàctica 2. Joc Memori a 12

Sequència de SI a la SD2



Gràfic III.1.;Error!Argumento de modificador desconocido.. **Mapa
d'interactivitat de la seqüència didàctica 2**

En la taula III.1.4 observem que l'estructura de les sessions és molt homogènia. En totes les sessions participa el mateix nombre de persones, es comença amb un SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació 1*, es fan dues partides completes amb els respectius SI identificats i sempre apareix un SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació 2* entre la partida 1 i la partida 2.

El mapa d'interactivitat (gràfic III.1.2) ens mostra el nombre i la durada dels diferents SI de cada sessió; observem que la quantitat i l'ordre d'aparició dels segments identificats és molt regular. No passa el mateix, però, en relació amb el temps que es destina a cada segment.

Segments d'interactivitat	sessió 1	sessió 2	sessió 3
Concreció tasca i/o recapitulació c1 + c2	total: 8' 05" (23,5%)	total: 5' 51" (18,7%)	total: 15' 03" (41,9%)
Preparació de la partida p1 + p2	total: 5' 05" (14,8%)	total: 4' 04" (13,0%)	total: 2' 59" (8,3%)
Desenvolupament partida p1 + p2	total: 18' 53" (54,9%)	total: 20' 29" (65,4%)	total: 15' 00" (41,8%)
Conclusió i/o valoració p1 + p2	total: 2' 22" (6,9%)	total: 0' 55" (3,0%)	total: 2' 52" (8,0%)
Duració total de la sessió	34' 25" (100%)	31' 19" (100%)	35' 54" (100%)

Taula III.1.;Error!Argumento de modificador desconocido.. **Dades quantitatives del temps destinat a cada SI identificat en cada sessió de la seqüència didàctica 2. Joc Memori a 12**

A continuació es presenten les observacions en relació amb els SI identificats en la SD2 (taules III.1.4 i III.1.5 i gràfic III.1.2).

Quant als SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació*, podem dir que observem una gran regularitat pel que fa al nombre i el moment de la sessió en què es donen, però no són tan regulars respecte a la durada, ja que els temps destinats a aquests SI són molt variables: van des de vint-i-cinc segons fins a dotze minuts i mig (taula

III.1.4). En la taula III.1.5 observem, però, que en totes les sessions el percentatge de temps destinat a aquest SI és molt important, ja que s'hi destina des de prop d'una cinquena part del temps de la sessió (S2) fins a quasi la meitat del temps (S3).

Pel que fa als temes dels diàlegs dels SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació* se centren en:

Sessió 1. SI de concreció de la tasca i/o recapitulació 1
Delimitació de l'estructura de la tasca acadèmica.

Sessió 1. SI de concreció de la tasca i/o recapitulació 2
Delimitació del contingut de la tasca acadèmica.
Delimitació de l'estructura social de participació.

Sessió 2. SI de concreció de la tasca i/o recapitulació 1
Delimitació de l'estructura social de participació.
Recapitulació i avaluació en relació amb les normes i el funcionament del joc.
Recapitulació i avaluació en relació amb els continguts matemàtics del joc.
Recapitulació i avaluació en relació amb l'estructura social de participació.

Sessió 2. SI de concreció de la tasca i/o recapitulació 2
Delimitació de l'estructura social de participació.
Recapitulació i avaluació en relació amb l'estructura social de participació.

Sessió 3. SI de concreció de la tasca i/o recapitulació 1
Recapitulació i avaluació en relació amb els continguts matemàtics del joc.
Delimitació de l'estructura social de participació.

Sessió 3. SI de concreció de la tasca i/o recapitulació 2
Delimitació de l'estructura social de participació.
Delimitació de la nova estructura de la tasca acadèmica (varia respecte a la inicial, ja que la nova estructura social requereix una modificació de les normes del joc).

Com veiem, en els segments de concreció de la tasca i/o recapitulació es van alternant la temàtica relacionada amb la concreció de l'estructura de la tasca, ja sigui en relació amb l'estructura de la tasca acadèmica, dels continguts d'aquesta o de l'estructura social de participació, amb els diàlegs encaminats a recapitular i avaluar el domini que mostren els alumnes de tots aquests continguts.

Aquests segments, en la pràctica, enllacen el passat amb el futur a través de la reflexió a l'entorn de tot allò que configura la tasca acadèmica. Els temes que es tracten en aquest SI ajuden els alumnes a apropiar-se, de manera gradual, del coneixement de l'estructura i el contingut de la tasca, alhora que els ajuden a augmentar la pròpia seguretat per a poder participar en el taller cada vegada de manera més autònoma. Per tant, observem una relació clara (però pendent de confirmar en les noves fases d'anàlisi) entre el que succeeix en aquests SI i el traspàs del control de la mestra als alumnes.

En aquest joc, durant la *preparació de la partida* cal que algun jugador reculli les vint-i-sis cartes, les barregi i les col·loqui de bocaterrosa, ben organitzades damunt la taula. Respecte a la durada (taula III.1.4 i gràfic III.1.2), podem dir que els temps destinats a aquest SI són força semblants. La primera partida de la sessió 1 és una mica més llarga que la resta (3' 21"), però en totes les altres ocasions el temps emprat és entre un minut i mig i dos minuts. Tanmateix, si observem la taula III.1.5 veurem que els percentatges de temps destinats a aquest SI van disminuint en cada sessió, cosa que ens fa pensar en un augment de la destresa per a realitzar aquesta tasca a mesura que es van realitzant més repeticions.

Coneguem ara els temes dels diàlegs dels SI de preparació de la partida:

Sessió 1, PP1, SD2

Organització i distribució del material.

Presentació de les normes del joc.

Sessió 1, PP2, SD2

Organització i distribució del material.

Organització de l'estructura social de participació.

Sessió 2, PP1, SD2

Organització i distribució del material.

Sessió 2, PP2, SD2

Organització i distribució del material.

Sessió 3, PP1, SD2

Organització i distribució del material.

Sessió 3, PP2, SD2

Organització i distribució del material.

El SI de *desenvolupament de la partida*, en el joc Memori a 12, consisteix a assumir el torn, destapar dues cartes i calcular si sumades fan 12. En cas positiu, cal endur-se-les i continuar tirant; en cas negatiu, cal girar-les de nou, deixar-les on eren i passar el torn al company de la dreta.

Pel que fa al temps destinat a aquests SI (taula III.1.4 i gràfic III.1.2), observem que en totes les sessions la segona partida és més ràpida que la primera. Però observem en la taula III.1.5 que la variació dels percentatges de temps d'aquest SI, sessió a sessió, no presenta cap regularitat.

Respecte al SI de *conclusió de la partida i/o de valoració*, en aquest joc cal comptar i comparar les parelles de cartes guanyades per cada jugador. En aquest joc, aquests SI són gairebé sempre molt ràpids (taula III.1.4 i gràfic III.1.2): en quatre ocasions duren tan sols prop de mig minut, però en les dues ocasions restants el temps que s'hi ha destinat augmenta entre quatre i cinc vegades. Això ens fa pensar que en aquests casos passa alguna cosa especial que només es podrà comprovar en un segon o tercer pla d'anàlisi centrat en les actuacions dels participants o en els patrons d'actuació. Pel que fa als temes dels diàlegs que apareixen en aquests SI, són els següents:

Sessió 1

SI de conclusió de la partida i de valoració 1

Recomptes i comparacions de puntuacions.

SI de conclusió de la partida i de valoració 2

Valoració retrospectiva.

Valoració prospectiva.

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Valoració retrospectiva.

Sessió 2

SI de conclusió de la partida i de valoració 1

Recomptes i comparacions de puntuacions.

SI de conclusió de la partida i de valoració 2

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Valoració prospectiva.

Sessió 3

SI de conclusió de la partida i de valoració 1

Valoració retrospectiva.

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Valoració retrospectiva.

SI de conclusió de la partida i de valoració 2

Recomptes i comparacions de puntuacions.

Valoració prospectiva.

Fent un darrer recompte (taula III.1.6) del temps destinat a cada SI en tota la seqüència didàctica 2, podem observar que una mica més de la meitat (53,4%) del temps de la seqüència didàctica ha estat destinat al SI de *desenvolupament de la partida*. El segueix el SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació* (28%), que ocupa quasi la meitat del temps emprat en el SI anterior (desenvolupament de la partida). El segueix el SI de *preparació de la partida* (12%), amb menys de la meitat del temps emprat en el SI de concreció tasca i/o recapitulació. I, en darrer lloc, trobem el SI de conclusió i/o valoració (6%), que, una vegada més, ha ocupat la meitat del temps del SI anterior (preparació de la partida).

Segments d'interactivitat S1 + S2 + S3	Minuts i segons destinats a cada SI durant tota la SD	Percentatge de temps de cada SI en relació amb el total
Concreció tasca i/o recapitulació	28' 59"	28,5%
Preparació de la partida	12' 08"	12,0%
Desenvolupament de la partida	54' 22"	53,5%
Conclusió i/o valoració	6' 09"	6,0%
Temps total de la seqüència didàctica	101' 38"	100%

Taula III.1. Error!Argumento de modificador desconocido.. **Dades quantitatives del temps destinat a cada SI identificat en tota la seqüència didàctica 2. Joc Memori a 12**

3. ALGUNS RESULTATS DE L'ANÀLISI DE LA PRIMERA FASE

En aquesta recerca ens hem dotat d'una sèrie d'unitats d'anàlisi que ens permeten, en aquest moment, fer la primera comparació de les dues seqüències didàctiques estudiades i obtenir els primers resultats.

En aquesta fase ens centrem principalment en les objectius de la recerca 1, 2 i 4, que, recordem, són:

1. Descriure i explicar el que succeeix en l'activitat d'ensenyament i aprenentatge anomenada *taller de jocs*.
2. Identificar indicadors interpretables com a mecanismes d'influència educativa de la mestra, relacionats amb la cessió i el traspàs progressiu del control i la responsabilitat als alumnes en el propi procés d'aprenentatge.
3. Identificar i mostrar relacions entre la situació didàctica estudiada i alguns processos d'ensenyament i d'aprenentatge de continguts matemàtics

3.1 RESULTATS DE L'ANÀLISI DE LA PRIMERA FASE EN RELACIÓ AMB ELS OBJECTIUS 1 I 2

De l'anàlisi de la primera fase, centrada en el nombre i la distribució de les sessions i dels segments d'interactivitat dins de cada seqüència didàctica, podem dir el següent.

Pel que fa al nombre de sessions (sense dificultat a l'hora d'identificar), hem vist que la SD1 consta de quatre sessions amb diferents nombres de participants (en ocasions són quatre infants i en altres només dos), mentre que la SD2 consta de tres sessions en què sempre participa el mateix nombre d'alumnes. Per tant, veiem una major irregularitat en la SD1 que desapareix en la SD2, tot i que cada infant ha participat en tres sessions en cada seqüència didàctica.

Respecte els segments d'interactivitat identificats, podem dir que aquesta és una unitat d'anàlisi adequada, ja que ens ha permès subdividir cada sessió en segments

ben delimitats, de manera que no resten espais ambigus o sense identificar. Els SI identificats ens permeten parlar de “partida”, entesa com una seqüència estable de tres SI en el mateix ordre: PP, DP i CP. Així doncs, pel que fa a les partides, també s’ha observat que la SD1 és més irregular (en ocasions es fan tres partides complertes i en altres sessions només se’n fan dues), mentre que en la SD2 sempre es fan dues partides completes en cada sessió. Per tant, podem dir que en aquesta primera anàlisi observem en la SD2, una tendència a regularitzar i homogeneïtzar l’estructura de la situació didàctica en comparació amb la SD1.

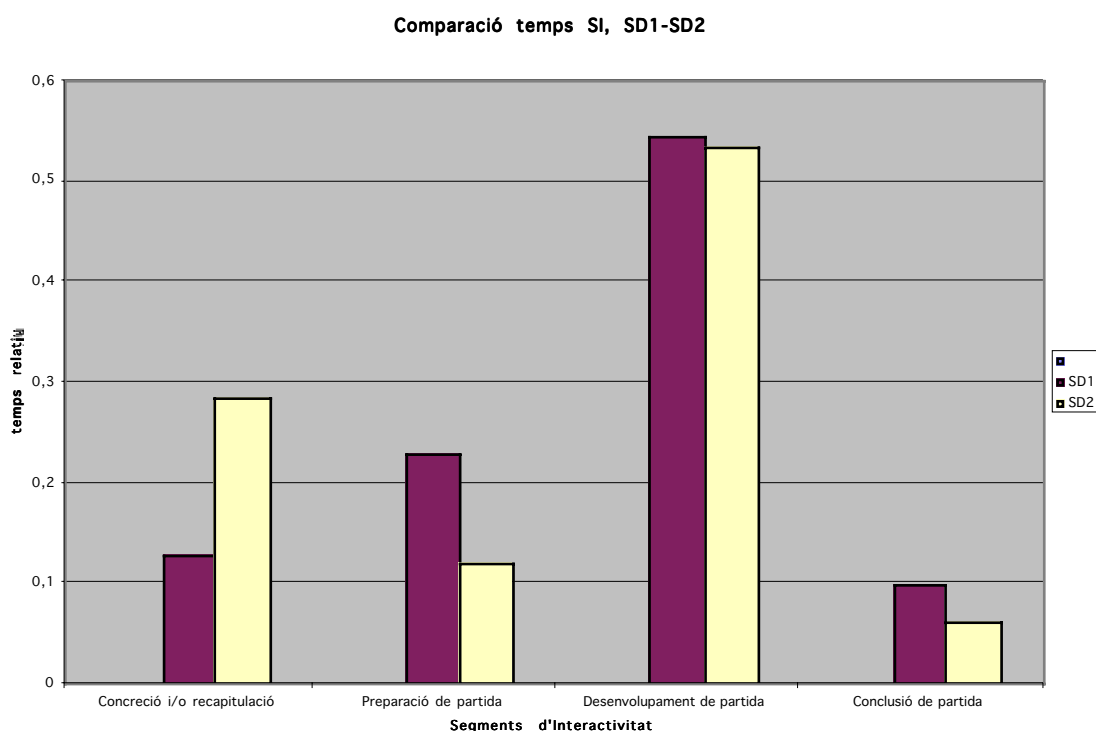
Continuant amb les dades que ens aporta la temporització dels SI, presentem una taula on es comparen els temps relatius (en percentatge) destinats a cada SI en les dues seqüències didàctiques estudiades.

Segments d’interactivitat	seqüència didàctica 1: Et demano	seqüència didàctica 2: Memori a 12
Concreció de la tasca i/o recapitulació	12,8%	28,5%
Preparació de la partida	22,8%	12,0%
Desenvolupament de la partida	54,6%	53,5%
Conclusió de la partida i/o valoració	9,8%	6,0%
Temps total de la seqüència didàctica	100 %	100%

Taula III.1. Error!Argumento de modificador desconocido.. **Comparació dels percentatges de temps destinat a cada SI entre la SD1 del joc Et demano i la SD2 del joc Memori a 12**

Observem en la taula III.1.7 que en les dues seqüències didàctiques s’empra una mica més de la meitat del temps en el SI de *desenvolupament de la partida*, aspecte que es considera lògic, ja que l’activitat principal del taller consisteix a jugar; per tant, no s’observa cap variació important entre les dues SD en aquest SI. On sí s’observen canvis importants és en la resta de segments. Comprovem que en la primera seqüència didàctica es destina molt temps als segments de *preparació i*

conclusió i/o valoració ($22,8 + 9,8 = 32,6\%$), mentre que en la segona seqüència didàctica es redueix el temps considerablement ($12 + 6 = 18\%$). També s'observa que el temps destinat en el SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació*, en la SD2 (28,5%), és més del doble en comparació amb el de la SD1(12,8%).



Gràfic III.1. Comparació dels temps relatius destinats a cada segment d'interactivitat en les dues seqüències didàctiques estudiades

Si comparem ara el nombre i les temàtiques que es tracten en els SI de les dues SD veurem que:

- En relació amb els SI de *preparació de la partida*, en la SD2 es redueix el temps que s'hi destina gairebé a la meitat, en comparació en la SD1. Observem que en la SD1 aquest SI apareix en més ocasions, ja que es fan més partides (deu)

que en la SD2 (sis). Però, a més a més, en la SD1 es tracten molts més temes en aquests SI que no en la SD2 (taula III.1.8). Podem observar que la temàtica que fa referència a l'*organització de l'estructura social de participació* en la SD1 apareix pràcticament en tots els SI, mentre que en la SD2 només apareix en un sol cas. Per tant, aquest SI és menys important en la SD2, ja que es redueix el temps que s'hi destina i les temàtiques que s'hi tracten.

<i>SI de preparació de la partida SD1</i>	<i>SI de preparació de la partida SD2</i>
<u>Sessió 1</u> , PP1, SD1 Presentació de les normes del joc Organització i distribució del material Organització de l'estructura social de participació	<u>Sessió 1</u> , PP1, SD2 Organització i distribució del material Presentació de les normes del joc
<u>Sessió 1</u> , PP2, SD1 Organització i distribució del material	<u>Sessió 1</u> , PP2, SD2 Organització i distribució del material Organització de l'estructura social de participació
<u>Sessió 2a</u> , PP1, SD1 Organització i distribució del material	<u>Sessió 2</u> , PP1, SD2 Organització i distribució del material
<u>Sessió 2a</u> , PP2, SD1 Organització de l'estructura social de participació Organització i distribució del material	<u>Sessió 2</u> , PP2, SD2 Organització i distribució del material
<u>Sessió 2a</u> , PP3, SD1 Organització de l'estructura social de participació Organització i distribució del material	<u>Sessió 3</u> , PP1, SD2 Organització i distribució del material
<u>Sessió 2b</u> , PP1, SD1 Organització i distribució del material Organització de l'estructura social de participació	<u>Sessió 3</u> , PP2, SD2 Organització i distribució del material
<u>Sessió 2b</u> , PP2, SD1 Organització de l'estructura social de participació Organització i distribució del material	
<u>Sessió 2b</u> , PP3, SD1 Organització de l'estructura social de participació Organització i distribució del material	
<u>Sessió 3</u> , PP1, SD1 Organització de l'estructura social de participació Organització i distribució del material	
<u>Sessió 3</u> , PP2, SD1 Organització de l'estructura social de	

participació Organització i distribució del material Delimitació de l'estructura social de participació	
---	--

Taula III.1. ¡Error!Argumento de modificador desconocido.. **Comparació de les temàtiques dels SI de preparació de la partida**

- En relació amb els SI de *conclusió de partida i valoració*, en la SD1 continua apareixent aquest SI en més ocasions (deu) que en la SD2 (sis), però la diferència de temps que s'hi destina no és tan gran com en el SI anterior. L'explicació d'aquest fet és l'ampliació de les temàtiques que es tracten en aquests SI (taula III.1.9). Observem que, a banda del tema present en tots aquests SI, que és fer els *recomptes i les comparacions*, en la SD2 apareix més freqüentment la segona funció, que identificàvem amb: *fer valoracions* (set en la SD2; dues en la SD1). Per tant, encara que es redueix el temps a causa de la disminució del nombre, s'amplia la quantitat de les temàtiques tractades i, per tant, s'amplia el nombre de funcions.

<i>Conclusió de la partida i/o valoració SD1</i>	<i>Conclusió de la partida i/o valoració SD2</i>
<u>Sessió 1</u> SI de C i V 1 Recomptes i comparacions de puntuacions	<u>Sessió 1</u> SI de C i V 1 Recomptes i comparacions de puntuacions
<u>Sessió 1</u> SI de C i V 2 Recomptes i comparacions de puntuacions	<u>Sessió 1</u> SI de C i V 2 <i>Valoració retrospectiva</i> <i>Valoració prospectiva</i>
<u>Sessió 2a</u> SI de C i V 1 Recomptes i comparacions de puntuacions	Recomptes i comparacions de puntuacions <i>Valoració retrospectiva</i>
<u>Sessió 2a</u> SI de C i V 2 Recomptes i comparacions de puntuacions	<u>Sessió 2</u> SI de C i V 1 Recomptes i comparacions de puntuacions
<u>Sessió 2a</u> SI de C i V 3 Recomptes i comparacions de puntuacions	<u>Sessió 2</u> SI de C i V 2 Recomptes i comparacions de puntuacions <i>Valoració prospectiva</i>
<u>Sessió 2b</u> SI de C i V 1 Recomptes i comparacions de puntuacions.	<u>Sessió 3</u> SI de C i V 1 <i>Valoració retrospectiva</i>
<u>Sessió 2b</u> SI de C i V 2 Recomptes i comparacions de puntuacions <i>Valoració retrospectiva.</i>	Recomptes i comparacions de puntuacions <i>Valoració retrospectiva</i>
<u>Sessió 2b</u> SI de C i V 3	<u>Sessió 3</u> SI de C i V Recomptes i comparacions de

Recomptes i comparacions de puntuacions <u>Sessió 3</u> SI de C i V 1 Recomptes i comparacions de puntuacions <u>Sessió 3</u> SI de C i V 2 Recomptes i comparacions de puntuacions <i>Valoració prospectiva</i>	puntuacions <i>Valoració prospectiva</i>
---	---

Taula III.1. Comparació de les temàtiques dels SI de conclusió i valoració

- Els SI de *concreció de l'estructura de la tasca i/o recapitulació*, observem que en la SD1 apareix un sol cop per sessió, mentre que en la SD2 apareix just el doble de vegades, és a dir, dues vegades en cada sessió. Aquest fet ens mostra ja la importància que s'atribueix, en la SD2, als temes que s'hi tracten (taula III.1.10). A banda del fet numèric, també cal remarcar l'augment i la diversitat de temàtiques que apareixen en la SD2, en comparació en la SD1, i, especialment, la diversitat de *recapitulacions*.

<i>Concreció de la tasca i/o recapitulació SD1</i>	<i>Concreció de la tasca i/o recapitulació SD2</i>
<u>Sessió 1</u> Delimitació de l'estructura de la tasca Delimitació de l'estructura a social de participació	<u>Sessió 1</u> SI de C i R 1 Delimitació de l'estructura de la tasca acadèmica
<u>Sessió 2a</u> Recapitulació i avaluació en relació amb les normes i el funcionament del joc	<u>Sessió 1</u> SI de C i R 2 Delimitació del contingut de la tasca acadèmica Delimitació de l'estructura social de participació
<u>Sessió 2b</u> Recapitulació i avaluació en relació amb les normes i el funcionament del joc	<u>Sessió 2</u> SI de C i R 1 Delimitació de l'estructura social de participació Recapitulació i avaluació en relació amb les normes i el funcionament del joc
<u>Sessió 3</u> Delimitació de l'estructura social de participació Recapitulació i avaluació en amb els continguts matemàtics del joc	Recapitulació i avaluació en relació amb els continguts matemàtics del joc Recapitulació i avaluació en relació amb l'estructura social de participació <u>Sessió 2</u> SI de C i R 2 Delimitació de l'estructura social de participació Recapitulació i avaluació en relació a

	estructura social de participació <u>Sessió 3</u> SI de C i R 1 Recapitulació i avaluació en relació amb els continguts matemàtics del joc Delimitació de l'estructura social de participació <u>Sessió 3</u> SI de C i R 2 Delimitació de l'estructura social de participació Delimitació de la nova estructura de la tasca acadèmica
--	---

Taula III.1. Comparació de les temàtiques dels SI de concreció de l'estructura de la tasca i/o recapitulació

D'aquesta primera fase d'anàlisi, centrada en el nombre d'aparicions de cada SI, el temps que duren, els tòpics que es tracten i les funcions intruccionals que se'n deriven i, comparant la SD1 amb la SD2, s'obtenen evidències de:

- Una disminució important del temps, el nombre i les temàtiques que es tracten en els SI de *preparació de la partida*. Aspecte que implica que els continguts d'aprenentatge que li són propis han deixat de ser el focus principal d'atenció de la mestra, la qual cosa és un indicador de que els alumnes han realitzat els principals aprenentatges que es produeixen en aquest segment.
- Una disminució important del nombre, que no va acompanyada d'una reducció significativa del temps, i paral·lelament una ampliació de les temàtiques que es tracten en el SI de *conclusió de partida i valoració*. Això implica que els alumnes han realitzat els principals aprenentatges propis d'aquest SI, i que la mestra ha afegit noves funcions a aquest SI.
- Cap canvi quant el nombre i el temps que es destina al SI de *desenvolupament de la partida*, ocupa sempre un temps molt important (prop de la meitat de cada sessió i de cada seqüència didàctica). Aspecte que ens indica que aquest SI és sempre un dels focus principals d'atenció de la mestra ja que en ell es poden produir constantment nous aprenentatges
- Un gran augment del nombre i del temps que s'hi destina, així com una ampliació important de les temàtiques que apareixen en els SI de *concreció de la tasca i/o recapitulació*, aspecte que ens indica que aquest és un dels segments importants quant a la realització de nous aprenentatges.

Resumint, aquestes dades ens mostren l'evolució de cada SI identificat. Entenem que una disminució del temps en un SI implica que els principals continguts d'aprenentatges que li són propis han deixat de ser el focus principal d'atenció, probablement perquè els alumnes ja es mostren autònoms en la realització de les tasques que en un inici eren el motiu d'aprenentatge. Mentre que un augment del temps que es destina a un SI ens indica que la mestra atribueix una importància educativa especial al que succeeix en aquest segment. Si tenim en compte que el segment que més canvi presenta és el de *concreció de la tasca i/o de recapitulació* i que aquest és l'únic segment que no forma part de cap SI de "partida", cal preguntar-se què és el que succeeix en aquest SI que fa que la mestra hi dediqui una atenció tan especial.

Recordem que, en els segments de *concreció de la tasca i/o recapitulació*, en la SD2 es va alternant la temàtica relacionada amb la concreció de l'estructura de la tasca (ja sigui en relació amb l'estructura de la tasca acadèmica, amb els continguts o amb l'estructura social de participació) amb els diàlegs encaminats a recapitular i avaluar el domini de tots aquests continguts que mostren els alumnes.

Aquests segments de concreció i/o recapitulació, en la pràctica, enllacen el passat amb el futur a través de la reflexió a l'entorn de tot allò que configura la tasca acadèmica. Entenem que els temes que es tracten en aquest SI ajuden els alumnes a apropiat-se, de manera gradual, del coneixement de l'estructura i el contingut de la tasca, alhora que els ajuden a augmentar la pròpia seguretat per participar cada cop de manera més autònoma en el taller. Per tant, observem una relació clara (però pendent de confirmar en les noves fases d'anàlisi) entre el que succeeix en aquests SI i el traspàs del control de la mestra als alumnes.

3.2 RESULTATS DE L'ANÀLISI DE LA PRIMERA FASE EN RELACIÓ AMB ELS OBJECTIUS 1 I 4

Una nou resultat que ens aporten les dades estudiades fins a aquest moment fa referència a l'aparició de reflexions a l'entorn de continguts matemàtics i té a veure amb les temàtiques i les funcions que s'han identificat en cadascun dels segments d'interactivitat. Efectivament, en fer l'estudi dels temes que es tracten en cada segment s'ha comprovat que apareixen diàlegs centrats en continguts matemàtics en tots els segments.

En el SI de *concreció de l'estructura de la tasca i/o de recapitulació* apareixen sovint qüestions com: *per què juguem a aquest joc?*, *què pretenem aconseguir?*, *què podem aprendre?* I en els moments de recapitulació sovint es repassen els càlculs que s'estan aprenent o es verbalitzen diferents estratègies de càlcul mental que es van descobrir, aplicant, etc.

En el SI de *preparació de la partida* ja apuntàvem una funció derivada de la tasca principal (repartir i organitzar els materials) i que consisteix a establir les relacions numèriques i quantitatives necessàries i adequades a l'hora de determinar si el repartiment i/o l'organització s'ha dut a terme correctament i a resoldre els possibles errors o les possibles dificultats sorgides en l'aplicació de procediments lògics matemàtics.

En el SI de *desenvolupament de la partida*, tot i no haver estat estudiat encara amb profunditat, és obvi que és necessari realitzar càlculs per a poder participar en el joc. També és important, encara que no aparegui de manera tan explícita, el descobriment i l'aplicació d'estratègies lligades a cadascun dels jocs. Aquests dos procediments matemàtics, calcular i aplicar estratègies de joc, s'analitzaran en fases posteriors.

Pel que fa al SI de *conclusió de la partida i de valoració*, s'identifiquen reflexions vinculades amb la matemàtica semblants a les que apareixen en el SI de preparació de la partida. És a dir, la tasca principal és fer recomptes i comparacions de puntuacions i aquesta tasca crea un context natural on és necessari i adequat establir relacions numèriques i quantitatives per a determinar si els recomptes i les comparacions són o no adequats, possibles, correctes, etc.

Per tant, a partir de l'estudi de les temàtiques principals dels diferents segments podem concloure que l'activitat matemàtica està present en tots els SI estudiats. A banda dels tòpics que es tracten en el SI de concreció tasca i/o recapitulació, el contingut matemàtic que apareix en la resta de SI (que constitueixen les "partides") ho fa en un "context natural", ja que no és la mestra qui inclou un contingut matemàtic en el joc, sinó que és el joc el que crea situacions reals que es poden resoldre aplicant les "eines" que la matemàtica ens ofereix i posa al nostre abast.

3.3 SÍNTESI DELS RESULTATS DE LA PRIMERA FASE

Les dades en relació amb l'evolució dels SI entre les dues SD ens mostren:

- Que el temps destinat al SI de *desenvolupament de la partida* es manté molt estable tant en les diferents sessions com en la comparació de les dues SD i que sempre és la tasca principal, ja que el temps que ocupen aquests SI és prop de la meitat de cada sessió.
- Un primer indicador pel que fa a l'augment, per part dels alumnes, de la seguretat i l'autonomia d'execució de les tasques de *preparació del joc* i *gestió dels resultats*.
- Un primer indicador de l'augment del temps que es destina a la reflexió encaminada a la cessió i el traspàs del control de la mestra cap als infants, centrat en els SI de *concreció de la tasca i/o de recapitulació*.

Pel que fa a la relació entre els tòpics i les funcions dels diferents SI i els continguts matemàtics, les dades ens mostren que:

- Apareixen reflexions i diàlegs amb continguts matemàtics en tots els SI identificats.
- Els SI de preparació de la partida, desenvolupament de la partida i conclusió de la partida esdevenen contextos naturals on apareixen situacions que per a ser resoltes requereixen la utilització de conceptes i procediments matemàtics, creant-se així una situació d'aprenentatge on el contingut que s'ha d'aprendre té una funcionalitat que va més enllà de l'escolar.

Ara bé, aquestes observacions, aquests indicis i aquestes evidències que estem esmentant són un primer indicador, però si el que volem és descriure i explicar el que succeeix en profunditat en aquesta situació, ens cal fer un pas més en l'anàlisi i centrar-nos en una nova unitat d'anàlisi: *les actuacions dels participants* en cada SI identificat.