

**ADVERTIMENT.** L'accés als continguts d'aquesta tesi queda condicionat a l'acceptació de les condicions d'ús estableties per la següent llicència Creative Commons:  [http://cat.creativecommons.org/?page\\_id=184](http://cat.creativecommons.org/?page_id=184)

**ADVERTENCIA.** El acceso a los contenidos de esta tesis queda condicionado a la aceptación de las condiciones de uso establecidas por la siguiente licencia Creative Commons:  <http://es.creativecommons.org/blog/licencias/>

**WARNING.** The access to the contents of this doctoral thesis it is limited to the acceptance of the use conditions set by the following Creative Commons license:  <https://creativecommons.org/licenses/?lang=en>



Universitat Autònoma de Barcelona

Departamento de Economía Aplicada  
Programa de Doctorado en Economía Aplicada

TESIS DOCTORAL

*“Tres ensayos sobre las desigualdades Regionales  
en Colombia”*

LILIANA YANED FRANCO VÁSQUEZ

Director

JOSEP LLUÍS RAYMOND BARA

Barcelona, noviembre 2015

JOSEP LLUÍS RAYMOND BARA  
DIRECTOR

LILIANA YANED FRANCO  
AUTOR



## **RESUMEN GENERAL**

Esta tesis consta de tres capítulos independientes conectados temáticamente. El primer capítulo analiza el problema de la convergencia en Colombia, en el período 1975-2005. Para ello se propone la estimación de una ecuación de convergencia con efectos fijos individuales, se calculan los estados estacionarios de equilibrio de cada departamento atendiendo al valor de estos efectos fijos individuales, y se definen clubes de convergencia atendiendo a la similitud de los respectivos estados estacionarios.

En el capítulo dos, se indaga sobre los determinantes del crecimiento de la productividad factorial industrial en los departamentos de Colombia. Descomponemos el cambio en la productividad en el cambio en la eficiencia, el cambio técnico, y los efectos de escala.

En el tercer capítulo, se estima la eficiencia técnica de los principales sectores industriales, a través de un modelo de frontera estocástica, y considerando la influencia de la dependencia espacial en dicha estimación.

Los resultados de esta tesis sugieren que en Colombia se ha presentado un proceso de polarización en la producción, ya que las disparidades económicas entre los departamentos se están incrementando en los últimos años.

**PALABRAS CLAVES:** Productividad, Convergencia, cambio técnico, economías de escala, eficiencia técnica.

**CODIGOS JEL:** O47, R11, C13, C20, C21

## **AGRADECIMIENTOS**

La finalización de esta tesis es el resultado no solamente del esfuerzo y la dedicación del autor, sino también del apoyo académico y moral de varias personas que me brindaron su valioso tiempo y consejos que me incentivaron durante el arduo y largo proceso que tiene la elaboración de una tesis doctoral.

En primer lugar, quiero agradecer a mi asesor de tesis, el profesor Josep Lluís Raymond, por sus valiosos comentarios, consejos y palabras de aliento. Además, creo que me ha aportado mucho, en cuanto a la forma de encarar una investigación en el campo de la economía; y en particular, de la econometría, porque me ha transmitido de su experiencia aspectos que a mí me hubiera llevado años comprender.

De igual manera, quiero agradecer al señor Juan Carlos Migoya, quien era el Gestor del Departamento de Economía Aplicada cuando recién inicié mis estudios, por el acompañamiento y colaboración con los estudiantes del programa.

Por otra parte, el apoyo financiero del programa de Becas de alto nivel de la Unión Europea para América Latina (ALBAN). De igual manera, agradecer el apoyo de las directivas de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín; en particular, a la Dirección del Departamento de Economía. Al Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), por permitirme el acceso a la información de la Encuesta Anual Manufacturera Empresarial.

También agradecer a las personas que me brindaron su amistad en mi estadía en Barcelona: Isabel Osorio, Janet Gatelum, Luz Dary Ramirez, Ana Osorio, Antonio Avendaño, Marcela Arqueros, Lina Gómez, Lourdes, Edna Villareal y la señora Lidia.

Por último, quiero mencionar el apoyo recibido, en estos últimos días en Barcelona, de Luz Dary y Juan Carlos.

Barcelona, noviembre de 2015

Liliana Y. Franco Vásquez

## Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN .....	7
<i>Capítulo I “Convergencia económica regional: el caso de los departamentos colombianos”</i> ....	11
I.1. INTRODUCCIÓN .....	12
I.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA: APROXIMACIÓN CONCEPTUAL A LA TEORÍA DE LA CONVERGENCIA.....	14
I.2.1. El modelo Solow – Swan en términos per cápita.....	14
I.2.2. Teoría de la Convergencia.....	18
I.2.2.1 Convergencia Beta ( $\beta$ ) no condicional.....	18
I.2.2.2 Convergencia “Sigma” ( $\sigma$ ).....	19
I.2.2.3 Convergencia Beta ( $\beta$ ) Condicional.....	22
I.2.2.4 Mecanismos de la convergencia o divergencia regional .....	23
I.2.2.5 Clubs de Convergencia.....	25
I.3. ALGUNAS CRÍTICAS AL ANÁLISIS NEOCLÁSICO DE CONVERGENCIA .....	26
I.3.1 Críticas al enfoque de convergencia tradicional $\beta$ y $\sigma$ .....	26
I.3.2 Críticas a la teoría de crecimiento Neoclásica y modelos de crecimiento endógeno. ....	27
I.3.3 Reacción Neoclásica frente a los modelos de crecimiento endógeno .....	28
I.4. ESTUDIOS SOBRE CONVERGENCIA ECONÓMICA EN COLOMBIA.....	29
I.4.1 Principales trabajos de Convergencia.....	29
I.4.2 Críticas a los trabajos realizados en Colombia sobre Convergencia .....	36
I.5. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ESTADO DE LA CONVERGENCIA EN COLOMBIA .....	39
I.5.1. El Modelo .....	39
I.5.2. Modelo de convergencia a través de corte transversal .....	40
I.5.3. Modelo de convergencia a través de un Panel de Datos dinámico.....	40
I.5.4. Descripción de los datos.....	43
I.6. EVALUACIÓN DEL ESTADO DE LA CONVERGENCIA EN LOS DEPARTAMENTOS COLOMBIANOS .....	43
I.6.1 ¿Concentración o dispersión geográfica de la actividad económica? .....	43
I.6.1.1 El comportamiento de la producción per cápita colombiana: Una referencia previa .....	43
I.6.1.2 Examen de la distribución geográfica de la producción.....	46
I.6.2 La evolución de las disparidades departamentales: ¿La polarización se mantiene? .....	48
I.6.2.1 Comportamiento de la producción per cápita regional.....	48
I.6.2.2 Análisis de la Convergencia regional en Colombia .....	51
I.6.2.3 ¿Existen Clubs de convergencia?: Una propuesta de definición.....	59
I.7. CONSIDERACIONES FINALES .....	66
I.8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	69

<b>ANEXOS .....</b>	<b>72</b>
<i>Capítulo II “Desigualdades regionales en Colombia: un análisis de los factores determinantes de la productividad total factorial y la eficiencia en el sector industrial.” .....</i>	<i>85</i>
<b>II.1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>86</b>
<b>II.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA: APROXIMACIÓN CONCEPTUAL A LA PRODUCTIVIDAD Y TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN.....</b>	<b>87</b>
II.2.1. La Productividad total factorial .....	87
II.2.2. Estimación de la PTF en Colombia.....	89
II.2.3. La ineficiencia técnica.....	90
II.2.4. Estimación de la eficiencia en Colombia .....	92
II.2.5. Estimación y descomposición del crecimiento de la PTF .....	94
II.2.6. Técnicas de estimación.....	96
II.2.6.1 Modelos con ineficiencia tiempo invariante.....	97
II.2.6.2 Modelos con ineficiencia tiempo variante.....	99
II.2.6.3 Modelo de efectos de eficiencia .....	101
<b>II.3. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD DE LA INDUSTRIA DEPARTAMENTAL EN COLOMBIA .....</b>	<b>102</b>
II.3.1. Descripción de los datos.....	102
II.3.2. El Modelo.....	105
<b>II.4. EVALUACIÓN DEL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD INDUSTRIAL DEPARTAMENTAL.....</b>	<b>106</b>
III.4.1. Examen de los determinantes de la ineficiencia técnica .....	112
III.4.2. Determinantes de la Productividad Total Factorial .....	114
<b>II.5. CONSIDERACIONES FINALES .....</b>	<b>119</b>
<b>II.6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>120</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>125</b>
<i>Capítulo III “Análisis de frontera y eficiencia técnica en los sectores industriales colombianos con dependencia espacial.” .....</i>	<i>127</i>
<b>III.1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>128</b>
<b>III.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA: APROXIMACIÓN CONCEPTUAL A LOS MODELOS DE FRONTERA ESTOCÁSTICA Y ASOCIACIÓN ESPACIAL.....</b>	<b>129</b>
III.2.1. Vecindad.....	131
III.2.2. Literatura empírica .....	135
III.2.2.1 Modelos espaciales y Datos de Panel.....	135
III.2.2.2 Modelos con términos de frontera.....	136
III.2.3. Interrelaciones entre observaciones espaciales y detención de dependencia espacial	138
<b>III.3. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD DE LOS SECTORES INDUSTRIALES EN COLOMBIA .....</b>	<b>142</b>
III.3.1. Descripción de los datos.....	142

III.3.2. El Modelo .....	144
III.4. EVALUACIÓN DEL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD EN LOS SECTORES MANUFACTUREROS .....	146
III.5. CONSIDERACIONES FINALES .....	157
III.6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	159
ANEXOS .....	162
CONCLUSIONES GENERALES .....	177



## INTRODUCCIÓN

La persistencia en las desigualdades económicas regionales en Colombia es un hecho de larga duración (Galvis y Meisel, 2010). En la literatura del crecimiento económico se ha tratado el tema de las diferencias entre países o regiones a través del análisis de la convergencia económica. Desde el punto de vista del análisis empírico ha permitido analizar aspectos importantes, como los efectos del crecimiento económico en la reducción, ampliación o persistencia de las desigualdades regionales.

Colombia se ha caracterizado por tener un desarrollo económico regional desequilibrado; es decir, regiones o departamentos que concentran la mayor parte de la producción y el empleo del país, es el caso de: Bogotá, Antioquia, Valle y Cundinamarca. La evolución de las disparidades departamentales en Colombia ha sido un tema de análisis desde la década de 1990. Basándose en la metodología neoclásica para examinar dichas disparidades, una gran cantidad de trabajos en este campo se han llevado a cabo en el país en los últimos años (Cárdenas y Escobar (1995), Meisel (1993), Birchenall y Murcia (1997)).

Considerando los planteamientos teóricos antes mencionados y la relevancia del tema para la formulación y aplicación de políticas económicas dirigidas a disminuir las desigualdades regionales, esta tesis analiza las disparidades departamentales en Colombia, a través de un análisis de convergencia económica. También se estima los determinantes del crecimiento de la productividad industrial en las regiones de Colombia, empleando un modelo de frontera estocástica. Por último, se estima la eficiencia técnica de los principales sectores de la Industria en Colombia, a través de un modelo de frontera estocástica de producción y considerando la influencia de la dependencia espacial en dicha estimación.

En el capítulo uno se investiga las desigualdades regionales en Colombia, para ello se realiza un análisis de convergencia económica, a través de un modelo de datos de panel. Entre los principales resultados del estudio se encuentra la presencia de clubes de convergencia condicionada a los “fundamentos” departamentales, a través de los efectos fijos. En efecto, los mayores efectos fijos se asocian a los departamentos más desarrolladas. Además, se encuentra una asociación positiva entre dichos efectos y el porcentaje de personas mayores de tres años con educación secundaria y educación tecnológica.

Uno de los principales aportes de este capítulo es diferenciar grupos de departamentos (club de convergencia), en función de estos efectos fijos. En efecto, la evidencia señala la formación de 4 clubs de convergencia regionales. Los efectos individuales más altos corresponden a los grupos de departamentos más avanzados, regiones que tradicionalmente poseen una estructura industrial diversificada y especializada en actividades asociadas a medianas tecnologías. Por contra, los dos últimos clubs aglutinan a los departamentos más pobres que se caracterizan, en general, por tener una estructura productiva agrícola.

Es importante anotar que una de las limitaciones en este capítulo es la falta de información estadística departamental adecuada, en un período de tiempo largo, de variables relacionadas con la productividad factorial. Esta limitación de datos impide profundizar en los determinantes de los distintos estados de equilibrio a largo plazo, representados por los efectos fijos, que se pueden considerar como proxy de la productividad total factorial (PTF) en una función de producción neoclásica.

En el capítulo dos se indaga sobre los determinantes del crecimiento de la productividad factorial industrial en los departamentos de Colombia. En particular, se descompone la PTF en tres elementos: cambio técnico, economías de escala y eficiencia técnica. Con este fin, se estima un modelo de frontera estocástica, siguiendo la propuesta de Battese y Coelli (1995). Este modelo permite, además, asociar la eficiencia técnica con un conjunto de variables explicativas. De esta forma, el modelo permite ahondar en los determinantes de la PTF.

Uno de los principales aportes de este capítulo, en el contexto colombiano, es medir la productividad y sus determinantes en la industria de los departamentos colombianos, y así realizar un análisis más detallado acerca de las desigualdades departamentales en Colombia.

Los resultados señalan que la eficiencia técnica ha aumentado en el período 1992-2007. En particular, los departamentos más desarrollados y diversificados pueden atribuir una proporción apreciable del crecimiento de la PTF al aumento en la eficiencia; es el caso de Antioquia, Bogotá y Atlántico. Por su parte, Boyacá y Bolívar, con industrias considerablemente especializadas, pueden atribuir el aumento de la productividad principalmente al cambio técnico. El buen desempeño general de Antioquia, Bogotá,

Cundinamarca y Atlántico sugiere que la productividad está asociada positivamente con economías con un importante peso de la actividad exportadora, ya que estos factores inciden positivamente en los niveles de eficiencia.

En el tercer capítulo se estima la eficiencia técnica de los principales sectores de la Industria en Colombia, a través de un modelo de frontera estocástica de producción, y considerando la influencia de la dependencia espacial en dicha estimación. Para ello se utilizan microdatos de la Encuesta Anual Manufacturera. Adicionalmente, se introduce un elemento en el modelo de frontera que captura la posible asociación espacial entre las empresas pertenecientes a un mismo sector y área metropolitana.

Aunque los modelos de frontera estocástica ya han sido aplicados en el contexto colombiano, no existen trabajos que involucren un componente de autocorrelación espacial, en términos de eficiencia. Más aún, no se ha realizado un análisis utilizando microdatos que relacione la eficiencia en la producción de la empresa con el espacio, al correlacionarse con las demás firmas del sector y área metropolitana.

El principal aporte de este capítulo es realizar estimaciones de frontera estocástica a nivel de firma, utilizando los datos de la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) e introduciendo en el modelo un componente de autocorrelación espacial. Este análisis no se ha realizado en Colombia, dado que hay restricciones para acceder a la información.

Los resultados de este capítulo señalan que los sectores industriales que tienen una mayor participación en el valor agregado total industrial, se encuentran localizados en los departamentos más desarrollados. La mayor eficiencia en sectores tales como: textiles, metales, alimentos y bebidas, conduce a que la industria allí no se relocalice en otras regiones, es decir, que no se esté presentando en Colombia una tendencia hacia la reversión de la polarización. Adicionalmente, la evidencia empírica sugiere que la autocorrelación espacial es relevante en el modelo de producción de frontera estocástica.

En efecto, se observa que el coeficiente espacial es positivo y estadísticamente significativo. Lo cual refleja un beneficio marginal, en términos de eficiencia, que obtienen las empresas al correlacionarse con las demás firmas del sector y área metropolitana.



## ***Capítulo I “Convergencia económica regional: el caso de los departamentos colombianos”***

**RESUMEN:** El objetivo principal de este capítulo es analizar la problemática de la convergencia departamental en Colombia en el período 1975-2005. De acuerdo a los datos disponibles este país sudamericano presenta una alta concentración de la producción en unas pocas regiones. No existe un estudio donde se muestre la posible formación de clubs o grupos de convergencia a nivel departamental. En este capítulo se analiza el estado de la convergencia en Colombia; asimismo, se realiza un análisis de la formación de clubs de convergencia. Para ello se propone la estimación de una ecuación de convergencia con efectos fijos individuales, se calculan los estados estacionarios de equilibrio de cada departamento atendiendo al valor de estos efectos fijos individuales y se definen clubes de convergencia atendiendo a la similitud de los respectivos estados estacionarios. Entre los principales hallazgos se encuentra que existe evidencia para sugerir un proceso de formación de 4 clubes de regiones caracterizadas por factores económicos similares. Los dos primeros grupos están formados por los departamentos más desarrolladas, por el contrario, los dos últimos, están formados por las regiones más pobres.

**PALABRAS CLAVES:** Convergencia, Productividad total factorial, datos panel, crecimiento económico

**CODIGO JEL:** O47, R11, C13, C23

## I.1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la convergencia económica es uno de los temas centrales en la literatura empírica del crecimiento, al analizar la evolución de las diferencias económicas interregionales. En los últimos años las investigaciones en esta dirección han tenido un creciente interés tanto para el caso de países como para las regiones. Desde el punto de vista del análisis empírico ha permitido analizar aspectos importantes para el desarrollo de las naciones, como los efectos del crecimiento económico en la reducción, ampliación o persistencia de las desigualdades regionales, medida a partir del ingreso per cápita de éstas. En este sentido, la convergencia es entendida como una situación en la cual determinadas variables económicas referidas a distintas economías tienden a acercarse en un cierto plazo.

La literatura económica tradicional ha establecido dos conceptos diferentes de convergencia. Por un lado, el concepto de convergencia beta ( $\beta$ ), el cual señala que existe una relación inversa entre la tasa de crecimiento y el nivel inicial del ingreso. Por otro lado, la convergencia sigma ( $\sigma$ ), la cual indica que la dispersión del ingreso por persona entre las economías tiende a reducirse en el tiempo.

Ahora bien, desde el punto de vista teórico la explicación del proceso de convergencia se centra en los modelos neoclásicos de crecimiento, fundamentada en algunos supuestos: rendimientos decrecientes a escala de los factores de producción, movilidad de los mismos, el capital tenderá a migrar desde donde es más abundante (regiones más avanzadas) hacia donde es escaso (regiones pobres). El trabajo, por su parte, tenderá a desplazarse en sentido inverso.

Otro elemento importante que podría ayudar a entender las causas de la disminución de las disparidades entre regiones está relacionado con el acceso a técnicas de producción ya disponibles, dicho en otros términos, las economías más rezagadas tienen la posibilidad de imitar, con unos costes bajos, las innovaciones que se han desarrollado en las regiones más prósperas. Lo anterior significa que deberían observarse tasas de crecimiento más altas en las economías más pobres, por tanto, habrá convergencia.

Otras teorías, por el contrario, no predicen tal proceso, entre los principales argumentos se encuentran, en primer lugar, el hecho de que las regiones más avanzadas cuentan con ventajas ya adquiridas; en segundo lugar, las dificultades que pueden enfrentar la movilidad de los factores de producción, la cual no es automática; finalmente, la existencia de externalidades positivas que podrían compensar los rendimientos decrecientes del capital. Por tanto, el capital tendería a seguir concentrado en las regiones más avanzadas y las disparidades entre las economías persistirían en el largo plazo. Este último punto, está relacionado con la formación de clubes de convergencia (polarización, persistencia en la desigualdad) en la producción per cápita. Es decir, se formarían grupos de regiones con características muy similares, por tanto, se podría presentar convergencia al interior de los grupos, y divergencia entre los mismos

El trabajo tiene como propósito principal analizar la problemática de la convergencia departamental en Colombia en el período 1975-2005, para lo cual se utilizará técnicas de panel de datos. La hipótesis que se plantea es que Colombia puede ser un caso donde las disparidades regionales tienden a acentuarse en el largo plazo, por tanto, es muy posible que se aprecie la formación de clubes de convergencia departamental.

La evidencia empírica presentada en este trabajo confirma la hipótesis señalada. Así, del examen de la evolución de la producción per cápita departamental se deduce la persistencia en las desigualdades en Colombia. Bogotá, Valle, Antioquia, Cundinamarca y Santander, se mantienen como regiones líderes en el país. Por su parte, Choco, Nariño, Sucre, Caquetá, Córdoba y Magdalena permanecen en los últimos lugares. El análisis de la distribución geográfica de la producción, permite apreciar la concentración de la producción en el primer grupo de departamentos señalado.

De otro lado, la contrastación de la hipótesis de convergencia confirma lo anterior. En efecto, las disparidades en la producción per cápita se han acentuado a través de los 30 años de estudio. No hay evidencia de convergencia beta no condicional; y por tanto, de la convergencia sigma. En este sentido, se han formado 4 clubes o grupos de regiones, caracterizadas por factores económicos similares. Los dos primeros grupos están formados por las regiones más desarrolladas, por el contrario, los dos últimos, están formados por los departamentos más pobres. Se aprecia, un proceso de convergencia intragrupos: grupos I, II y IV, por el contrario, al interior del grupo III no es claro tal proceso. Por último, no se

encuentra convergencia intergrupos, lo que es coherente con la tendencia de no convergencia beta no condicional en la producción per cápita departamental.

El estudio se estructura de la siguiente forma. La primera sección es esta introducción, La sección 2 presenta los elementos conceptuales básicos de la teoría del crecimiento económico. En la sección 3, se exponen algunas críticas al análisis neoclásico de convergencia. En la sección 4 se presentan los diferentes estudios sobre convergencia económica en Colombia. En las secciones 5 se muestra la metodología del estudio. El análisis de los resultados se presenta en la sección 6. En primera instancia, se realiza un sucido análisis descriptivo, con el fin de tener algunos elementos que ayuden a explicar los resultados posteriores. Así, se analiza el comportamiento de la producción per cápita de la economía colombiana durante el período de estudio; asimismo, se examina la distribución geográfica de la producción nacional. Seguidamente, se evalúa el comportamiento de la producción per cápita departamental y se procede a analizar el estado de la convergencia sigma y beta en Colombia. Finalmente, se realiza un análisis de la formación de clubs de convergencia. En la sección 7 se presentan las consideraciones finales. Por último, se presentan los anexos.

## **I.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA: APROXIMACIÓN CONCEPTUAL A LA TEORÍA DE LA CONVERGENCIA**

La aproximación conceptual que se presenta a continuación está basada en las explicaciones de la teoría neoclásica acerca del crecimiento de las economías; lo cual implica revisar los elementos esenciales del modelo Solow – Swan y en los conceptos de Convergencia relacionados con los mismos.

### **I.2.1. El modelo Solow – Swan en términos per cápita**

El modelo neoclásico de crecimiento fue desarrollado por Robert Solow<sup>1</sup> y Swan en los años 1956 y 1957; este último autor, desarrolla un modelo similar al de Solow.

El modelo se caracteriza por tener una estructura muy simple de la cual se deriva diversas explicaciones sobre el comportamiento de las economías así como la fuente posible de su

---

<sup>1</sup> El punto de partida obligado en el estudio de la teoría del crecimiento lo constituyen dos trabajos de Robert Solow publicados en los años cincuenta (De la Fuente, 1995, p.1).

crecimiento. Solow desarrolla un modelo de crecimiento de largo plazo con base en los supuestos de Harrod-Domar, la única mercancía de la economía se produce con trabajo y capital bajo las condiciones neoclásicas estándar (véase Solow, 1956. p. 66-68). Así mismo, Solow (1957) trabaja con una función de producción agregada, y a partir de ella realiza una aplicación empírica del crecimiento económico americano, durante el período 1909-1949; las conclusiones más relevantes del estudio son las siguientes: el cambio tecnológico durante el período es neutral, el producto bruto por hora hombre se duplicó a través del período, con un 87.5 por ciento del aumento atribuible al cambio técnico y un 12,5 a la acumulación de capital (véase Solow, 1957, p. 320)<sup>2</sup>.

Así, el primer estudio sobre la contabilidad del crecimiento pone énfasis en dos cuestiones: la primera, en la dificultad de aumentar el crecimiento del producto vía aumento de la acumulación del capital físico: un cambio en 1% en la tasa de crecimiento del capital traslada sólo un  $(1-\alpha)$  puntos por ciento de cambio a la tasa de crecimiento del producto; y la segunda cuestión está en la importancia del “factor residual” en explicar el crecimiento. Estos hallazgos sugieren una relativa insignificancia a la acumulación del capital en el proceso de crecimiento. Los resultados dieron entonces señales a los economistas de la importancia de la tecnología para el crecimiento económico de los países.

A continuación se presentará el modelo Solow-Swan siguiendo los trabajos de Sala-i-Martín (1996), Barro y Sala-i-Martín (1990; 1991; 1992; 2004). La función de producción neoclásica es de la forma:

$$Y = F(K, L, A) \quad (1)$$

Al utilizar una función de producción Cobb-Douglas se tiene:

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad (2)$$

Donde,  $Y$  denota el producto,  $K$  representa los insumos físicos durables, tales como: maquinas, edificios, lápices, entre otros. Estos bienes son producidos en el pasado por una función de producción.  $L$  denota el input asociado con el esfuerzo humano, el cual incluye el número de trabajadores, la cantidad de tiempo que trabajan, la fuerza física, las

---

<sup>2</sup> Los dos artículos de Solow son considerados como la estructura central en el análisis y desarrollo posterior de la teoría e investigación empírica relacionada con el Crecimiento Económico.

destrezas y la salud.  $A$  es el nivel de la tecnología o conocimiento.  $\alpha$  y  $1-\alpha$ , representa la participación del capital y trabajo en la producción, respectivamente<sup>3</sup>.

Los rendimientos decrecientes hacen imposible mantener un crecimiento de todas las variables per cápita en el largo plazo, es decir, todas las variables llegan finalmente a un estado estacionario<sup>4</sup> con un producto y capital per cápita superior, pero con crecimiento nulo, en ausencia de progreso tecnológico. Así, en el modelo Solo-Swan el progreso tecnológico con trabajo efectivo es consistente con la existencia de un estado estacionario y con tasas de crecimiento positivas en el largo plazo de las variables per cápita.

En efecto, el modelo inicia con una redefinición del trabajo como factor productivo, en el cual en el largo plazo el trabajo aumenta debido tanto al incremento de la población como al de la eficiencia media para producir, esta última como consecuencia de varios factores, entre ellos, el acceso a la educación.

La necesidad de trabajar con esta estructura se justifica porque muchos de sus resultados dan una explicación del comportamiento de diversas economías. En efecto, la evidencia empírica indica como algunos países desarrollados presentan tasas positivas de crecimiento per cápita que tienden a ser constantes en períodos largos del tiempo.

La función de producción (2) toma ahora la forma:

$$Y_t = K_t^\alpha (L_t A_t)^{1-\alpha}, \quad (3)$$

Donde  $(L_t A_t)$  denota la cantidad de trabajo efectivo (el número de trabajadores ajustado por el efecto del progreso tecnológico).  $L_t = L_0 e^{nt}$ : denota la evolución temporal del trabajo, el cual crece a una tasa exponencial exógena  $n$ .  $A_t = A_0 e^{xt}$ : denota la evolución temporal de la eficiencia media del trabajo, la cual crece a una tasa exponencial exógena  $x$ . De esta forma se obtiene una función conocida como de tipo “Harrod Neutral”<sup>5</sup>.

---

<sup>3</sup> La función de producción presenta tres propiedades básicas: rendimientos constantes de escala, rendimientos positivos y decrecientes en cada uno de sus factores y las condiciones de Inada.

<sup>4</sup> El estado estacionario es una situación en la cual las variables crecen a una tasa constante.

<sup>5</sup> Harrod define una innovación neutral si la participación relativa de los insumos,  $KF_K/LF_L$ , en la producción permanece constante para una relación capital–producto dada.

En términos per cápita la ecuación sería:  $y_t = k^\alpha A^{1-\alpha}$ , la cual muestra que la producción per cápita depende tanto del stock de capital per cápita como del nivel de tecnología.

Ahora bien, para analizar la dinámica de transición del modelo hacia el estado estacionario se parte de la condición de equilibrio macroeconómico: Inversión = Ahorro, así:

$$\dot{K}_t + \delta K_t = s Y_t ,$$

donde,

$\dot{K}_t$ : denota el incremento en el stock de capital

$\delta$  : representa la tasa de depreciación

$s$  : es la tasa de ahorro de las economías.

Para colocar la expresión en términos per cápita se divide por  $L$

$k_t = sy_t - \delta k_t$ , y al tomar logaritmos y al derivar respecto al tiempo, se llega a la expresión:  $\dot{k}_t = sy_t - (n + \delta)k_t$ .

Ahora, en términos de la ecuación Cobb-Douglas se tiene:

$$\dot{k}_t = s(k^\alpha A_0^{1-\alpha} e^{(1-\alpha)x_t}) - (n + \delta)k_t \quad (4)$$

Esta expresión capta el impacto de las diferencias en el nivel inicial de tecnología sobre los niveles y las tasas de crecimiento de la acumulación de capital per cápita; asimismo, capta la información necesaria para analizar el estado estacionario de una economía, como se observará más adelante, la convergencia de los niveles per cápita se producirá en la medida en que las diferencias entre economías alcancen el estado estacionario.

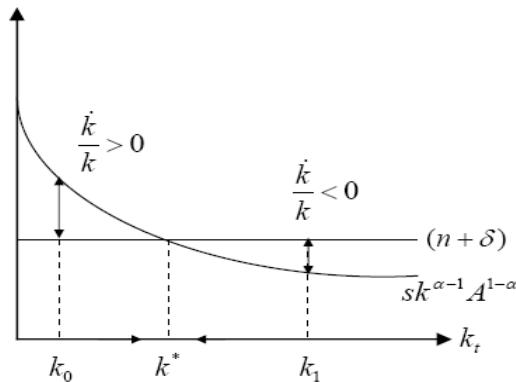
Así, al dividir ambos lados de la ecuación (4) por  $k$  se obtiene la tasa de crecimiento de la acumulación de capital per cápita a largo plazo: la diferencia entre la curva de ahorro y la curva de depreciación

$$\gamma_k = sk^{\alpha-1} A_t^{1-\alpha} - (n + \delta) \quad (5)$$

En el gráfico 1 se puede apreciar que la tasa de crecimiento de la acumulación de capital está dada por la diferencia entre las dos curvas. Así, cuanto menor sea el capital per cápita de una economía, es decir, más alejada se encuentre una economía de su estado estacionario  $k^*$ , mayor será su tasa de crecimiento  $\gamma_k$ . Si la economía se encuentra por

debajo de  $k^*$ , es decir:  $k_0 < k^*$ , la tasa de crecimiento será positiva, hasta converger a  $k^*$  y si se encuentra por encima,  $k_1 > k^*$ , la tasa de crecimiento será negativa. Lo anterior implica que se presenta un proceso de convergencia de las economías con menor nivel inicial de capital per cápita hacia las economías con un mayor nivel.

**Gráfico 1. Dinámica de transición en el modelo neoclásico**



Una implicación del modelo de Solow ha sido la predicción de convergencia económica hacia un nivel de capital y producto per cápita de equilibrio, como consecuencia de los rendimientos marginales decrecientes y de suponer la tecnología como un factor de producción libre, lo cual conduce a las economías a un mismo estado estacionario. En el siguiente apartado se precisará los diferentes conceptos de convergencia económica derivados del análisis precedente.

### I.2.2. Teoría de la Convergencia

En este apartado se ofrecerán las definiciones del análisis de convergencia beta y sigma, terminología introducida por Sala-i-Martín; asimismo, se plasmarán algunas relaciones entre ellas.

#### I.2.2.1 Convergencia Beta ( $\beta$ ) no condicional

La convergencia “beta” ( $\beta$ ) no condicional se deduce directamente del modelo de Solow. Así, la hipótesis señala que las economías pobres, al tener una dotación de capital inicial inferior al de aquellas más ricas, tienden a crecer más rápido. Una vez alcanzado el estado estacionario, todas ellas crecerán a una misma tasa constante de progreso técnico ( $\delta$ ). Lo anterior implica que todas las economías presentan idénticos valores en los parámetros del modelo; por tanto, comparten la misma función de producción.

Empíricamente, se estima una ecuación que permita medir la relación entre las tasas de crecimiento de la renta per cápita y el nivel inicial de dicha variable. Por ejemplo, si se estima la ecuación (6) y se encuentra un  $b > 0$ ; entonces, se estaría en caso de convergencia  $\beta$  no condicional.

$$\gamma_{i,t,t+T} = \alpha - b \ln(y_{i,t}) + e_{i,t} \quad (6)$$

Donde,

$\gamma_{i,t,t+T} \equiv \ln(y_{i,t+T} / y_{it}) / T$ , denota la tasa de crecimiento anual de la renta per cápita entre el período  $t$  y  $t+T$ ,

$\alpha$ : es el intercepto y agrupa las variables determinantes del estado estacionario: el nivel inicial del progreso tecnológico y su tasa de crecimiento, ( $A_0, x$ ), la tasa de ahorro ( $s$ ), la tasa de crecimiento de la población ( $n$ ) y la tasa de depreciación ( $\delta$ ).

$e_{i,t}$ : es el término de perturbación.

Por último, la pendiente  $b$  permite calcular la velocidad de convergencia, así:

$$b = (1 - e^{-\beta t})$$

### I.2.2.2 Convergencia “Sigma” ( $\sigma$ )

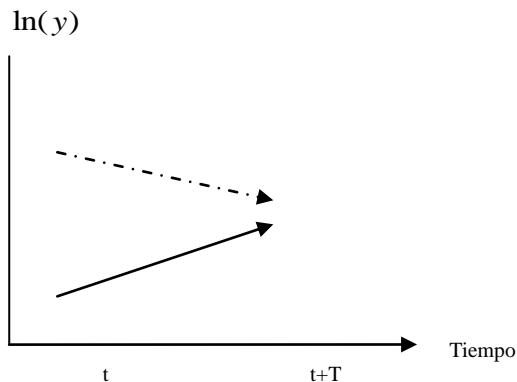
Otra medida alternativa de convergencia es la convergencia sigma, la cual mide el grado de desigualdad existente entre diferentes economías, y ocurre cuando la dispersión, medida por ejemplo como la desviación estándar del logaritmo de la renta per cápita para un grupo de economías, disminuye a través del tiempo

Siguiendo a Sala-i-Martín (1996), los conceptos de convergencia  $\beta$  no condicional y  $\sigma$  están relacionados. En efecto, si se toma la varianza muestral del  $\ln(y_{it})$  de (6) se consigue una relación entre  $\sigma_t$  y  $\sigma_{t+T}$ , la cual depende de  $\beta$ . Así, si los niveles del producto per cápita de dos economías se vuelven más similares a través del tiempo, puede ser el caso de que la economía pobre está creciendo más rápido.

Los gráficos 2, 3 y 4 ilustran la relación entre Convergencia  $\beta$  y  $\sigma$ . En ellos se muestra el comportamiento del logaritmo de la renta per cápita ( $\ln y$ ) de dos países (A y B) en dos intervalos discretos ( $t$  y  $t+T$ ), la línea punteada denota al país A y la línea gruesa denota al país B. En el período inicial el país A comienza con un producto per cápita superior al producto per cápita del país B.

En el gráfico 2 se puede notar que la tasa de crecimiento de la economía A es más pequeña (negativa) que la de la economía B, entre el período  $t$ ,  $t+T$ . Situación que se conoce en la literatura clásico como convergencia  $\beta$  no condicional. En el gráfico también se observa que la dispersión del ( $\ln y$ ) en el período final,  $t+T$ , es más pequeña que en el período inicial,  $t$ ; por tanto, también hay evidencia de convergencia  $\sigma$ <sup>6</sup>. Así, si una economía inicialmente pobre crece más rápido que la economía rica; entonces, los niveles de la renta per cápita de las dos economías podrían llegar a ser similares a través del tiempo<sup>7</sup>.

**Gráfico 2. Convergencia  $\beta$  y  $\sigma$**



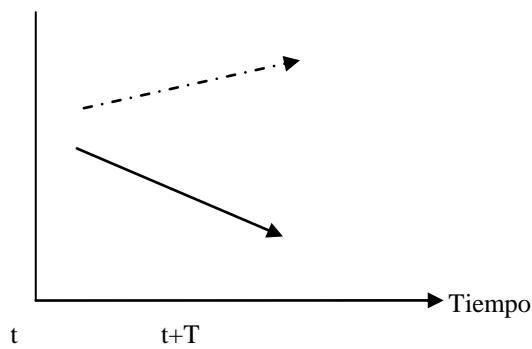
El gráfico 3 se observa que no hay convergencia  $\beta$  ni convergencia  $\sigma$ . La economía inicialmente más rica presenta una tasa de decrecimiento mayor. Sin embargo, se podría encontrar convergencia  $\beta$  acompañada de divergencia  $\sigma$ .

<sup>6</sup> Una condición necesaria para la existencia de convergencia  $\sigma$  es la existencia de convergencia  $\beta$ .

<sup>7</sup> La existencia de convergencia  $\beta$  tiende a generar convergencia  $\sigma$ .

$\ln(y)$

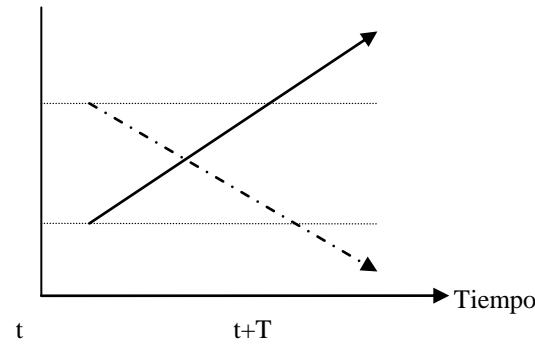
**Gráfico 3. No convergencia  $\beta$  y Divergencia  $\sigma$**



En efecto, en el gráfico 4 se puede notar que la economía inicialmente más pobre (B, denotada por la línea gruesa) crece más rápido que la economía inicialmente más rica (A, denotada por la línea punteada), por lo que sería un caso también de convergencia  $\beta$ . Sin embargo, la tasa de crecimiento del país o región B es mucho más grande que la del país o región A, y se presenta una situación en la cual la economía B es ahora la más rica y la dispersión ( $\sigma$ ) entre las dos economías ha aumentado.

**Gráfico 4. Convergencia  $\beta$  y divergencia  $\sigma$**

$\ln(y)$



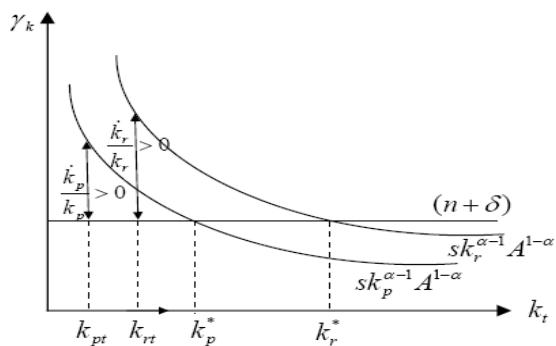
La razón por la que los dos conceptos de convergencia pueden no siempre aparecer juntos es que captan dos aspectos diferentes. Por un lado, la convergencia  $\beta$  se refiere a la movilidad de las economías individuales dentro de la distribución del ingreso. De otro lado, la convergencia  $\sigma$ , se refiere a la evolución de la distribución del ingreso de todas las economías. Los gráficos 2, 3 y 4 son ejemplos donde los movimientos de varias economías a través del tiempo cambian la distribución final del ingreso.

### I.2.2.3 Convergencia Beta ( $\beta$ ) Condicional

Como se señaló anteriormente, el modelo neoclásico predice la existencia de convergencia no condicional, en el caso de que la única diferencia entre las economías resida en sus stocks iniciales de capital. Ahora bien, si los países o regiones se diferencian, por ejemplo, en sus tasas de ahorro y crecimiento de la población, ( $s, n$ ), respectivamente, o en sus niveles de tecnología ( $A$ ); el modelo no predice un mayor crecimiento para las economías pobres. A través de un análisis gráfico, se puede explicar el concepto.

Así, el gráfico 5 muestra dos economías, una rica( $r$ ) y una pobre ( $p$ ), donde el capital de esta última es menor que el de la primera; de igual manera, se puede suponer que la tasa de ahorro en la economía pobre es menor que la del país o región rica. Por lo tanto, las economías convergerán a un estado estacionario distinto ( $k_p^* < k_r^*$ ). En el gráfico se puede apreciar como la economía rica tiene una tasa de crecimiento mayor al de la economía pobre al estar más alejada de su propio estado estacionario. En este caso, se presenta un proceso de convergencia ( $\beta$ ) condicional, en el cual la tasa de crecimiento de una país o región está directamente relacionada con la distancia a la se sitúa de su estado estacionario o de equilibrio (la distancia que separa su nivel inicial de renta per cápita en un momento dado, de su nivel de renta per cápita de equilibrio). Es de anotar, que si la economía es pobre o menos avanzada en un momento dado del tiempo, y se espera que continúe siéndolo en el largo plazo; entonces, su tasa de crecimiento será baja; sin embargo, si se espera que está economía acabe siendo más avanzada, su tasa de crecimiento será alta.

**Gráfico 5. Convergencia Condicional**



Empíricamente, se puede estimar una ecuación que incluya una serie de variables explicativas que condicionan el estado estacionario y que puedan influir en el nivel de renta per cápita de equilibrio. Por ejemplo, si se estima la ecuación (7) y se encuentra un  $b>0$  y  $\varphi \neq 0$ ; entonces, se estaría en caso de convergencia  $\beta$  condicional.

$$\ln(y_{i,t}) - \ln(y_{i,0}) = \alpha - b\ln(y_{i,0}) + \varphi X_{i0} + e_{i,0} \quad (7)$$

donde,

$\ln(y_{i,t}) - \ln(y_{i,0})$ : es la tasa de crecimiento de la economía  $i$  el tiempo  $t$ .

$\alpha$ : es el intercepto y contiene las variables determinantes del estado estacionario y que posiblemente son difíciles de medir.

$X_{i0}$ : agrupa las variables proxy determinantes del estado estacionario y a las cuales el investigador tiene acceso.

$b$ : es la pendiente que permite calcular la velocidad de convergencia y  $e_{i,t}$ : es el término de perturbación.

Así, el concepto de convergencia ( $\beta$ ) condicional tiene en cuenta las diferencias estructurales, funcionales y espaciales de las economías, a través de variables que actúan como proxy del estado estacionario. Por lo tanto, podrían persistir disparidades importantes entre los países o regiones, según el caso de análisis. En otras palabras, las pobres tenderían a seguir siéndolo y las más ricas también.

En la siguiente sección se analizará con más detalle los principales mecanismos de convergencia o no convergencia (divergencia) entre las economías.

#### I.2.2.4 Mecanismos de la convergencia o divergencia regional

Como se señaló en párrafos anteriores, los modelos de crecimiento neoclásico concluyen que la convergencia entre economías, bien sea países o regiones se logra en el largo plazo. Esta aseveración se sustenta en tres mecanismos que hacen que las economías pobres tiendan a crecer más rápidamente que las ricas.

Siguiendo a De la Fuente, el primero surge porque, bajo los supuestos sobre las propiedades de la tecnología (rendimientos decrecientes en los factores de producción), la rentabilidad de la inversión es función decreciente del stock acumulado de capital. Esto

hace que los países o regiones pobres, con bajo capital, crezcan más rápidamente con el mismo nivel de inversión y tengan incentivos para mantener un nivel más elevado de ahorro, así como la posibilidad de atraer inversiones de otras economías más avanzadas. El segundo mecanismo, es la difusión de la tecnología, es decir, la capacidad de adaptar a bajo coste técnicas desarrolladas en países o regiones más ricas. El tercer mecanismo está relacionado con la estructura sectorial del empleo y la producción. Así, las economías más pobres, aquellas que se caracterizan por tener un mayor peso de sectores con baja productividad, representan una importante oportunidad de crecimiento mediante el traslado de mano de obra hacia sectores más productivos.

Por otro lado, también existen algunos posibles mecanismos de divergencia que podrían en principio invertir la relación esperada entre nivel de ingreso per cápita y tasa de crecimiento, los cuales están relacionados con los rendimientos crecientes ligados a diversas externalidades. En otras palabras, los movimientos de factores de producción pueden ser desequilibradores debido a la existencia de rendimientos crecientes a escala en las economías destino. Por ejemplo, la motivación del traslado de la mano de obra puede ser mayores oportunidades de ocupación y no salarios más altos. Así, tales migraciones no necesariamente disminuyen las diferencias de ingreso per cápita entre los países o regiones.

Igualmente, si se tiene en cuenta el progreso técnico y la concentración geográfica, el capital fluye en dirección contraria a la convergencia. En efecto, el progreso técnico y las innovaciones no se extienden por igual entre las economías, sino que se agrupan en las más ricas. De otro lado, las industrias receptoras de nueva tecnología tienden a concentrarse en las economías más avanzadas.

Finalmente, existen otras ventajas con que cuentan las regiones ricas, además del progreso técnico. Por ejemplo, presencia de economías externas, desplazamientos de industrias hacia estas regiones debido a las ventajas de acceso input-output, cambios en la demanda nacional, puesto que tienen una composición industrial relacionada con industrias de alta elasticidad ingreso de demanda (Richardson,1986).

### I.2.2.5 Clubs de Convergencia

Una propiedad de la teoría de crecimiento neoclásica es que el equilibrio es único, y el concepto usual de convergencia asume esta singularidad. En el caso de convergencia no condicional sólo hay un nivel de equilibrio para todas las economías. La convergencia condicional, por el contrario, introduce un mayor grado de flexibilidad en la aproximación teórica, al permitir que los estados estacionarios a los que tienden las economías sean diferentes. Una implicación derivada de esta idea es que los países o regiones pueden clasificarse en diferentes grupos o clubes. En otras palabras, la idea de club de convergencia se basa en modelos que se caracterizan por la posibilidad de múltiples equilibrios<sup>8</sup>. A cuál de ellos una economía llega, depende de su posición inicial y de algunos otros atributos (Islam, 1998).

Así, en los trabajos de Durlauf y Jonson (1995), Galor (1996) e Islam (1998), se habla de múltiples equilibrios. Siguiendo a Islam (1998), diferentes grupos o clubes se aproximan a equilibrios diferentes dependiendo de la ubicación inicial común (o algún otro atributo) que comparten. Por lo tanto, el concepto de club de convergencia puede ser considerado como un concepto intermedio entre convergencia condicional y no condicional. En efecto, esta última supone que las economías poseen parámetros estructurales similares. Por su parte, la convergencia condicional puede permitir que estos valores difieran, y el concepto de club de convergencia pone mayor énfasis en las diferencias de las condiciones iniciales ( $A_0$ ).

Por su parte, Galor (1996) propone una formulación más explícita del concepto. Así, La hipótesis de club de convergencia (polarización, persistencia en la pobreza) en los ingresos per cápita se presenta en aquellas economías que son idénticas en sus características estructurales, siempre que sus condiciones iniciales sean también similares. Es decir, las economías convergen entre sí, si sus condiciones iniciales están en la órbita de atracción del mismo estado estacionario de equilibrio. Así mismo, el autor demuestra que, en contraste con la creencia convencional, el sistema económico puede estar caracterizado

---

<sup>8</sup> Durante las últimas décadas se han realizado una gran cantidad de trabajos empíricos sobre la convergencia de ingresos, cuyos resultados parecen haber encontrado tanto evidencia de convergencia condicional como la formación de club de convergencia. Baumol (1986) sugiere que puede haber un "club de convergencia", en el sentido de que existe un grupo de economías que convergen entre sí; mientras que otras economías que están fuera del "club" no experimentarían convergencia con las primeras. No obstante, en este trabajo las economías tienden hacia un único equilibrio, y club de convergencia denota grupos de economías similares, y, por lo tanto, el mismo equilibrio.

por múltiples equilibrios, dando lugar al concepto de club de convergencia, incluso en los modelos de crecimiento neoclásico, con productividades marginales decrecientes. En suma, se puede afirmar que el concepto de club de convergencia se relaciona a la existencia de algún tipo de externalidad; por lo tanto, la inclusión empírica en los modelos convencionales de crecimiento de variables tales como: el capital humano, la fecundidad, entre otras, fortalece la viabilidad del concepto.

### **I.3. ALGUNAS CRÍTICAS AL ANÁLISIS NEOCLÁSICO DE CONVERGENCIA**

#### **I.3.1 Críticas al enfoque de convergencia tradicional $\beta$ y $\sigma$**

En este apartado se señalan algunas de las críticas que se han realizado al análisis de la hipótesis de convergencia por parte de algunos autores, tales como Quah (1993, 1996).

El autor realiza un análisis crítico a la especificación de la ecuación de estimación de convergencia. Señala que un coeficiente negativo en el nivel de renta per cápita en regresiones de corte transversal es perfectamente consistente con la ausencia de convergencia tanto condicional como no condicional (Quah, 1993. p.429).

De otro lado, el autor afirma que el análisis de convergencia tradicional no dice nada acerca de la dinámica de la distribución de la renta. Con respecto al concepto de convergencia  $\sigma$ , afirma que éste no tiene en cuenta la movilidad de los países o regiones en el interior de la distribución. En la opinión de este autor, los resultados de convergencia reflejarían el comportamiento promedio del conjunto de datos de corte transversal, sin suministrar información acerca de la evolución específica de la estructura de la distribución del ingreso o producto entre las economías (véase Quah, 1996, p.1369). Entonces, a un determinado coeficiente de convergencia se le puede asociar diferentes dinámicas de distribución en el ingreso. En consecuencia, propone la utilización de una función de probabilidad dinámica, es decir, un Kernel estocástico; el cual permite conocer la evolución de la distribución del ingreso.

### **I.3.2 Críticas a la teoría de crecimiento Neoclásica y modelos de crecimiento endógeno.**

La teoría neoclásica del crecimiento ha sido el principal paradigma para la discusión del crecimiento económico. Sin embargo, a mediados de los años ochenta, surgieron dos insatisfacciones. Por un lado, dado que el progreso tecnológico es exógeno, la teoría neoclásica no ofrecía ninguna explicación de la fuente de crecimiento en el estado estacionario. De otro lado, la poca capacidad del modelo en explicar el crecimiento a través de los países.

Así, dado que todas las economías puedan compartir los mismos avances tecnológicos; en el largo plazo, crecerán a una tasa determinada por la tasa de progreso tecnológico exógeno, generándose convergencia en términos de tasa de crecimiento. Igualmente, se produce convergencia en niveles de ingreso per cápita con base en el supuesto de rendimientos decrecientes en el capital; por tanto, las economías con poco capital crecerán más rápido y, alcanzarán a las más ricas en términos de ingreso per cápita. No obstante, la evidencia que existía a favor de la convergencia entre países ricos presentada por Baumol (1986) se desestimó con el argumento de problemas en la selección de la muestra, al tratarse de países que habían acabado siendo ricos.

Estas insatisfacciones se tomaron como evidencia a favor de los modelos de crecimiento endógeno, en los cuales el crecimiento se explica por decisiones endógenas de los agentes y no por un cambio tecnológico exógeno. Así, el mejoramiento de la calidad del trabajo debido al aprendizaje y a la experiencia (*learning by doing*), las inversiones en investigación y desarrollo y en capital humano, la existencia de complementariedades entre los factores, son externalidades que aumentan la producción de una economía. Dependiendo entonces de la diferente dotación y calidad de estos factores y de su relativa inmovilidad, algunas economías tenderán a registrar tasas de crecimiento del producto superiores a las de las demás; lo que genera procesos de divergencia<sup>9</sup>. Por lo tanto, la introducción de la tecnología como variable endógena dentro de los modelos de crecimiento se convirtió en un elemento que impulsó el debate teórico y empírico sobre la existencia o no de convergencia entre las economías.

---

<sup>9</sup> No todos los modelos de crecimiento endógeno llegan a resultados similares en términos de divergencia. No obstante, se presentan sus postulados al respecto, como generales. Sobre los modelos de crecimiento existe una amplia bibliografía, véase Tamura (1991), Sala-i-Martin (2002), Barro y Sala-i-Martin (2006). En Tamura (1991) por ejemplo, se desarrolla un modelo de crecimiento endógeno que produce convergencia en el ingreso per cápita y en las tasas de crecimiento de la producción.

### I.3.3 Reacción Neoclásica frente a los modelos de crecimiento endógeno

La reacción neoclásica a las críticas anteriores no se hizo esperar. A principios de los años noventa aparecen los trabajos de Barro (1990), Barro y Sala-i-Martin (1990, 1991, 1992) y Mankiw, Romer y Weil (1992).

De acuerdo con estos autores, una implicación del modelo neoclásico de Solow-Swan es que si los parámetros tecnológicos de preferencias e institucionales de dos economías son distintos; entonces, cada economía tenderá a su propio estado estacionario (de equilibrio) en el largo plazo. En otras palabras, sólo en el caso de igualdad entre las economías de sus tasas de ahorro, tecnología, crecimiento de la población y depreciación, se podrá argumentar que los países o regiones tenderán al mismo estado estacionario; y por tanto, que los más pobres crecerán más que los ricos.

En consecuencia, los economistas neoclásicos crearon el concepto de convergencia condicional y mostraron que la evidencia empírica no entraba en contradicción con el modelo neoclásico, al considerar en el análisis de la convergencia diferencias importantes entre las economías.

Así, los autores arriba mencionados mostraron que una manera empírica de condicionar los datos para controlar las diferencias en el estado estacionario entre las economías, es efectuar una regresión de la tasa de crecimiento de la renta per cápita sobre la renta per cápita inicial, manteniendo constante algunas variables que actuarían como proxy del estado estacionario; entonces, si el coeficiente de la renta per cápita es negativo se presenta la convergencia condicional. Por ejemplo, Barro (1991) muestra que si se controla las diferencias iniciales en capital humano y otras variables, se encuentra convergencia condicional. Asimismo, Mankiw, Romer y Weil (1992) señalan que el modelo de Solow es coherente con la evidencia internacional si se reconoce la importancia tanto del capital físico como humano<sup>10</sup>.

En suma, algunos trabajos mostraron evidencia a favor de la convergencia condicional, y en su defecto de la teoría neoclásica. Es de señalar que la evidencia empírica encontrada también señala convergencia condicional entre regiones de un mismo país. Este aspecto

---

<sup>10</sup> Como la evidencia empírica señalaba que la participación del capital físico estaba próxima a 0.3 y el modelo sobre la convergencia era consistente con los datos sólo si la participación del capital en el producto se acerca a 0.8; entonces, los autores incluyen en sus estimaciones el capital humano.

será tratado con detalle en la siguiente sección, en la cual se mostrarán algunos resultados del caso colombiano.

## I.4. ESTUDIOS SOBRE CONVERGENCIA ECONÓMICA EN COLOMBIA

### I.4.1 Principales trabajos de Convergencia

Los trabajos pioneros en Colombia más representativos sobre la convergencia entre regiones son los de Cárdenas, Pontón y Trujillo (1993) y Cárdenas y Escobar (1995). En ellos se encontró evidencia de convergencia regional. La velocidad de convergencia se acerca al 4% anual; es más rápida que la observada entre regiones de países industrializados (2%).

El estudio de Cárdenas, et al, (1993) se realizó entre los departamentos colombianos, principal subdivisión nacional de Colombia, en el período 1950-1989; y en diferentes subperiodos (1960-1989; 1950-1960; 1960-1970; 1970 -1980; 1980-1989), utilizando la metodología clásica de Robert Barro. Para el período completo se encontró una tasa de convergencia beta ( $\beta$ ) no condicional del 4,22% anual. El proceso de convergencia es más rápido cuando se incluyen dummies regionales; la velocidad fue de 5,2%.

Con respecto a los resultados de la convergencia sigma ( $\sigma$ ), se presentó una disminución en la dispersión regional en el período completo. Durante los años 50 la dispersión disminuye y en los años ochenta aumenta. Cárdenas, et. al., (1993 p. 122).

Otros resultados importantes son: los departamentos con menores niveles de infraestructura han sido los que más crecieron durante el período de estudio. Como estos departamentos son precisamente en los que la infraestructura ha mejorado en mayor proporción, el autor concluye que la inversión pública en infraestructura contribuye al proceso de convergencia colombiano; de otro lado, las migraciones inter-departamentales y la orientación del comercio departamental no ayudan tal proceso. Por último, se encontró que aquellas regiones que invierten más en educación son las que tienen mayor tasa de crecimiento en el producto interno bruto (PIB); el autor señala que el gasto en educación se ha realizado con criterios redistributivos entre regiones.

Estos resultados han sido objeto de una gran controversia. En efecto, Meisel (1993) encuentra que para el período 1960-1989 no se presentó convergencia tipo sigma entre los departamentos colombianos. En dicho estudio, de la muestra nacional seleccionada trece departamentos fueron divergentes mientras que solo 7 y Santa Fé de Bogotá presentaron convergencia en torno al PIB per cápita nacional.

Cárdenas y Escobar (1995) utilizando la metodología tradicional de Barro, estudian el proceso de convergencia entre los departamentos colombianos durante el período 1950-1992. Muestran que la velocidad de convergencia fue de 2,2%. Por otra parte, señalan que la dispersión de los niveles de ingreso per cápita disminuyó durante el período 1950 y 1980. Así, los autores concluyen que la evidencia sobre la convergencia  $\sigma$  es más débil que la de convergencia  $\beta$ . El estudio muestra también que la infraestructura ha contribuido al proceso de convergencia.

Birchenall y Murcia (1997) realizan el análisis de convergencia regional para el período 1960-1994; y diferentes subperiodos. Aplican el concepto de dinámica distribucional (Kernel estocástico), desarrollado por Dany Quah. Señalan que durante el período completo se encuentran unos departamentos cuyo ingreso per cápita se mantienen por arriba del promedio nacional, las regiones con menores niveles de ingreso per cápita en 1960 se mantienen en esta posición en el año 1994, y encuentran convergencia en las regiones de ingreso medio. Ahora bien, con respecto a los resultados en los diferentes sub períodos se encuentra lo siguiente: entre 1960-1975, persistencia en cuatro grupos de departamentos y movilidad en un quinto grupo; 1970-1985, convergencia y polarización; 1980-1994, persistencia.

De igual manera, se utilizan tres variables condicionantes de la convergencia: la distancia entre las capitales de cada departamento y Santa Fé de Bogotá, la relación entre la producción minera y el promedio nacional, y las exportaciones regionales al exterior. Al condicionar por la primera variable, los resultados muestran evidencia menos fuerte a favor de la convergencia. Al condicionar por la segunda y tercera variable, se encuentra que la evidencia a favor de la convergencia regional desaparece casi por completo. Finalmente, se concluye a favor de la no convergencia en los niveles de ingreso per cápita de los departamentos colombianos.

Renhals (1998) analiza el tema de la convergencia regional en Colombia y los factores determinantes del crecimiento económico con base en los departamentos del país. El estudio se realiza para dos períodos: 1960-1975 y 1980-1995. Se incluyen variables dummies regionales de acuerdo con la clasificación tradicional de los departamentos; así mismo, incluyen variables estructurales: indicadores de capital físico y humano y la participación de la industria en el PIB. Encuentran evidencia a favor de la convergencia condicional, con una velocidad del 0.3% anual.

Finalmente, se señala que el nivel de cobertura de servicios básicos, el coeficiente de industrialización y la tasa neta de escolaridad son factores claves a la hora de explicar la convergencia. Así, los departamentos con mejores condiciones iniciales fueron los de mayor crecimiento en el período analizado.

Bonet y Meisel (1999) con base en la metodología tradicional estudian la convergencia inter-departamental en Colombia durante el período 1926-1995 y subperiodos: 1926-1960 y 1960-1995. En el estudio se muestra una visión de largo plazo del proceso de convergencia y polarización en Colombia<sup>11</sup>.

Dada la falta de información sobre el PIB departamental en el primer sub período se utiliza información de los depósitos bancarios como proxy del PIB departamental. Así mismo, utilizan nuevos indicadores de convergencia: el coeficiente de variación ponderado (CVP), el índice de Theil, indicadores gamma ( $\gamma$ ) y alfa ( $\alpha$ ), el índice de Herfindahl-Hirschman (IHH). Finalmente, se muestra la contribución de cada departamento a la convergencia  $\sigma$ , lo cual permite calcular cuáles departamentos contribuyen a la convergencia y cuáles no.

La evidencia empírica de este trabajo señala que Colombia tuvo un proceso exitoso de convergencia  $\beta$  inter-departamental en el período 1926-1960, la velocidad de convergencia es de 2,5%. Asimismo, se presentó una tendencia clara de convergencia sigma. A estos mismos resultados se llega cuando se observa la evolución de los demás indicadores de desigualdad.

Al analizar el subperiodo 1960-1995, se encuentra evidencia débil para la convergencia  $\beta$  inter-departamental (1.3%). Con respecto al análisis de la convergencia  $\sigma$  se observa

---

<sup>11</sup> Es importante señalar que en este estudio, sólo se observa la convergencia absoluta y no se analizan variables que se pudieran considerar como determinantes de los diferentes estados estacionarios. Lo novedoso de la investigación es que utilizan varios indicadores de desigualdad regional.

un incremento en la dispersión; lo cual permite afirmar que se presentó un proceso de polarización en dicho período. Los autores afirman que entre los principales factores que ayudan a explicar los resultados están: las economías de escala, políticas (como las inversiones públicas) y geográficas (como los cambios en las ventajas comparativas en materia de acceso a vías de comunicación naturales) y la consolidación de Santa Fé de Bogotá como la gran metrópoli colombiana<sup>12</sup>.

Sánchez y Núñez (2000) estudiaron las disparidades en el ingreso per cápita de los municipios colombianos en los años 1973-1995; para ello utilizan como proxy de la participación del PIB municipal en el PIB departamental, la participación de los ingresos tributarios de industria y comercio y predial en el total recaudado en cada departamento<sup>13</sup>. En el estudio se encontró que la geografía afecta el ingreso y su crecimiento vía la productividad de la tierra, la disponibilidad de recursos naturales (tales como el agua y los ríos) y la presencia de enfermedades tropicales (Sanchez y Nuñez, 2000, p. 67-69). Se argumenta que las variables geográficas parecen ser más importantes en los municipios pobres que en los ricos. Con respecto a la convergencia condicional, se encuentra que los municipios cercanos a los mercados domésticos crecieron más que aquellos que se encontraban lejos de ellos.

Galvis y Meisel (2000) estudian la evolución de las disparidades económicas de 20 ciudades colombianas durante el período 1973-1998, para ello utilizan el análisis de convergencia tradicional. Al igual que en el estudio de Bonet y Meisel (1999), los autores utilizan los depósitos bancarios per cápita reales como proxy del ingreso urbano.

Asimismo, incluyen en su análisis la cobertura de la educación secundaria y el porcentaje de personas que han asistido a la universidad; el porcentaje de hogares que tienen acceso a los servicios públicos básicos y el número de líneas telefónicas por cada mil habitantes. Otras variables incluidas fueron: la variable violencia (tasa de homicidios), población municipal (como proxy del tamaño del mercado local), la tasa de fecundidad, la distancia a la capital del país (como proxy de localización), y algunas variables geográficas (altitud sobre el nivel del mar, precipitación y tasa de incidencia de malaria). No se encontró evidencia de convergencia sigma; en particular, a partir del año 1990; pero si de

<sup>12</sup> Además de las políticas proteccionistas que privilegian el mercado interno, y de la cual Bogotá ha sido una de las principales beneficiarias, el vertiginoso ascenso de la ciudad se explica por la expansión que ha tenido el estado colombiano en los últimos 50 años. Meisel y Bonet, 1999, p. 43.

<sup>13</sup> En Colombia solo se calcula el PIB a nivel nacional y departamental.

convergencia condicional. Las variables más significativas fueron: el capital humano (porcentaje de personas con estudios universitarios y la cobertura en educación secundaria) y la infraestructura. Las variables geográficas y la tasa de homicidios no resultaron estadísticamente significativas<sup>14</sup> (Galvis, et al, p.34).

Barón (2003) hace un análisis descriptivo de las disparidades económicas regionales en Colombia durante el período 1980-2000. Asimismo, observa la convergencia tipo  $\beta$  y sigma  $\sigma$  siguiendo la metodología tradicional.

Los principales resultados del estudio son los siguientes: durante todo el período no se presentó un proceso de convergencia tipo beta y sigma en el PIB per cápita de los departamentos. Al realizar el análisis por subperiodos, encuentra que durante la década de los ochenta se presenta convergencia sigma y beta, hecho que no ocurre durante la década de los noventa. Tanto el coeficiente Gini como el índice de Theil no muestran una relación clara respecto al incremento o disminución de las disparidades. No obstante, el autor concluye que se puede decir que las disparidades han disminuido en un 30% durante el período de estudio (Barón, 2003, p.25).

Por su parte, Acevedo (2003) realiza un examen de la convergencia beta y sigma entre los departamentos colombianos, durante el período 1980-2000 y los subperiodos 1980-1990 y 1990-2000. Para el cálculo de la convergencia realiza un análisis de corte transversal y una estimación de la ecuación de convergencia por medio de mínimos cuadrados no lineales, de forma tal que las estimaciones de la velocidad de convergencia sea comparable en los diferentes períodos de tiempo. En el caso de la ecuación de convergencia condicional se incluyen variables dummies departamentales, clasificando los departamentos de ingresos altos, medios y bajos. Así, las dummies actúan como proxy del estado estacionario. El autor realiza también estimaciones a través de mínimos cuadrados ordinarios e incluye en la ecuación de convergencia variables explicativas al comienzo del período y en otros casos variables al final del período de análisis. Las variables utilizadas son: la tasa neta de escolaridad primaria y secundaria (TNE) en 1985, la TNE en el 2000, las exportaciones reales per cápita en 1999, la suma de exportaciones e importaciones per cápita en 1980 y el producto industrial en 1980.

---

<sup>14</sup> Los autores señalan que para efectos de análisis urbano es entendible que las variables geográficas no afecten tanto la tasa de crecimiento del PIB, como si lo hacen las demás variables incluidas. La producción de bienes industriales y los servicios, que constituyen la mayor parte del PIB nacional, no dependen de la geografía en forma directa, como si sucede con la agricultura. (Galvis y Meisel, 2000, p. 36)

Los principales resultados del estudio son los siguientes: sólo encuentra evidencia de convergencia no condicional en el subperiodo 1980-1990, con una velocidad de 1.8%. Los resultados en cuanto a la presencia de convergencia sigma en el largo plazo no son muy concluyentes. De otro lado, durante todo el período se presenta un proceso de convergencia condicional, con una velocidad de 2.7%. En el subperiodo 1980-1990 la velocidad es de 4.0% y en el su-período 1990-2000 no encuentra evidencia de convergencia. De otro lado, los departamentos con mayores coberturas en educación primaria y secundaria obtuvieron mayores tasas de crecimiento del producto per cápita. Asimismo, la educación superior también tuvo un efecto positivo en el crecimiento de los departamentos que realizaron un mayor esfuerzo en ese sentido. También se encuentra que los departamentos más industrializados en 1980 y los de mayor crecimiento industrial, fueron los más dinámicos.

Ardila (2004), estudia el proceso de convergencia en Colombia en el período 1960-1998 y 1985-1996. En particular, estudia el efecto de los gastos de consumo e inversión del sector público en la evolución de las disparidades regionales. Como fuente principal de información utiliza el sistema simplificado de cuentas departamentales (SSCD) del Centro de estudios Ganaderos y Agrícolas (CEGA); asimismo, utiliza otras fuentes de información para efectos de comparación: las cuentas regionales del Inandes y el DANE. La metodología utilizada está basada en la estimación de una función de probabilidad dinámica y el método econométrico que se utilizó fue la estimación de densidad de kernel.

Según la autora, los resultados para el período 1985-1996 utilizando la información del CEGA muestran una gran persistencia en la distribución departamental del ingreso; asimismo, en términos relativos, la mayoría de los departamentos se encuentran en 1996 en una posición similar que en 1985. Para el subperiodo 1980-1998 se observa convergencia en los departamentos de ingresos medios, lo cual podría sugerir la existencia de clubes de convergencia (Ardila, 2004, p. 249). Por otro lado, los resultados encontrados en el periodo 1960-1998 y 1960-1994 muestran que no se presentó convergencia en los departamentos de ingresos medios.

En el estudio también se realizó un análisis de distribución condicionado por las variables consumo e inversión del gobierno. A partir del kernel obtenido se observa que el consumo y la inversión pública sólo afectaron la posición relativa de algunos departamentos; en este

caso, se habla de un fenómeno de polarización: unos departamentos que están aparte, con ingresos más altos que los demás<sup>15</sup>; no obstante, se afirma que en términos generales ninguna de las dos variables afectaron sustancialmente la dinámica de la distribución en su conjunto de los ingresos per cápita en el período 1985-1996; en otras palabras, la persistencia continúa.

Bonet y Meisel (2006) analizan la convergencia en los ingresos per cápita departamentales en el período 1975-2000, utilizando como fuente de información el CEGA. Se observa la convergencia del ingreso per cápita de los departamentos colombianos a partir de algunas medidas tradicionales (convergencia tipo  $\sigma$  y el índice de Theil) y algunas técnicas planteadas por Dany Quah que muestran la dinámica al interior de la muestra. Los resultados principales son los siguientes:

Por el lado de la convergencia  $\sigma$ , se presentó una leve disminución en la desviación estándar de los logaritmos del ingreso bruto per cápita departamental; un resultado diferente arrojó el índice de Theil, el cual permaneció estable durante el período de estudio. Asimismo, los autores estiman nuevamente la convergencia excluyendo a la capital del país (Santa Fe de Bogotá), para así evaluar el impacto de esta en el indicador. Los resultados señalan una tendencia a la divergencia entre 1975-1988; y cierta tendencia a la convergencia sigma en los años 1988-2000. Los autores afirman que dichos resultados señalan el papel polarizador de Santa Fe de Bogotá en el ingreso regional durante la década de los noventa.

Al ampliar el análisis de convergencia se estimó la función de densidad de Kernel para los años 1975, 1980, 1990 y 2000. La evidencia apoya la hipótesis de evidencia de una hegemonía de la capital del país en el ingreso per cápita regional; de igual manera, se destaca la persistencia de la distribución durante el período. Asimismo, estimaron la matriz de probabilidades de transición de Markov, la cual mostró que existe una alta probabilidad de que los departamentos más pobres y los más ricos permanezcan en la misma clase de ingreso que tenía al inicio del período. Se construyó también una función de densidad de probabilidad (kernel estocástico), la cual señala que hay una alta persistencia en el ingreso bruto per cápita. Por último, se afirma que se ratifica la

---

<sup>15</sup> En el estudio se observa que cuando se controla sólo por la inversión hay departamentos como Bogotá y Valle que están aparte con ingresos más altos; entonces, se afirma que la polarización es más evidente, por el efecto del consumo público que actúa. Así, la inversión evita la polarización. Ahora, cuando se condiciona sólo por el consumo público la polarización es menos evidente, por el efecto de la inversión pública que en este caso actúa (Ardila, 2004, p. 253, 254)

polarización de la capital del país y el resto de departamentos (los cuales siguen un proceso de convergencia a un nivel de ingreso menor).

Finalmente, el trabajo realizado por Gómez (2006) analiza la convergencia entre los departamentos colombianos en el período 1960-2000. El análisis lo realiza a través de un Kernel Gaussiano para observar la distribución de los datos en puntos concretos del tiempo. Para el análisis de convergencia beta no condicional se utiliza datos de corte transversal y se encuentra una velocidad de convergencia del 0.7%. Luego estima un panel tipo pool con datos a 5 años y obtiene una velocidad de convergencia del 0.8% significativa al 10%. Adicionalmente, se introducen variables control tales como: el cociente entre un agregado monetario regional y el PIB regional, como proxy del ahorro financiero, el cual es un indicador de la dinámica del sistema financiero que acompaña la evolución del PIB. Otra variable incluida fue la participación de las exportaciones regionales en el PIB. A través de un panel de datos se encuentra evidencia a favor de la convergencia condicional, la velocidad es del 9% significativa al 1%.

El estudio no es claro con respecto a la influencia en la convergencia de las dos variables que se introducen como control, de hecho, los signos no son los esperados. Respecto al análisis de la convergencia sigma, no es claro la disminución o aumento de las disparidades regionales; el indicador se comporta relativamente estable durante el período de análisis. Por último, con las distribuciones empíricas se identificó en los años ochenta posibles clubes de convergencia con tendencia a la polarización. Por el contrario, en los años noventa la autora afirma que parece que se detiene la polarización y disminuye las disparidades regionales.

#### I.4.2 Críticas a los trabajos realizados en Colombia sobre Convergencia

La literatura empírica basada en los datos departamentales en Colombia es algo ambigua y contradictoria ya que no hay un consenso general si entre los departamentos colombianos ha existido o no un proceso de convergencia económica. Los resultados encontrados en estudios de Cárdenas, et, al (1993), Birchenall (1997), Bonet y Meisel (1999), entre otros, corroboran lo señalado<sup>16</sup>. El primer estudio señalado fue uno de los

<sup>16</sup> Es de anotar la discrepancia en el valor de los coeficientes beta absoluta encontrados. Por ejemplo, Cárdenas (1993) encuentra una velocidad de 4.22%. Por su parte, Bonet y Meisel (1999) encuentran una velocidad de convergencia durante todo el período de análisis del 1.3% estadísticamente no significativo.

más influyentes para la toma de decisiones en materia de política económica regional en nuestro país. En efecto, el autor concluye que Colombia es un caso exitoso de convergencia no condicional; en un momento donde se discutía en Colombia la aplicación o no de la Constitución de 1991, promovida por el Banco Mundial y el Fondo Monetario Internacional<sup>17</sup>.

Las conclusiones de Cárdenas fueron duramente cuestionadas en su momento por analistas que las interpretaban como un intento de darle respaldo a las posiciones políticas que se oponían a una mayor redistribución de recursos fiscales a favor de las regiones más atrasadas. En sus conclusiones, el autor hace hincapié en que la disminución de las disparidades departamentales se debe casi exclusivamente a las políticas del Gobierno; tanto en materia de infraestructura como de cobertura en educación pública. Si bien es cierto que en Colombia se han hecho esfuerzos en ese sentido, es evidente que en algunas regiones se presentan dificultades en el acceso a los servicios públicos y a la educación; sin olvidar la mala calidad en la prestación de estos servicios en algunos territorios apartados del centro del país, muchas veces producto de la escasez de profesores y de instalaciones adecuadas para la prestación del servicio.

Ocampo (2004) señala que existe una contradicción entre medidas económicas y la constitución de 1991, dado que las medidas de ajuste estructural eran necesarias para la estabilidad macroeconómica. No obstante, el autor cuestiona la velocidad de los cambios e indica que un enfoque más gradualista hubiese tenido efectos más positivos, no solo en el ámbito económico sino también en el ámbito social.

Igualmente, los resultados encontrados por Birchenall, et al, 1997 en el período 1960-1994 son diferentes a los encontrados en el estudio de Ardila, 2004. En el primero, se encuentra convergencia departamental y en el segundo estudio se encuentra divergencia. Es importante señalar que ambos estudios utilizan el Kernel estocástico para observar la dinámica de la distribución del ingreso (presencia o no de convergencia); además, utilizan fuentes de información iguales (Inandes y Dane); no obstante, llegan a conclusiones completamente opuestas. Estas discrepancias podrían impedir a los gobernantes colombianos tomar decisiones indicadas de política económica encaminadas a disminuir

---

<sup>17</sup> En la década de los noventa se implementaron en Colombia procesos de privatización y desregulación de actividades económicas y de prestación de servicios públicos

las brechas económicas y sociales que se generan por los crecimientos desiguales en los diferentes departamentos del país.

Ahora bien, se observa también en los estudios más recientes la existencia de convergencia condicional. Esto podría ser una señal para pensar que los departamentos tienden a operar agrupados; es decir, en clubes diferentes, con distintos estados estacionarios y con pocas posibilidades de integración entre los grupos. Esto es claro, dado que en muchos estudios se mejoró la significancia estadística y aumentó la velocidad de convergencia, una vez se introducen dummies regionales.

De otro lado, en los trabajos de Bonet y Meisel (1999) y Galvis y Meisel (2000) se realiza el análisis de convergencia con base en los depósitos bancarios departamentales per cápita, dada la falta de información del PIB en algunos años del estudio y la no existencia del PIB urbano, respectivamente.

Es claro que el PIB per cápita es una variable a través de la cual se puede observar las disparidades en la distribución del ingreso; desde este punto de vista, los depósitos bancarios no reflejan bien el nivel de vida de una región; máxime en años anteriores a 1960, donde la economía del país dependía básicamente de la producción agrícola, y donde eran pocas las personas que accedían a los bancos.

Por otro lado, la mayoría de los estudios se basan en regresiones de corte transversal, donde las variables señaladas en la literatura como determinantes del crecimiento económico sólo están disponibles en los censos de población, información que es discreta, tal como la cobertura en energía, acueducto y alcantarillado. Igualmente, variables proxy del capital humano, a nivel departamental, sólo están disponibles para un período corto, lo cual no permite realizar un análisis efectivo de largo plazo.

Otro punto relevante relacionado con el anterior es el cálculo de la convergencia en subperiodos muy limitados; lo cual impide una mirada de largo plazo al problema y deja al lector desprovisto de criterios para juzgar la credibilidad y darle sentido a lo que verdaderamente se está observando en las regiones del país. El avance en este sentido depende del esfuerzo por conseguir o construir series de largo plazo, donde se tengan a disposición variables tanto económicas como sociales, que reflejen el nivel de vida de las personas pertenecientes a los departamentos colombianos. Así, se podrían disminuir

diferencias de interpretación respecto a la evolución de las disparidades económicas departamentales.

## I.5. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ESTADO DE LA CONVERGENCIA EN COLOMBIA

### I.5.1. El Modelo

El estudio de convergencia beta y sigma se realizará a partir de un análisis econométrico y descriptivo del problema de la convergencia. En el análisis econométrico se hacen estimaciones de corte transversal y de datos de panel dinámico<sup>18</sup>, en esta última estimación es posible estimar los efectos regionales específicos, los cuales controlan las diferencias en los estados estacionarios de los departamentos colombianos; y como se argumentó anteriormente, la teoría neoclásica señala que el nivel de renta per cápita de equilibrio está determinado por parámetros tecnológicos que diferencian a las economías. Así, la aproximación de un panel de datos capta estas diferencias a través de los efectos fijos individuales, y su estimación puede ser usada como regla de decisión para formar grupos regionales<sup>19</sup>.

Bajo estas consideraciones, se realiza una clasificación de los departamentos con el fin de detectar posibles clubes de convergencia. En este sentido, los departamentos se ordenan de mayor a menor, según los coeficientes estimados de sus efectos fijos y se procede a realizar la respectiva clasificación. En efecto, en una ecuación de convergencia beta, el efecto fijo es expresivo del respectivo estado estacionario. Por tanto, lo que se propone es delimitar clubes de convergencia según la similitud de los correspondientes estados estacionarios.

---

<sup>18</sup> Se realizan estimaciones anuales, quinquenales y decenales. Es de señalar que algunos autores plantean que las duraciones anuales son demasiado cortas para estudiar la convergencia, dado que los disturbios a corto plazo pueden ser grandes en tan breve tiempo. Igualmente, se señala que con los datos tomados por quinquenios los términos de perturbación pueden considerarse menos influenciados por las fluctuaciones del ciclo económico (Islam, 1995. p. 1138; Caselli, Esquivel y Lefort, 1996. p. 370).

<sup>19</sup> Es importante resaltar que el modelo neoclásico señala también una relación positiva entre el nivel de la tecnología en el período inicial y el nivel de producción en el estado estacionario; es decir, las regiones con mayor efecto individual tienden a tener un mayor nivel de producción per cápita en el equilibrio.

Finalmente, se analiza la convergencia tipo sigma  $\sigma$ , que es calculada como la desviación estándar del logaritmo del producto per cápita real. A continuación, se describe brevemente los modelos considerados.

### I.5.2. Modelo de convergencia a través de corte transversal

La ecuación a estimar es la siguiente:

$$\Delta \ln y_{iT} = \alpha + \beta \ln y_{i0} + \mu_{iT} \quad (8)$$

Donde,  $\Delta \ln y_{iT}$  : tasa de crecimiento promedio del producto per cápita real por departamento.

$\ln y_{i0}$  : Logaritmo del producto per cápita real en el período inicial.

Con el fin de captar el proceso dinámico que sufren los departamentos en el período de estudio, se procede a la estimación por medio de un panel de datos. A continuación se describe brevemente el modelo.

### I.5.3. Modelo de convergencia a través de un Panel de Datos dinámico

La primera ecuación a estimar a través del panel es la siguiente:

$$\Delta \ln y_{it} = \ln y_{it} - \ln y_{it-1} = v + \alpha_i + \beta \ln y_{it-1} + d_t + \mu_{it} \quad ^{20} \quad (9)$$

Donde,  $\Delta \ln y_{it}$  : representa la tasa de crecimiento promedio del producto per cápita real por departamento entre el período  $t-1$  y  $t$ .

$\ln y_{it-1}$ : Logaritmo del producto per cápita real en el período  $t$ .

$\alpha_i$ : es el efecto fijo individual, específico a cada departamento.

$d_t$  : es el efecto temporal

$\mu_{it}$  : es el término de perturbación

---

<sup>20</sup> Primero se observó la pertinencia de usar los efectos individuales frente a un modelo restringido; es decir, un modelo con una constante común para todas las regiones o departamentos. Para lo cual se utilizó un test F, donde la hipótesis nula consiste en la igualdad de los coeficientes  $\alpha_i$ ; mientras que la hipótesis alternativa sugiere la presencia de efectos individuales. Bajo  $H_0$ , el estadístico distribuye con una  $F_{(n-1, nT-n-k)}$ .

Bajo la forma de estimación de un panel se pueden presentar dificultades para acceder a la información sobre algunas de las variables relevantes que identifican a los departamentos, para aliviar esto se utiliza un modelo con pendiente constante e intercepto que varía alrededor de los departamentos, lo cual permite observar sus diferencias a través de los efectos individuales fijos  $\alpha_i$ . Estos efectos reflejan aspectos tales como las diferencias tecnológicas al comienzo del período que son difíciles de medir y que son propios del departamento.

Igualmente, se introduce en el modelo un efecto temporal específico,  $d_t$ , que puede captar el impacto del cambio tecnológico y otros componentes de la tasa de crecimiento del producto que son comunes a las regiones (Raymond, et, al, 1995, p.537). Por último, el término de perturbación  $\mu_{it}$ , reflejará la influencia de todas las variables omitidas.

La teoría señala dos marcos básicos utilizados para generalizar este modelo: el enfoque de efectos fijos y el enfoque de efectos estocásticos. Es importante señalar que el modelo de efectos fijos no impone restricciones sobre la relación entre los efectos individuales y las variables explicativas; en decir, no excluye su posible correlación, como si lo hace el modelo de efectos estocásticos; y en la estimación del modelo de convergencia, la correlación generalmente está presente, dado que los efectos fijos captan diferencias en la tecnología u otras variables que se encuentran correlacionadas con las variables explicativas del modelo de crecimiento. En consecuencia, se estima la ecuación (9) de efectos fijos. A continuación se transforma la ecuación de convergencia de la siguiente manera: se calcula la media ponderada para todo  $i$  en cada  $t$  en la ecuación (9) y se obtiene la siguiente expresión:

$$\overline{\Delta \ln y_{it}} = \nu + \beta \overline{\ln y_{it-1}} + \overline{\alpha} + d_t + \overline{\mu_t} \quad (10)$$

Donde la variable dependiente es el crecimiento del producto per cápita a nivel nacional, y la variable explicativa es el nivel del producto per cápita al inicio del período.

Al realizar la diferencia entre la ecuación (9) y la ecuación (10) se llega a la siguiente ecuación:

$$\Delta \ln y_{it} - \overline{\Delta \ln y_t} = (\alpha_i - \bar{\alpha}) - \beta(\ln y_{it-1} - \overline{\ln y_{t-1}}) + \mu_{it}^* \quad (11)$$

Donde,  $(\alpha_i - \bar{\alpha})$  mide el componente autónomo de la tasa de crecimiento regional en diferencias con respecto a la media nacional,  $\mu_{it}^* = \mu_{it} - \bar{\mu}_t$  es el elemento de perturbación aleatorio.

La ecuación (11) indica que el crecimiento diferencial de la región  $i$  con respecto a la media (el crecimiento de la producción a nivel nacional) en el período  $t$ , depende negativamente de la situación relativa de partida; es decir, las regiones o los departamentos que al comienzo del período presentan un mayor producto relativo, le corresponderán un menor crecimiento.

La ecuación (11) puede ser también expresada así:

$$\ln y_{it} - \overline{\ln y_t} = (\alpha_i - \bar{\alpha}) + (1 - \beta)(\ln y_{it-1} - \overline{\ln y_{t-1}}) + \mu_{it}^* \quad (12)^{21}$$

Suponiendo estacionariedad en el crecimiento del producto, el rechazo de la hipótesis nula  $\beta = 0$ , implica la estacionariedad de,  $\ln y_{it} - \overline{\ln y_t}$ , es decir, se puede suponer que las diferencias relativas del producto entre las regiones tienden a estabilizarse en el entorno de un nivel de equilibrio.

Por último, se realiza una estimación del modelo dinámico en diferencias a través del Método Generalizado de los Momentos en primeras diferencias. La diferenciación de la ecuación (12) cancela los efectos individuales  $\alpha_i$  y bajo este método de estimación, la expresión de la ecuación de convergencia es:

$$\ln \tilde{y}_{it} - \ln \tilde{y}_{it-1} = (1 - \beta)(\ln \tilde{y}_{it-1} - \ln \tilde{y}_{it-2}) + \mu_{it}^*, \quad (13)$$

Donde,  $\ln \tilde{y}_{it} = \ln y_{it} - \overline{\ln y_t}$

---

<sup>21</sup> Para efectos de estimación se puede utilizar (11) o bien (12).

#### **I.5.4. Descripción de los datos**

Las series de las tasas de crecimiento y los niveles de producto per cápita se obtuvieron del sistema simplificado de cuentas departamentales (SSCD) del Centro de estudios Ganaderos y Agrícolas (CEGA). Todas las variables series fueron deflactadas para obtenerlas en términos reales.

### **I.6. EVALUACIÓN DEL ESTADO DE LA CONVERGENCIA EN LOS DEPARTAMENTOS COLOMBIANOS**

#### **I.6.1 ¿Concentración o dispersión geográfica de la actividad económica?**

Antes de pasar a los resultados de la modelización econométrica, es conveniente entrar en un sucinto análisis descriptivo sobre la evolución la producción per cápita durante el período de estudio; de igual manera, realizar un examen de la distribución geográfica de la producción departamental.

##### **I.6.1.1 El comportamiento de la producción per cápita colombiana: Una referencia previa**

Desde 1970 y hasta finales de los años ochenta, cuando se introducen algunos instrumentos para liberar el régimen de comercio vinculado a futuras reformas estructurales, la economía colombiana transitó por la senda de un modelo mixto de crecimiento que combinó la protección del mercado interno con la promoción de exportaciones manufactureras. En aquel momento el país contaba con ventajas en mano de obra y recursos naturales que ayudaron a favorecer su desarrollo.

En la década del setenta, se instala en América Latina el denominado “Desarrollo hacia fuera”, el cual consistía en la maximización de los recursos de cada país basado en el aprovechamiento de ventajas comparativas existentes y potenciales, y libre funcionamiento del mercado basado en la eficiencia productiva interna para lograr competitividad internacional. Unos años más tarde, se replantea las políticas de crecimiento. En efecto, en los años ochenta, el esquema de protección e intervención estatal tendía a desaparecer, dado el desequilibrio del sector externo que desincentivaba las inversiones orientadas al incremento de las exportaciones. Sin embargo, Colombia fue un país más abierto y menos intervenido que el promedio latinoamericano; no obstante,

sus aranceles eran demasiado elevados, lo que conducía a catalogársele como una economía protecciónista.

Así, en el transcurso de los años setenta y ochenta la actividad económica colombiana transitó por diversas etapas del ciclo económico: período de crisis (1978-1985) y recuperación (1986-1990), adoptando, además, en la segunda mitad de la década procesos de reconversión y reestructuración que no pueden catalogarse como de cambio estructural, en cuanto a la introducción de innovaciones y de asignación de recursos. (Greco, 2002). Sin embargo, las medidas adoptadas permitieron afrontar con relativo éxito la apertura económica e incidieron en el mejoramiento del desempeño económico en los años posteriores.

Sólo hasta la década de los noventa el país se enfrentó a un nuevo contexto internacional y a una serie de transformaciones económicas. Así, un conjunto de decisiones fueron tomadas con el fin de profundizar el proceso de apertura: la liberalización comercial y la reestructuración productiva.

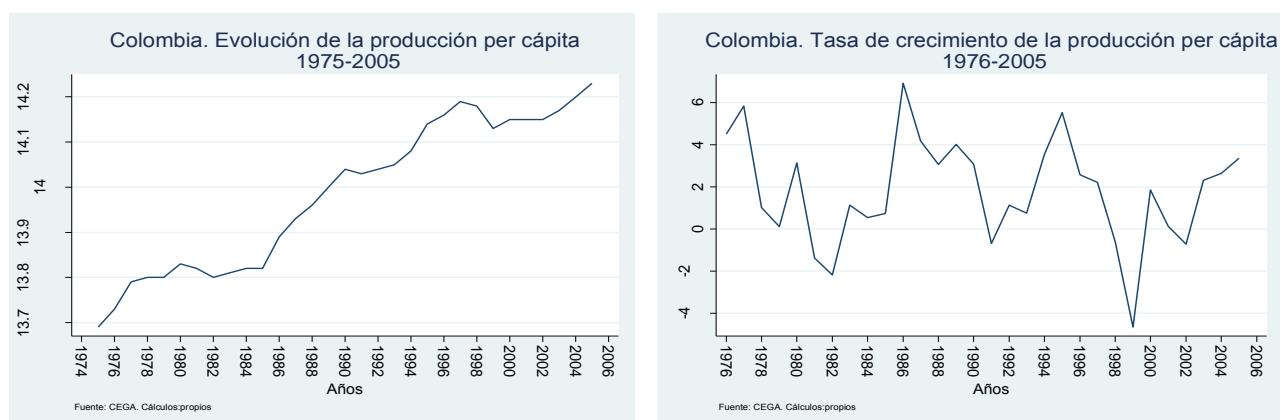
En efecto, la liberalización comercial se llevó a cabo gracias a varias reformas; en primer lugar, la reducción de aranceles y eliminación de las restricciones cuantitativas ; en segundo lugar, la conformación a partir de 1992 por parte de los países del Grupo Andino de una Zona de Libre Comercio para la mayoría de sus productos, por último, se emprendieron programas de modernización de puertos, ajuste a la infraestructura ferroviaria y, en general, incrementos de inversiones en infraestructura vial orientada al comercio exterior. Por su parte, la reestructuración productiva tomó un nuevo impulso en estos años, al pretender romper el modelo de industrialización prevaleciente hasta el momento, catalogado como de intervencionista. Lo esencial en la política de reestructuración era brindarle al sector privado claras señales de competencia y de desregulación institucional, y garantías de estabilidad macroeconómica.

Las decisiones anteriormente señaladas no mostraron una senda de crecimiento claro para el país. En efecto, la actividad económica transitó por diferentes fases: de recesión (1991), recuperación (1992-1997, 2000-2001) y nuevamente recesión (1998-1999; 2002) y

recuperación (2003-2005)<sup>22</sup>. Sin embargo, la economía colombiana respondió en los primeros años favorablemente, dada las mejoras en competitividad por la reconversión industrial de la segunda mitad de los ochenta y a la expansión de la demanda agregada a causa del crecimiento del gasto privado y público que favoreció a las actividades económicas con mayores componentes de insumos importados (Greco, 2002).

En este contexto histórico se inscribe la evolución de la producción per cápita. El gráfico 6 permite observar el comportamiento promedio del PIB per cápita y la tasa de crecimiento del mismo en el período 1975-2005.

**Gráfico 6**



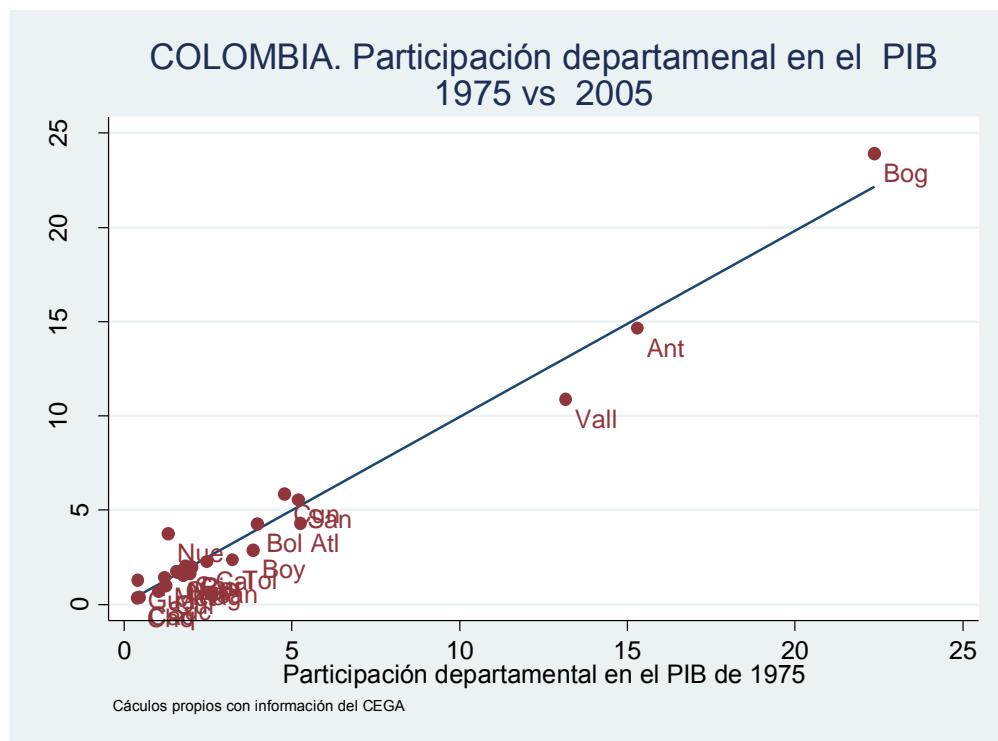
Del gráfico 6 se puede inferir que el desempeño de la producción per cápita de la economía colombiana ha sido aceptable y ha dependido de los cambios en el modelo de crecimiento. Así, entre 1975 y 2005 la variable creció a una tasa anual promedio de 1.8%. Ahora, si el análisis se hace antes y después de la apertura económica, se encuentra que entre 1975-1990, el crecimiento fue mayor alcanzando una tasa de 2.31%, mientras que en el período posterior cayó al 1.29% anual. El comportamiento del PIB per cápita fue entonces mejor durante el modelo mixto de desarrollo que el de apertura económica.

<sup>22</sup> El contexto mundial, entre los años 1998 y 2002, estuvo marcado por la crisis financiera asiática, además de una desaceleración en el crecimiento de las economías más industrializadas. Esta tendencia no dista mucho del comportamiento de la producción de la economía colombiana. Las cifras muestran como en 1998, el bajo crecimiento del PIB per cápita (-0.61%) se debió principalmente a la falta de dinamismo del consumo y la inversión. De igual manera, en 1999 se vivió la mayor recesión económica en Colombia durante los últimos 30 años, la variable se contrajo (-4.65%). En los años siguientes la producción per cápita creció impulsada principalmente por los sectores industrial, comercio y servicios.

### I.6.1.2 Examen de la distribución geográfica de la producción

El gráfico 7 y la tabla 1 muestran la distribución espacial de la producción bruta departamental. Se observa que los departamentos que incrementaron sus participaciones en la producción nacional entre 1975 y 2005 fueron: Santa Fé de Bogotá (mantiene la primera posición), Cundinamarca, Cesar y Cauca (ganan 2 posiciones), Nariño, Meta (gana 1 posición), Guajira y Nuevos departamentos (ganan 3 y 11 posiciones respectivamente). Con excepción de este último, las entidades territoriales presentan tendencias relativamente estables.

Gráfico 7



Fuente: CEGA. Cálculos propios

**Tabla 1**  
**Colombia. Distribución Geográfica de la Producción**

<b>Departamento</b>	<b>PIB 1975</b>	<b>PIB 2005</b>	<b>Posición 1975</b>	<b>Posición 2005</b>	<b>Puestos Ganados</b>
Sta Fé de Bogotá	22.36	23.92	1	1	0
Antioquia	15.3	14.63	2	2	0
Valle	13.17	10.87	3	3	0
subtotal	<b>50.84</b>	<b>49.43</b>			
Cundinamarca	4.78	5.85	6	4	2
Santander	5.19	5.54	5	5	0
Atlántico	5.27	4.29	4	6	-2
Bolívar	3.96	4.28	7	7	0
Nuevos	1.31	3.74	20	8	12
Boyacá	3.84	2.88	8	9	-1
Tolima	3.24	2.34	9	10	-1
Caldas	2.46	2.27	10	11	-1
Cauca	1.83	2.03	14	12	2
Risaralda	2.01	2	12	13	-1
Córdoba	2.02	1.97	11	14	-3
Nariño	1.63	1.75	17	15	2
Cesar	1.56	1.73	19	16	3
Huila	1.59	1.68	18	17	1
Nte de Santander	1.96	1.61	13	18	-5
Magdalena	1.75	1.51	15	19	-4
Meta	1.21	1.4	16	20	-4
La Guajira	0.42	1.29	24	21	3
Quindío	1.24	1	21	22	-1
Sucre	1.02	0.68	22	23	-1
Caquetá	0.47	0.39	23	24	-1
Chocó	0.4	0.34	25	25	0
subtotal	<b>49.16</b>	<b>50.57</b>			
Total	100	100			

Fuente: CEGA. Cálculos propios

Es importante señalar el caso de Atlántico, uno de los principales departamentos de Colombia, el cual pierde 2 posiciones debido, entre otras razones, a una pérdida de participación en el total de la producción departamental en sectores tradicionalmente importantes: manufacturero, comercial y servicios.

Así, el patrón de organización espacial de Colombia ha evolucionado hacia una mayor primacía entre 1975 y 2005. En efecto, el grupo de regiones de mayor industrialización, donde se localizan Santa fé de Bogotá y 2 de las principales ciudades del país (Medellín y Cali), concentraba aproximadamente la mitad de la producción nacional tanto en el año 1975 (50.84%) como en 2005 (49.43%).

Es evidente, entonces, la primacía de Santa Fé de Bogotá, Antioquia y Valle. En particular, se observa el fortalecimiento de la capital del país en la concentración de la producción, lo cual se explica por la mayor dinámica industrial y generación de empleo que posee, y por un mercado urbano mayor que el de otros departamentos (Cepal, 2007). Es de anotar que el mayor peso en la producción de ésta región, según la rama de actividad, lo tienen los sectores: manufacturero, servicios y transporte y comunicaciones; no obstante, en la última década viene ganando mayor peso el sector servicios, en particular los servicios financieros y a empresas.

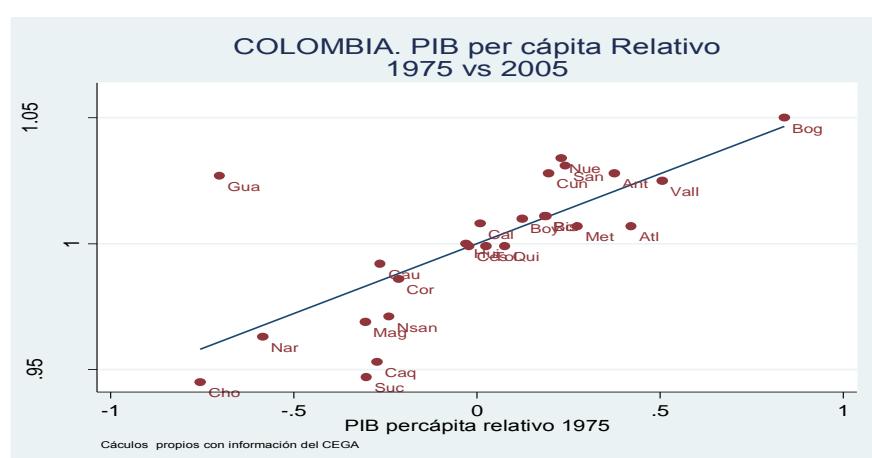
Por lo tanto, no ha habido en Colombia un cambio significativo en la distribución geográfica de la producción o de la tendencia hacia la polarización; por el contrario, el análisis precedente da señales para creer en la ampliación del radio de acción de la capital del país sobre los departamentos cercanos, es decir, aquellos localizados en el centro del país.

### I.6.2 La evolución de las disparidades departamentales: ¿La polarización se mantiene?

#### I.6.2.1 Comportamiento de la producción per cápita regional

En la tabla 2 se presenta la clasificación del producto per cápita relativo departamental. Se muestra la posición relativa de cada entidad territorial en 1975 y 2005, así como los puestos ganados en ese período. Santa Fé de Bogotá se mantuvo en primer lugar, al conservar la mayor producción per cápita por encima del promedio nacional. Al mismo tiempo Choco permaneció como el departamento con el menor ingreso per cápita relativo.

**Gráfico 8**



**Tabla 2**  
**Colombia. Nivel del PIB per cápita relativo de los departamentos**

Departamento	Nivel Relativo	Nivel Relativo	Posición	Posición	Puestos
	PIBpc 1975	PIBpc 2005	1975	2005	Ganados
Sta Fé de Bogotá	0.84	0.71	1	1	0
Nuevos	0.23	0.48	7	2	5
Santander	0.24	0.44	6	3	3
Cundinamarca	0.2	0.41	8	4	4
Antioquia	0.37	0.4	4	5	-1
La Guajira	-0.7	0.38	24	6	18
Valle	0.51	0.36	2	7	-5
Bolívar	0.19	0.16	9	8	1
Risaralda	0.19	0.15	10	9	1
Boyacá	0.12	0.15	11	10	1
Caldas	0.01	0.12	14	11	3
Atlántico	0.42	0.1	3	12	-9
Meta	0.27	0.09	5	13	-8
Huila	-0.03	-0.01	16	14	2
Tolima	0.02	-0.01	13	15	-2
Cesar	-0.02	-0.02	15	16	-1
Quindío	0.08	-0.02	12	17	-5
Cauca	-0.26	-0.12	19	18	1
Córdoba	-0.21	-0.2	17	19	-2
Norte Santander	-0.24	-0.42	18	20	-2
Magdalena	-0.31	-0.44	22	21	1
Nariño	-0.59	-0.53	23	22	1
Caquetá	-0.27	-0.66	20	23	-3
Sucre	-0.3	-0.75	21	24	-3
Chocó	-0.76	-0.78	25	25	0

Fuente: CEGA. Cálculos propios

Los dos grandes ganadores en el PIB per cápita fueron Guajira y Nuevos departamentos, que aumentaron 18 y 5 puestos en la clasificación. Otros departamentos que alcanzaron posiciones más altas fueron: Cundinamarca, Santander y Caldas. Los grandes perdedores en el PIB per cápita fueron Atlántico y Meta, que disminuyeron 9 y 8 puestos, respectivamente en la clasificación. Le siguieron Quindío y Valle que cayeron 5 posiciones, seguidos de Caquetá y Sucre que disminuyeron 3 puestos.

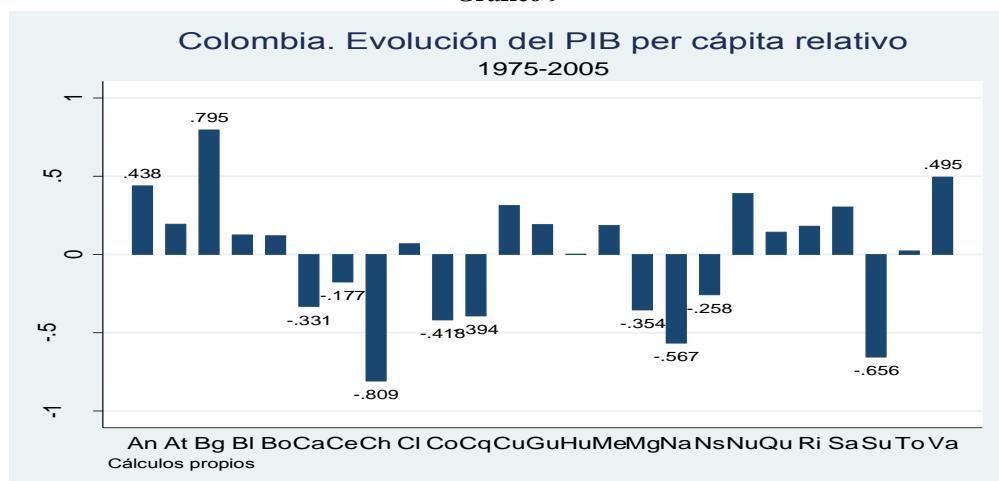
No obstante, se observa que los departamentos tradicionalmente más desarrollados son los que ocupan las primeras posiciones y los que tradicionalmente son más pobres continúan siéndolo. En otras palabras, en general, se aprecia la permanencia en las posiciones relativas de los departamentos (véase gráfico 8 y tabla 2).

Ahora bien, un examen de la evolución del PIB per cápita relativo entre 1975 y 2005 permite observar con más detalle la persistencia en las disparidades durante todo el período de estudio. La capital del país (0.795), Valle (0.495) y Antioquia (0.438) permanecen en los primeros lugares, mientras que los departamentos de la periferia se mantienen en los últimos lugares: César, Norte de Santander, Cauca, Magdalena, Caquetá, Córdoba, Nariño, Sucre y Chocó (véase gráfico 9).

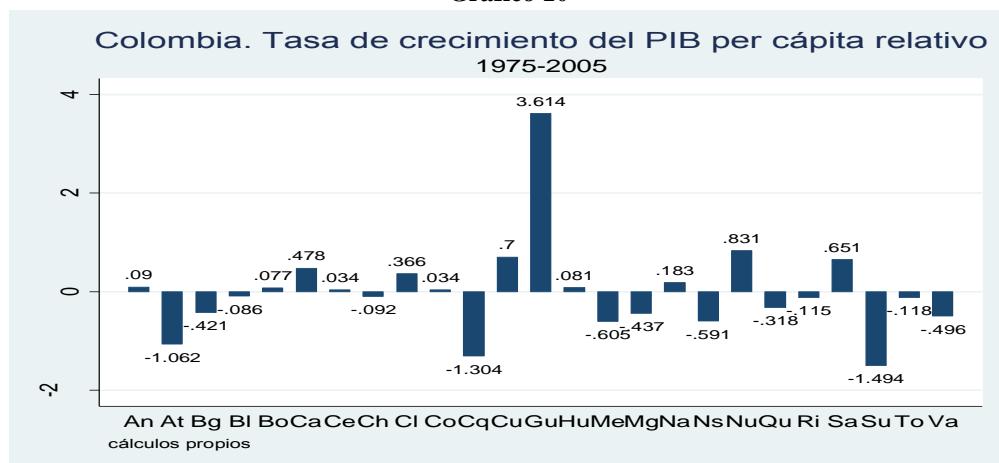
Otro elemento importante en el análisis de la producción per cápita es la evolución de su tasa de crecimiento relativa.

En efecto, en el gráfico 10 se observa que los departamentos que presentaron tasas de crecimiento por encima del promedio nacional fueron en su orden: Guajira (3.614), Nuevos departamentos (0.831), Cundinamarca (0.7), Santander (0.651), Cauca (0.478), Caldas (0.366), Nariño (0.183), Antioquia (0.09), Huila (0.081), Boyacá (0.077), Cesar (0.034) y Córdoba (0.034).

**Gráfico 9**



**Gráfico 10**



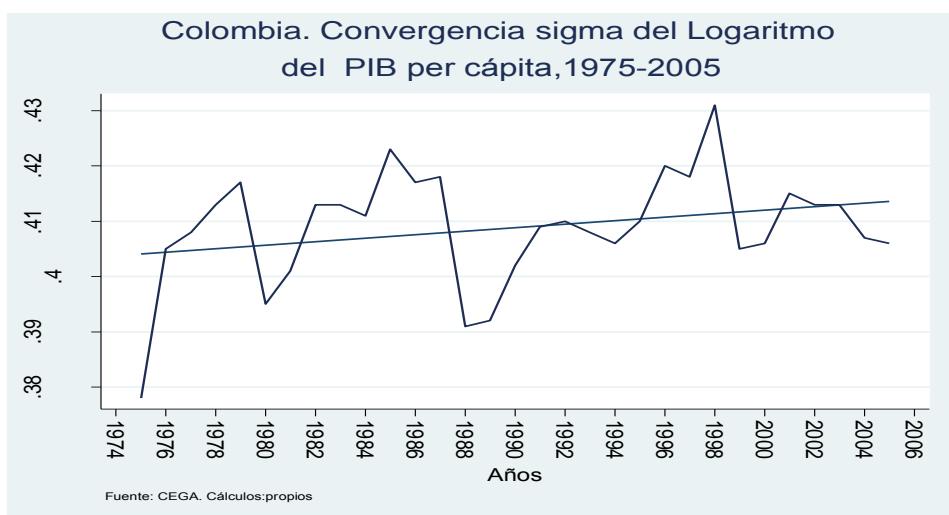
El desempeño más destacado es el de Guajira y Nuevos, con tasas de crecimiento de 3.6 y 0.83 veces mayor que el promedio nacional, lo que les alcanzó, como se mencionó anteriormente, para mejorar su posición relativa. No ocurrió lo mismo con los departamentos de Cauca, Nariño, Cesar y Córdoba, los cuales a pesar de tener tasas de crecimiento en promedio por encima de la media nacional, se mantuvieron en los últimos lugares en cuanto a la producción per cápita relativa se refiere.

Por tanto, el análisis precedente señala una tendencia a la persistencia y pone de manifiesto la formación de clubes de convergencia. Este punto será tratado en la sección posterior.

#### I.6.2.2 Análisis de la Convergencia regional en Colombia

El análisis de la convergencia por regiones ha sido objeto de numerosos artículos de la literatura sobre el crecimiento. El gráfico 11 muestra la evolución en el período 1975-2005 de la desviación estándar del PIB per cápita. Es el indicador conocido como convergencia sigma. A la vista de la información que el gráfico proporciona, se aprecia un aumento del indicador en el subperiodo 1975-1985. En el siguiente subperiodo (1986-1989) se observa una disminución en el índice, este es, precisamente, una fase de auge y de reestructuración productiva. A partir de 1989 el nivel de dispersión en el PIB per cápita se incrementa considerablemente hasta 1998, para mantenerse relativamente estable entre 2000-2005.

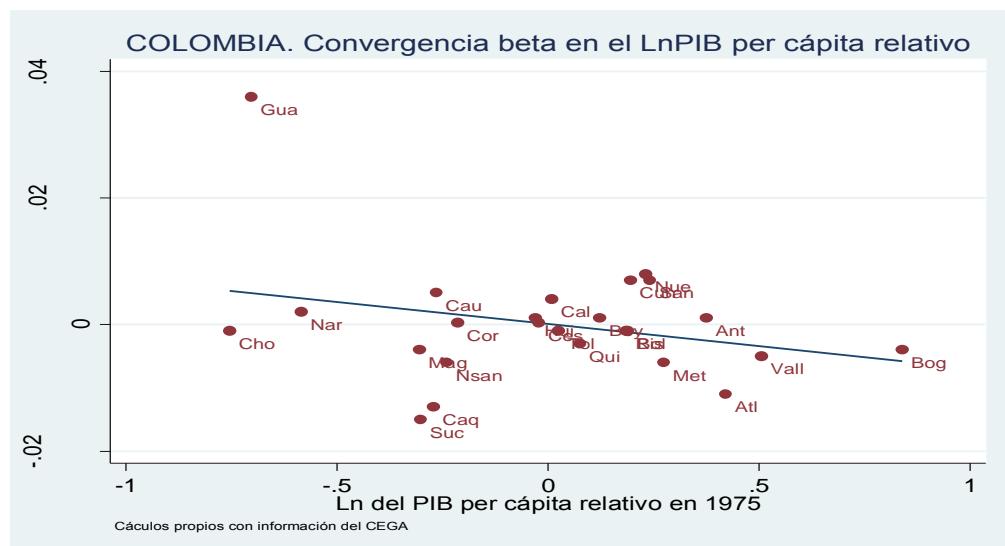
**Gráfico 11**



A grandes rasgos, el mayor tamaño de la dispersión podría identificarse con el período de apertura económica y sus efectos negativos, que se manifestaron sobre los departamentos más rezagados. El análisis coincide, como se observó en párrafos posteriores, con el bajo crecimiento de la producción per cápita de la economía colombiana en dicho período. En cualquier caso, hay una clara evidencia de inexistencia de un proceso de convergencia sigma en todo el período de estudio. Lo anterior lo podemos corroborar con un gráfico de dispersión entre la tasa promedio de crecimiento del PIB per cápita relativo y su nivel en el período inicial, 1975.

El gráfico 12 resume los resultados de una regresión de convergencia no condicional con datos de corte transversal. Como se aprecia en el gráfico, no hay una relación clara entre las dos variables, lo que no permite asegurar un ritmo de crecimiento promedio mayor en los departamentos inicialmente más pobres. Si bien, en la regresión se obtuvo un beta negativo, no resultó estadísticamente significativo (véase anexo 2).

**Gráfico 12**



Ahora bien, la tabla 3 muestra los resultados de la estimación de la ecuación de convergencia (11), tanto para las observaciones anuales como quinquenales. Se ha formando un panel de datos constituido por los 25 departamentos colombianos en el período 1975-2005. Se dispone en total de 750 observaciones, para el caso de las observaciones anuales, y un total 125, para el caso de observaciones quinqueniales.

En primer lugar, se estima la ecuación de convergencia no condicionada por mínimos cuadrados ordinarios (véase tabla 3, ecuación 1); si bien, se obtuvo un coeficiente beta negativo, en este caso, tampoco fue estadísticamente significativo.

En segundo lugar, se estima el modelo de efectos fijos como vía de aproximación del proceso de convergencia condicionada, los cuales son interpretados como factores condicionantes de la convergencia asociados a cada uno de los departamentos. Los efectos fijos se captan a través de 25 términos constantes individuales específicos de cada departamento que recogen fenómenos tales como dotación de capital humano e infraestructura, en otras palabras, se estima la ecuación de convergencia controlando posibles diferencias “fundamentales” entre los departamentos.

**Tabla 3. Colombia. Convergencia beta en el PIB per cápita relativo**

Estimación MCO: Variable dependiente:  $\Delta \ln y_{it} - \Delta \bar{\ln}_t$

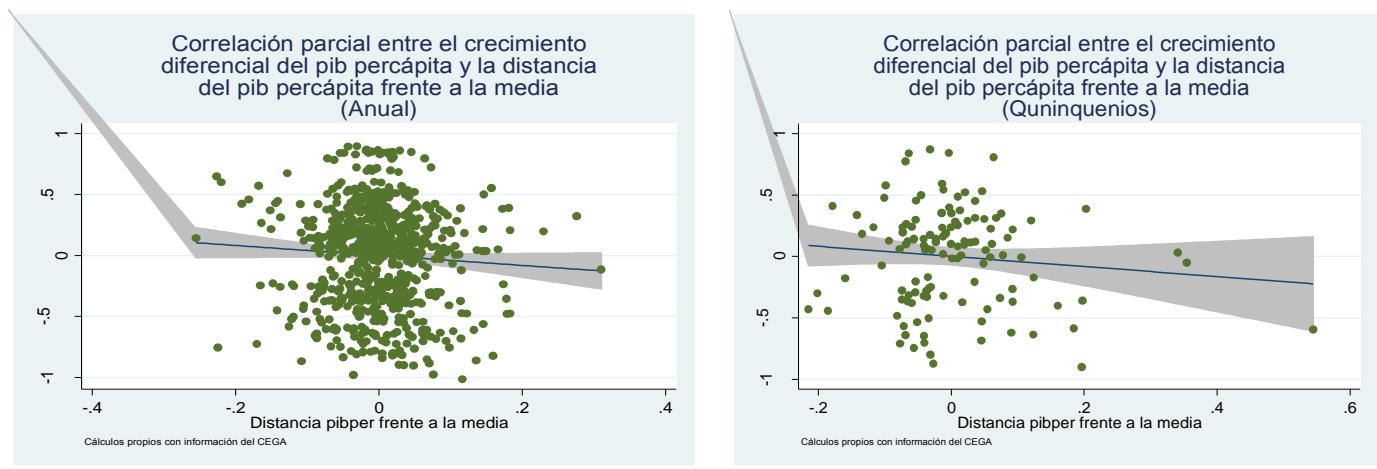
<b>Variable Explicativa</b>	Ecuación 1. Convergencia no condicional.				Ecuación 2. Convergencia condicional.			
	Anual		Quinquenal		Anual		Quinquenal	
	Coefic	Est (t)	Coefic	Est (t)	Coefic	Est (t)	Coefic	Est (t)
$\ln y_{it-1} - \ln y_{t-1}$	-0.01	-1.72	-0.027	-1.18	-0.145	-8.22	-0.533	-7.87
Efecto Fijo								
Antioquia					0.066	4.93	0.233	5.03
Atlántico					0.021	1.80	0.070	1.85
Sta fe Bogotá					0.113	6.32	0.419	6.39
Bolívar					0.018	1.66	0.061	1.71
Boyacá					0.019	1.69	0.070	2.00
Caldas					0.015	1.35	0.029	0.85
Caquetá					-0.067	-5.29	-0.253	-6.16
Cauca					-0.045	-3.63	-0.165	-3.87
Cesar					-0.026	-2.32	-0.105	-2.82
Córdoba					-0.062	-4.72	-0.236	-5.06
Cundinamarca					0.051	4.26	0.195	4.92
Chocó					-0.119	-6.62	-0.420	-6.52
Huila					0.001	0.13	0.017	0.51
La Guajira					0.048	4.44	0.226	6.49
Magdalena					-0.054	-4.37	-0.197	-4.80
Meta					0.022	1.95	0.085	2.30
Nariño					-0.080	-5.45	-0.282	-5.45
Norte								
Santander					-0.041	-3.51	-0.149	-3.95
Quindío					0.020	1.82	0.049	1.34
Risaralda					0.027	2.40	0.072	1.93
Santander					0.050	4.18	0.174	4.37
Sucre					-0.108	-6.90	-0.403	-7.41
Tolima					0.003	0.24	0.006	0.18
Valle					0.069	4.91	0.253	5.10
Nuevos					0.057	4.63	0.250	6.26
Velocidad de Convergencia	0.96%		0.54%		15.68%		15.21%	
Coef. determinación	0.0026		0.0031		0.106		0.426	
Error estándar	0.0055		0.022		0.0176		0.068	
No de observaciones	750		125		750		125	

Fuente: CEGA. Cálculos propios

Los resultados de la estimación aparecen en la ecuación 2 de la tabla 3, se observa que el coeficiente beta es estadísticamente diferente de cero, tanto para las observaciones anuales como quinquenales. La velocidad de convergencia encontrada es del 15.68% y 15.21% anual, respectivamente, la cual refleja el ritmo medio al que los departamentos se aproximan a sus propios equilibrios a largo plazo<sup>23</sup>. Al estimar la ecuación de convergencia para distintos subperiodos de tiempo (antes y después de la apertura económica), resultados que no se presentan por no ser el objeto de estudio, se evidencia un proceso de convergencia condicional. Asimismo, se realizó una estimación de la ecuación de convergencia a través del método generalizado de los momentos en primeras diferencias (GMM DIF). Los resultados encontrados para las muestras anuales y quinquenales señalan igualmente un proceso de convergencia condicionado, con velocidades de convergencia de 24.3% y 22.3%, respectivamente<sup>24</sup> (véase anexo 4).

Así, la evidencia muestral sugiere que, manteniendo todo lo demás constante, los departamentos menos desarrollados en términos relativos tienden a crecer más. Al respecto, el gráfico 13 muestra en forma de diagrama de dispersión la correlación parcial entre crecimiento y producción per cápita relativa. Si bien, el gráfico señala una relación negativa entre ambas variables, la correlación es baja.

**Gráfico 13**



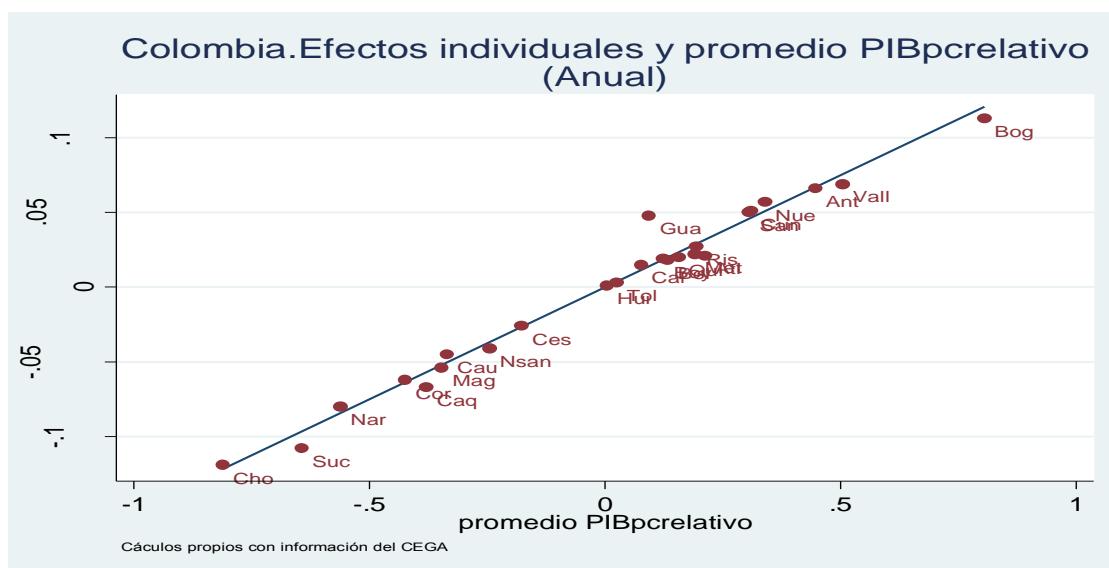
<sup>23</sup>Se realizó una estimación incluyendo una variable proxy del capital humano, para la que se disponía de información en todo el período de análisis: el número de alumnos matriculados en educación media sobre la población total de personas entre 16-17 años. Los resultados no fueron los esperados, el signo del coeficiente resultó negativo y estadísticamente no significativo, lo cual es expresivo de la carencia de información estadística adecuada (véase anexo 3). Asimismo, se estimó la ecuación de convergencia sin incluir los departamentos de la Guajira y Nuevos, dado que gran parte de su producción corresponde a la minería; sin embargo, no se observaron cambios relevantes en los resultados obtenidos.

<sup>24</sup> Los estimadores GMM DIF obtienen coeficientes beta de convergencia sesgado por defecto, ocasionando que la velocidad de convergencia sea superior a las estimaciones MCO.

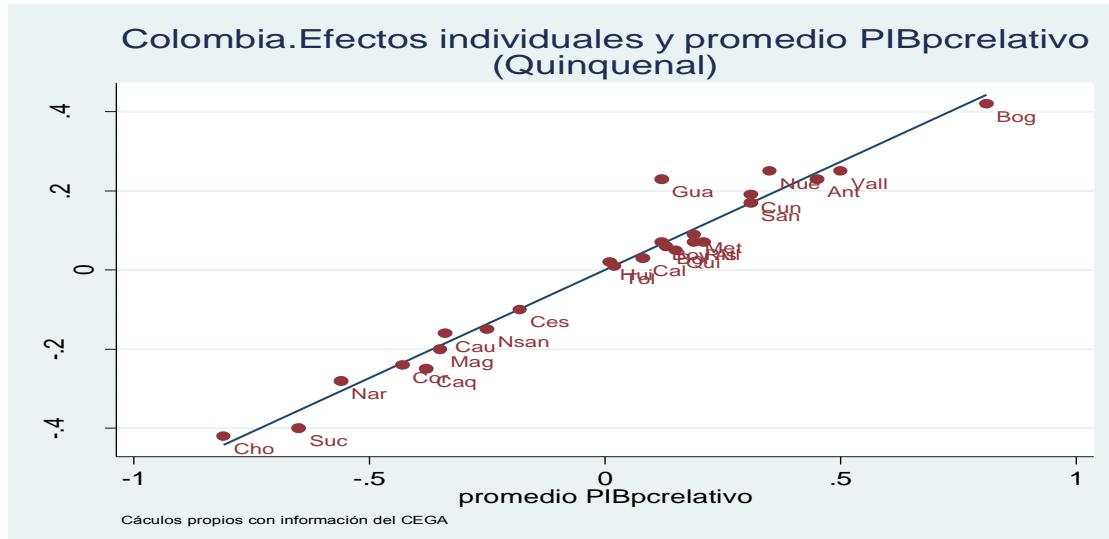
Ahora bien, es claro que el crecimiento relativo de cada departamento también es función de un componente autónomo, que recoge los factores individuales específicos a cada departamento.

En efecto, en la tabla 3 se observa que, en general, los efectos fijos son estadísticamente significativos y los más positivos corresponden a los departamentos más avanzados (Santa fé de Bogotá, Valle, Antioquia, Santander y Cundinamarca); mientras que los más negativos corresponden a las entidades territoriales más rezagadas (Choco, Sucre, Nariño, Córdoba y Caquetá).

**Gráfico 14**



Pendiente: 0.15. Coeficiente de correlación: 0.99



Pendiente: 0.55. Coeficiente de correlación: 0.98

De igual manera, la información es expresiva de una asociación positiva entre los efectos individuales y el nivel de producción per cápita. Dicho en otros términos, son los departamentos con un nivel mayor de desarrollo los que tienden a mostrar un crecimiento autónomo más positivo, mientras que éste es menor en los más rezagados.

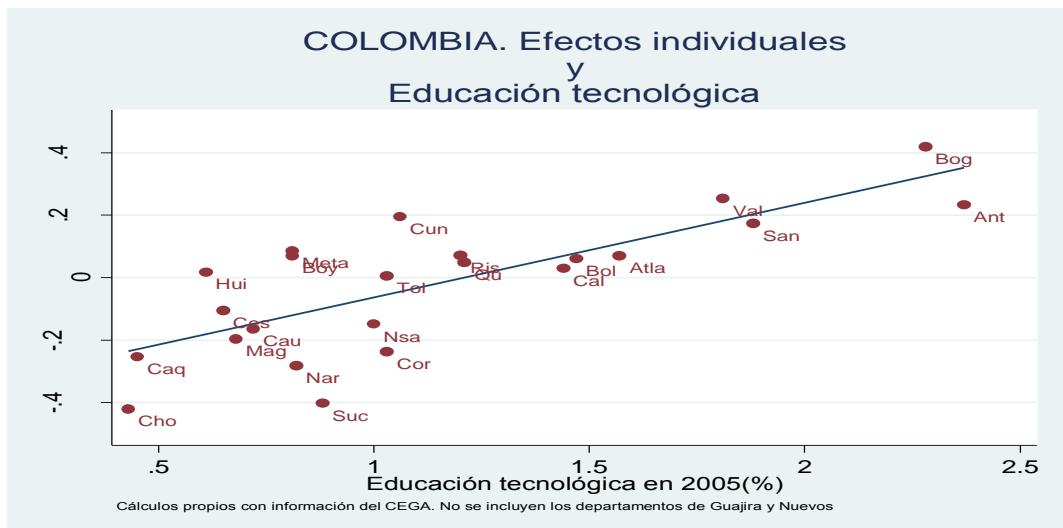
El gráfico 14 muestra un diagrama de dispersión de los efectos individuales específicos con el promedio del logaritmo del producto per cápita relativo departamental. El coeficiente de correlación se sitúa en 0.98, lo que muestra una fuerte asociación entre ambas variables. Por tanto, para los departamentos menos desarrollados otros factores captados por los efectos individuales, dificultan su crecimiento para así alcanzar a los más avanzados.

Como ya se afirmó, los efectos fijos reflejan diferencias fundamentales o estructurales asociadas a cada departamento, elementos que contribuyen a ampliar o acentuar las disparidades entre las diferentes unidades territoriales. Una forma fácil de percibir las relaciones anteriores es por medio de un diagrama de dispersión entre los efectos individuales específicos y algunas variables proxy del capital humano de las cuales se tiene acceso: el porcentaje de la población mayor de tres años con educación básica secundaria y educación tecnológica<sup>25</sup> (véase gráfico 15).

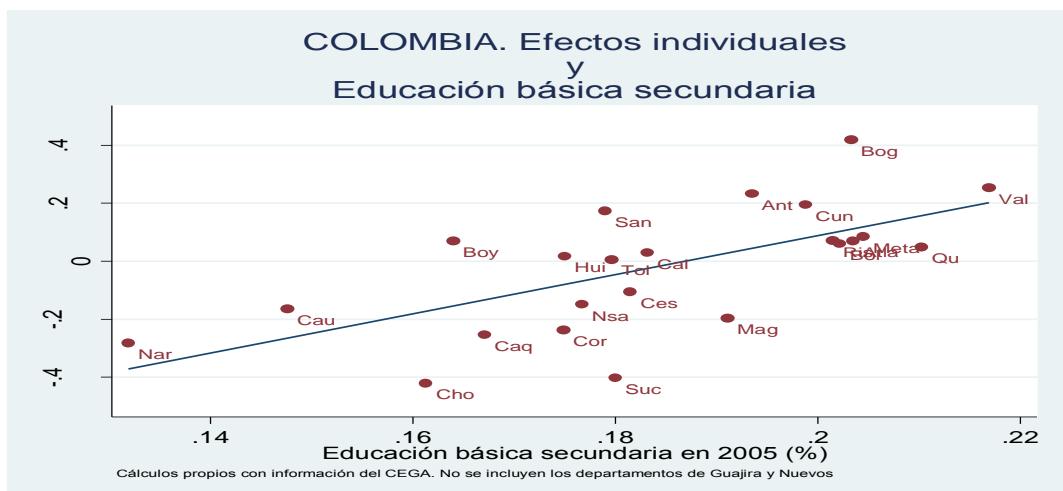
---

<sup>25</sup> Corresponde a la población censada de 3 años y más por nivel educativo (Ministerio de Educación Nacional, MEN)

Gráfico 15



Coeficiente de correlación: 0.77

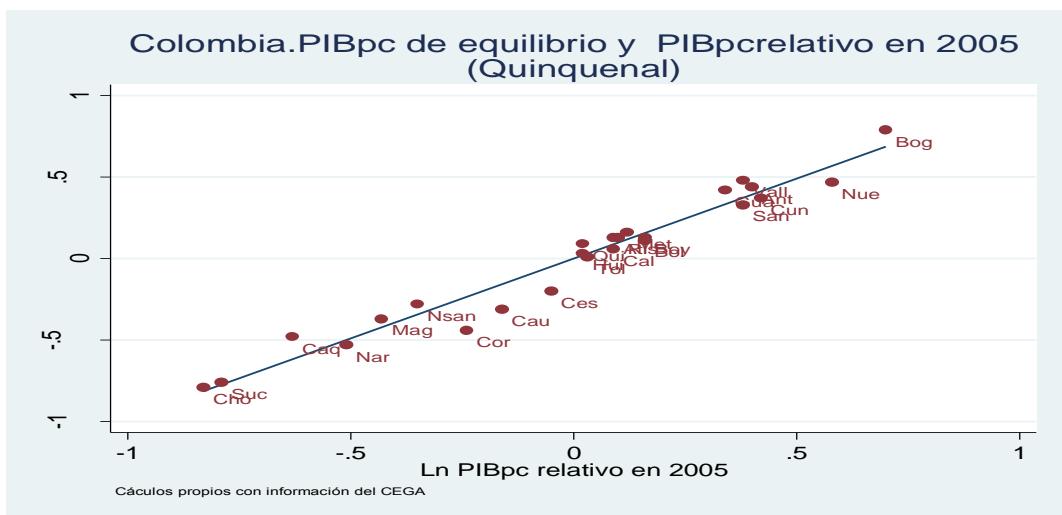
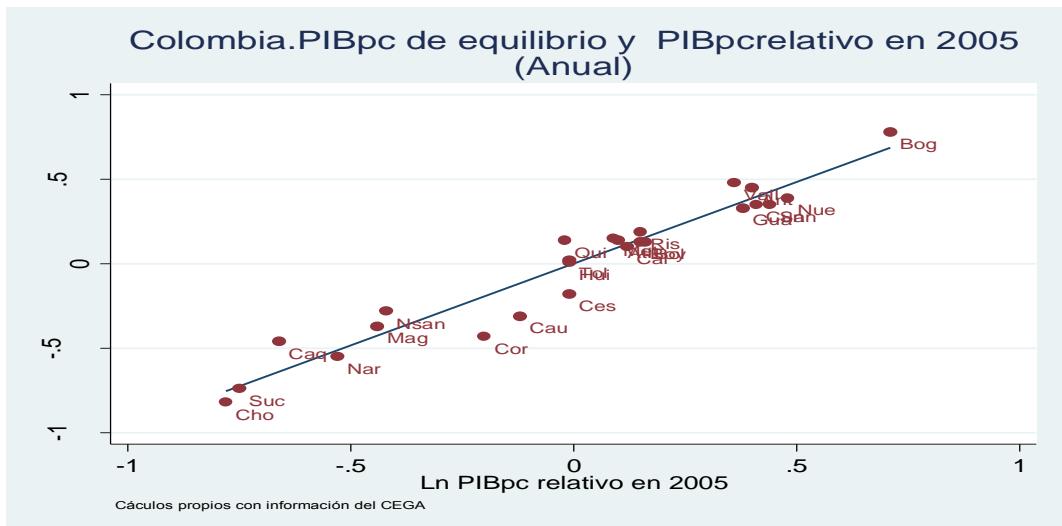


Coeficiente de correlación: 0.65

Aunque no de forma categórica, el gráfico 15 muestra dicha asociación en el año 2005, con un coeficiente de correlación de 0.65 y 0.77, respectivamente. En general, se aprecia que los departamentos con un nivel de desarrollo superior presentan mayores niveles de educación<sup>26</sup>.

<sup>26</sup> En el Anexo 5 se puede apreciar los gráficos entre los efectos fijos y la educación profesional, la educación técnica profesional y la educación tecnológica, con coeficientes de correlación de 0.67, 0.62 y 0.67 respectivamente. Es importante anotar que en los gráficos no aparecen los departamentos de Guajira y Nuevos, ya que aunque presentan unos efectos fijos altos, no son departamentos tradicionalmente desarrollados, sólo a partir de la década de los ochenta estas regiones incrementaron el nivel de producción per cápita gracias a la producción minera.

Gráfico 16



Así, la evidencia encontrada conduce al rechazo de la hipótesis de la convergencia beta no condicional, por lo tanto, sugiere que en el largo plazo podrían persistir diferencias en la producción per cápita entre los departamentos; este resultado es consistente con el hallado antes en la sección de análisis descriptivo. En efecto, se encontró, en general, persistencia en las posiciones relativas de los departamentos en el período de tiempo estudiado.

Como se aprecia en el gráfico 16, la producción per cápita relativa de los departamentos en el año 2005 parecen estar muy próximos a la producción per cápita relativa de equilibrio, por tanto, no cabe esperar en el futuro cambios significativos en sus posiciones relativas<sup>27</sup>.

<sup>27</sup> En el anexo 6 se explica el cálculo de los valores del PIB per cápita relativo de equilibrio

En síntesis, los departamentos colombianos más desarrolladas se han mantenido fuera del alcance de las más pobres. Una posible explicación podría estar en que los departamentos más avanzados tienden a invertir más productivamente en la educación, generando capital humano calificado. Esto último es sólo una hipótesis que requeriría otro tipo de análisis para su comprobación.

#### I.6.2.3 ¿Existen Clubs de convergencia?: Una propuesta de definición.

Ahora bien, buscando una caracterización más precisa de la dinámica de la producción per cápita departamental y, con el fin de detectar posible clubs de convergencia entre los departamentos que presentan características estructurales similares, se estimó la ecuación de convergencia clasificando a los departamentos según la similitud de los coeficientes estimados de sus efectos fijos, expresivos de sus respectivos estados estacionarios, lo que constituye una forma de “controlar” las diferencias entre los grupos<sup>28</sup>.

Es importante señalar que, en general, tanto en las estimaciones MCO anuales como quinquenales, se encontró la misma clasificación de departamentos asociados a los diferentes grupos. Por ejemplo, el grupo I corresponde a los departamentos más desarrollados y le corresponde un mayor efecto fijo y el grupo IV contiene a los 4 departamentos más pobres y le corresponde el menor efecto fijo<sup>29</sup>.

La tabla 4 ofrece los resultados de la estimación de la ecuación de convergencia para el caso de la clasificación de los departamentos en 4 grupos regionales utilizando observaciones anuales y quinquenales. Se aprecia que el coeficiente de convergencia es estadísticamente significativo. De igual manera, los coeficientes de los efectos fijos asociados a cada grupo regional, son estadísticamente diferentes de cero y difieren entre sí<sup>30</sup>.

---

<sup>28</sup> Se puede pensar en diferencias tecnológicas incluidas en el término *Ao* de las respectivas funciones de producción de los grupos, o bien en diferencias en las políticas institucionales de los gobiernos locales.

<sup>29</sup> El grupo I está formado por los departamentos de: Santa fe de Bogota, Valle, Antioquia, Cundinamarca, Santander, Nuevos y Guajira. El grupo II: Risaralda, Meta Atlántico, Quindío, Boyacá, Bolívar, Caldas, Tolima y Huila. El grupo III: Cesar, Cauca, Norte de Santander, Magdalena y Córdoba. Finalmente, en el grupo IV se encuentran los departamentos más pobres: Caquetá, Nariño, Sucre y Choco.

<sup>30</sup> En el anexo 7 se presentan las salidas de STATA y la prueba F, la cual muestra que el modelo así definido (restringido) permite definir los clubes de convergencia. Asimismo, se presenta el estadístico de wald para observar que los grupos son estadísticamente diferentes.

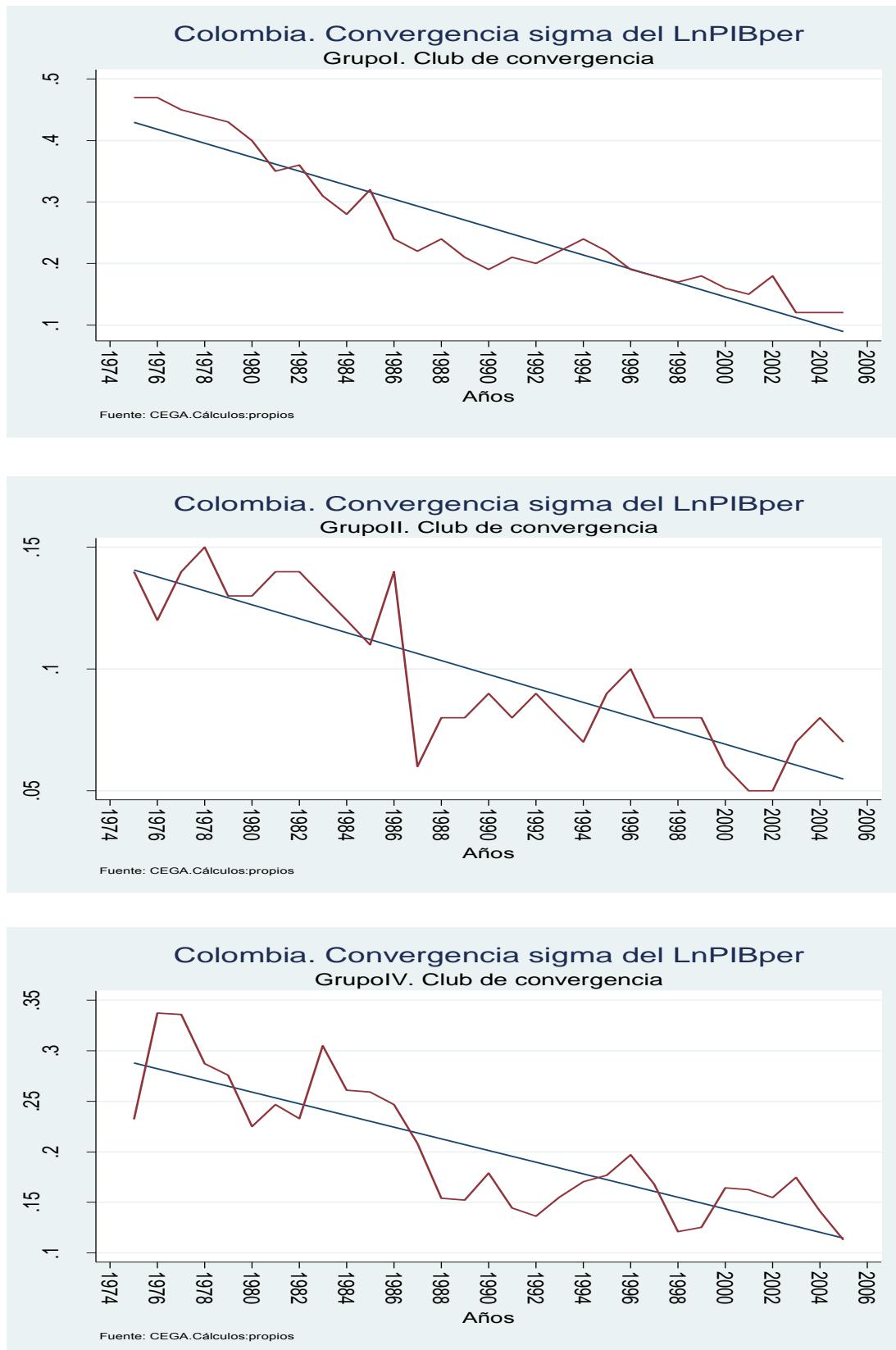
Lo anterior es expresivo de la formación de club de convergencia y de persistencia de importantes disparidades de producción per cápita entre los departamentos colombianos.

**Tabla 4. Colombia. Convergencia beta entre grupos regionales**

Variable Explicativa	Ecuación de convergencia			
	Anual		Quinquenal	
	Coeficiente	Estad t	Coeficiente	Estad t
$\ln y_{it-1} - \bar{\ln y_t}$	0.914	78.37	0.646	15.83
Efecto fijo				
Grupo I	0.041	6.65	0.178	8.54
Grupo II	0.008	2.25	0.027	2.17
Grupo III	-0.027	-4.53	-0.112	-5.51
Grupo IV	-0.057	-6.56	-0.186	-6.01
Velocidad de Convergencia	8.90%		8.70%	
Coeficiente determinación	0.97		0.96	
Error estándar	0.011		0.04	
No de observaciones	750		125	

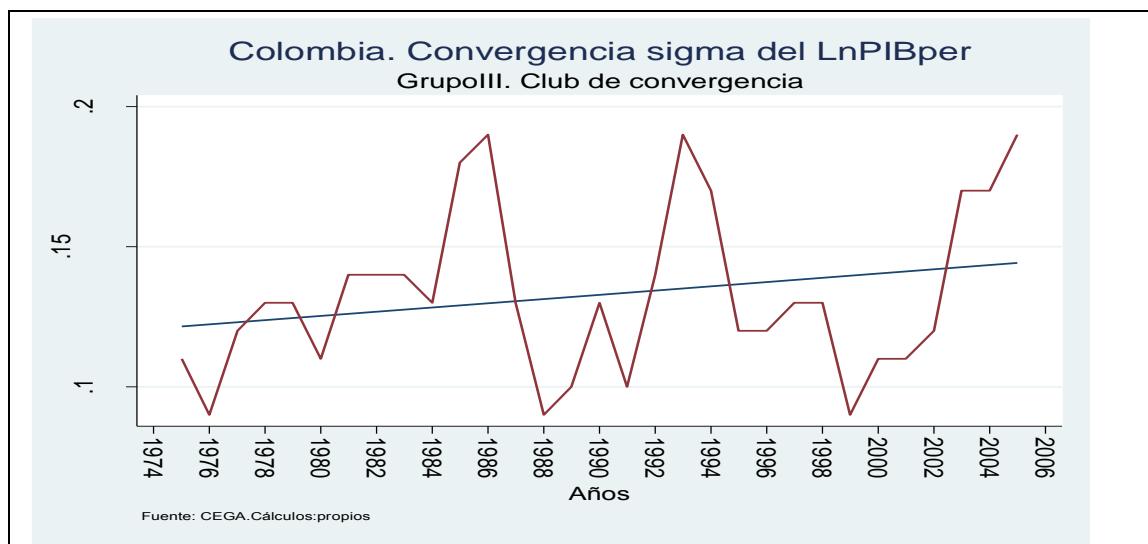
El análisis de la convergencia sigma al interior de los clubes o grupos regionales permite afirmar que se ha presentado convergencia en los grupos I, II y IV. Los dos primeros, aglomeran a los departamentos de mayor ingreso per cápita, el IV grupo reúne a los departamentos más rezagados (Véase gráfico 17).

Gráfico 17



Finalmente, en el gráfico 18 se aprecia que al interior del grupo III no ha habido tal proceso, por el contrario, la tendencia es a la no convergencia<sup>31</sup>.

Gráfico 18

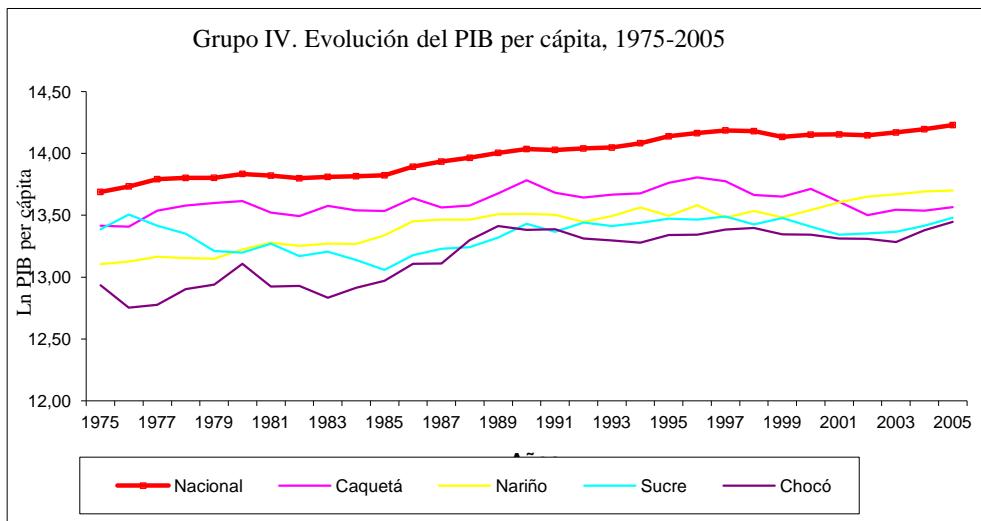
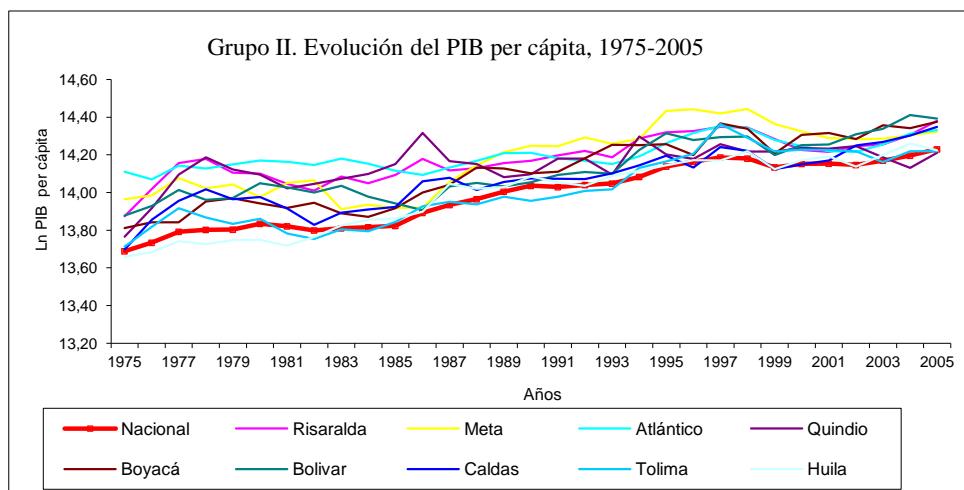
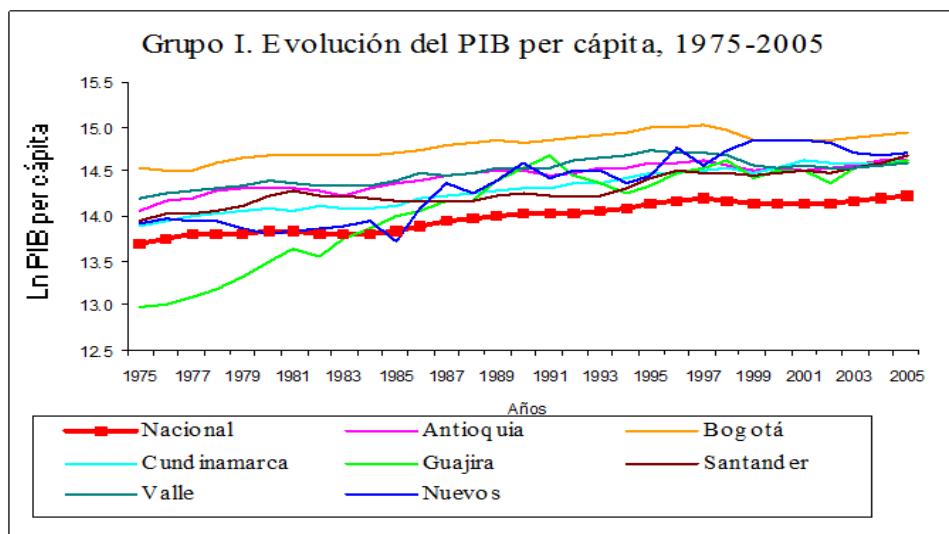


Los departamentos pertenecientes al grupo III se caracterizan, en general, por poseer una estructura de producción agrícola (Norte de Santander, Magdalena) y minera (César), con excepción del departamento del Cauca, donde en los últimos años se ha incentivado la producción industrial. Los resultados encontrados suponen que los departamentos que se encuentran en este grupo podrían desplazarse, o bien al segundo o cuarto grupo.

Ahora bien, no todos los departamentos han desempeñado el mismo papel, algunos han contribuido al proceso de convergencia sigma mientras que otros no. En concreto, el análisis de la evolución del pib per cápita de los departamentos al interior de los 4 grupos, permite afirmar que son los departamentos de mayor nivel de desarrollo (grupo I y II) y los más pobres (grupo IV) los que han ido reduciendo diferencias al interior de los respectivos grupos (véase gráfico 19). Es interesante observar como al interior del grupo I, Bogotá tiende a separarse de los demás departamentos, sugiriendo así cierta polarización, inclusive, de la capital de país con el resto.

<sup>31</sup> Igualmente se realizó una clasificación de los departamentos con base en los resultados obtenidos de la estimación de la ecuación de convergencia a través del método generalizado de momentos en primeras diferencias (GMM DIF), para detectar posibles clubes de convergencia. En general, los resultados son muy similares. Los efectos fijos calculados para la respectiva clasificación se pueden apreciar en el anexo 8, tabla 6.

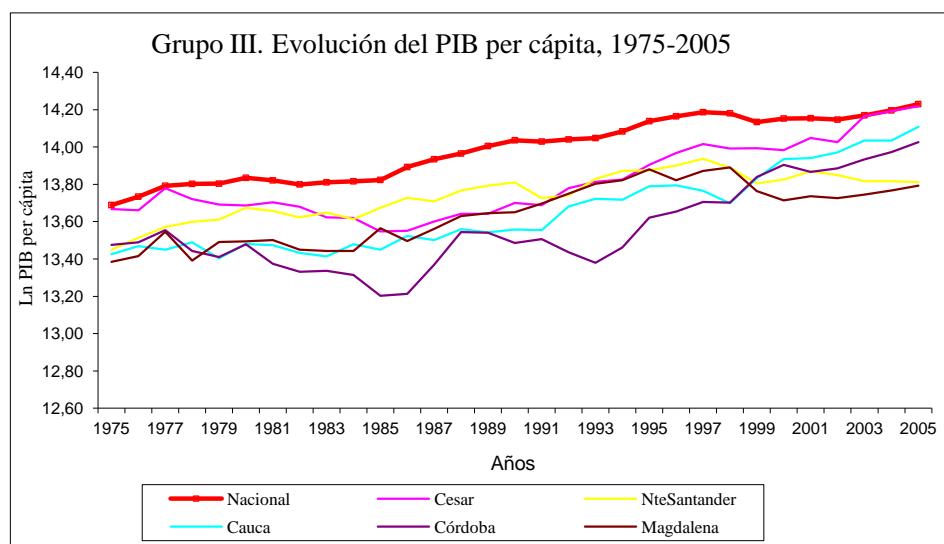
**Gráfico 19**



Por su parte, los departamentos del nivel de desarrollo medio (grupo III) también han acortado diferencias, aunque lo han hecho de manera más pausada; no obstante, se observa como los departamentos de Cesar y Cauca tienden a aproximarse al promedio nacional, por tanto, a formar parte del grupo II<sup>32</sup>, por el contrario, los departamentos de Magdalena y Norte de Santander tienden a alejarse de este, por tanto, entrarían a formar parte del grupo IV, perteneciente a los departamentos más rezagados, por tanto, el grupo III podría tender a desaparecer.

Asimismo, al interior de los dos primeros grupos se observa que la evolución de la producción per cápita se mantiene por encima del promedio nacional, lo contrario ocurre con los departamentos de los grupos III y IV.

**Gráfico 20**

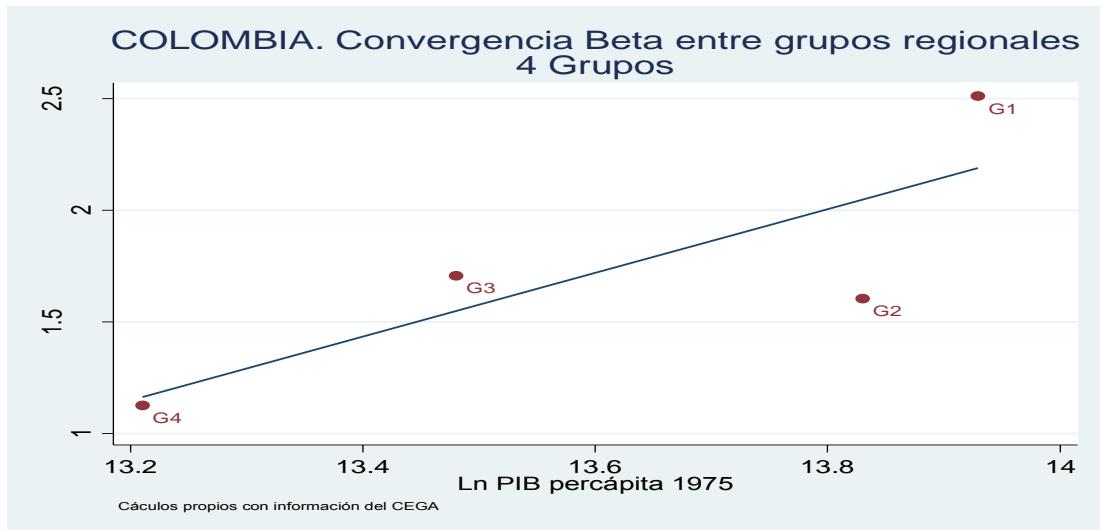
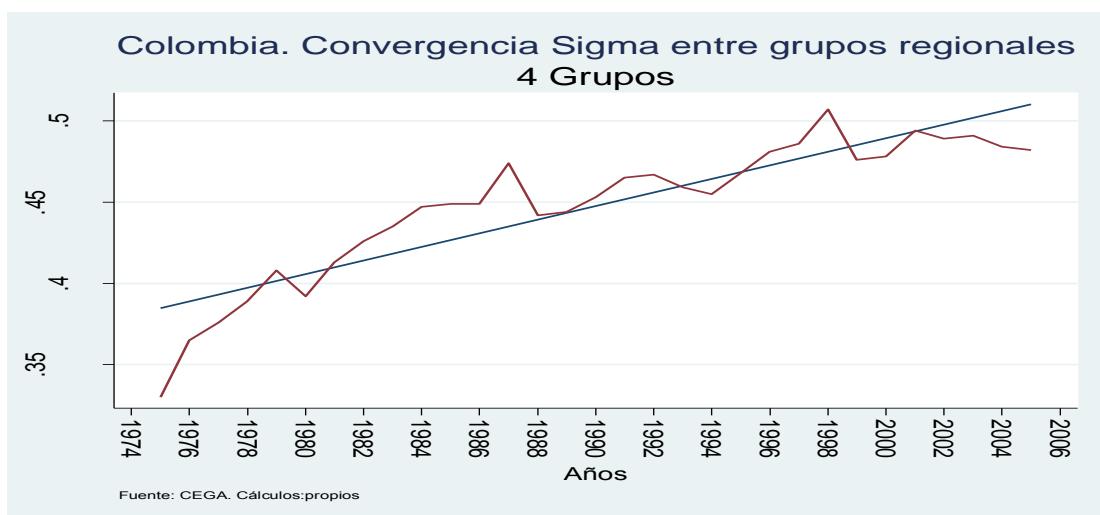


Finalmente, el gráfico 21 permite visualizar la convergencia sigma y beta entre los cuatro grupos, por medio de un gráfico que muestra la desviación estándar de los logaritmos del pib per cápita y de un diagrama de convergencia, respectivamente. Como se aprecia en el gráfico, el incremento de la dispersión de los PIB per cápita entre los respectivos grupos durante el período considerado es muy significativo. En la tabla 5, se puede observar que  $\sigma$  aumenta de 0.33 en 1975 a 0.48 en 2005. Se encuentra, por lo tanto, evidencia clara de no convergencia sigma intergrupos.

<sup>32</sup> Es de señalar que el departamento del Cesar es el que tiene el mayor efecto fijo del grupo III.

Asimismo, en el diagrama de convergencia beta, se observa que el grupo I presentaba el mayor nivel de producción per cápita en el período inicial y fue el grupo que registró una mayor tasa de crecimiento en todo el período; de igual manera, el grupo IV, formado por los departamentos más pobres, en 1975 tenían el nivel más bajo de producción per cápita y es el grupo de menor crecimiento en el período de estudio. Por tanto, no se presenta un proceso de convergencia beta entre los 4 grupos.

**Gráfico 21**



**Tabla 5. Colombia. Convergencia sigma  
del PIB per cápita entre 4 Grupos regionales**

Año	$\sigma$ del ln PIBpc	Año	$\sigma$ del ln PIBpc
1975	0.33	1991	0.465
1976	0.365	1992	0.467
1977	0.376	1993	0.459
1978	0.389	1994	0.455
1979	0.408	1995	0.468
1980	0.392	1996	0.481
1981	0.413	1997	0.486
1982	0.426	1998	0.507
1983	0.435	1999	0.476
1984	0.447	2000	0.478
1985	0.449	2001	0.494
1986	0.449	2002	0.489
1987	0.474	2003	0.491
1988	0.442	2004	0.484
1989	0.444	2005	0.482
1990	0.453		

Fuente: Cega. Cálculos propios

En consecuencia, la evidencia muestra la formación de clubes de convergencia en Colombia. En general, se presentó un proceso de convergencia al interior de los grupos regionales y divergencia entre los mismos.

## I.7. CONSIDERACIONES FINALES

El interés actual por la convergencia tiene su origen en la discusión sobre los modelos de crecimiento exógeno y los de crecimiento endógeno. Los primeros dan cuenta de la convergencia entre las economías debido básicamente a los rendimientos decrecientes del capital, por el contrario, los modelos de crecimiento endógeno tratan de explicar la no convergencia entre las economías. En efecto, en estos modelos el crecimiento se explica por decisiones endógenas de los agentes y no por un cambio técnico exógeno. Así, el capital humano y público, al igual que la mejora de la calidad del trabajo, son factores que elevan la producción y productividad a nivel regional.

La literatura empírica basada en los datos departamentales en Colombia es ambigua ya que no hay un consenso general si entre los departamentos colombianos ha existido o no un proceso de convergencia económica. Se destaca en los estudios más recientes la

existencia de convergencia condicional. Esto podría ser una señal para pensar que los departamentos tienden a operar agrupados, es decir, en clubs diferentes.

Los resultados derivados de este trabajo sugieren que Colombia ha venido experimentando un proceso de polarización en la producción per cápita departamental, lo que significa que no se ha presentado convergencia beta no condicional ni sigma a nivel departamental. Por el contrario, se observa la presencia de convergencia condicionada a los “fundamentos” departamentales. En efecto, los mayores efectos fijos, de signo positivo, se asocian a las regiones más desarrolladas, los efectos negativos a las más rezagadas. Se realizó un análisis para intentar observar los factores que se encuentran detrás de estos efectos individuales y que explican su existencia. La evidencia muestra una asociación positiva entre dichos efectos y el porcentaje de personas mayores de tres años con educación secundaria y educación tecnológica. Lo que sugiere que son los departamentos más desarrollados los que tienden a tener un mayor acceso a la educación.

Igualmente, cuando se diferenciaron grupos de departamentos en función de estos efectos fijos, se comprueba la formación de 4 clubes regionales. Los efectos individuales más altos corresponden a los grupos de departamentos más avanzados, regiones que tradicionalmente poseen una estructura industrial especializada en actividades asociadas a medianas tecnologías. Por contra, los dos últimos clubs aglutan a los departamentos más pobres que se caracterizan, en general, por tener una estructura productiva agrícola. De otro lado, una característica importante en la formación de clubes es la presencia de un proceso de convergencia al interior de los dos primeros grupos y en el último. En el tercer club no se ha presentado tal proceso. Asimismo, no se detectó convergencia entre los diferentes grupos, lo cual significa que Colombia en un caso donde las disparidades regionales tienden a acentuarse.

Desde el punto de vista de la política económica, la evidencia encontrada, permite afirmar que las diversas reformas adoptadas en el país en los últimos años, han tendido a fortalecer la aglomeración alrededor de los principales departamentos: Bogotá, Antioquia y Valle. En particular, las reformas que se establecieron en la década de los noventa (desregulación y apertura económica) no parecen haber tenido un impacto positivo sobre la disminución de las disparidades departamentales.

En síntesis, es evidente la falta de una política de Estado orientada a disminuir las disparidades en la producción per cápita departamental. Por tanto, en el futuro próximo se deben diseñar políticas, tanto a nivel nacional como regional, orientadas a potenciar la acumulación de capital humano en los departamentos más pobres si se desea facilitar la convergencia regional. En este sentido, las políticas regionales en esta dirección deben también estar ligadas al desarrollo de sectores productivos, en lo posible, intensivos en mano de obra calificada.

Un análisis más desagregado basado en la producción per cápita o productividades sectoriales departamentales, permitirá detectar en qué medida la especialización en ciertas actividades podrían condicionar el crecimiento de la producción per cápita departamental.

Por último, es importante anotar que una de las limitaciones en la elaboración de este trabajo fue la falta de información estadística departamental adecuada, en un período de tiempo largo, de variables proxy de capital humano. De igual manera, se hubiera querido disponer de la productividad laboral per cápita departamental; sin embargo, sólo se cuenta con información de la población ocupada departamental para los años posteriores a 1995. Esta limitación de datos impidió profundizar en los determinantes de los distintos estados de equilibrio a largo plazo, representados por los efectos fijos.

## I.8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acevedo, S (2003). “Convergencia y crecimiento económico en Colombia 1980-2000”, Ecos de Economía No. 17. *Universidad EAFIT*, pp. 51-78.
- Ardila, L. (2004). “Gasto Público y Convergencia Regional en Colombia”. *Ensayos Sobre Política Económica*, vol 45, pp. 222-268
- Barón, J. (2003). “¿Qué Sucedió con las Disparidades Económicas Regionales en Colombia entre 1980 y el 2000?”. Documentos de Trabajo sobre Economía Regional, No. 38, Banco de la República
- Barro, R. y Sala-I-Martin,X (2004). “Economic Growth and Convergence across the United States”. NBER, Working Paper 3419.
- Barro, R. (1991) "Economic Growth in a Cross Section of Countries," *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 106, No. 2. pp. 407-443.
- Barro, R. (1992). “Convergence”. *The Journal of Political Economy*, vol. 100, No. 2. pp. 223-251.
- Barro, R. (2004). Economic Growth. 2da. Edición. Massachusetts Technology Institute, Cambridge, MIT Press.
- Baumol, W (1986). “Productivity Growth, Convergence and Welfare: What the Long-Run Data Show?”, *American Economic Review*, LXXVI. pp. 1072-1085.
- Birchenall, J. y Murcia, G. (1997). “Convergencia regional: una revisión del caso colombiano”. Archivos de Macroeconomía No. 069. Departamento Nacional de Planeación. Unidad de Análisis Macroeconómico, pp. 1-32
- Bonet, J. Y Meisel, A. (1999). “La convergencia regional en Colombia: Una visión de largo plazo, 1926-1995”. Documentos de Trabajo sobre Economía Regional, No. 8, Centro de Investigaciones del Caribe Colombiano – Banco de la República, Cartagena de Indias.
- Caselli, F. Esquivel, G. Y Lefort, F. (1996) “Reopening the Convergence Debate: A New Look at Cross-Country Growth Empirics” . *Journal of Economic Growth*, 1, pp. 363-389.
- Cárdenas, M. et. al (1993). “Convergencia y migraciones interdepartamentales en Colombia: 1959-1989”. *Coyuntura Económica*, vol. 23, No. 1, pp. 111-137.
- Cárdenas y Escobar, A. (1995). “Infraestructura y crecimiento departamental 1950-1994”. *Planeación y Desarrollo*, vol. 26, No. 4, octubre-diciembre.
- De La Fuente, A. (1994). Crecimiento y Convergencia: Un panorama selectivo de la evidencia empírica. Instituto de Análisis Económico (IAE). Barcelona.
- De La Fuente, A. (1995). Notas sobre la Economía del Crecimiento I: Algunos Modelos Básicos. Instituto de Análisis Económico (IAE). Barcelona.

De La Fuente, A (2002) "On the Sources of Convergence: A Close Look at the Spanish Regions". *European Economic Review*, 46(3), pp. 569-599

Durlauf, S. Y Johnson, P (1995). "Multiple Regimes and Cross-Country Growth Behaviour". *Journal of Applied Econometrics* 10, pp. 365–384.

Galor, O (1996). "Convergence? Inferences From Theoretical Models". *The Economic Journal*. 106 (july), pp.1056-1069.

Galvis, L. Y Meisel, A (2000). "El crecimiento Económico de las Ciudades Colombianas y sus determinantes, 1973-1998, Documentos de Trabajo sobre Economía Regional, No. 18, Centro de Investigaciones del Caribe Colombiano – Banco de la República, Cartagena de Indias.

Gómez, Carolina (2006). Convergencia Regional en Colombia: un enfoque en los Agregados Monetarios y en el Sector Exportador. *Ensayos sobre Economía Regional. Centro Regional de Estudios Económicos*. Cali, No.45, pp. 1-50.

Islam, N. (1995) "Growth Empirics: A Panel Data Approach", *Quarterly Journal of Economics*, 110, pp. 1127-1170

Mankiw, N. G., Romer, D. Y Weil, N. (1992): "A contribution to the empirics of economic growth". *Quarterly Journal of Economics*, 107, Nº 2, Cambridge,Massachusetts, The MIT Press, pp. 407-437.

MeiseL, A (1993). "Polarización o convergencia? A propósito de Cárdenas, Pontón y Trujillo". *Coyuntura económica*, vol. 23, No. 2.

Ocampo, J (2004). Entre las reformas y el Conflicto, Economía y Política en Colombia. Ed. Norma. Colombia. pp. 12

Quah, D. (1993). "Galton's Fallacy and Tests of the Convergence Hypothesis", *Scandinavian Journal of Economics* 95, 427–443.

Quah, D (1996). "Convergence Empirics Across Economies with (Some) Capital Mobility", *Journal of Economic Growth* 1, 95–124.

Raymond, J (1993) "Acortamiento de distancias, convergencia y competitividad en los países de la Europa de los doce". *Papeles de Economía Española*, 56, pp. 78-97.

Raymond, J (1995) "Convergencia Real de España con Europa y disparidades regionales en España", Problemas económicos Españoles en la década de los 90, E. Fuentes Quintana. Madrid.

Rhenals, R, Gonzalez, Ana (1998). Crecimiento y Convergencia Regional en Colombia: El caso de Antioquia. Cámara de Comercio de Medellín.

Richardson, H (1986). Economía Regional y Urbana. Alianza Editorial, Madrid,

- Sala-I-Martin, X (1996). “The Classical Approach to Convergence Analysis”. The Economic Journal, vol, 106, No. 437. pp. 1019 -1036
- Sala-I-Martin, X (2002). Apuntes de Crecimiento Económico. 2da Edición. Antoni Bosh, Barcelona.
- Sanchez, F. Y Nuñez, J (2000). “La geografía y el desarrollo económico en Colombia: una aproximación municipal”, Revista Desarrollo y Sociedad No. 46. Universidad de los Andes. CEDE. Septiembre
- Solow, R (1956). “A Contribution to the Theory of Economic Growth”, The Quarterly Journal of Economics, Vol. 70, No. 1. pp. 65-94.
- Solow, R (1957). “Technical Change and the Aggregate Production Function”, The Review of Economics and Statistics, Vol. 39, No. 3 pp. 312-320 .The MIT Press.
- Tamura, R (1991). “Income Convergence in an Endogenous Growth Model”. The Journal of Political Economy, vol. 99, No. 3. (Jun 1991), pp. 522-540.

## ANEXOS

### Anexo 1. Estudios Realizados en Colombia

Autor	Variables	Datos	Método de Estimación	Resultados
Cárdenas, Pontón y Trujillo (1993)	Variable dependiente: tasa de Crecimientos del PB per cápita. Variables independientes: En el período inicial: log del PIB per cápita en el período inicial, dummies regionales, cobertura servicios públicos básicos: acueducto, energía y alcantarillado. Tasa de analfabetismo para la población mayor de 7 años. Cobertura en educación primaria, medida como el total de alumnos matriculados sobre la población entre 7 y 14 años. Tasa de migración interdepartamental.	Período de estudio: 1950-1989  Censos de la población del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). Anuarios Generales de Estadística de la Contraloría General de la República	Análisis de sección cruzada.	Convergencia beta ( $\beta$ ) no condicional del 4,22%. Al incluir dummies regionales la velocidad fue de 5,2%. Se presentó convergencia . $\sigma$ . Además, la inversión pública en infraestructura contribuye al proceso de convergencia. Por último, se encontró que aquellas regiones que invierten más en educación son las que tienen mayor tasa de crecimiento
Cárdenas y Escobar (1995)	Variable dependiente: tasa de Crecimientos del PB per cápita. Variables independientes: En el período inicial: log del PIB per cápita en el período inicial. Cobertura en servicios públicos	Período de estudio: 1950-1992.  Censos de la población del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE)	Análisis de sección cruzada	Convergencia beta ( $\beta$ ) no condicional del 2,22%. Evidencia débil de la convergencia $\sigma$ . La infraestructura ha contribuido al proceso de convergencia.
Birchenall y Murcia (1997)	Ingreso per cápita. Variables condicionantes de la convergencia: la distancia entre las capitales de cada departamento y Santa Fé de Bogotá, la relación entre la producción minera y el promedio nacional, y las exportaciones regionales al exterior.	Período de estudio: 1960-1994  Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). Anuarios Generales de Estadística de la Contraloría General de la República	Kernel de densidad, para observar como evoluciona una distribución en el tiempo.	1960-1975: persistencia en la distribución. 1970-1985: convergencia en las regiones de ingresos medios y polarización para regiones de ingreso alto. 1980-1994: persistencia. Al condicionar por las variables la evidencia de convergencia desaparece.
Renhals (1998)	Variable dependiente: tasa de Crecimientos del PB per cápita. Variables independientes: En el período inicial: log del PIB per cápita en el período inicial, dummies regionales. cobertura de servicios básicos, el coeficiente de industrialización y la tasa neta de escolaridad	Período de estudio: 1960-1975 y 1980-1995.  Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).	Análisis de sección cruzada	Encuentra evidencia a favor de la convergencia condicional, con una velocidad del 0.3% anual. Se concluye que el nivel de cobertura de servicios básicos, el coeficiente de industrialización y la tasa neta de escolaridad son factores claves a la hora de explicar la convergencia.

Autor	Variables	Datos	Método de Estimación	Resultados
Bonet y Meisel (1999)	Para el período 1926-1960: Logaritmo de los depósitos bancarios reales.  Para el período 1960-1999: Logaritmo del PIB per cápita departamental.	Período de estudio: 1926-1995  Superintendencia Bancaria. Departamento Nacional de Planeación, cuentas regionales de Colombia. Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE)	Aplicación de Mínimos Cuadrados No lineales.	1926-1960: Se presenta convergencia $\beta$ inter-departamental, la velocidad de convergencia es de 2,5%. Asimismo, se presentó una tendencia clara de convergencia sigma.  1960-1995: se encuentra evidencia débil para la convergencia $\beta$ inter-departamental (1.3%). Con respecto al análisis de la convergencia $\sigma$ se observa un incremento en la dispersión
Sánchez y Núñez (2000)	Proxy del ingreso: la participación de cada municipio en el total de impuestos de cada departamento y se multiplica por el PIB departamental. Índices de suelos para cada municipio, distancia entre cada municipio y los principales mercados. Cobertura en educación primaria y secundaria.	Período de estudio: 1973-1995.  Instituto Geográfico Agustín Codazzi.  Censos de la población del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE)	Análisis de sección cruzada	Convergencia beta ( $\beta$ ) condicional. Los municipios cercanos a los mercados domésticos crecieron más que aquellos que se encontraban lejos de ellos
Galvis y Meisel (2000)	Logaritmo de los depósitos bancarios per cápita reales. Variables condicionantes: Cobertura de la educación secundaria y porcentaje de personas que han asistido a la universidad; el porcentaje de hogares que tienen acceso a los servicios públicos básicos y el número de líneas telefónicas por cada mil habitantes. Otras variables incluidas fueron: la variable violencia (tasa de homicidios), población municipal (como proxy del tamaño del mercado local), la tasa de fecundidad, la distancia a la capital del país (como proxy de localización), y algunas variables geográficas (altitud sobre el nivel del mar, precipitación y tasa de incidencia de malaria).	Período de estudio: 1973-1998  Superintendencia bancaria. Censos de la población del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE)	Análisis de sección cruzada.	No se encontró evidencia de convergencia beta y sigma; pero si de convergencia condicional. Las variables más significativas fueron: el capital humano (porcentaje de personas con estudios universitarios y la cobertura en educación secundaria) y la infraestructura. Las variables geográficas y la tasa de homicidios no resultaron estadísticamente significativas
Barón (2003)	Variable dependiente: tasa de Crecimientos del PIB per cápita. Variables independientes: En el período inicial: log del PIB per cápita en el período inicial, dummies regionales.	Período de estudio: 1980-2000. Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).	Estimación realizada a través de Mínimos Cuadrados no lineales.	No se encuentra evidencia de convergencia tipo beta y sigma en el PIB per cápita de los departamentos

Autor	Variables	Datos	Método de Estimación	Resultados
Acevedo (2003)	Logaritmo del PIB per cápita departamental. Variables Dummies departamentales, clasificando los departamentos de ingresos altos, medios y bajos. Variables condicionantes: la tasa neta de escolaridad primaria y secundaria (TNE) en 1985, la TNE en el 2000, las exportaciones reales per cápita en 1999, la suma de exportaciones e importaciones per cápita en 1980 y el producto industrial en 1980	Período de estudio: 1980-2000 y subperiodos 1980-1990 y 1990-2000.  Departamento Nacional de Planeación (DNP) y Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE)	Aplicación de Mínimos Cuadrados No lineales y Mínimos Cuadrados Ordinarios.	Se encuentra evidencia de convergencia no condicional en el subperíodo 1980-1990, con una velocidad de 1.8%. Durante todo el período se presenta convergencia condicional, con una velocidad de 2.7%. En el subperíodo 1980-1990 la velocidad es de 4.0% y en el su-período 1990-2000 no hay evidencia de convergencia. Los departamentos con mayores coberturas en educación primaria y secundaria obtuvieron mayores tasas de crecimiento del producto y los departamentos más industrializados en 1980 y los de mayor crecimiento industrial, fueron los más dinámicos.
Ardila (2004)	Variabile dependiente: tasa de crecimiento del PIB per cápita departamental relativo. Variables condicionantes: participación del consumo e inversión del sector público en el PIB.	Período de estudio: 1960-1998 y 1985-1996  Sistema simplificado de cuentas departamentales (SSCD) del Centro de estudios Ganaderos y Agrícolas (CEGA) y Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE)	Kernel de densidad, para observar como evoluciona una distribución en el tiempo.  Las distribuciones condicionales se calcular a partir de una regresión mediante MCO	1985-1996; gran persistencia en la distribución departamental del ingreso. En términos relativos, la mayoría de los departamentos se encuentran en 1996 en una posición similar que en 1985. 1980-1998: se observa convergencia en los departamentos de ingresos medios, lo cual podría sugerir la existencia de clubes de convergencia. 1960-1998 y 1960-1994 : no se presentó convergencia en los departamentos de ingresos medios. En términos generales ninguna de las dos variables condicionantes afectaron sustancialmente la dinámica de la distribución en su conjunto de los ingresos per cápita en el período 1985-1996
Bonet y Meisel (2006)	Variables: Ingreso bruto per cápita.	Período de estudio: 1975-2000  Sistema simplificado de cuentas departamentales (SSCD) del Centro de estudios Ganaderos y Agrícolas (CEGA)	Kernel de densidad	Se encuentra evidencia de polarización económica entre Bogotá y el resto del país. No se detecta un patrón claro de convergencia en el ingreso bruto departamental. Se encuentra alta persistencia en el ingreso bruto per cápita
Gómez (2006)	Variables: PIB per cápita. Variables control tales como: el cociente entre un agregado monetario regional y el PIB regional, participación de las exportaciones regionales en el PIB	Período de estudio: 1960-2000. CEGA	Datos de Corte transversal. Datos de Panel tipo pool y un Kernel de densidad	Encuentra una velocidad de convergencia no condicional de 0.7% con datos de corte transversal. Panel de datos se encuentra evidencia a favor de la convergencia condicional, la velocidad es del 9%. No es clara la influencia en la convergencia de las variables que control.

## Anexo 2. Convergencia beta no condicionada en el PIB per cápita relativo

### Corte transversal

. regress tcprolnyrel lnyreli75, noconst

Source	SS	df	MS	Number of obs = 25
Model	.000163562	1	.000163562	F( 1, 24) = 1.96
Residual	.001999438	24	.00008331	Prob > F = 0.1740
Total	.002163	25	.00008652	R-squared = 0.0756
				Adj R-squared = 0.0371
				Root MSE = .00913

tcprolnyrel	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
lnyreli75	-.0069014	.0049254	-1.40	0.174	-.0170669 .0032642

## Anexo 3. Estimación de la ecuación de convergencia condicional con la variable proxy de capital humano.

. regres y y\_1 edu diAnt-diNue, noconst

Source	SS	df	MS	Number of obs = 125
Model	19.3347941	27	.716103483	F( 27, 98) = 128.28
Residual	.547070895	98	.005582356	Prob > F = 0.0000
Total	19.8818649	125	.15905492	R-squared = 0.9725
				Adj R-squared = 0.9649
				Root MSE = .07472

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
y_1	.531688	.0708635	7.50	0.000	.3910617 .6723144
edu	-.0092093	.0075624	-1.22	0.226	-.0242166 .005798
diAnt	.2044885	.0462327	4.42	0.000	.1127412 .2962358
diAtl	.0590226	.0369097	1.60	0.113	-.0142234 .1322687
diBog	.3698023	.0666943	5.54	0.000	.2374496 .5021551
diBoI	.0517287	.034635	1.49	0.139	-.0170033 .1204607
diBoy	.0627509	.0344464	1.82	0.072	-.0056068 .1311086
diCal	.0238275	.0338544	0.70	0.483	-.0433554 .0910104
diCaq	-.2393465	.0402861	-5.94	0.000	-.3192928 -.1594001
diCau	-.1405867	.042367	-3.32	0.001	-.2246627 -.0565108
diCes	-.0907598	.0364816	-2.49	0.015	-.1631564 -.0183633
diCor	-.2022274	.0473794	-4.27	0.000	-.2962502 -.1082045
diCun	.1766198	.0391399	4.51	0.000	.0989478 .2542917
diCho	-.3718155	.0654113	-5.68	0.000	-.501622 -.242009
diHui	.0184324	.033414	0.55	0.582	-.0478766 .0847415
diGua	.2139501	.03398	6.30	0.000	.1465179 .2813824
diMag	-.1770961	.0406138	-4.36	0.000	-.2576929 -.0964993
diMet	.0737575	.0362883	2.03	0.045	.0017446 .1457705
diNar	-.247781	.051884	-4.78	0.000	-.3507432 -.1448188
diNSa	-.1354326	.0369954	-3.66	0.000	-.2088488 -.0620165
diQui	.0348609	.0358466	0.97	0.333	-.0362754 .1059973
diRis	.0573203	.0365168	1.57	0.120	-.0151461 .1297866
diSan	.1549778	.0392456	3.95	0.000	.0770963 .2328594
diSuc	-.3544136	.0562551	-6.30	0.000	-.46605 -.2427771
diTol	.0058079	.0334558	0.17	0.863	-.060584 .0721999
diVal	.2215074	.0498692	4.44	0.000	.1225436 .3204712
diNue	.2107704	.0474955	4.44	0.000	.1165172 .3050237

.  
F test that all u\_i=0: F( 24, 99) = 4.57 Prob > F = 0.0000

## Anexo 4. Convergencia beta: modelo dinámico en diferencia, Método Generalizado de Momentos (GMM)

### 1. MUESTRA ANUAL

Arellano-Bond dynamic panel-data estimation Number of obs = 725  
 Group variable: **depar** Number of groups = 25  
 Time variable: **año**  
 Obs per group: min = 29  
 avg = 29  
 max = 29

Number of instruments = 420 Wald chi2( 1) = 894.77  
 Prob > chi2 = 0.0000

One-step results

lnyitmeanl~t	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
lnyitmeanl~t L1.	.7841534	.0262148	29.91	0.000	.7327734 .8355334

Instruments for differenced equation  
 GMM-type: L(2/.).lnyitmeanlnyt

: estat abond

Arellano-Bond test for zero autocorrelation in first-differenced errors

Order	z	Prob > z
1	-11.056	0.0000
2	-1.5664	0.1173

H0: no autocorrelation

Velocidad de Convergencia: 24,315%

### 2. MUESTRA QUINQUENAL

Arellano-Bond dynamic panel-data estimation Number of obs = 100  
 Group variable: **depar** Number of groups = 25  
 Time variable: **año**  
 Obs per group: min = 4  
 avg = 4  
 max = 4

Number of instruments = 10 Wald chi2( 1) = 4.19  
 Prob > chi2 = 0.0406

One-step results

lnyitmeanl~t	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
lnyitmeanl~t L1.	.3284361	.1603637	2.05	0.041	.0141291 .6427431

Instruments for differenced equation  
 GMM-type: L(2/.).lnyitmeanlnyt

```
. estat abond
```

```
Arellano-Bond test for zero autocorrelation in first-differenced errors
```

Order	z	Prob > z
1	-1.0411	0.2978
2	.8217	0.4112

H0: no autocorrelation

```
. estat sargan
```

```
Sargan test of overidentifying restrictions
```

H0: overidentifying restrictions are valid

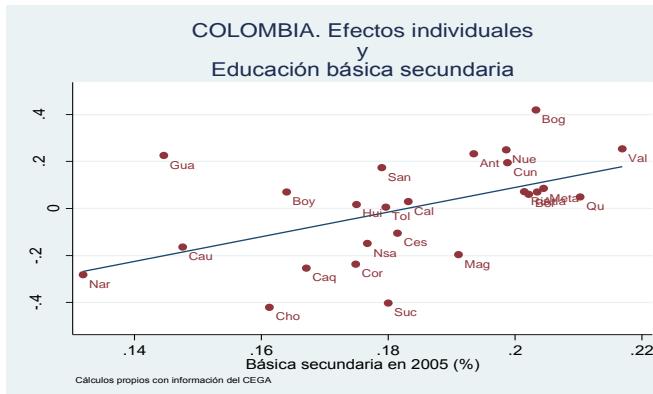
```
chi2( 9)      =  13.62502  
Prob > chi2  =  0.1363
```

**Velocidad de convergencia: 22,268%**

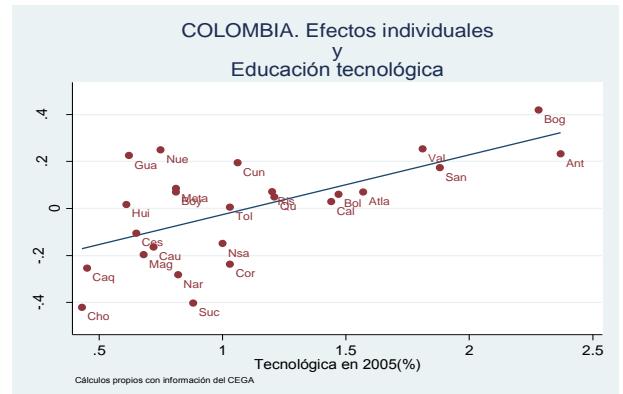
La expresión de la ecuación de convergencia corresponde a la ecuación (13):

$$\ln \tilde{y}_{it} - \ln \tilde{y}_{it-1} = (1 - \beta)(\ln \tilde{y}_{it-1} - \ln \tilde{y}_{it-2}) + \mu_{it}^*$$

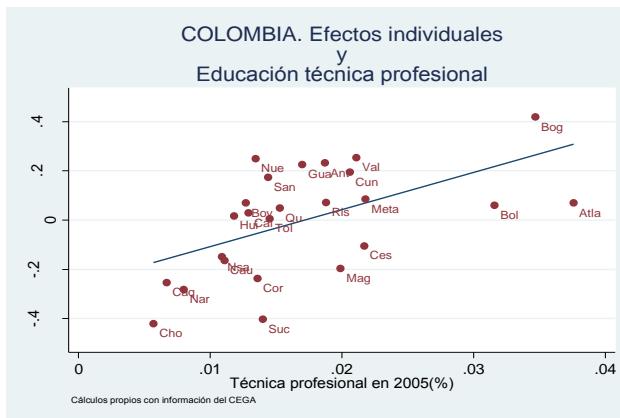
## Anexo 5. Gráficos efectos fijos individuales y proxy educación



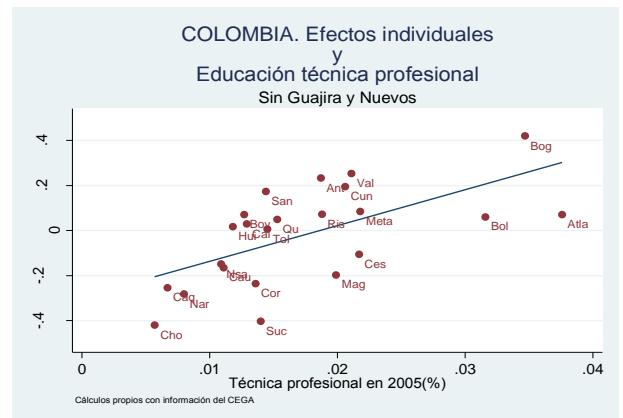
Coeficiente de correlación: 0.52



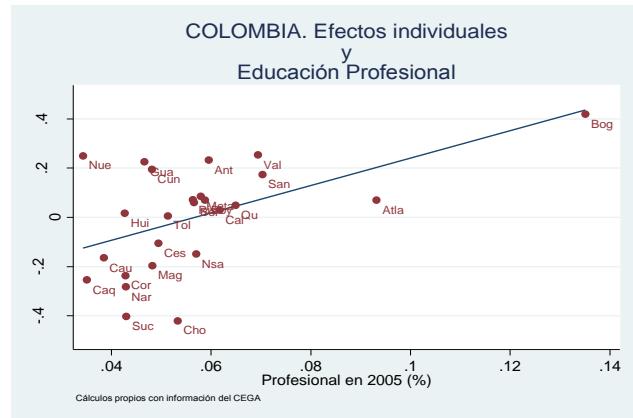
Coeficiente de correlación: 0.67



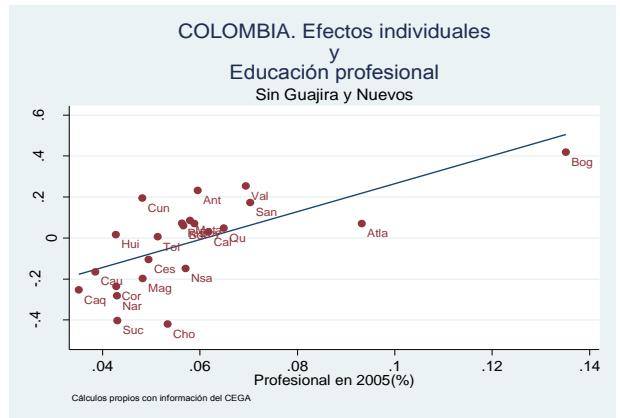
Coeficiente de correlación 0.55



Coeficiente de correlación: 0.62



Coeficiente de correlación: 0.53



Coeficiente de correlación: 0.67

## Anexo 6. Cálculo del nivel de equilibrio de la producción per cápita

En la sección metodológica la ecuación (11) viene dada por:

$$\Delta \ln y_{it} - \overline{\Delta \ln y_t} = (\alpha_i - \bar{\alpha}) - \beta (\ln y_{it-1} - \overline{\ln y_{t-1}}) + \mu_{it}^*$$

Igualando a cero  $\Delta \ln y_{it} - \overline{\Delta \ln y_t}$  en esta expresión y, prescindiendo de la perturbación aleatoria ( $\mu_{it}^*$ ), se llega al nivel del PIB per cápita relativo de estado estacionario o equilibrio:

$$\ln y_i^* = \frac{\alpha_i}{\beta}$$

Como se aprecia, los valores de equilibrios pueden diferir entre los departamentos porque son función de los efectos fijos expresivos de los “fundamentos” de las economías ( $\alpha_i$ ). Cabe anotar que el PIB per cápita relativo del departamento  $i$  converge en el largo plazo al valor de equilibrio  $\ln y_i^*$ . Ahora bien, si los PIB per cápita relativos observados coinciden con los de equilibrio, no cabe esperar un proceso de convergencia en el futuro.

## Anexo 7. Club de convergencia

### 1. Observaciones Anuales

Source	SS	df	MS	Number of obs =	750
Model	118.358995	5	23.671799	F( 5, 745) =	6719.51
Residual	2.62452017	745	.003522846	Prob > F =	0.0000
Total	120.983515	750	.161311354	R-squared =	0.9783

lnyitmeanl~t	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
lnyit_1mea~1	.9143929	.0116682	78.37	0.000	.8914865 .9372994
grupoI	.0412878	.0062042	6.65	0.000	.0291081 .0534675
grupoII	.0087489	.0038968	2.25	0.025	.0010989 .0163989
grupoIII	-.0273071	.0060312	-4.53	0.000	-.0391474 -.0154669
grupoIV	-.0578049	.0088177	-6.56	0.000	-.0751155 -.0404943

Test F: modelo restringido vs modelo no restringido.

```

. scalar scr_r = e(rss)
.
.
.
. scalar f = ((scr_r-scr_nr)/21)/(scr_nr/(750-26))
.
. scalar pval = 1-F(21,724,f)
.
. dis f
i.2810093
.
. dis pval
.17900452

```

Test de Wald

```

. test grupoI=grupoII
( 1) grupoI - grupoII = 0
      F( 1,    745) =     26.44
      Prob > F =     0.0000

. test grupoII=grupoIII
( 1) grupoII - grupoIII = 0
      F( 1,    745) =     20.95
      Prob > F =     0.0000

. test grupoIII=grupoIV
( 1) grupoIII - grupoIV = 0
      F( 1,    745) =     14.49
      Prob > F =     0.0002
.
```

## 2. Observaciones Quinquenales

Source	SS	df	MS	Number of obs =	125
Model	19.1418858	6	3.1903143	F( 6, 119) =	513.05
Residual	.739979119	119	.006218312	Prob > F =	0.0000
Total	19.8818649	125	.15905492	R-squared =	0.9628

lnyitmeanl~t	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
lnyit_1mea~1	.6468629	.0408572	15.83	0.000	.5659615 .7277643
grupoI	.1789567	.020953	8.54	0.000	.1374676 .2204457
grupoII	.0279448	.012884	2.17	0.032	.0024333 .0534564
grupoIII	-.1128261	.0204856	-5.51	0.000	-.1533897 -.0722626
grupoIV	-.1865139	.0310311	-6.01	0.000	-.2479585 -.1250693
grupoV	-.2835207	.0383697	-7.39	0.000	-.3594965 -.2075448

Velocidad de convergencia: 8,71%

```
. scalar scr_r = e(rss)

.
.
.
. scalar f = ((scr_r-scr_nr)/20)/(scr_nr/(125-26))
.
. scalar pval = 1-F(20,99,f)
.
. dis f
1.3051112
.
. dis pval
.19402187
```

### Test de Wald

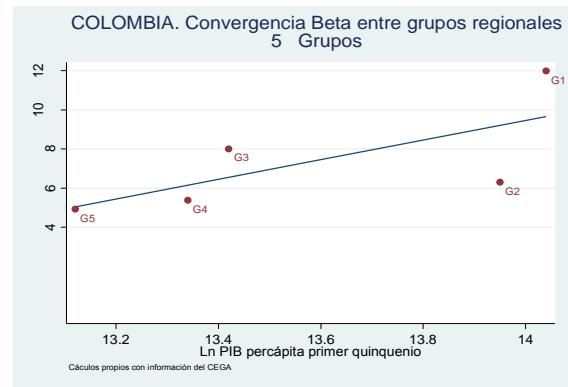
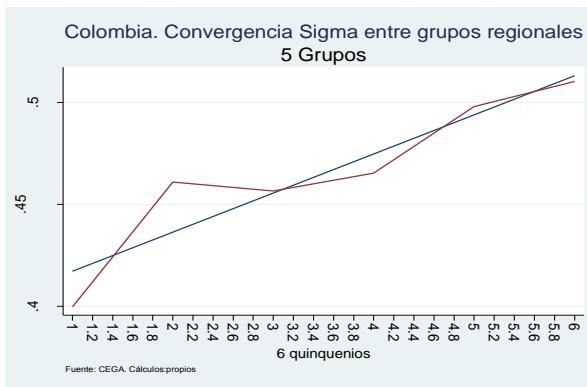
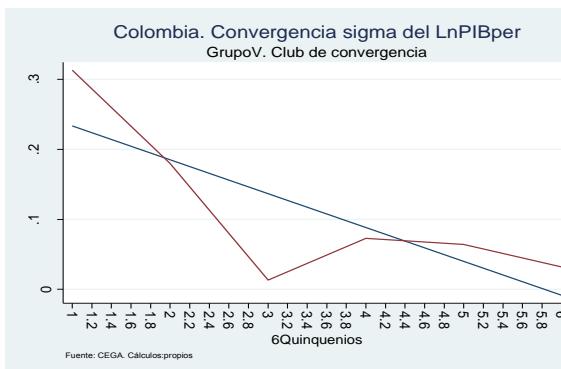
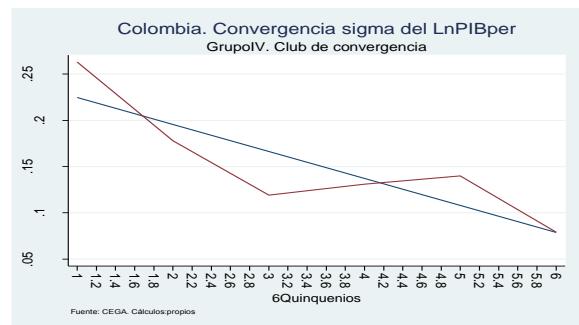
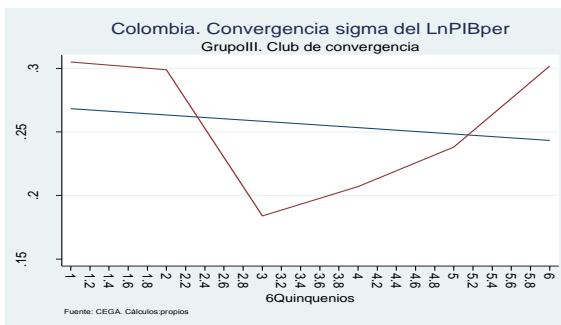
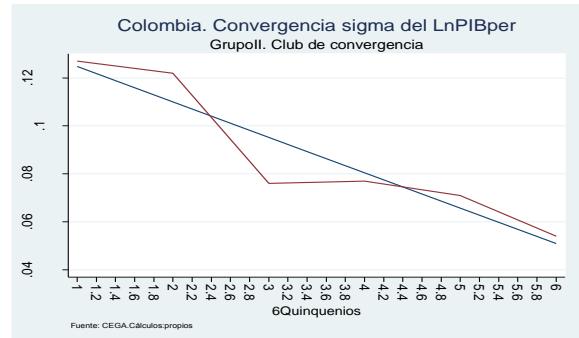
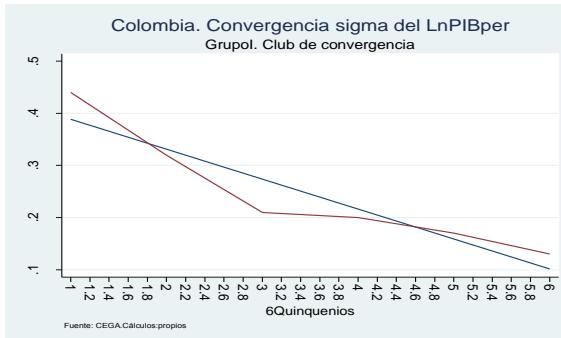
```
. test grupoI=grupoII
( 1)  grupoI - grupoII = 0
      F( 1, 119) =    52.48
      Prob > F = 0.0000

. test grupoII=grupoIII
( 1)  grupoII - grupoIII = 0
      F( 1, 119) =    27.39
      Prob > F = 0.0000

. test grupoIII=grupoIV
( 1)  grupoIII - grupoIV = 0
      F( 1, 119) =     6.04
      Prob > F = 0.0155

. test grupoIV=grupoV
( 1)  grupoIV - grupoV = 0
      F( 1, 119) =     6.93
      Prob > F = 0.0096
```

## Observaciones Quinquenales. Gráficos Club de Convergencia.



**Anexo 8. Efectos Fijos estimados para definir grupos de departamentos.**

**Tabla 6. Efectos Fijos**

Anual			Quinquenal		
Posición	Departamento	Efíjos	Posición	Departamento	Efíjos
1	Sta fe Bogotá	0.63	1	Sta fe Bogotá	0.25
2	Valle	0.39	2	Valle	0.15
3	Antioquia	0.35	3	Nuevos	0.14
4	Nuevos	0.27	4	Antioquia	0.14
5	Cundinamarca	0.24	5	Cundinamarca	0.12
6	Santander	0.24	6	Santander	0.11
7	Atlántico	0.17	7	La Guajira	0.07
8	Risaralda	0.15	8	Meta	0.05
9	Meta	0.15	9	Risaralda	0.05
10	Quindío	0.12	10	Atlántico	0.05
11	Bolívar	0.10	11	Bolívar	0.05
12	Boyacá	0.10	12	Boyacá	0.05
13	La Guajira	0.08	13	Quindío	0.03
14	Caldas	0.06	14	Caldas	0.03
15	Tolima	0.02	15	Tolima	0.01
16	Huila	0.00	16	Huila	0.00
17	Cesar	-0.14	17	Cesar	-0.04
18	Nte Santander	-0.19	18	Cauca	-0.09
19	Cauca	-0.26	19	Nte Santander	-0.09
20	Magdalena	-0.27	20	Córdoba	-0.12
21	Caquetá	-0.30	21	Magdalena	-0.12
22	Córdoba	-0.33	22	Caquetá	-0.16
23	Nariño	-0.44	23	Nariño	-0.18
24	Sucre	-0.51	24	Sucre	-0.23
25	Chocó	-0.64	25	Chocó	-0.27



***Capítulo II “Desigualdades regionales en Colombia: un análisis de los factores determinantes de la productividad total factorial y la eficiencia en el sector industrial.”***

**RESUMEN:** El objetivo principal de este capítulo consiste en estimar la eficiencia de la industria manufacturera colombiana a nivel regional, a través de un modelo de frontera estocástica de producción. De igual manera, estimar los determinantes del crecimiento de la productividad industrial en las regiones o departamentos de Colombia. El principal aporte del capítulo consiste en utilizar un modelo de frontera estocástica con efectos de eficiencia, en el cual se estima el efecto que tienen algunas variables sobre la ineficiencia.

PALABRAS CLAVES: Eficiencia, frontera estocástica, cambio tecnológico, productividad.

CÓDIGOS JEL: C13, C20, O33, C23.

## **II.1. INTRODUCCIÓN**

Las recientes discusiones sobre las fuentes de las diferencias en la productividad y la eficiencia de la industria han impulsado el debate sobre estos temas. Para las regiones siempre es un objetivo importante tener altos niveles de eficiencia y productividad en sus producciones; por tanto, su medición se hace relevante. Entre los diferentes métodos, los basados en la noción de frontera se han convertido en los más utilizados, puesto que su metodología se sustenta en la teoría económica y el concepto de distancia a la frontera de posibilidades de producción, permite poner en práctica los conceptos de Productividad Total Factorial (PTF) e ineficiencia.

La idea de medir el comportamiento de la producción con respecto a la frontera se remonta a los años cincuenta. Koopmans (1951) define la eficiencia como la capacidad técnica de una firma para maximizar el producto, dado los insumos.

Sin embargo, esta noción no ofrecía ninguna orientación sobre el grado de ineficiencia. Esta cuestión fue abordada por Farell (1957). El autor extendió el trabajo iniciado por Koopmans y sugirió una medición de la eficiencia como la desviación observada a partir de una isocuanta frontera. No obstante, el conjunto de posibilidades de producción era desconocido.

Sólo ha sido entonces desde este trabajo que se ha considerado seriamente en estimar funciones de producción de frontera, en un esfuerzo por cerrar la brecha entre el trabajo teórico y empírico.

El objetivo principal de este capítulo consiste en estimar la eficiencia de la industria manufacturera Colombiana a nivel regional, a través de un modelo de frontera estocástica de producción. De igual manera, estimar los determinantes del crecimiento de la productividad industrial en las regiones o departamentos de Colombia. El principal aporte

del capítulo consiste en utilizar un modelo de frontera estocástica con efectos de eficiencia, en el cual se estima el efecto que tienen algunas variables sobre la ineficiencia.

El resto del capítulo se estructura de la siguiente forma: la sección 2 presenta los elementos conceptuales básicos del estudio, ofreciendo detalles sobre el problema del estudio de la productividad, la medición de la eficiencia en modelos de frontera estocástica y la explicación de la pertinencia del enfoque aquí adoptado con respecto a otros estudios relacionados efectuados en el contexto colombiano. La sección 3 presenta la metodología y la especificación del modelo. La sección 4 presenta los principales resultados. Por último, la sección 5 brinda los comentarios finales de la investigación.

## **II.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA: APROXIMACIÓN CONCEPTUAL A LA PRODUCTIVIDAD Y TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN**

### **II.2.1. La Productividad total factorial**

El estudio de la productividad es un tema recurrente en la literatura económica, dos son las razones de su importancia: desde la perspectiva de la macroeconomía y la teoría del crecimiento la productividad es considerada un determinante clave del crecimiento económico; desde la perspectiva de la microeconomía y la teoría del productor su relevancia radica en que la productividad es un determinante de la rentabilidad y la competitividad de la firma (véase, Varian, 1992).

Es precisamente en el ámbito de la macroeconomía que el estudio de la productividad (PTF) cobra impulso, con los trabajos pioneros de Abramovitz (1956) y Solow (1957), quienes sugerían que la misma explicaba cerca del 90% del crecimiento en Estados Unidos. En el enfoque neoclásico empleado por Solow (1957), el crecimiento de la PTF era atribuido principalmente al cambio técnico. Siendo esta la posición generalizada por largo tiempo (véase Abramovitz, 1993).

Sin embargo, las diferencias en productividad pueden ser atribuidas a otros factores, como las economías de escala y la eficiencia (Abramovitz, 1993, p. 218; OECD, 2001, p. 11), sin contar otras diferencias exógenas presentes en el entorno (Fried, Lovell y Schmidt, 2008, p. 8). Es de destacar que existen dos tipos de ineficiencia: técnica y asignativa. La primera hace referencia al uso excesivo de los recursos, como ocurre cuando se utilizan más insumos de los precisados para producir cierta cantidad de *output*, mientras la segunda hace referencia a la asignación incorrecta de los recursos dados los precios de mercado (Greene, 2008, p. 102).

Con el surgimiento en la década de los ochenta de las nuevas teorías del crecimiento se le prestó atención a las economías de escala como un determinante de la PTF. Sin embargo, finalizando la década de 1970 surgieron algunos aportes, más próximos al campo de la microeconomía, preocupados por la estimación de la ineficiencia: Aigner, Lovell y Schmidt (1977), Meeusen y Van den Broeck (1977) y Charnes, Cooper y Rhodes (1978). Los dos primeros artículos sientan las bases del enfoque de los modelos de Frontera Estocástica (MFE), mientras el último desarrolla lo que se conoce como Análisis de Envolvente de Datos (AED). Estos aportes vieron su aplicación principalmente durante la década de 1990, tras algunos desarrollos teóricos y econométricos que facilitaron su implementación.

Incluso, el trabajo ya citado de Solow (1957), empleando una función de producción neoclásica en un enfoque determinístico, reconoce indirectamente el papel de la ineficiencia en la determinación de la PTF. Afirma: “what belongs in a production function is capital in use, not capital in place (p. 314).” En otras palabras, reconoce la existencia de capacidad ociosa, la cual impide que las empresas operen sobre su frontera (no producen al máximo con los mínimos insumos). No obstante, en el enfoque neoclásico de rendimientos constantes de escala e información completa, las firmas no enfrentan obstáculo alguno para alcanzar la plena capacidad o *producción de frontera*. De esta manera, el enfoque neoclásico en su formulación más ortodoxa descarta de plano la posibilidad de analizar la ineficiencia como un determinante de la PTF.

## **II.2.2. Estimación de la PTF en Colombia**

Los estudios existentes en Colombia sobre la estimación de la PTF, aplicados a nivel regional se basan en el ajuste de funciones de producción neoclásica y el cálculo de números índice. Sin embargo, ambas aproximaciones parten de estructuras de mercado perfectamente competitivas, con las consecuencias antes mencionadas.

En el primer tipo de estudios, basados en la estimación de funciones de producción se destaca el análisis del grupo Greco, del Banco de la República de Colombia, en el marco de una función de producción Cobb-Douglas, descompone las fuentes del crecimiento durante el siglo XX para la economía colombiana. Asimismo, Iregui, Melo y Ramírez (2006) estiman la productividad total factorial para las nueve áreas metropolitanas en Colombia, con datos de la encuesta anual manufacturera (EAM) y utilizando la metodología de la cointegración. Sin embargo, no establecen sus determinantes, aunque constatan diferencias entre áreas. Además, como es usual desde la publicación de Solow (1957), estos estudios atribuyen la PTF al cambio técnico.

Medina, Meléndez y Seim (2003), analizan el efecto de la política tributaria y la política comercial sobre la productividad de la industria manufacturera colombiana. Aunque utilizan técnicas semiparamétricas para estimar la PTF, conservan algunos supuestos que pueden ser restrictivos, como el de competencia perfecta. Esto implica descartar por hipótesis el papel de la ineficiencia en el comportamiento de la PTF.

Los trabajos de Echavarría (1991), Chica (1996), Pombo (1999) y Villamil (1999), utilizan números índice para la medición de la productividad. Los índices más comunes para este efecto son el índice de Fisher y el índice de Tornqvist. En teoría ambos son casos particulares del índice de productividad de Malmquist, el cual, en la práctica, constituye un ideal teórico a partir del cual otros índices son calificados. No obstante, este presenta ciertas dificultades: exigen información acerca del precio de todos los insumos y los productos de las firmas o sectores en consideración (Fried, Lovell y Schmidt, 2008, p. 73), y asumen

que la producción debe ser eficiente asignativamente (Färe y Grosskopf, 1991, p. 160), ya que exigen mercados competitivos o agentes tomadores de precios (Diewert, 1993, p. 352; Fried, Lovell y Schmidt, 2008, pp. 66-68). Lo anterior descarta precisamente una de los posibles obstáculos al comportamiento optimizador y, por tanto, una de las fuentes que explican la ineficiencia.

Es necesario, entonces, emplear un enfoque más propicio para la estimación de la productividad en la industria de las regiones colombianas, habida cuenta de aquellos obstáculos a la optimización, como la incertidumbre o la competencia imperfecta, que impiden que las empresas produzcan sobre la frontera. Es así como los modelos de frontera estocástica ofrecen un marco teórico y metodológico sobre el cual se puede estimar el grado en el cual la producción observada se desvía de su potencial y, a través de la descomposición de la PTF, propuesta por Kumbhakar, Denny y Fuss (2000) y Kumbhakar y Lovell (2000), estimar la contribución a la productividad de cuatro factores diferentes: el cambio técnico, las economías de escala, la eficiencia técnica y la eficiencia asignativa. Debido a las limitaciones de información, este trabajo se limita a estimar los tres primeros factores determinantes de la PTF.

A continuación se discute el problema de la estimación de la eficiencia técnica,<sup>33</sup> los rasgos fundamentales que definen los modelos de frontera estocástica y sus ventajas con respecto al análisis de envolvente de datos (AED) en su estimación. Luego, se explica en qué consiste la metodología de descomposición del crecimiento en la PTF. Finalmente, se hace una revisión de las metodologías de estimación para un modelo de frontera estocástica.

### **II.2.3. La ineficiencia técnica**

La producción de frontera (o potencial) representa una situación ideal, en la cual se alcanza la máxima producción posible dados un conjunto de insumos, donde ninguna empresa puede sobrepasar este ideal. En este sentido, la ineficiencia mide el grado en el cual la

---

<sup>33</sup> En lo que sigue se emplea el término eficiencia para referirse a la eficiencia técnica.

producción observada se desvía de ese ideal teórico (ver Greene, 2008, p. 93).<sup>34</sup> La motivación teórica y los fundamentos conceptuales para la medición de la ineficiencia surgen con las aportaciones de Debreu (1951) y Farrell (1957). Recogiendo estos aportes, Aigner y Chu (1968) desarrollan un enfoque determinístico basado en la estimación de funciones de producción paramétricas para calcular la ineficiencia proponiendo técnicas de programación lineal y cuadrática. Sin embargo, este enfoque no vio aplicación hasta 1977, en un trabajo de Forsund y Jansen (1977). Este método pronto entró en desuso debido a que fue rápidamente reemplazado por otro enfoque determinístico para las estimación de la ineficiencia. Se trata del análisis de envolvente de datos (AED).

El AED es una metodología no paramétrica para la estimación de la función de producción de frontera, con respecto a la cual se juzga el grado en el cual la producción observada se aleja de su potencial. No obstante, la naturaleza determinística de este enfoque implica una debilidad fundamental: cualquier desviación de la producción observada con respecto a la frontera estimada es tratada como ineficiencia. De esta manera, el AED podría estar sobreestimando la ineficiencia al ignorar que las desviaciones con respecto a la producción de frontera también pueden explicarse por factores fuera del control de las firmas, como por ejemplo el clima (Greene, 2008, p. 114).

Contrario a este enfoque determinístico, existe un enfoque estocástico para el cálculo de la ineficiencia basado en la estimación de una función de producción de frontera paramétrica. Esta es la metodología de los modelos de frontera estocástica. La naturaleza estocástica de esta metodología permite corregir el problema de sobreestimación de la ineficiencia que presenta el análisis de envolvente de datos. Para aclarar este punto, observemos lo siguiente. De acuerdo a un enfoque de frontera determinística (como el AED) la función de producción se definiría como:

$$y_{it} \leq f(\mathbf{x}_{it})$$

---

<sup>34</sup> De manera alternativa, podemos definir la eficiencia como el grado en el cual la producción observada se acerca a la producción de frontera. De esta forma, es indiferente hablar de *eficiencia* o ineficiencia, pues en ambos casos estos conceptos hacen referencia a la distancia entre la producción observada y potencial.

Donde  $y_{it}$  representa el valor de la producción de la firma  $i$  en el periodo  $t$ ,  $\mathbf{x}_{it}$  es un vector de insumos y  $f(\cdot)$  es la función de producción, la cual define la producción potencial o frontera. La anterior desigualdad débil puede reescribirse como una igualdad así:

$$y_{it} = f(\mathbf{x}_{it})TE_{it}$$

Donde  $TE_{it}$  mide la eficiencia (cercanía a la producción de frontera) o alternativamente  $1 - TE_{it}$  mide la ineficiencia (desviación con respecto a la producción de frontera). Por el contrario, en un enfoque de frontera estocástica la función de producción se define como:

$$y_{it} \leq f(\mathbf{x}_{it})e^{\nu_{it}}$$

Donde  $\nu_{it}$  es una perturbación aleatoria que refleja aquellos factores por fuera del control de la firma que alteran su frontera productiva. Así,  $f(\mathbf{x}_{it})e^{\nu_{it}}$  representa la función de producción de frontera. En este caso la eficiencia también es medida por  $TE_{it}$ , de manera que:

$$y_{it} = f(\mathbf{x}_{it})TE_{it}e^{\nu_{it}} \quad (1)$$

Se observa que la estimación de la eficiencia tiende a ser inferior en un enfoque determinístico que en un enfoque estocástico. Teniendo en cuenta que la ineficiencia está dada por  $1 - TE_{it}$ , esto equivale a afirmar que el enfoque determinístico sobreestima la ineficiencia.

En ambos casos  $0 < TE_{it} < 1$ . Donde un valor de 1 indica que la producción está en la frontera, es decir, es plenamente eficiente o alternativamente que  $1 - TE_{it} = 0$ , es decir, no hay ineficiencia.

#### **II.2.4. Estimación de la eficiencia en Colombia**

Existen algunos estudios en Colombia a nivel sectorial que utilizan la metodología de frontera estocástica, aplicados al sector bancario (Badel, 2002), el sector cafetero (Perdomo y Hueth, 2010) y el sector educativo (Iregui, Melo y Ramos, 2006). El interés de estos estudios se limita principalmente a estimar la ineficiencia; en ningún caso se hace una

estimación de los determinantes de la PTF. La única excepción en este respecto es Gallón (2007).

Badel (2002) estima un modelo de frontera estocástica a través de un enfoque similar a los mínimos cuadrados modificados, donde las medidas resultantes de la eficiencia son regresadas contra el tamaño de los bancos (medido a través de sus activos) la calidad de la cartera (medida como cartera en mora sobre cartera bruta) y los indicadores ROE (utilidad/capital) y ROA (utilidad activos).

Existen otros estudios que tratan de estudiar algunos determinantes de la eficiencia a nivel sectorial, como Iregui, Melo y Ramos (2006), los autores recurren a un modelo de efectos de eficiencia para estimar la eficiencia de la educación primaria y secundaria en Colombia para el año 2002 (un corte transversal), utilizando una función de producción Cobb-Douglas con rendimientos constantes de escala, donde la variable dependiente es el logro educativo de los planteles que comprenden la muestra. Este es medido como la clasificación de cada plantel en la pruebas ICFES 2002. Por su parte, las variables que explican la eficiencia hacen referencia a factores del entorno del establecimiento educativo. Perdomo y Hueth (2010) estiman un modelo de frontera estocástica con ineficiencia semi-normal para calcular la eficiencia técnica de las fincas cafeteras de Caldas, Quindío y Risaralda en 2004. De manera similar, Mutis (2006) emplea un modelo con ineficiencia semi-normal para evaluar el desempeño de 113 hospitales de nivel II en el año 2003.

Gallón (2007) es el primer trabajo identificado que se aparte del enfoque sectorial que presentan los estudios mencionados. Gallón (2007) emplea un modelo con ineficiencia semi-normal tiempo variante para estimar la eficiencia técnica de la industria manufacturera colombiana con datos a nivel departamental para el periodo 1977-2002. Además, es el primer estudio que hace un ejercicio de descomposición de la PTF para Colombia siguiendo la metodología de Kumbhakar, Denny y Fuss (2000).

### II.2.5. Estimación y descomposición del crecimiento de la PTF

Como se mencionó anteriormente, en Colombia se han hecho estudios que estiman la productividad recurriendo a enfoques convencionales, que utilizan funciones de producción neoclásica o números índice. Pero las limitaciones que presentan estos enfoques proporcionan algunos motivos por los cuales puede considerarse ventajoso adoptar el enfoque del análisis de frontera estocástica. La ecuación (1), presentada anteriormente, describe la forma general de una frontera estocástica. Para efectos de la estimación empírica se suele adoptar una transformación logarítmica del modelo. De esta manera, tenemos:

$$\ln y_{it} = \ln f(\mathbf{x}_{it}; t) + v_{it} - u_{it} \quad (2)$$

Donde,

$u_{it} \geq 0$  es la ineficiencia que aleja las firmas de su producción de frontera. Se incluye el tiempo como un argumento más de la función de producción para resaltar que esta puede cambiar de periodo a periodo. Además, observe que  $u_{it} = -\ln TE_{it}$ . Por lo tanto, esta medida de la ineficiencia puede ser transformada en una medida de la eficiencia así:

$$TE_{it} = \exp(-u_{it}) \quad (3)$$

La PTF se define como el cociente entre el valor de la producción y el costo de los insumos o factores productivos (Lovell, Fried y Schmidt, 2008). Por lo tanto, la tasa de crecimiento de la PTF se determina como la diferencia entre la tasa de crecimiento del valor de la producción y el valor de los insumos.

$$P\dot{T}F_{it} = \dot{y}_{it} - \sum_{j=1}^k S_{jit} \dot{x}_{ jit}$$

Donde un punto sobre una variable indica su tasa de cambio en el tiempo,  $k$  es el número de insumos empleados, y  $S_{jit}$  representa la participación en el costo total del insumo  $j$ . El problema consiste en determinar las causas del cambio en la PTF. Diferenciando la ecuación (2), el comportamiento de la productividad para la firma  $i$  en el momento  $t$  se

puede descomponer de la siguiente manera (se omiten los subíndices  $i$  y  $t$  para no recargar la presentación).

$$P\dot{T}F = TC - \frac{\partial u}{\partial t} + (\varepsilon - 1) \sum_{j=1}^k \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon} \dot{x}_j + \sum_{j=1}^k \left( \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon} - S_j \right) \dot{x}_j$$

La anterior expresión es la descomposición que plantean Kumbhakar y Lovell (2000, p. 282-285) y Kumbhakar, Denny y Fuss (2000, p. 428).

Donde,

$TC = \frac{\partial \ln f(x_{it}; t)}{\partial t}$  mide el cambio tecnológico y  $-\frac{\partial u}{\partial t}$  el cambio en la eficiencia técnica.

$\varepsilon_j = \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_j} \frac{x_j}{f(\cdot)}$  es la elasticidad de la producción con respecto al insumo  $j$ .

Las economías de escala se pueden medir como  $\varepsilon = \sum_{j=1}^k \varepsilon_j$ .

Así, si al aumentar los insumos las elasticidades suman más que la unidad se tiene un indicativo de que; en general, la producción crece más que proporcionalmente. Si se reemplaza  $\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon}$  por sus definiciones, se podrá comprobar que este cociente mide la participación en el gasto total del insumo  $j$  bajo condiciones de competencia perfecta. Por lo tanto, el término  $\sum_{j=1}^k \left( \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon} - S_j \right) \dot{x}_j$  captura la desviación del precio de los insumos con respecto a sus productos marginales, proporcionando entonces una medida de la ineficiencia asignativa (Kumbhakar, Denny y Fuss, 2000, p. 429). Desafortunadamente, la Encuesta Anual Manufacturera del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) no proporciona información suficiente para calcular las participaciones factoriales a precios de mercado. Por esta razón, el componente de eficiencia asignativa no puede ser estimado. De esta manera, la anterior expresión para la descomposición de la PTF se reduce a:

$$P\dot{T}F = TC - \frac{\partial u}{\partial t} + (\varepsilon - 1) \sum_{j=1}^k \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon} \dot{x}_j \quad (4)$$

Note que, de acuerdo a la ecuación (4), la PTF puede ser atribuida enteramente al cambio técnico solo cuando la ineficiencia técnica es tiempo invariante, o cuando hay retornos constantes de escala.

### II.2.6. Técnicas de estimación

A continuación se realizará un esbozo de las principales técnicas de estimación:

Reescribamos el modelo en la ecuación (2) de la siguiente forma:

$$\ln y_{it} = \alpha + \beta' \mathbf{x}_{it} + v_{it} - u_{it} \quad (5)$$

Donde,  $\mathbf{x}_{it}$  es un vector de funciones de los insumos y  $\beta$  es un vector de parámetros; y la expresión:  $\alpha + \beta' \mathbf{x}_{it} + v_{it}$  es la frontera estocástica. Además, se asume en adelante que la perturbación  $v_{it}$  es  $iid(0, \sigma_v^2)$ .

En el contexto de datos de corte transversal, esto es,  $t = 1$ , se utilizan dos métodos para la estimación de modelos de frontera estocástica: máxima verosimilitud y mínimos cuadrados modificados. El primero, también es bastante utilizado en el contexto de datos de panel, por lo cual postergamos su discusión. En cuanto al segundo método, si hay evidencia de ineficiencia a partir de los datos utilizados, el método de los mínimos cuadrados (MCO) ofrece un estimador consistente para los parámetros de la función de producción, con excepción del intercepto. La razón es la siguiente: si hay ineficiencia los residuales MCO tienen un sesgo hacia la izquierda, lo que afecta al estimador del intercepto. Por lo tanto, es necesario corregir (modificar) el intercepto, teniendo en cuenta el sesgo que presentan los residuales, el cual puede ser estimado a partir de su tercer momento muestral.

En el contexto de datos de panel ( $t \geq 2$ ), además del método de la máxima verosimilitud, los modelos de frontera estocástica pueden ser estimados utilizando técnicas econométricas

tradicionales, como el modelo de efectos fijos o el modelo de efectos aleatorios. El primero, emplea el estimador de mínimos cuadrados ordinarios, mientras el segundo utiliza el estimador de mínimos cuadrados generalizados. Cada técnica de estimación tiene sus ventajas y desventajas, las cuales el investigador debe considerar de acuerdo a sus propósitos.

El método de máxima verosimilitud requiere de supuestos distribucionales acerca del comportamiento del término de perturbación,  $v_{it}$ , y la ineficiencia,  $u_{it}$ . Sin embargo, estos supuestos son innecesarios en un modelo de efectos fijos o de efectos aleatorios. Empero, la información distribucional puede ser de ayuda para obtener estimaciones más precisas de la ineficiencia.

Cabe anotar que la información que proporciona la dimensión temporal de un panel permite considerar especificaciones en las cuales la ineficiencia varía en el tiempo. Sin embargo, por el momento se supone que la ineficiencia es tiempo invariante,  $u_{it} = u_i$ , esto con el ánimo de simplificar la exposición y hacer énfasis en los aspectos fundamentales de cada enfoque.

#### **II.2.6.1 Modelos con ineficiencia tiempo invariante**

El modelo de efectos fijos no hace ningún supuesto distribucional sobre el término de perturbación ni sobre la ineficiencia. Además, exige que el término de perturbación  $v_{it}$  no esté correlacionado con los regresores (supuesto de exogeneidad), pero el término de ineficiencia  $u_i$  puede estar correlacionado con el término de perturbación o con los regresores. Esto se debe a que el término de ineficiencia es tratado como un efecto fijo (Kumbhakar y Lovell, 2000, p. 98). De esta manera, la frontera estocástica puede ser estimada por mínimos cuadrados ordinarios, aplicados a la siguiente ecuación:

$$\ln y_{it} = \alpha_i + \beta' \mathbf{x}_{it} + v_{it}$$

Donde  $\alpha_i = \alpha_0 - u_i$ . Luego de estimar el modelo, con el objetivo de calcular la ineficiencia para cada productor, se normaliza el intercepto de manera que  $\hat{\alpha}_0 = \max(\hat{\alpha}_i)$ . Por lo tanto, la ineficiencia se estima como  $\hat{u}_i = \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_i$ . Es decir, se asume que el productor con el mayor efecto fijo es 100% eficiente, mientras el nivel de eficiencia de cada productor es medido con relación al productor más eficiente. Además, surge una dificultad adicional: el modelo de efectos fijos no puede diferenciar la ineficiencia estimada de otras fuentes heterogeneidad entre los productores (Greene, 2008, p. 82; Greene, 2004; Kumbhakar y Lovell, 2000, p. 100).

Ahora bien, cuando los efectos son aleatorios, el modelo trata el término de ineficiencia  $u_i$  como una variable aleatoria no observada, la cual no debe estar correlacionada con el término de perturbación y los regresores. Aunque estos supuestos pueden parecer un poco más restrictivos, existe la posibilidad de incluir en el modelo regresores que son invariantes en el tiempo, lo cual no es posible en el modelo anterior. En este caso, el modelo de frontera es estimado por mínimos cuadrados generalizados, aplicados a la siguiente ecuación:

$$\ln y_{it} = \alpha^* + \beta' \mathbf{x}_{it} + v_{it} - u_i^*$$

Donde,  $\alpha^* = \alpha^* - E[u_i]$  y  $u_i^* = u_i - E[u_i]$ , siendo  $u_i^*$  el efecto aleatorio. Reescribir el modelo de esta manera permite que el error compuesto  $v_{it} - u_i^*$  tenga media cero y, por tanto, que el estimador para el intercepto también sea consistente. De esta manera, los efectos aleatorios pueden ser recuperados de los residuales como:

$$\hat{u}_i^* = \frac{1}{T} \sum_t (\ln y_{it} - \alpha^* - \beta' \mathbf{x}_{it})$$

Donde  $T$  es el número de periodos. Así, la ineficiencia se calcula como  $\hat{u}_i = \max(\hat{u}_i^*) - \hat{u}_i^*$ . Por lo tanto, este modelo también asume que hay al menos un productor 100% eficiente, mientras la ineficiencia de los demás productores es medida con respecto al

productor eficiente. Al igual que en el modelo de efectos fijos, las eficiencias estimadas están contaminadas por la heterogeneidad no observada presente en la muestra.

Por último, para emplear el estimador de Máxima Verosimilitud en un modelo de frontera estocástica es necesario hacer supuestos distribucionales sobre el término de perturbación y la ineficiencia. El modelo a estimar se puede escribirse como:

$$\ln y_{it} = \alpha + \beta' \mathbf{x}_{it} + e_{it} \quad (6)$$

Donde,  $e_{it} = v_{it} - u_{it}$  es un término de perturbación compuesto. Tanto  $v_{it}$  como  $u_{it}$  se asumen idénticamente distribuidos e independientes. Por tanto, tienen media y varianza constantes.

Es importante señalar que las diferencias entre los diferentes modelos de frontera estocástica estimados por máxima verosimilitud residen en los supuestos distribucionales en torno al término de ineficiencia. Al respecto, las especificaciones más utilizadas en la literatura suponen que la ineficiencia sigue una distribución seminormal o normal truncada (véase Coelli *et al.*, 2005; Greene, 2008).

El estimador de máxima verosimilitud se puede aplicar al caso de datos de corte transversal,  $t = 1$ . De igual manera, al caso de datos de panel ( $t \geq 2$ ) existe la posibilidad de permitir que la ineficiencia cambie en el tiempo o asumir que esta es constante (o sea,  $u_{it} = u_i$ ).

#### **II.2.6.2 Modelos con ineficiencia tiempo variante**

En el modelo de efectos fijos, una manera de incorporar la ineficiencia tiempo variante es la siguiente:

$$\ln y_i = \alpha_{it} + \beta' \mathbf{x}_{it} + v_{ti}$$

Donde,  $\alpha_{it} = \delta_{i1} + \delta_{i2}t + \delta_{i3}t^2$  es el intercepto para el productor  $i$  en el periodo  $t$ . En este caso la ineficiencia se estima como  $u_{it} = \max(\alpha_{it}) - \alpha_{it}$  (véase Greene, 2008). Por lo tanto, la ineficiencia sigue siendo medida de manera relativa, pero con la posibilidad de que el productor más eficiente cambie en cada periodo.

Una alternativa más flexible de modelar el comportamiento de la ineficiencia consiste en expresar los efectos (fijos o aleatorios) como el producto entre una constante  $\alpha_i$  y un conjunto de *dummies* temporales  $\theta_t$  (es decir,  $\alpha_{it} = \theta_t\alpha_i$ ). Cornwell y Schmidt (1993) presentan estimadores de efectos fijos y efectos aleatorios para esta especificación.

No obstante, los modelos de efectos fijos y efectos aleatorios enfrentan una limitación: en la práctica de estimar funciones de producción, el cambio técnico también suele ser aproximado a través de la inclusión del tiempo entre el conjunto de los regresores. Por tanto, al menos en el caso del progreso técnico neutral, ambos modelos tienden a confundir los efectos del cambio técnico y del cambio en la ineficiencia.<sup>35</sup> En otras palabras, aquella parte del comportamiento de la producción que es atribuida al cambio en la eficiencia, en la práctica podría ser también atribuida al cambio técnico.

De otro lado, el estimador máximo verosímil también permite modelar una ineficiencia tiempo variante en el marco de una frontera estocástica.

Un caso es el propuesto por Battese y Coelli (1992), donde se define la función del tiempo como:

$$g(t) = \exp(-\eta[t - T])$$

Donde  $T$  es el número de periodos en el panel de datos. Si  $\mu = 0$ , la distribución de  $U_i$  se simplifica a una semi-normal. Además si  $\eta = 0$  se regresa al caso de ineficiencias tiempo invariantes. En suma, en contraste con los modelos de efectos fijos y efectos aleatorios, la

---

<sup>35</sup> El cambio técnico neutral hace referencia a aquellos cambios en la tecnología que no alteran las proporciones en las cuales se emplean el capital y el trabajo en el proceso productivo. Por el contrario, el cambio técnico no neutral tiende a favorecer el empleo de alguno de estos factores.

información distribucional utilizada por el estimador máximo verosímil abre la posibilidad de separar el cambio técnico (neutral) del cambio en la ineficiencia.

### II.2.6.3 Modelo de efectos de eficiencia

La especificación del modelo de frontera estocástica especifica simultáneamente la ineficiencia como una función de otras variables adicionales al tiempo. Este modelo es más flexible, en tanto permitiría incorporar fuentes de heterogeneidad observada entre los distintos productores, que hacen que la eficiencia media que observa cada uno sea diferente.

Battese y Coelli (1995) proponen un modelo de tales características. El modelo de frontera estocástica a estimar es como en la ecuación (6), es decir:

$$\ln y_{it} = \alpha + \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{it} + e_{it}$$

Como antes,  $e_{it} = v_{it} - u_{it}$  y  $v_{it} \sim \text{iid } N(0, \sigma_v^2)$ . La diferencia radica en los supuestos en torno a  $u_{it}$ . En particular, se asume que el término de ineficiencia sigue una distribución normal truncada con media  $\mu_{it}$  y varianza,  $\sigma_u^2$ . En particular, Battese y Coelli (1995) parametrizan la media del término de ineficiencia así:

$$\mu_{it} = \mathbf{z}'_{it} \boldsymbol{\delta} \quad (7)$$

Donde,  $\mathbf{z}_{it}$  es un vector de variables explicativas asociadas con la ineficiencia técnica (una de las cuales puede ser el tiempo,  $t$ ) y  $\boldsymbol{\delta}$  es el correspondiente vector de parámetros desconocidos. Si la primera variable  $\mathbf{z}_{it}$  tiene el valor de uno (representando el intercepto) y los coeficientes asociados a las demás variables en  $\mathbf{z}_{it}$  son cero, se regresa al caso de ineficiencia tiempo invariante e idénticamente distribuida. Así mismo, si todos los coeficientes en  $\boldsymbol{\delta}$  son cero, se tiene el caso de ineficiencias tiempo invariantes con distribución seminormal. Por tanto, esta especificación es bastante flexible, ya que anida otras especificaciones comúnmente usadas en la literatura empírica.

Ahora bien, teniendo en cuenta que la media de  $u_{it}$  está dada por la ecuación (7); entonces, el modelo de ineficiencia se puede escribir como sigue:

$$u_{it} = \mathbf{z}'_{it}\boldsymbol{\delta} + W_{it} \quad (8)$$

Donde,  $\mathbf{z}'_{it}\boldsymbol{\delta}$  representa el componente determinístico de la ineficiencia, mientras  $W_{it}$  represente su componente aleatorio. En otras palabras, el primer componente refleja el componente explicado de la ineficiencia; mientras el segundo, representa el componente residual y no explicado de la misma. Por lo tanto,  $W_{it}$  es en esencia un término de error, el cual sigue una distribución normal truncada con media cero y varianza constante, cuyo punto de truncamiento es  $-\mathbf{z}'_{it}\boldsymbol{\delta}$ , es decir,  $W_{it} \geq -\mathbf{z}'_{it}\boldsymbol{\delta}$ .

La razón de este truncamiento es garantizar que el dominio de la ineficiencia comprenda el conjunto de los números reales no negativos (o sea,  $u_{it} \geq 0$ ).<sup>36</sup> Lo anterior, puede ser resumido escribiendo que  $u_{it} \sim N^+(\mathbf{z}'_{it}\boldsymbol{\delta}, \sigma_u^2)$ .

Los parámetros de la frontera estocástica en la ecuación (6) y del modelo de ineficiencia en la ecuación (8) pueden ser estimados simultáneamente por el método de la máxima verosimilitud en una sola etapa. Además, recordando la ecuación (3), la eficiencia técnica para el productor  $i$  en el periodo  $t$  se define como:

$$TE_{it} = \exp(-\mathbf{z}'_{it}\boldsymbol{\delta} - W_{it}) \quad (9)$$

## **II.3. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD DE LA INDUSTRIA DEPARTAMENTAL EN COLOMBIA**

### **II.3.1. Descripción de los datos**

---

<sup>36</sup> Reemplazando en la ecuación (9), se puede comprobar que en caso contrario ( $W_{it} \leq -\mathbf{z}'_{it}\boldsymbol{\delta}$ ) la ineficiencia toma valores negativos, lo cual implica que hay productores que sobrepasan su potencial productivo. Sin embargo, dado que la frontera representa la máxima producción alcanzable, esta situación es inviable.

Para cumplir con los objetivos del capítulo, se utilizó información acerca del sector industrial regional (departamental) en Colombia, obtenida por medio de la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) elaborada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), de la cual se dispone para el periodo 1992-2007. La EAM presenta la evolución del sector industrial, de acuerdo con las normas establecidas por la Clasificación Industrial Internacional Uniforme de las actividades económicas (CIIU) de la Oficina de Estadística de Naciones Unidas, por grupos a tres dígitos y clases a cuatro dígitos, identificando aquellas actividades industriales homogéneas.

Entre 1992-1999 el DANE ordena la información consignada en la EAM según la clasificación CIIU revisión 2. Por el contrario, a partir del 2000, el DANE utiliza la revisión 3 de la clasificación CIIU. Por tanto, para compatibilizar la información que va de 2000 a 2007 con aquella que va desde 1992 hasta 1999, se utiliza la tabla de equivalencia, proporcionada por el DANE, para compatibilizar la revisión 3 de la clasificación CIIU con la revisión 2.

Además, las variables nominales fueron deflactadas haciendo uso del índice de precios al productor, con año base 1990, por agrupación industrial, proporcionado por la misma entidad. A partir de este conjunto de datos se calculan las siguientes variables, que caracterizan la producción industrial departamental y son utilizadas para estimar la frontera estocástica:

Producción bruta ( $y_{it}$ ), número de trabajadores ( $L_{it}$ ), stock de capital ( $K_{it}$ ). Adicionalmente, se calculan las siguientes variables, para caracterizar otros aspectos del desempeño de la producción industrial en cada departamento: índice 4 de especialización ( $ie_{it}$ ), participación de las exportaciones de bienes manufacturados en la producción bruta ( $shx_{it}$ ), participación de las importaciones de bienes manufacturados en la producción bruta ( $shi_{it}$ ).

El número de trabajadores corresponde al personal ocupado permanente. El stock de capital fue calculado por el método del inventario perpetuo ver (Harberger, 1969 y 1978), que obtiene las series de stock a partir de la acumulación de los flujos pasados de la inversión bruta:

$$K_{it} = (1 - d)K_{it-1} + I_{it}$$

Donde,  $I_{it}$  representa la inversión bruta para el departamento  $i$  en el año  $t$  y  $d$  es la tasa de depreciación. Donde el stock de capital inicial se calcula como  $K_{i0} = I_{i0}/(\eta_i + d)$  siendo  $\eta_i$  la tasa histórica de crecimiento del valor agregado para cada departamento (Nehru y Dhareshwar, 1993, p. 43; Harberger, 1969 y 1978). La depreciación  $d$  se asume en 5%.

El índice 4 de especialización, es un indicador que va de 0 a 1, donde un valor cercano a la unidad indica que el departamento considerado tiene una industria altamente especializada o dedicada a unos pocos sectores. Por el contrario, un valor cercano a cero indica una industria bastante diversificada. Este índice se calcula como en Cuervo y González (1997, p. 393-396).

Los departamentos finalmente contemplados en el análisis son: Antioquia (5), Atlántico (8), Bogotá D.C (11), Bolívar (13), Boyacá (15), Caldas (17), Cauca (19), Cesar (20), Cundinamarca (25), Magdalena (47), Quindío (63), Risaralda (66), Santander (68), Tolima (73), Valle del Cauca (76) y Otros Departamentos (99). En Otros Departamentos están incluidos Nariño, Huila, Norte de Santander, Córdoba, Chocó, Meta y Sucre. Los departamentos Huila, Norte de Santander y Nariño fueron incluidos en Otros Departamentos debido a que su información en algunos casos no es constante en el tiempo, sesgando así las tasas de crecimiento de las variables. Los departamentos restantes como Amazonas, La Guajira, Chocó, etc., se excluyen del análisis debido a que su industria manufacturera es incipiente o casi inexistente.<sup>37</sup>

---

<sup>37</sup> La EAM solo indaga por la actividad industrial, lo cual deja excluidas del análisis las actividades del sector primario, que son importantes en estos departamentos.

### II.3.2. El Modelo

Para calcular la eficiencia, la PTF y sus factores determinantes se emplea el modelo de efectos de eficiencia de Battese y Coelli (1995) descrito anteriormente, ya que ofrece algunas ventajas, entre las que se encuentran: 1) admite que la eficiencia varíe en el tiempo, 2) permite diferenciar el cambio en la eficiencia del cambio técnico, 3) permite que la ineficiencia media ( $\mu_{it}$ ) sea distinta para cada observación y 4) especifica la ineficiencia como función de un conjunto de variables explicativas, cuyos parámetros se estiman simultáneamente con la frontera estocástica. Además, con el fin de capturar la heterogeneidad no observada se incluye un conjunto de *dummies* departamentales.

Finalmente, para estimar la frontera estocástica se utiliza una función de producción translogarítmica. Esta es una forma funcional flexible que permite la presencia de economías variables de escala en la producción y anida, entre otras, la más restrictiva pero bastante conocida función de producción Cobb-Douglas. De esta manera, la frontera estocástica a estimar es la siguiente:

$$\begin{aligned} \ln y_{it} = & \alpha + \beta_l \ln L_{it} + \beta_k \ln K_{it} + 0.5\beta_{ll}(\ln L_{it})^2 + 0.5\beta_{kk}(\ln K_{it})^2 \\ & + \beta_{lk} \ln L_{it} \ln K_{it} + \beta_t t + 0.5\beta_t t^2 + \beta_{lt} t \ln L_{it} + \beta_{kt} t \ln K_{it} \\ & + \sum_{i=2} \alpha_i D_{it} + v_{it} - u_{it} \end{aligned} \quad (10)$$

Donde,  $D_{it}$  es una variable dicotómica que toma el valor de 1 si  $i = j$  y el valor de cero si  $i \neq j$ . Por tanto,  $D_{it}$  define el conjunto de *dummies* departamentales, mientras  $\alpha_i$  estima los efectos fijos asociados a cada departamento. Las variables restantes fueron definidas previamente. Observe que la interacción entre el tiempo  $t$  y los factores productivos ( $L_{it}$  y  $K_{it}$ ) estima el cambio técnico no neutral. En lo que concierne a la ineficiencia, esta viene definida por el siguiente modelo:

$$u_{it} = \delta_0 + \delta_1 i e_{it} + \delta_2 s h_i{}_{it} + \delta_3 s h_x{}_{it} + \delta_4 t + W_{it} \quad (11)$$

El término de perturbación  $v_{it}$  tiene una distribución normal, en tanto que  $W_{it}$  es una variable normal truncada que recoge el componente no explicado de la ineficiencia. Asimismo, como se describe en el marco teórico, el modelo de efectos de eficiencia de Battese y Coelli (1995) se estima por el método de la máxima verosimilitud. La función de verosimilitud respectiva está expresada en función de los parámetros de varianza  $\sigma^2 = \sigma_u + \sigma_v$  y  $\gamma = \sigma_u/\sigma_u + \sigma_v$  donde  $\sigma^2$  se puede interpretar como la varianza del término de error compuesto  $e_{it} = v_{it} - u_{it}$  y  $\gamma$  da una idea de la importancia de la ineficiencia en el modelo de frontera estocástica.

## **II.4. EVALUACIÓN DEL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD INDUSTRIAL DEPARTAMENTAL**

La función de verosimilitud del modelo es maximizada a través del algoritmo de Davidon-Fletcher-Powell implementado en el paquete estadístico R utilizando la librería *frontier*; y sus resultados se muestran en la tabla 1.<sup>38</sup> El parámetro de varianza  $\gamma$  es significativo y toma un valor de 0.99689, bastante cercano a uno, indicando la importancia de la ineficiencia en el análisis de la producción industrial departamental (este resultado es compatible con investigaciones previas; véase Lambarra, Serra y Gil, 2007; Coelli *et al.*, 2005; Battese y Coelli 1995).

Para analizar la conveniencia del modelo estimado se contrastan un conjunto de hipótesis a través del test de razón de verosimilitud, cuyos resultados se presentan en la tabla 2.<sup>39</sup>

---

<sup>38</sup> Las *dummies* regionales y departamentales estimadas se presentan en el Anexo.

<sup>39</sup> El estadístico de prueba del test de razón de verosimilitud es  $\lambda = -2\{\ln L(H_0) - \ln L(H_1)\}$ . Bajo  $H_0$  cierta, dicho estadístico tiene una distribución *chi*-cuadrado con parámetro igual al número de coeficientes que se presume son iguales a cero.

**Tabla 1. Colombia. Estimación de máxima verosimilitud de la frontera estocástica con efectos de eficiencia.**

Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	
Función de producción de frontera				
Constante	$\alpha$	-9.157	1.150	***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0.617	0.454	
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	2.612	0.369	***
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0.004	0.068	
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	-0.170	0.059	**
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0.006	0.058	
$t$	$\beta_t$	-0.235	0.028	***
$t^2$	$\beta_{tt}$	0.007	0.001	***
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0.029	0.004	***
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	0.033	0.003	***
Modelo de Ineficiencia				
Constante	$\delta_0$	0.094	0.140	
$ie_{it}$	$\delta_1$	0.006	0.002	***
$shi_{it}$	$\delta_2$	-0.002	0.001	**
$shx_{it}$	$\delta_3$	-0.005	0.002	*
$t$	$\delta_4$	-0.024	0.011	*
Parámetros de Varianza				
	$\sigma^2$	0.070	0.008	***
	$\gamma$	0.99689	0.013	***
Log-verosimilitud		136.9512		

Códigos de significancia: \*\*\*  $p<0.001$ ; \*\*  $p<0.01$ ; \*  $p<0.05$

Fuente: DANE, cálculos propios.

**Tabla 2. Tests de razón de verosimilitud**

Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\gamma = \delta_0 = \dots = \delta_4 = 0$	42.789	12.592	6	Rechazar $H_0$
2	$\delta_1 = \dots = \delta_4 = 0$	25.575	9.488	4	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll} = \beta_{kk} = \beta_{lk} = \beta_{kl} = \beta_{llk} = 0$	31.287	11.071	5	Rechazar $H_0$
4	$\beta_t = \beta_{tt} = \beta_{lt} = \beta_{kt} = 0$	154.34	9.488	4	Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt} = \beta_{kt} = 0$	44.497	5.991	2	Rechazar $H_0$
6	$\alpha_2 = \dots = \alpha_{16} = 0$	195.83	24.996	15	Rechazar $H_0$
7	$\beta_l = \beta_k = \beta_{lk}$	97.584	7.815	3	Rechazar $H_0$

Fuente: DANE, cálculos propios.

El primer test evalúa si la producción industrial de los departamentos colombianos opera sobre la frontera, en otras palabras, si el componente sistemático y el componente aleatorio de la ineficiencia técnica no son significativos. Si este es el caso el modelo se reduce a una función de respuesta media que puede ser estimada por mínimos cuadrados ordinarios (Puig-Junoy, 2001). Sin embargo, esta hipótesis se rechaza con un 95% de confianza. Por su parte, la hipótesis 2 indica que el índice 4 de especialización, la participación de las importaciones, la participación de las exportaciones y el tiempo no explican la ineficiencia. O dicho de otro modo, evalúa si el componente sistemático de la ineficiencia es significativo.

Si este fuese el caso, el modelo se simplifica a uno con ineficiencia constante e idénticamente distribuida. Sin embargo, la hipótesis 2 también se rechaza. Por tanto, el rechazo de las hipótesis 1 y 2 indica que la ineficiencia es claramente estocástica y está relacionada con las variables mencionadas (véase Battese y Coelli, 1995, pp. 330-331), confirmando la pertinencia del modelo de efectos de eficiencia.

La tercera hipótesis indaga sobre la pertinencia de una especificación Cobb-Douglas de la función de producción, la cual es rechazada con un 95% de confianza. Por tanto, se prefiere la especificación translogarítmica. En el cuarto test se rechaza la hipótesis nula sobre la ausencia de cambio técnico. Dado, que el cambio técnico está presente en el modelo, la

hipótesis 5 evalúa si este es neutral. No obstante, esta hipótesis también se rechaza. De hecho, los resultados en la tabla 1 sugieren que el cambio técnico favoreció el empleo del capital en detrimento del trabajo ( $\beta_{lt}=-0.29<0$ ,  $\beta_{kt}=0.033>0$ ).

Además, siguiendo a Greene (2004 y 2005) en la especificación final del modelo se incluyeron un conjunto de *dummies* departamentales (efectos fijos) para captar la heterogeneidad no observada. La hipótesis 6 verifica la significancia de este conjunto de *dummies*. Finalmente, dado que algunos parámetros asociados con la elasticidad de la producción al trabajo no son significativos individualmente, la hipótesis 7 investiga si estos parámetros tampoco lo son conjuntamente. Sin embargo, esta hipótesis se rechaza con un 95% de confianza. Por esta razón, se conservan dichos parámetros en la especificación final del modelo.

En la tabla 3 se observan promedios anuales (nacionales) de las eficiencias. En general, la eficiencia técnica en Colombia ha aumentado con el paso del tiempo, pasando de un nivel de 0.692 en 1992 a un nivel de 0.841 en 2007. Además, el análisis de la evolución de la eficiencia permite ver como su comportamiento está atado a factores coyunturales asociados con el ciclo económico. Es así como en 1999, coincidiendo con la mayor crisis enfrentada por la economía colombiana, se observa que la eficiencia media cae a un nivel de 0.747, desde un nivel de 0.815 en 1998, tras un aumento casi sostenido de esta variable desde 1992. Por el contrario, coincidiendo con el periodo de auge acontecido entre 2002 y 2006 debido al contexto internacional favorable (previo a la crisis internacional de 2008), la eficiencia media en Colombia alcanza un pico de 0.915, indicando que la industria colombiana operó muy cerca de su producción de frontera.

**Tabla 3. Colombia. Eficiencias estimadas: Promedios anuales.**

Año	Eficiencia Media
1992	0.692
1993	0.681
1994	0.763
1995	0.811
1996	0.805
1997	0.812
1998	0.815
1999	0.747
2000	0.834
2001	0.780
2002	0.756
2003	0.797
2004	0.877
2005	0.915
2006	0.883
2007	0.841

Fuente: DANE, cálculos propios.

La tabla 4 muestra las eficiencias medias para cada departamento colombiano para el periodo 1992-2007. Adicionalmente, la última columna muestra el nivel promedio del índice 4 de especialización para ese mismo periodo. Entre los departamentos más eficientes se encuentran: Antioquia, Bogotá, Cundinamarca, Valle del Cauca y Atlántico, que se caracterizan por ser bastante diversificados, como lo refleja su bajo índice de especialización.

**Tabla 4. Colombia. Eficiencias estimadas: Promedios departamentales, 1992-2007.**

Departamento	Eficiencia Media	Índice 4 de especialización
Antioquia	0.904	0.248
Atlántico	0.859	0.279
Bogotá	0.878	0.211
Bolívar	0.876	0.587
Boyacá	0.615	0.708
Caldas	0.814	0.386
Cauca	0.738	0.724
Cesar	0.735	0.942
Cundinamarca	0.905	0.293
Magdalena	0.749	0.889
Quindío	0.743	0.673
Risaralda	0.788	0.451
Santander	0.765	0.437
Tolima	0.798	0.606
Valle	0.811	0.388
Otros	0.832	0.675
Media Nacional	0.801	0.531

Fuente: DANE, cálculos propios.

En la tabla 5 se observa la concentración de la producción industrial a nivel departamental; a través de la participación del valor agregado de cada departamento en el valor agregado industrial nacional. Los cinco departamentos señalados arriba, considerados los más desarrollados del país, se caracterizan por concentrar la actividad industrial nacional. En efecto, Antioquia, Bogotá, Cundinamarca, Valle del Cauca y Atlántico son los que más contribuyen al valor agregado industrial nacional. Tomados en conjunto, estos departamentos generan el 81.07% del valor agregado industrial del país. Esto sugiere que la mayor diversificación productiva permite explotar mejor las externalidades y complementariedades existentes (Gallón, 2007). Por ejemplo, una economía diversificada puede explotar las externalidades pecuniarias que generan la presencia de diferentes sectores, para constituir un mayor mercado interno, que haga a la industria menos sensible a los vaivenes de la demanda internacional (es decir, a las fluctuaciones en las

exportaciones). Asimismo, confiere otras ventajas como la cercanía a proveedores o clientes, disminuyendo los costos de transporte u otros costos logísticos.

**Tabla 5. Colombia. Participación de los departamentos en el valor agregado industrial nacional, 2007.**

Departamento	% del valor agregado nacional
Bogotá	29.73%
Antioquia	20.84%
Valle	15.72%
Cundinamarca	8.76%
Atlántico	6.02%
Bolívar	3.59%
Boyacá	3.46%
Cauca	2.55%
Santander	2.16%
Risaralda	1.97%
Caldas	1.63%
Otros	1.56%
Tolima	1.28%
Magdalena	0.29%
Cesar	0.27%
Quindío	0.17%

Fuente: DANE, cálculos propios.

### **III.4.1. Examen de los determinantes de la ineficiencia técnica**

El modelo de efectos de eficiencia, cuyos resultados se presentan en la tabla 1, tiene dos componentes, los cuales se estiman de manera simultánea: la frontera estocástica y el modelo de ineficiencia. Los resultados relacionados con la función de producción de frontera se utilizaron en el análisis precedente para analizar la naturaleza y los efectos del cambio técnico (tabla 3), estimar las elasticidades factoriales y las economías de escala (tabla 4). Ahora se centra la atención en el segundo componente. La variable dependiente

en esta parte del modelo es la ineficiencia, la cual puede transformarse en una medida de la eficiencia a través de las ecuaciones (9) y (10). De esta forma, un signo negativo de un parámetro en el modelo de ineficiencia significa que la variable asociada disminuye la ineficiencia o, lo que es lo mismo, aumenta la eficiencia.

De acuerdo a los resultados presentados en la tabla 1 el tiempo  $t$  tiene un efecto negativo sobre la ineficiencia, lo que significa que entre 1992 y 2007 ella ha disminuido. Dicho de otra forma, la eficiencia ha mejorado a lo largo de ese periodo como se observa en la tabla 3. Por otro lado, la variable  $ie_{it}$  tiene un efecto positivo sobre la ineficiencia. Lo cual sugiere que los departamentos más especializados tienden a ser más ineficientes (o menos eficientes). Tal resultado puede parecer sorprendente a primera vista, pero puede ser explicado por el hecho de que los departamentos más especializados poseen industrias con economías crecientes de escala (ver tabla 4), las cuales tienden a ser intensivas en capital, como lo evidencia que el coeficiente de correlación estimado entre el capital por trabajador y el índice de especialización es positivo e igual a 0.368 (tabla 5). Este tipo de industria puede ser más propensa a exhibir niveles persistentes de capacidad ociosa, debido a las indivisibilidades inherentes a ese tipo de procesos productivos. Además, como se mencionó anteriormente, las economías diversificadas explotan mejor las externalidades y las complementariedades.

En la especificación del modelo de ineficiencia se incluyeron dos variables que reflejan la importancia del comercio internacional, así:  $shi_{it}$  (participación de las importaciones en la producción) y  $shx_{it}$  (participación de las exportaciones en la producción), ambas referidas a la importancia del comercio de bienes manufacturados en la industria nacional. La razón para incluir estas dos variables, en lugar de una medida global del grado de apertura del sector manufacturero es la siguiente: con respecto al efecto de las importaciones sobre la ineficiencia no hay duda, este debe ser negativo; no obstante, en lo que tiene que ver con las exportaciones el efecto sobre la ineficiencia no es tan claro. El sector exportador podría tender a ser ineficiente por dos razones:

Una tiene que ver con el interés del gobierno nacional por promover el crecimiento de las exportaciones no tradicionales, las cuales involucran principalmente productos manufacturados. Con este fin el gobierno ha estado dispuesto a ofrecer tratos preferenciales, como el otorgamiento de subsidios o créditos blandos o los estímulos ya mencionados a la importación de bienes de capital. La otra razón está relacionada con la aparente dependencia del sector exportador de un tipo de cambio depreciado. Por estos motivos, hay razón para pensar que la competitividad real del sector exportador puede ser baja, dada su posible dependencia en apoyos gubernamentales o en una moneda doméstica subvaluada respecto al dólar (Greco, 2002, capítulo 4).

En lo que concierne a la variable  $shi_{it}$ , tiene un efecto pequeño pero negativo sobre la ineficiencia. Aquellos departamentos que enfrentan un mayor influjo de importaciones en relación a su producción industrial presentan industrias más eficientes, debido a que las importaciones constituyen una manera directa de exponer la industria local a la competencia internacional.

Por otro lado,  $shx_{it}$  tiene un efecto negativo sobre la ineficiencia, lo cual sugiere dos cuestiones: la primera, el tipo de cambio no fue un factor tan importante como se podría presumir para determinar el éxito de las exportaciones no tradicionales. De hecho, el tipo de cambio real de las exportaciones no tradicionales disminuyó desde 1990 hasta 1997 como consecuencia de la apertura (Greco, 2002, capítulo 4), mientras el peso ha experimentado una importante apreciación desde 2002. Por tanto, los exportadores se han tenido que acostumbrar a un tipo de cambio apreciado. Y segundo, el apoyo gubernamental no generó efectos distorsionantes que viabilizaran el éxito exportador de firmas poco competitivas e ineficientes.

### **III.4.2.Determinantes de la Productividad Total Factorial**

El crecimiento de la productividad (o PTF) depende de la diferencia entre el aumento de la producción y el aumento de los insumos. De esta manera, la variación de la productividad

es una cantidad residual (Fried, Lovell y Schmidt, 2008, p. 8), que Abramovitz (1956) caracterizó como “una medida de nuestro grado de ignorancia.” Sin embargo, mucho se ha avanzado desde los trabajos pioneros de Abramovitz (1956) y Solow (1957). Como se señala en Fried, Lovell y Schmidt (2008) los cambios en la productividad pueden ser atribuidos a diferencias en la tecnología, en la escala de producción o a diferencias en la eficiencia. A través de la metodología de descomposición de la PTF propuesta por Kumbhakar, Denny y Fuss (2000) y presentada en la ecuación (4) es posible estimar las contribuciones de estas tres fuentes a la productividad, utilizando como insumo los resultados de la estimación de un modelo de frontera estocástica. En la tabla 7 se presenta los resultados de este ejercicio.

La tabla 7 muestra la descomposición de la PTF para el período completo 1992- 2007 y los sub períodos 1992-1999 y 2000-2007. Entre 1992-1999, en promedio, el elemento que más contribuyó al crecimiento de la PTF fue el aumento en la eficiencia técnica, seguido del cambio técnico. Por el contrario, en el periodo 2000-2007, el principal factor detrás del crecimiento de la PTF es el cambio técnico, el cual evidencia una aceleración. Por tanto, el incremento de la PTF entre 1992 y 1999 podría atribuirse al efecto positivo de la apertura sobre la eficiencia vía una mayor exposición de la industria nacional al influjo de la competencia externa. En contraste, entre 2000 y 2007, el crecimiento de la PTF podría atribuirse al cambio técnico exógeno, introducido vía importación de bienes de capital y vía inversión extranjera. Como se mencionó algunas páginas atrás, el cambio técnico en Colombia ha tenido un sesgo en favor del capital.

Precisamente, entre 2002 y 2007 el gobierno implementó estímulos a la adquisición e importación de bienes de capital. Asimismo, gracias al incremento de la seguridad en esos años, Colombia experimentó un gran incremento de la inversión extranjera, la cual no solo implica una entrada de recursos al país, sino también la entrada del conocimiento y la tecnología que poseen las multinacionales que hacen su entrada al mismo.

No obstante, en ambos periodos se observa que no son las economías más diversificadas y desarrolladas las que experimentan el mayor crecimiento de la PTF, aunque hay que reconocer que su desempeño en este respecto siempre excede la media nacional. En otras palabras, el crecimiento de la PTF en Antioquia, Bogotá, Cundinamarca, Valle del Cauca y Atlántico está por encima del promedio. Los departamentos cuya PTF experimenta el mayor crecimiento entre 1992-1999 y entre 2000-2007 son Boyacá y Bolívar, cuya producción industrial es bastante especializada. En el caso de Boyacá, el sector más importante dentro de la producción industrial es el metalúrgico (industrias del hierro y el acero), mientras en Bolívar el sector con más peso es el da la producción de sustancias químicas industriales. Ambos son sectores caracterizados por el uso intensivo de mano de obra calificada y tecnología de acuerdo a la clasificación CIIU del DANE. De hecho, en estos dos departamentos el cambio técnico es el componente cuya contribución tiene más peso en la determinación de la tasa de crecimiento de la PTF.

En cuanto a la contribución de las economías de escala, se observa que su contribución en general es muy pequeña, hallazgo que guarda cierta correspondencia con Gallón (2007), quien obtiene que la contribución de este elemento es negativa para la mayor parte de departamentos. Durante el período completo se observa que las economías de escala hacen su mayor contribución relativa en Bogotá, Antioquia, Atlántico y Valle. Como se mencionó párrafos anteriores, estos departamentos concentran una parte desproporcionada de la industria nacional. De hecho, estos cuatro departamentos aportan en conjunto el 72.31% del valor agregado industrial del país (tabla 6). Por lo que la concentración y el tamaño de la industria conducen a un mejor aprovechamiento de economías de escala.

Por último, analizando el conjunto del período de análisis (1992-2007), en promedio, el elemento que más ha contribuido al crecimiento de la PTF es el cambio técnico (por su mayor valor en el subperiodo 2000-2007), seguido de la eficiencia técnica (cuya contribución fue la más importante entre 1992-1999, pero sigue siendo clave entre 2000-2007). Por tanto, las regiones o departamentos que exhiben los mayores niveles de crecimiento de la PTF, son precisamente aquellos donde el cambio técnico hace la

contribución más importante. Ese es el caso de Boyacá, Bolívar, Cauca y Cundinamarca. Sin embargo, hay un segundo grupo de departamentos, compuesto precisamente por aquellos que aglomeran el grueso de la industria nacional, donde la PTF crece apreciablemente (por encima del promedio), gracias a la contribución combinada de la eficiencia técnica y el cambio técnico. Ese es el caso de Antioquia, Bogotá, Bolívar y Atlántico. Con excepción de Bolívar, estos departamentos se caracterizan por su diversificación productiva, la cual está asociada positivamente con la eficiencia. Además, Antioquia, Atlántico y Bolívar tienen una gran vocación exportadora, también asociada positivamente con la eficiencia. En 2007 estos tres departamentos exportaban cerca de un tercio de su producción manufacturada.

**Tabla 7. Colombia. Descomposición de las fuentes de crecimiento de la PTF**

	1992-2007				1992-1999				2000-2007			
Departamento	PTF	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF	Cambio técnico	Efectos de escala	Eficiencia técnica	PTF	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica
<b>Antioquia</b>	0.075	0.041	0.013	0.021	0.039	0.009	0.010	0.020	0.111	0.073	0.016	0.022
<b>Atlántico</b>	0.086	0.053	0.013	0.020	0.049	0.020	0.008	0.021	0.123	0.086	0.018	0.020
<b>Bogotá</b>	0.076	0.037	0.019	0.021	0.051	0.005	0.026	0.020	0.102	0.068	0.013	0.021
<b>Bolívar</b>	0.096	0.071	0.005	0.021	0.064	0.036	0.007	0.020	0.129	0.106	0.002	0.022
<b>Boyacá</b>	0.112	0.084	0.014	0.015	0.077	0.052	0.011	0.013	0.148	0.116	0.017	0.016
<b>Caldas</b>	0.052	0.031	0.002	0.019	0.007	-0.009	-0.001	0.017	0.098	0.070	0.006	0.022
<b>Cauca</b>	0.090	0.095	-0.022	0.017	0.060	0.079	-0.032	0.014	0.120	0.111	-0.012	0.021
<b>Cesar</b>	0.042	0.027	-0.002	0.017	0.010	-0.010	0.002	0.018	0.074	0.063	-0.006	0.017
<b>Cundinamarca</b>	0.071	0.051	-0.001	0.021	0.037	0.019	-0.003	0.021	0.104	0.082	0.000	0.022
<b>Magdalena</b>	0.039	0.016	0.005	0.018	0.018	-0.018	0.018	0.018	0.060	0.050	-0.007	0.018
<b>Quindío</b>	0.052	0.037	-0.003	0.018	0.015	-0.004	0.002	0.018	0.088	0.078	-0.007	0.018
<b>Risaralda</b>	0.058	0.033	0.006	0.019	0.017	-0.007	0.005	0.018	0.099	0.074	0.007	0.019
<b>Santander</b>	0.069	0.042	0.010	0.018	0.029	0.005	0.008	0.016	0.110	0.078	0.011	0.021
<b>Tolima</b>	0.065	0.045	0.002	0.019	0.005	-0.002	-0.011	0.018	0.125	0.091	0.015	0.019
<b>Valle</b>	0.081	0.050	0.012	0.019	0.039	0.017	0.003	0.019	0.123	0.083	0.020	0.019
<b>Otros</b>	0.053	0.032	0.001	0.020	0.012	-0.004	-0.002	0.019	0.094	0.069	0.004	0.020
<b>Promedio</b>	0.070	0.046	0.005	0.019	0.033	0.012	0.003	<b>0.018</b>	0.107	<b>0.081</b>	0.006	0.020

Fuente: DANE, cálculos propios.

## **II.5. CONSIDERACIONES FINALES**

Los estudios acerca de la productividad (PTF) en Colombia tienen algunas limitaciones relacionadas con la estimación de funciones de producción neoclásicas y algunas hipótesis restrictivas que descartan las fricciones que experimentan los mercados reales, fricciones que impiden la materialización del ideal de mercados competitivos, en los cuales la economía siempre está sobre su potencial. Los modelos de frontera estocástica reconocen precisamente estas fricciones, y tratan de evaluar su magnitud a través de la medición de la ineficiencia (o grado en el cual la producción observada se aleja de su nivel óptimo). Aunque los modelos de frontera estocástica ya han sido aplicados en el contexto colombiano, aún no han sido asimilados en la literatura acerca de la medición de la productividad y sus determinantes. El presente trabajo aporta a esta literatura.

Los resultados derivados del estudio sugieren la presencia de ineficiencia técnica en la industria manufacturera Colombiana. Sin embargo, la evidencia indica que la ineficiencia técnica ha disminuido entre 1992 y 2007 (o equivalentemente, la eficiencia ha aumentado). Incluso, en el sub período 1992- 1999, el aumento de la eficiencia fue el principal factor detrás del crecimiento de la Productividad Total Factorial (PTF) apuntando a un efecto positivo de la apertura de 1990 en la industria colombiana, gracias al menor aislamiento con respecto a los mercados internacionales por el desmonte gradual de las barreras proteccionistas.

Por otro lado, entre 2000-2007, el cambio técnico es el componente que lidera el mejoramiento de la productividad, asociado probablemente al incremento de la inversión extranjera y las facilidades otorgadas por el gobierno a la importación de bienes de capital. Este hecho no opaca la importancia de la eficiencia en la explicación del comportamiento de la productividad, pues los departamentos más desarrollados y diversificados pueden atribuir una proporción apreciable del crecimiento de la PTF al aumento en la eficiencia. Es el caso de Antioquia, Bogotá, Bolívar y Atlántico. Por su parte, Boyacá y Bolívar, con industrias considerablemente especializadas, pueden atribuir el aumento de la productividad principalmente al cambio técnico. Sin embargo, el buen desempeño general de Antioquia, Bogotá, Cundinamarca, Bolívar y Atlántico sugiere que la productividad está asociada positivamente con economías diversificadas,

con un importante peso de la actividad exportadora, ya que estos factores inciden positivamente en los niveles de eficiencia.

## II.6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramovitz, Moses (1993). "The Search for the Sources of Growth: Areas of Ignorance, Old and New." *Journal of Economic History*, Vol. 53, No. 2, pp. 217-243.

Abramovitz, Moses (1956). "Resource and Output Trends in the United States Since 1870." *American Economic Review*, Vol. 46, pp. 5-23.

Aigner, J. y Chu, S. (1968). "On Estimating the Industry Production Function." *American Economic Review*, Vol. 58, No. 4, pp. 826-839.

Aigner, J.; Lovell, K. y Schmidt, P. (1977). "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models." *Journal of Econometrics*, Vol. 6. No. 1, pp. 21-37.

Badel, Alejandro (2002). "Sistema Bancario Colombiano: ¿Somos eficientes a nivel internacional?" *Archivos de Economía*, Departamento Nacional de Planeación.

Battese, G y Coelli, T (1992). "Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India." *The Journal of Productivity Analysis*, Vol. 3, pp. 153-169.

Battese, G y Coelli, T (1993). A stochastic frontier production function incorporating a model for technical inefficiency effects. Department of Econometrics. University of New England Armidale, NSW, 2351.

Battese, G. y Coelli, T (1995). A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data. *Empirical Economics*, No. 20, pp. 325-332.

Charnes, A.; Cooper, W. y Rhodes E. (1978). "Measuring the Efficiency of Decision-Making Units." *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, pp. 429-444.

Coelli, Tim y Henningsen, Arne (2011). *frontier: Stochastic Frontier Analysis*. R package version 0.997-2. <http://CRAN.R-project.org/package=frontier>.

Coelli, Timothy; Prasada, D.S.; O'Donnell, Christopher y Battese, George (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Springer.

Cornwell, Christopher; Schmidt, Peter y Sickles, Robin (1990). "Production frontiers with cross-sectional and time-series variation in efficiency levels." *Journal of Econometrics*, Vol. 46, pp. 185-200.

Cuervo, Luis y Josefina, González (1997). *Industria y ciudades en la era de la mundialización: un enfoque socio espacial*. CIDER y Tercer Mundo Editores, Bogotá.

Debreu, Gerard (1951). "The coefficient of resource utilization." *Econometrica*, Vol. 19, No. 3, pp. 273-292.

Diewert, Er|win, Fox, Kevin (2008). "On the estimation of returns to scale, technical progress and monopolistic markups". *Journal of Econometrics*. No. 145 (2008), pp. 174–193.

Echavarría, J. R. Guerrero, (1999), "Fuentes de Crecimiento de la Industria Manufacturera en Colombia durante los Años 90", Fedesarrollo.

Färe, Rolf y Grosskpf, Shawna (1992). "Malmquist Productivity Indexes and Fisher Ideal Indexes." *The Economic Journal*, Vol. 102, No. 410, pp. 158-160.

Farrel, M. J. (1957). "The measurement of productive efficiency." *Journal of the Royal Statistical Society, Serie A*, Vol. 120, No. 3, pp. 253-282.

Fried, Harold; Lovell, Knox y Schmidt, Shelton (2008). *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. Oxford University Press.

Franco, Liliana y Raymond, José Luis (2009). “Convergencia Económica Regional: el caso de los departamentos colombianos”. *Ecos de Economía*, No.28. Universidad EAFIT.

Gallón, Santiago (2007). “Crecimiento de la productividad total factorial de la industria regional colombiana: aplicación de modelos de frontera estocástica.” En Lotero Jorge. (Ed.), *Industria y Región en Colombia: Desarrollo espacial, productividad y competitividad comercial durante la apertura de los noventa*. Centro de Investigaciones Económicas, Universidad de Antioquia, Medellín.

Greene, William (2008). “The Econometric Approach to Efficiency Analysis.” En: Fried, Harold; Lovell, Knox y Schmidt, Shelton (Eds.), *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. Oxford University Press.

Greene, William (2004). “Distinguishing between heterogeneity and inefficiency: stochastic frontier analysis of the World Health Organization’s Panel Data on National Health Care Systems.” *Health Economics*, Vol. 13, pp. 959-980.

Grupo de Estudios del Crecimiento Económico-Greco (2002). *El crecimiento económico de colombiano en el siglo XX*. Banco de la República.

Harberger, Arnold (1978). “Perspectives on capital and technology in less developed countries.” En M.J Artis y A.R Nobay (eds.), *Contemporary Economic Analysis*, Londres, Croom Helm.

Harberger, Arnold (1969). “La tasa de rendimiento del capital en Colombia.” *Revista Planeación y Desarrollo*, Vol. 1, No. 3, pp. 13-42.

Iregui, María; Melo, Fernando y Ramírez, Teresa (2006). “Productividad Regional y Sectorial en Colombia: Análisis utilizando datos de panel.” *Borradores de Economía*, No. 378, Banco de la República.

Koopmans, T. C. (1951). An analysis of production as an efficient combination of activities. In: Koopmans, T. C., editor, *Activity Analysis of Production and Allocation*. Jhon Wiley and Sons, Inc.

Kumbhakar, Subal y Lovell, Knox (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press.

Kumbhakar, Subal; Denny, M. y Fuss, M. (2000). “Estimation and decomposition of productivity change when production is not efficient: a panel data approach.” *Econometric Reviews*, Vol. 19, No. 9, pp. 425-460.

Lambarra F, Serra T. y Gil J.M. (2007). “Technical efficiency analysis and decomposition of productivity growth of Spanish olive farms.” *Journal of Agricultural Research*, Vol.5, No. 3, pp. 259-270.

Meeusen, W. y Van den Broeck (1977). “Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error.” *Internation Economic Review*, Vol. 18, No. 2, pp. 293-323.

Medina, Pablo; Meléndez, Marcela y Seim, Katja (2003). “Productivity Dynamics of the Colombian Manufacturing Sector.” *Working Paper*, Universidad de los Andes.

Nehru, Virkam y Ashok, Dhareshwar (1993). “A new database on physical capital stock: sources, methodology and results.” *Revista de Análisis Económico*, Vol. 8, No. 1, pp 37-59.

Perdomo, Andrés y Hueth, Darrel (2010). “Funciones de producción y eficiencia técnica en el eje cafetero colombiano: una aproximación con frontera estocástica.” *Documentos CEDE*, Universidad de los Andes.

Pombo, C. (1999). “Productividad Industrial en Colombia: una Aplicación de Números Indices”. *Revista de Economía de la Universidad del Rosario*.

Puig-Junoy, Jaume (2001). “Technical inefficiency and public capital in U.S. states: a stochastic frontier approach.” *Journal of Regional Science*, Vol. 41, No. 1, pp. 75-96.

Solow, Robert (1957). "Technical Change and the Aggregate Production Function." *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 39, No. 3, pp. 312-320.

Varian, H (1992). "Microeconomic Analysis", New York.

## ANEXOS.

**Tabla de resultados. Colombia. Modelo de efectos de eficiencia con dummies departamentales.**

Variable	Estimación	Desviación Estándar	Valor crítico	P-valor	
<b>Función de Producción de Frontera</b>					
Constante	-9.157	1.150	-7.962	0.000	***
$\ln L_{it}$	0.617	0.454	1.359	0.174	
$\ln K_{it}$	2.612	0.369	7.083	0.000	***
$(\ln L_{it})^2$	0.004	0.068	0.064	0.949	
$(\ln K_{it})^2$	-0.170	0.059	-2.901	0.004	**
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	-0.006	0.058	-0.099	0.922	
$T$	-0.235	0.028	-8.356	< 2.2e-16	***
$t^2$	0.007	0.001	5.563	0.000	***
$t^* \ln L_{it}$	-0.029	0.004	-7.887	0.000	***
$t^* \ln K_{it}$	0.033	0.003	10.153	< 2.2e-16	***
<i>Dummies</i>					
departamento8	-0.451	0.170	-2.657	0.008	**
departamento11	0.166	0.056	2.947	0.003	**
departamento13	-0.302	0.239	-1.264	0.206	
departamento15	-0.726	0.250	-2.899	0.004	**
departamento17	-0.845	0.298	-2.835	0.005	**
departamento19	-1.085	0.223	-4.855	0.000	***
departamento20	-0.705	0.410	-1.718	0.086	.
departamento25	-0.435	0.159	-2.732	0.006	**
departamento47	-0.589	0.427	-1.380	0.168	
departamento63	-0.567	0.416	-1.365	0.172	
departamento66	-0.788	0.287	-2.743	0.006	**
departamento68	-0.834	0.267	-3.120	0.002	**
departamento73	-0.750	0.307	-2.446	0.014	*
departamento76	0.027	0.070	0.388	0.698	
departamento99	-0.695	0.286	-2.426	0.015	*
<b>Modelo de ineficiencia</b>					
Constante	0.094	0.140	0.674	0.501	
$le_{it}$	0.006	0.002	3.577	0.000	***
$shi_{it}$	-0.002	0.001	-2.684	0.007	**
$shx_{it}$	-0.005	0.002	-2.074	0.038	*
$T$	-0.024	0.011	-2.163	0.031	*
<b>Parámetros de Varianza</b>					
$\sigma^2$	0.070	0.008	8.343	< 2.2e-16	***
$\gamma$	0.997	0.013	75.125	< 2.2e-16	***
Log-verosimilitud	136.9512				

Fuente: DANE. Cálculos propios



### ***Capítulo III “Análisis de frontera y eficiencia técnica en los sectores industriales colombianos con dependencia espacial.”***

**RESUMEN:** El objetivo principal de este capítulo consiste en estimar la eficiencia de varios sectores de la Manufactura Colombiana, a través de un modelo de frontera estocástica de producción, y considerando la influencia de la dependencia espacial en dicha estimación. Es importante resaltar que el principal aporte de este capítulo es realizar estimaciones econométricas con Microdatos, es decir, utilizando la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) a nivel de empresa. Este análisis no se ha realizado en Colombia, dado que hay restricciones para acceder a la información.

La evidencia empírica sugiere que la autocorrelación espacial es relevante en el modelo de producción de frontera estocástica. En efecto, se observa que en los 6 sectores industriales analizados el coeficiente espacial es positivo y estadísticamente significativo. Lo cual refleja un beneficio marginal, en términos de eficiencia, que obtienen las empresas al correlacionarse con las demás firmas de los sectores y área metropolitana. Finalmente, la mayor eficiencia de los sectores textiles, metales y bebidas y, en general, el incremento de la eficiencia en todos los sectores analizados, conduce a que la industria allí no se relocalice en otras regiones y no presente una tendencia hacia la reversión de la polarización de la producción.

**PALABRAS CLAVES:** Eficiencia, frontera estocástica, productividad total factorial, sectores industriales.

**CODIGO JEL:** C13, C20, C21.

### **III.1. INTRODUCCIÓN**

La econometría espacial es un subcampo de la econometría que se ocupa del tratamiento de la interacción espacial (autocorrelación espacial) y la estructura espacial (heterogeneidad espacial) en los modelos de regresión para datos de corte transversal y datos de panel ((Paelinck y Klaassen (1979), Anselin (1988)).

En los últimos años la interacción espacio - localización ha ganado un lugar central en la teoría econométrica y en su aplicación. Anteriormente, los modelos que incorporan explícitamente el espacio "espacio" o la geografía se enfocaban principalmente en campos especializados como la economía regional, urbana; la geografía económica, etc. Recientemente, los métodos econométricos espaciales han sido aplicados cada vez más en una amplia gama de investigaciones empíricas.

La reciente atención de estudiar algunas técnicas para incorporar el análisis espacial a los modelos econométricos se debe a dos factores: el primero, está relacionado con una motivación teórica, es decir, el interés dentro de la teoría económica en modelos que involucra la interacción entre agentes heterogéneos. Involucrando los efectos de vecindad o contigüidad; y retomando aspectos espaciales de las externalidades Marshallianas, economías de aglomeración y otros spillovers que son fundamentales para la nueva geografía económica (Arthur, 1989, Krugman, 1991, 1998), Glaeser et al(1992). El segundo factor, está relacionado con la disponibilidad de bases de datos regionales y sistemas de información geográfica (SIG); en otras palabras, datos que contienen la ubicación de las unidades de observación. Entonces, con el acceso a los SIG se puede hacer frente a las técnicas estándar de la econometría, que pueden fallar en presencia de autocorrelación espacial.

Anselin (1988), define la econometría espacial como "el conjunto de técnicas que tienen que ver con las peculiaridades causadas por el espacio en el análisis estadístico de los modelos de ciencias regionales.". En otras palabras, la econometría espacial se ocupa de las preocupaciones metodológicas que se derivan de la consideración explícita de los efectos espaciales, como la autocorrelación espacial y la heterogeneidad espacial.

El objetivo principal de este capítulo consiste en estimar la eficiencia de varios sectores de la Manufactura Colombiana, a través de un modelo de frontera estocástica de producción, y considerando la influencia de la dependencia espacial en dicha estimación. Es importante resaltar que el principal aporte de este capítulo es realizar estimaciones econométricas con microdatos, es decir, utilizando la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) a nivel de empresa. Este análisis no se ha realizado en Colombia, dado que hay restricciones para acceder a la información. El Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) solo permite el acceso a los microdatos de la EAM dentro de las instalaciones de dicha entidad. No autoriza al usuario copiar o gravar los datos. En otras palabras, todas las estimaciones deben realizarse en las instalaciones de la seccional DANE, Medellín.

El resto de capítulo se estructura de la siguiente forma: la sección 2 presenta los elementos conceptuales básicos del estudio, ofreciendo detalles sobre el problema del estudio de la autocorrelación espacial, la medición de la eficiencia en modelos de frontera estocástica y la explicación de la pertinencia del enfoque aquí adoptado con respecto a otros estudios relacionados, efectuados en el contexto colombiano. La sección 3 presenta la metodología. La sección 4 presenta los principales resultados. Por último, la sección 5 brinda los comentarios finales del documento.

### **III.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA: APROXIMACIÓN CONCEPTUAL A LOS MODELOS DE FRONTERA ESTOCÁSTICA Y ASOCIACIÓN ESPACIAL**

La econometría espacial es una disciplina de la econometría que incluye el conjunto de técnicas de especificación, estimación, contraste y predicción necesarias para el tratamiento de los datos espaciales. También se define como la parte de la econometría que se ocupa del tratamiento de la interacción espacial (autocorrelación espacial) y la estructura espacial (heterogeneidad espacial) en los modelos de regresión de corte transversal y de datos de panel (Anselin, 2001). En este sentido, se trata de un concepto similar a la estadística espacial, utilizada por físicos y geógrafos (Cressie, 1993), aunque la econometría espacial difiere de la estadística espacial, del mismo modo que la econometría es distinta de la estadística.

Además, permite modelar fenómenos en los cuales las observaciones no provienen de una muestra aleatoria, esto es, cuando se tienen observaciones que no son independientes. Por el contrario, las observaciones presentan cierta estructura de dependencia, relacionada con su posición en el espacio. Un ejemplo de este tipo de fenómenos está dado por los *clusters* industriales, donde la productividad de las firmas en dicho *cluster* está afectada positivamente por la presencia de otras firmas pertenecientes al mismo sector. La razón por la cual las empresas se benefician de esta proximidad puede estar explicada, posiblemente, por externalidades que tienden a operar mejor en una escala geográfica limitada. En otras palabras, el alcance de las externalidades tiende a difuminarse con la distancia. La econometría espacial es una herramienta adecuada para captar este tipo de externalidades, que de otra manera no serían medibles.

Los modelos de frontera estocástica reconocen que las firmas suelen producir por debajo de su plena capacidad. La discrepancia entre la producción efectiva y la producción potencial está medida, en este tipo de modelos, por un término que capta la ineficiencia o la incapacidad de la firma para aprovechar plenamente sus recursos. Parece natural, por tanto, que entre los factores exógenos que pueden explicar el comportamiento de la ineficiencia en una firma, cabría considerarse un efecto vecindario o contiguo, el cual genera externalidades positivas o negativas sobre el funcionamiento de la ésta.

Así pues, una firma ubicada en un *cluster* industrial, se esperaría que produzca más cerca de su potencial que una que no lo esté. Por tanto, parece adecuado considerar el entorno de las firmas en un modelo de frontera estocástica para estimar la eficiencia productiva de las mismas. En un modelo de panel de datos, este enfoque puede tener la ventaja, además, de que permitiría extraer del término de ineficiencia la heterogeneidad y otras influencias que de otra manera no se podrían separar y contaminan la estimación de ese término.

Uno de los elementos fundamentales de la econometría espacial es su forma de utilizar la información geográfica contenida en las observaciones de procesos que ocurren espacialmente. En este sentido, muchas de las técnicas desarrolladas en la econometría

espacial han sido adaptadas para capturar los efectos espaciales en la estimación de modelos económicos (Aroca, 2000)

Dentro de las características geográficas que contienen los datos puede haber información sobre la localización, interacción espacial y externalidades, que pueden causar problemas en las estimaciones econométricas. En otras palabras, “todo depende de todo”, pero la dependencia es mayor cuando los elementos están más cercanos.

Una de las formas más comunes de representar la ubicación geográfica de un conjunto de datos es a través de una Matriz de pesos o contigüidad. Los valores utilizados para representar vecindad son variados<sup>40</sup>. A continuación se realizará una explicación formal de la definición de vecindad:

### **III.2.1. Vecindad**

Dado un conjunto de variables aleatorias indexadas espacialmente en  $K$  unidades (regiones, latitud-longitud, dirección o cualquier otro tipo de ubicación espacial), es decir,  $(x_1, \dots, x_K)$ . Se define la noción de vecindad como el conjunto de los  $(x_j, x_i)$  con  $j \neq i$  en  $\{1, \dots, K\}$  tales que  $d(x_j, x_i) < \delta$  (distancia), donde  $\delta$  es el valor de corte establecido por la noción de proximidad del investigador.  $x_j$  y  $x_i$ , son dicen vecinos si satisfacen dicha condición (Arbia, 2006); o más formalmente, el conjunto de vecinos se definen como los  $j$  en  $\{1, \dots, K\}$  tales que  $f(x_i) \neq f(x_i|x_j)$ , es decir, que la función de distribución de dicha variable aleatoria difiera de la función de distribución condicional asociada a una observación en otra unidad espacial.

La matriz de pesos o de contigüidad,  $W$ , se define como una matriz cuyas filas y columnas representan las variables, y cada entrada representa la relación espacial de proximidad o continuidad de las mismas. Explícitamente, la entrada  $w_{ij}$ , corresponde a la relación espacial entre las variables  $x_i$  y  $x_j$ .

---

<sup>40</sup> El caso simple es una matriz de contigüidad binaria, es decir, los elementos de  $W$  serán igual a 1 si dos polígonos son vecinos y cero en otro caso. Además, en la práctica la matriz se estandariza por filas: se divide cada componente de la fila de la matriz por la suma de todos los elementos de esa fila de modo que la suma de cada fila es igual a uno, esta forma es relativamente fácil crear los rezagos o retardos espaciales.

Como se señaló anteriormente, en el caso más simple de todos, la matriz  $W$  es binaria, es decir:  $w_{ij} = 1$ , si  $x_i$  y  $x_j$  son vecinos y  $w_{ij} = 0$ , en otro caso (claramente siempre la matriz de pesos es simétrica). Con fines interpretativos dicha matriz es normalizada por fila. (Anselin, Gallo, & Jayet, 2008).

Asimismo, como no existe un consenso en la idea de proximidad, continuidad o vecindad a nivel empírico, las matrices de pesos espaciales tienden a variar bastante, según el tipo de investigación y la metodología propuesta por el investigador.

Similarmente a la teoría de series de tiempo, se define una función de autocorrelación. Formalmente, en una muestra espacial se dice que existe autocorrelación espacial si existen  $x_i$ ,  $x_j$  con  $i \neq j$ , tales que  $Cov(x_i, x_j) \neq 0$ , no obstante, esta definición no es inherentemente espacial, a menos de que exista una explicación espacial a la asociación lineal entre dichas variables (Anselin & Bera, 1998), y por tanto, a fines prácticos de existir dicha correlación, esta definición no da luces de cómo calcularla.

Las definiciones empíricas de autocorrelación espacial no son tan precisas, ya que el retardo (lag) espacial no es unidireccional como el retardo temporal, por ejemplo: el retardo temporal de una variable simplemente es la observación en el periodo pasado de dicha variable, es decir, el retardo de una variable observada en el tiempo  $y_t$  es simplemente  $y_{t-1}$ , pero la relación espacial de vecindad no es unidireccional o única, es decir, una variable (observación espacial) puede estar relacionada con varias observaciones espaciales diferentes (y usualmente lo está), lo cual induce al operador de retardo espacial a ser endógeno a diferencia del operador en series de tiempo.

Dada una variable indexada espacialmente  $x_i$ , el operador de retardo espacial de dicha variable es:  $L(X_i) = \sum_{j=1}^K w_{ij}x_j$ , con  $i \neq j$ , donde  $K$  es el tamaño de la muestra espacial y  $w_{ij}$  los componentes de la matriz de pesos normalizada por fila (esta representación es válida en el caso en que si 2 variables no son vecinas, entonces  $w_{ij} = 0$ , en otro caso, dado el conjunto de vecinos de la unidad  $i$ , es decir, el conjunto  $N(i)$ , se tiene que el operador de retardo espacial es:  $L(X_i) \sum_{j \in N(i)} w_{ij}x_j$ ).

Así, siendo  $W$  la matriz de pesos normalizada por fila (para facilitar la interpretación y la comparación entre modelos), el retardo espacial de  $X=(x_1, \dots, x_k)^T$  es  $L(X) = W'X$  (Arbia, 2006), por tanto, las variables espaciales retardadas son simplemente una combinación lineal de las variables indexadas en el espacio.

Bajo esta consideración, el operador de retardo espacial de un vector de variables es simplemente una media ponderada de las observaciones con respecto a las unidades consideradas como vecinas, donde los coeficientes están dados por la matriz de pesos, la cual es relativa a la noción de vecindad, que igualmente es difícil de establecer a nivel práctico, y por lo tanto, bastante controversial.

El problema de la existencia de correlación espacial radica en que si una muestra es analizada a nivel regional, entonces presenta mayor información, y al hacer inferencia sobre dicha muestra y diagnosticar asociación espacial, esta debe ser aislada para efectos de estimación y diagnóstico, para no omitir así la nueva información. (Anselin & Bera, 1998).

Análogamente a la teoría de series de tiempo, se definen los procesos estocásticos espaciales. A diferencia de los procesos estocásticos temporales, que están definidos sobre un parámetro unidimensional (el tiempo), los procesos aleatorios o estocásticos espaciales están indexados sobre parámetros multidimensionales (regularmente 2 dimensiones según la localización espacial).

Formalmente, dado un subconjunto  $S \subset R^n$  de índices espaciales, se define el campo o proceso aleatorio espacial como la familia de variables aleatorias  $\{X(s): s \in S\}$ ; así, una serie espacial se define como una realización de dicho proceso aleatorio espacial. (Arbia, 2006).

Algunos de estos procesos son los SAR (Spatial Autorregresivo) y los SMA (Spatial Movile Average) los equivalentes a los procesos AR y MA en series de tiempo.

En general los procesos SAR vienen dados por la siguiente ecuación en diferencias estocástica:

$$X(s_i) - u_i = \sum_{i \neq j} p w_{ij} [X(s_j) - \epsilon(s_j)] \quad (1)$$

Donde  $w_{ij}$  son las entradas de la matriz de pesos  $W$ ,  $u_i$  son las medias de las variables  $X(s_i)$  y  $\{\epsilon(s_j) : s_j \in S\}$  es un proceso de ruido blanco espacial (Arbia, 2006).

Al igual que en series temporales, en series espaciales es usual tratar con procesos de orden pequeño; en general, el proceso que se utiliza es el autoregresivo de orden 1, el cual se puede escribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$X = \alpha + pWX + \epsilon \quad (2)$$

En lo siguiente se referirá a (2) como el proceso SAR en general.

Análogamente se define el proceso SMA como la siguiente ecuación en diferencias estocástica:

$$X(s_i) = u_i + \sum_{i \neq j} \lambda w_{ij} \epsilon(s_j) + \epsilon(s_i) \quad (3)$$

Donde cada término se define al igual que en (1). Análogamente en lo sucesivo será relevante únicamente el proceso de orden 1, el cual se escribe matricialmente como:

$$X = u + \lambda W \epsilon + \mu \quad (4)$$

Donde,  $\mu$  es un vector de ruido blanco espacial.

Igualmente, en lo sucesivo se referirá a (4) como el proceso SMA en general.

Con base en los modelos dados en (2) y (4) se puede definir el modelo general de regresión espacial como:

$$\begin{aligned} Y &= \rho W_1 Y + X \beta_1 + W_2 R \beta_2 + \mu \\ \mu &= \lambda W_3 \mu + \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

Donde  $W_1, W_2$  y  $W_3$  son matrices de pesos espaciales diferentes, con  $X$  y  $R$  matrices de variables explicativas (posiblemente las mismas) y  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ .

Se puede observar que (2) y (4) son casos especiales de (5)<sup>41</sup>.

### **III.2.2. Literatura empírica**

#### **III.2.2.1 Modelos espaciales y Datos de Panel**

En el caso de la estimación mediante datos de panel existen varios enfoques para la extensión de la matriz de pesos a diferentes periodos, el más usual consiste en considerar una matriz de pesos tiempo invariante, lo cual es bastante plausible ya que la localización espacial tiende a permanecer en el tiempo. Para efectos de estimación en un panel con  $N$  individuos y  $T$  periodos se define la matriz de pesos cómo:

$$W_{NT} = I_T \otimes W_N \quad (6)$$

Dónde  $W_N$  es la matriz de pesos definida en algún periodo,  $\otimes$  representa el producto de Kronecker e  $I_T$  representa la matriz identidad.

Bajo esta nueva definición, reemplazando la matriz de pesos por su respectiva generalización en múltiples periodos  $W_{NT}$  podemos aplicar los modelos ya expuestos en una versión de panel de datos.

Notemos que la construcción de esta matriz implica que la asociación espacial entre las variables es tiempo invariante y que sólo están relacionadas variables que se encuentren en el mismo periodo.

Modelos más generales proponen la especificación de un rezago temporal dinámico, es decir, una matriz y un coeficiente de asociación espacial por cada periodo, o por otro lado, la estimación del modelo en cada periodo con un diferente coeficiente de correlación espacial. (Anselin & Bera, 1998)

---

<sup>41</sup> Todos los coeficientes asociados a los retardos (lags) espaciales adquieren valores entre -1 y 1 gracias al teorema de Perron-Frobenius, por tanto, pueden analizarse como coeficientes de correlación

La heterogeneidad espacial puede ser asociada a una especie de heterogeneidad no observable, por tanto, esta puede ser estimada mediante el modelo de efectos fijos, el modelo a estimar sería:

$$Y = \rho(I_T \otimes W_N)y + (i_T \otimes \alpha) + X\beta + \epsilon \quad (7)$$

Donde  $\alpha$  es el vector Nx1 de efectos fijos con la restricción usual de que  $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 0$  y que los errores estén incorrelacionados tanto en dimensión temporal como transversal, es decir  $E(\epsilon\epsilon') = \sigma_\epsilon I_{NT}$

### **III.2.2.2 Modelos con términos de frontera**

La producción de frontera (o potencial) representa una situación ideal, en la cual se alcanza la máxima producción posible dados un conjunto de insumos, donde ninguna empresa puede sobrepasar este ideal. En este sentido, la ineficiencia mide el grado en el cual la producción observada se desvía de ese ideal teórico (ver Greene, 2008, p. 93).<sup>42</sup>

La motivación teórica y los fundamentos conceptuales para la medición de la ineficiencia surgen con las aportaciones de Debreu (1951) y Farrell (1957). Recogiendo estos aportes, Aigner y Chu (1968) desarrollan un enfoque determinístico basado en la estimación de funciones de producción paramétricas para calcular la ineficiencia proponiendo técnicas de programación lineal y cuadrática. Sin embargo, este enfoque no vio aplicación hasta 1977, en un trabajo de Forsund y Jansen (1977). Este método pronto entró en desuso debido a que fue rápidamente reemplazado por otro enfoque determinístico para las estimación de la ineficiencia. Se trata del análisis de envolvente de datos (AED).

El AED es una metodología no paramétrica para la estimación de la función de producción de frontera, con respecto a la cual se juzga el grado en el cual la producción observada se aleja de su potencial. No obstante, la naturaleza determinística de este enfoque implica una debilidad fundamental: cualquier desviación de la producción observada con respecto a la frontera estimada es tratada como ineficiencia. De esta

---

<sup>42</sup> De manera alternativa, podemos definir la eficiencia como el grado en el cual la producción observada se acerca a la producción de frontera. De esta forma, es indiferente hablar de *eficiencia* o ineficiencia, pues en ambos casos estos conceptos hacen referencia a la distancia entre la producción observada y potencial.

manera, el AED podría estar sobreestimando la ineficiencia al ignorar que las desviaciones con respecto a la producción de frontera también pueden explicarse por factores fuera del control de las firmas, como por ejemplo el clima (Greene, 2008, p. 114).

Contrario a este enfoque determinístico, existe un enfoque estocástico para el cálculo de la eficiencia basado en la estimación de una función de producción de frontera paramétrica. Esta es la metodología de los modelos de frontera estocástica. La naturaleza estocástica de esta metodología permite corregir el problema de sobreestimación de la ineficiencia que presenta el análisis de envolvente de datos. Para aclarar este punto, observemos lo siguiente. De acuerdo a un enfoque de frontera determinística (como el AED) la función de producción se definiría como:

$$y_{it} \leq f(\mathbf{x}_{it})$$

Donde,  $y_{it}$ , representa el valor de la producción de la firma  $i$  en el periodo  $t$ ,  $\mathbf{x}_{it}$  es un vector de insumos y  $f(\cdot)$  es la función de producción, la cual define la producción potencial o frontera. La anterior desigualdad débil puede reescribirse como una igualdad así:

$$y_{it} = f(\mathbf{x}_{it})TE_{it}$$

Donde,  $TE_{it}$ , mide la eficiencia (cercanía a la producción de frontera) o alternativamente  $1 - TE_{it}$  mide la ineficiencia (desviación con respecto a la producción de frontera). Por el contrario, en un enfoque de frontera estocástica la función de producción se define como:

$$y_{it} \leq f(\mathbf{x}_{it})e^{\nu_{it}}$$

Donde,  $\nu_{it}$ , es una perturbación aleatoria que refleja aquellos factores por fuera del control de la firma que alteran su frontera productiva. Así,  $f(\mathbf{x}_{it})e^{\nu_{it}}$  representa la función de producción de frontera. En este caso la eficiencia también es medida por  $TE_{it}$ , de manera que:

$$y_{it} = f(\mathbf{x}_{it})TE_{it}e^{\nu_{it}} \quad (8)$$

Se observa que la estimación de la eficiencia tiende a ser inferior en un enfoque determinístico que en un enfoque estocástico. Teniendo en cuenta que la ineficiencia está dada por  $1 - TE_{it}$ , esto equivale a afirmar que el enfoque determinístico sobreestima la ineficiencia.

En ambos casos  $0 < TE_{it} < 1$ . Donde un valor de 1 indica que la producción está en la frontera, es decir, es plenamente eficiente o alternativamente que  $1 - TE_{it} = 0$ , es decir, no hay ineficiencia.

En general, un modelo lineal de frontera estocástica se define como:

$$\begin{aligned} Y &= \alpha + X\beta + \varepsilon \\ \varepsilon &= v - u \end{aligned} \quad (9)$$

Donde  $\alpha, \beta$  son los vectores de parámetros estimados,  $v$  un vector de perturbaciones i.i.d. usualmente supuesto como un ruido blanco y  $u$  un vector de errores no negativos que captura la ineficiencia en el modelo.

### **III.2.3. Interrelaciones entre observaciones espaciales y detención de dependencia espacial**

Es útil especificar la denominada matriz de contigüidad,  $W$ . Los elementos de esta matriz cuadrada ( $N \times N$ ),  $w_{ij}$ , reflejan la intensidad de la interdependencia entre cada par de economías  $i$  y  $j$ , donde los elementos de la diagonal se consideran nulos. Dependiendo entonces del criterio utilizado para definir  $w_{ij}$ , se podrán especificar distintas matrices de contacto. Se pueden considerar los siguientes criterios:

Contigüidad física: supone circunscribir el concepto de vecindad al de contigüidad geográfica, de forma que las interdependencias tienen lugar entre regiones físicamente adyacentes. Así,  $w_{ij} = 1$  si  $i$  y  $j$  comparten frontera común y  $w_{ij} = 0$  en caso contrario adyacentes. Así,  $w_{ij} = 1$  si  $i$  y  $j$  comparten frontera común y  $w_{ij} = 0$  en caso contrario.

Función de la distancia: todas las unidades del sistema están interrelacionadas pero con ponderaciones que disminuyen a medida que incrementa la distancia. En este caso, de

forma similar al anterior, se sigue considerando que la proximidad geográfica es un elemento favorecedor de la difusión de ideas e innovaciones así como de externalidades de tipo pecuniario, si bien ahora se permite la existencia de interdependencia entre economías no estrictamente adyacentes.

En general, basándonos en los modelos de interacción espacial, utilizamos la inversa del cuadrado de la distancia, de forma que  $W = 1 / d_{ij}^2$ , donde  $d_{ij}$  es la distancia entre los centros geográficos de cada para de economías

Ambas matrices se normalizan de forma que la fila sume uno, por lo que los elementos de la matriz normalizada serán:

$$\omega_{ij} = w_{ij} / \sum_i w_{ij}$$

De esta forma, es posible definir  $Wx$  como el retardo espacial de una variable  $x$ , es decir, como la suma (ponderada) del valor de  $x$  en las economías vecinas.

Un primer estadístico a utilizar en la detección de dependencia espacial es el contraste de la I de Moran (Moran, 1948). Si se tiene una variable  $x$  observada en  $N$  regiones, el contraste I de Moran toma la siguiente expresión:

$$I = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N w_{ij}(x_j - \bar{x})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$

Donde,  $x_i$  y  $x_j$  representan las observaciones de la variable  $x$  en las economías  $i$  y  $j$  (con media  $\bar{x}$ ). Este contraste tiene como hipótesis nula la ausencia de dependencia espacial (distribución aleatoria del fenómeno analizado), frente a la hipótesis alternativa de la existencia de un esquema de auto correlación espacial positiva/negativa (concentración de valores similares/disimilares).

Otro expresión para la I de Moran viene dado por :

$$I = h \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} \hat{e}_i \hat{e}_j}{\sum_{i=1}^N \hat{e}_i^2} \text{ donde } h = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}}$$

$$Y = \beta^T X + \epsilon \text{ (Arbia, 2006).}$$

En el caso de que la matriz de pesos se encuentre estandarizada ( $W^*$ ) podemos expresar el índice matricialmente cómo:

$I = (e^T e)^{-1} (e^T W^* e)$  la cual es una expresión análoga al test Durbin-Watson, capturando la correlación espacial bajo el mismo criterio que dicho test calcula la autocorrelación temporal.

Para evaluar la significancia del estadístico  $I$ , es necesario estandarizarlo y bajo la hipótesis nula sigue una distribución Normal estándar. Para ello es necesario calcular su media  $\mu(I)$  y su varianza  $\sigma^2(I)$  que vienen dadas por:

$$\mu(I) = -1/(N - 1)$$

$$\sigma^2(I) = \sqrt{\frac{N[N^2 - 3N + 3]S_1 - NS_2 + 3S_0^2 - b_2[(N^2 - N)S_1 - 2NS_2 + 6S_0^2]}{(N - 1)(N - 2)(N - 3)S_0^2}}$$

Dónde  $b_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$ ;  $m_4 = \sum_i \frac{z_i^4}{N}$ ;  $m_2 = \sum_i \frac{z_i^2}{N}$  ;  $S_0 = \sum_i \sum_j w_{ij}$  ;  $S_1 = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j (w_i + w_j)^2$

$w_i = \sum_{j=1}^N w_{ij}$  y  $z_1$  la variable x estandarizada. (Galvis, 2001).

Otro estadístico es el índice C de Geary, el cual contrasta la hipótesis de la no existencia de dependencia espacial y el estadístico viene dado por

$$C = \frac{(N-1) \sum_i \sum_j w_{ij} (x_i - x_j)^2}{2S_0 \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \text{ con } i \neq j$$

Al igual que la I de Moran, el índice C de Geary estandarizado se distribuye asintóticamente normal y por tanto para evaluar su significancia es necesario sustraerle su media y dividirlo por su varianza que vienen dadas, bajo el supuesto de muestreo aleatorio (Galvis, 2001), por:

$$\mu(C) = 1$$

$$\sigma^2(C) = \frac{(N-1)S_1[N^2 - 3N + 3 - (N-1)b_2] + S_0^2[N^2 - 3 - (N-1)^2b_2]}{N(N-2)(N-3)S_0^2}$$

$$\frac{(N-1)S_2[N^2 - 3N - 6 - (N^2 - N + 2)b_2]}{4N(N-2)(N-3)S_0^2}$$

Por su parte el índice de Getis y Ord, se diferencia de los dos índices anteriores, en que puede realizar análisis locales a nivel de sub-regiones, un valor positivo y significativo de la G de Getis y Ord da indicios de la existencia de *clusters* para valores altos de la variable analizada (Galvis, 2001). Por otro lado, si el índice es negativo y significativo da cuenta de la existencia de agrupaciones de valores bajos respecto a la media de la variable analizada.

El estadístico viene dado por:

$$G_i = \frac{\sum_{j=1}^N w_{ij}x_j}{\sum_{j=1}^N X_j}$$

Que al igual que los anteriores índices al estandarizar se distribuye asintóticamente como una normal estándar. Luego su media y varianza viene dada por:

$$\mu(G) = \frac{W_i}{N-1}; \sigma^2(G) = \frac{W_i(N-1-W_i)Y_{i2}}{(N-1)^2(N-2)Y_{i1}^2}. \text{ Dónde } W_i = \sum_j w_{ij}; Y_{i1} = \frac{\sum_j x_j}{N-1}; Y_{i2} = \frac{\sum_j x_j^2}{N-1} - Y_{i1}^2,$$

con  $i \neq j$ .

Finalmente, otro instrumento útil en el análisis del grado de asociación espacial de una variable es la observación del denominado gráfico de dispersión de Moran. Donde en el eje de las abscisas de presenta las observaciones de la variable x normalizada, y en el eje de ordenadas el retardo espacial de dicha variable.

De este modo, los cuatro cuadrantes representan diferentes tipos de asociación espacial, así: si la nube de puntos está dispersa en los cuatro cuadrantes, es indicio de ausencia de correlación espacial. Si, por el contrario, los valores se encuentran concentrados sobre la diagonal que cruza los cuadrantes I (derecha superior) y III (izquierda inferior), existe una elevada asociación espacial positiva de la variable, de forma que su pendiente es

igual al valor obtenido para el contraste de la I de Moran. La asociación será negativa si los valores se concentran en los otros dos cuadrantes. (Paez, Gallo, & Buliung, 2010)

### **III.3. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD DE LOS SECTORES INDUSTRIALES EN COLOMBIA**

#### **III.3.1.Descripción de los datos**

Para cumplir con los objetivos del capítulo, se utilizó información de la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) elaborada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). La información se obtuvo a nivel de empresa, de seis sectores de la Industria Manufacturera colombiana, así: Alimentos, Bebidas, Textiles, Prendas de Vestir, Otros Químicos y Fabricación de productos metálicos (Metales). La elección de estos sectores se realizó bajo el criterio de mayor participación del personal total y valor agregado, de cada sector, en el total de la industria. En el período 2007-2011 estos sectores participaron aproximadamente con un 50% y un 45% respectivamente (en el anexo 1 se encuentra la descripción de los sectores).

La base de datos está dividida en varios capítulos; así: en uno de ellos están la ubicación espacial y sectorial de empresas, ubicadas por Departamento, Área Metropolitana, CIIU, Revisión 3; indicativos de número de establecimiento. En otro capítulo, se encuentra las siguientes variables a considerar: valor agregado, producción bruta, consumo intermedio, salarios de personal permanente, salarios de personal ocupado, consumo de electricidad, inversión neta, inversión bruta, activos fijos, personal temporal, personal permanente, número de establecimientos.

Los datos de ambos capítulos se unieron utilizando el criterio de coincidencia por el código de número de establecimiento; algunos establecimientos no se encontraban en ambos capítulos, por posibles problemas de muestreo. Dichos establecimientos no fueron tomados en cuenta.

Las variables nominales fueron deflactadas haciendo uso del índice de precios al productor, con año base 1999, proporcionado por la misma entidad. A partir de este

conjunto de datos, se obtuvieron las siguientes variables, que caracterizan la producción industria y son utilizadas para estimar la frontera estocástica: Valor agregado ( $y_{it}$ ), stock de capital ( $K_{it}$ ), representado por los activos fijos de las empresas y el número de trabajadores ( $L_{it}$ ), que corresponde al personal ocupado total ocupado. El resumen estadístico de los datos se presenta en la tabla 1.

**Tabla 1. Estadísticas Descriptivas**

Alimentos					Bebidas				
Variable	Mean	Std. Dev.	Min	Max	Variable	Mean	Std. Dev.	Min	Max
No. Obs. 3810					No. Obs. 500				
Valor agregado	156418,42	451449,14	36,66	5825644,00	Valor agregado	2261622,60	6016419,00	981,54	45827548,00
Personal total	137,14	237,58	2,20	2345,00	Personal total	690,58	1065,95	3,00	6332,00
Capital	185545,82	580972,38	30,65	6179030,20	Capital	2806865,20	7712472,00	0,00	55500000,00

Textiles					Prendas de Vestir				
Variable	Mean	Std. Dev.	Min	Max	Variable	Mean	Std. Dev.	Min	Max
No. Obs. 970					No. Obs. 2473				
Valor agregado	397408,81	1102566,80	451,77	10301839,00	Valor agregado	174587,26	576932,60	268,11	8769322,00
Personal total	962,26	2275,35	6,00	23353,00	Personal total	516,05	1089,23	5,00	10118,00
Capital	952472,70	4056402,00	257,40	48588734,00	Capital	117524,78	475441,96	0,00	6020560,60

Textiles y Prendas					Otros Químicos				
Variable	Mean	Std. Dev.	Min	Max	Variable	Mean	Std. Dev.	Min	Max
No. Obs. 3470					No. Obs. 1972				
Valor agregado	236874,55	769170,30	229,76	10461420,00	Valor agregado	734819,00	1978043,60	586,13	21061358,00
Personal total	640,79	1529,16	5,00	23353,00	Personal total	651,38	1349,34	12,00	13154,00
Capital	350925,22	2211139,60	0,00	48588734,00	Capital	620107,00	1908125,40	0,00	17647098,00

Metales				
Variable	Mean	Std. Dev.	Min	Max
No. Obs. 1641				
Valor agregado	184118,68	371224,51	320,51	2731202,40
Personal total	362,16	527,31	7,00	3693,00
Capital	217731,34	578300,10	0,00	5626168,50

Fuente: DANE. Cálculos propios

### III.3.2. El Modelo

Para calcular la eficiencia, la productividad total factorial (PTF) y sus factores determinantes se emplea el modelo de Battese y Coelli, 1992. Para estimar la frontera estocástica se utiliza una función de producción translogarítmica. Esta es una forma funcional flexible que permite la presencia de economías variables de escala en la producción y anida la función de producción Cobb-Douglas. De esta manera, la frontera estocástica a estimar es la siguiente:

$$\begin{aligned} \ln y_{it} = & \alpha + \rho L[Y_{it}] + \beta_l \ln L_{it} + \beta_k \ln K_{it} + 0.5 \beta_{ll} (\ln L_{it})^2 \\ & + 0.5 \beta_{kk} (\ln K_{it})^2 + \beta_{lk} \ln L_{it} \ln K_{it} + \beta_t t + 0.5 \beta_t t^2 \\ & + \beta_{lt} t \ln L_{it} + \beta_{kt} t \ln K_{it} + v_{it} - u_{it} + \delta t \end{aligned} \quad (11)$$

Donde,

$Y_{it}$ : es el valor agregado de la empresa i en el período t.

$L_{it}$ : es el personal ocupado total, de la empresa i en el período t.

$k_{it}$  Es el stock de capital de la empresa i en el período t<sup>43</sup>

$L[Y_{it}] = \sum_j w_{ij} \ln(Y_{jt})$ : es el rezago espacial del logaritmo del valor agregado de la empresa i en el período t. Este rezago es motivado por muchos aspectos, tales como características comunes, no observadas, asociadas a los sistemas de producción compartidos entre las empresas o procesos de difusión tecnológicas entre ellas.

$w_{ij}$ , representa las entradas de la matriz de pesos (binarias) definidas para cada sector según los criterios de coincidencia de los subsectores (CIIU Rev 3 a 4 dígitos, véase anexo 1) en cada sector y área metropolitana.

$\rho$ , coeficiente de autocorrelación espacial, en términos de eficiencia, que obtendrían las empresas al entrar al *cluster* industrial o correlacionarse con las demás empresas de sector y área metropolitana. Si  $\rho$  es significativo se tendría que las ineficiencias estimadas, sin tener en cuenta la dependencia espacial, serían sesgadas. (Affuso, 2010).

---

<sup>43</sup> Se realizaron varias estimaciones utilizando varias proxy del stock de capital, como el cálculo mediante el inventario permanente, pero finalmente se eligió como proxy los activos fijos de la empresa.

Para detectar la dependencia espacial se utiliza el contraste de la I de Moran (Moran, 1948), así:

$$I = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}(x_j - \bar{x})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Donde,

$x_i$ , representa el valor agregado de la empresa  $i$ .

$N$ : representa el número de empresas en la industria

$w_{ij}$ : representa la entrada  $ij$  de la matriz de pesos espaciales.

La matriz de pesos espaciales se construyó bajo el criterio de coincidencia de subsector-área metropolitana y departamento. Es decir,  $w_{ij} = 1$ , si la empresa  $i$  y la empresa  $j$ , pertenecen a la misma área metropolitana, igual departamento e igual subsector del ciu correspondiente; y  $w_{ij} = 0$ , en otro caso. En suma, la matriz de pesos es una matriz binaria.

Para definir la matriz de pesos espaciales era necesario que el panel fuera fuertemente balanceado<sup>44</sup>; por tanto, se eliminaron las observaciones que no estaban presentes en todos los períodos (2007-2011).

La matriz de pesos se estimó, dado que el panel estaba fuertemente balanceado, para el año 2007<sup>45</sup>, y se aumentó para el período 2007-2011, con el producto de Kronecker, con la matriz identidad de orden 5 ( $t=5$ ).

$$WT = I_5 \otimes W$$

El índice de Moran, se estimó para cada CIIU, en cada año, y también se realizaron estimaciones de dicho índice para el período completo, 2007-2011, utilizando la matriz  $WT$ . Dada la construcción de esta matriz, las entradas correspondientes a observaciones que se ubican en diferentes años son 0; por tanto, sigue siendo un estimador puramente espacial ya que no capta asociación temporal.

---

<sup>44</sup> Las estimaciones se realizaron con el paquete estadístico *Frontier*, en el software *R*.

<sup>45</sup> Esta matriz de pesos fue utilizada en todas las estimaciones transversales, dado que el panel estaba fuertemente balanceado. Por otro lado, las empresas no cambiaron de ubicación en el período señalado.

### **III.4. EVALUACIÓN DEL ESTADO DE LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD EN LOS SECTORES MANUFACTUREROS**

Antes de presentar el análisis del modelo principal y las eficiencias asociadas a cada sector industrial, es importante señalar que se realizaron estimaciones de corte transversal; en este contexto se utilizó el método de máxima verosimilitud para la estimación de la frontera estocástica<sup>46</sup>; en algunos sectores se encontró evidencia de la presencia de la ineficiencia; no obstante, la mayoría de los coeficientes asociados a la forma funcional translogarítmica no son significativos. ; excepto los de la forma funcional Cobb-Douglas. No obstante, en esta formulación aunque no sean significativos los coeficientes individuales, si pueden serlo combinaciones lineales de estos coeficientes, que son las magnitudes relevantes a efectos de definir elasticidades. De igual manera, se realizaron estimaciones de la frontera en el contexto de datos de panel, empleando el estimador de mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Al igual que en el caso anterior, la estimación de los coeficientes no arrojaron resultados significativos estadísticamente (véase anexo2).

Las tablas 2-4 presentan los estimadores de máxima verosimilitud para los parámetros de la función de producción de frontera estocástica, de los principales subsectores de la industria manufacturera colombiana, definida por la ecuación (11). En general, los parámetros de varianza  $\gamma$  son significativos y toman valores superiores a 0.8%, indicando la importancia de la ineficiencia en el análisis de los sectores de producción industriales de Colombia. Es decir, aproximadamente el 80% de las variaciones no explicadas de la producción puede explicarse por las variaciones de la ineficiencia, mientras que el resto corresponde a variaciones de la perturbación aleatoria.

En otras palabras, una parte importante de las diferencias entre los niveles del producto de las distintas empresas tienen su origen en la ineficiencia con que se desarrolla dicho proceso productivo. Por tanto, estas diferencias productivas favorecen el que existan empresas que con los mismos empleos de capital y trabajo obtengan distintos niveles de producción.

---

<sup>46</sup> Se estimó la frontera con varias formas funcionales de la función de producción, tales como la cobb-douglas y la translogarítmica.

**Tabla 2. Alimentos, Bebidas, Prendas de vestir y Textiles. Estimación de máxima Verosimilitud de la Frontera Estocástica**

ALIMENTOS				BEBIDAS			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,207	0.3572 ***	Constante	$\alpha$	1,521	0,810 *
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,194	0,0135 ***	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,209	0,026 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	1,145	0.1059 ***	$\ln L_{it}$	$\beta_I$	1,593	0,356 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,172	0.0769 *	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,091	0,174
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,120	0.0370 **	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,264	0,069 ***
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,089	0.0116 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,108	0,025 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,095	0.0177 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,188	0,036 ***
$t$	$\beta_t$	0,139	0.0493 **	$t$	$\beta_t$	0,226	0,139
$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,005	0.0117	$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,037	0,032
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,010	0,01	$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,015	0,025
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,0076	0.0059	$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,015	0,015
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	1,9907	0,1346 ***		$\sigma^2$	2,645	0,566 ***
	$\gamma$	0,8168	0,0137 ***		$\gamma$	0,862	0,035 ***
	$t$	-0,059	0,012 ***		$t$	-0,080	0,033 *
Observaciones		3810		Observaciones		500	

Test de Moran

I Moran 2007-2011	65.55	***
I Moran	4,571	

Test de Moran

I Moran 2007-2011	13.25	***
I Moran	0.9671	

PRENDAS DE VESTIR

Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>			
Constante	$\alpha$	5,2801	0.4276 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,1138	0.0360 **
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0.9217	0.0841 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0.1533	0.0556 **
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0.0677	0.0230 **
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0.0687	0.0076 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0.0501	0.0104 ***
$t$	$\beta_t$	0,0439	0,0578
$t^2$	$\beta_{tt}$	0,0282	0,0135 *
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0,0176	0,0089 *
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	0,055	0,0069
<b>Parámetros de Varianza</b>			
	$\sigma^2$	2,1691	0,1867 ***
	$\gamma$	0,8533	0,0144 ***
	$t$	-0,0925	0,0150 ***
Observaciones		2473	

Test de Moran

I Moran 2007-2011	20.953	***
I Moran 2007	0.6416	

TEXTILES

Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>			
Constante	$\alpha$	2,8139	0.7234 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,1945	0.0300 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0.5255	0.2303 *
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0.5533	0.1607 ***
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0.920	0.718
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	-0.0675	0.313 *
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	0,0186	0,0449
$t$	$\beta_t$	0,2032	0,0996 *
$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,0105	0,0229
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0,0804	0,02 ***
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	0,0240	0,0139 *
<b>Parámetros de Varianza</b>			
	$\sigma^2$	2,6166	0,3735 ***
	$\gamma$	0,8687	0,021 ***
	$t$	0	0,022 ***
Observaciones		968	

Test de Moran

I Moran 2007-2011	28.374	***
I Moran 2007	0.6505	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0.001$ ; \*\*  $p < 0.01$ ; \*  $p < 0.05$ . Fuente: DANE, cálculos propios.

En cuanto a los coeficientes del capital y trabajo de la función translog, se puede observar que gran parte de ellos son estadísticamente significativos; y presentan el signo

adecuado. No obstante, algunos coeficientes asociados al capital presentan signo negativo.

Se calculó entonces la media de la derivada del logaritmo neperiano del valor agregado de cada sector con respecto al logaritmo neperiano del capital del sector, encontrándose un valor positivo en cada uno de ellos, los valores más bajos corresponden a metales (0.056), textiles y prendas de vestir (0.22) y alimentos (0.31), y los más altos a bebidas (1.15) y otros químicos (0.37). Estos resultados muestran que, aunque en cada sector, alguno de los coeficientes correspondientes al capital es negativo; en general, el factor capital es importante en el proceso de producción.

Para analizar la conveniencia del modelo estimado se contrastan un conjunto de hipótesis a través del test de razón de verosimilitud, cuyos resultados se reportan en el anexo 3<sup>47</sup>.

El primer test evalúa si la producción de los diferentes sectores de la industria opera sobre la frontera, en otras palabras, si el componente sistemático y el componente aleatorio de la ineficiencia técnica no son significativos. Si este es el caso el modelo se reduce a una función de respuesta media que puede ser estimada por mínimos cuadrados ordinarios (Puig-Junoy, 2001). Sin embargo, todos los casos, esta hipótesis se rechaza a un nivel de significación del 5%.

---

<sup>47</sup> El estadístico de prueba del test de razón de verosimilitud es  $\lambda = -2\{\ln L(H_0) - \ln L(H_1)\}$ . Bajo  $H_0$  cierta, dicho estadístico tiene una distribución *chi*-cuadrado con parámetro igual al número de coeficientes que se presume son iguales a cero.

**Tabla 3. Textiles y Prendas de Vestir. Estimación de máxima Verosimilitud de la Frontera Estocástica**

TEXTILES Y PRENDAS DE VESTIR				Metales			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	3,764	0,286 ***	Constante	$\alpha$	3,648	0,5712 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,204	0,023 ***	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,1343	0,0333 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0,937	0,068 ***	$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0,8162	0,1269 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,019	0,039	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,1578	0,1004
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,151	0,020 ***	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,0797	0,0401 *
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,061	0,005 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,0539	0,0101 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,086	0,008 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,0578	0,0141 ***
$t$	$\beta_t$	-0,180	0,046	$t$	$\beta_t$	0,0562	0,0717
$t^2$	$\beta_{tt}$	0,176	0,012	$t^2$	$\beta_{tt}$	0,0170	0,0161
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0,009	0,007 *	$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,0234	0,0142
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,011	0,005	$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,0227	0,0092 *
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	2,294	0,168 ***		$\sigma^2$	1,2258	0,1327 ***
	$\gamma$	0,853	0,012 ***		$\gamma$	0,756	0,0287 ***
	$t$	-0,088	0,012 ***		$t$	0,002	0,0217
Observaciones		3470		Observaciones		1631	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0.001$ ; \*\*  $p < 0.01$ ; \*  $p < 0.05$ . Fuente: DANE, cálculos propios.

**Tabla 4. Otros Químicos. Estimación de máxima verosimilitud de la frontera estocástica**

Otros Químicos				Metales			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,9390	0,6683	Constante	$\alpha$	3,648	0,5712 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,1350	0,0232	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,1343	0,0333 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	1,5907	0,1578	$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0,8162	0,1269 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,2557	0,1482	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,1578	0,1004
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,2295	0,0344	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,0797	0,0401 *
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,1486	0,0199	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,0539	0,0101 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,1984	0,0210	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,0578	0,0141 ***
$t$	$\beta_t$	0,0536	0,0647	$t$	$\beta_t$	0,0562	0,0717
$t^2$	$\beta_{tt}$	0,0085	0,0146	$t^2$	$\beta_{tt}$	0,0170	0,0161
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,0163	0,0115	$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,0234	0,0142
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,0134	0,0075	$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,0227	0,0092 *
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	2,2582	0,2057 ***		$\sigma^2$	1,2258	0,1327 ***
	$\gamma$	0,8697	0,0132 ***		$\gamma$	0,756	0,0287 ***
	$t$	0,0010	0,0124		$t$	0,002	0,0217
Observaciones		1972		Observaciones		1631	
<b>Test de Moran</b>							
I Moran				I Moran			
2007-2011		11.044	***	2007-2011		22.57	***
I Moran				I Moran			
2007		0,3911		2007		0,0889	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0.001$ ; \*\*  $p < 0.01$ ; \*  $p < 0.05$ . Fuente: DANE, cálculos propios.

La segunda hipótesis indaga sobre la pertinencia o no de incorporar en el modelo el efecto espacial. Se rechaza la hipótesis nula de que el coeficiente que acompaña al término asociado a éste. Y como el coeficiente de autocorrelación espacial es positivo y significativo estadísticamente, para todos los subsectores, refleja un beneficio marginal, en términos de eficiencia, que obtienen las empresas de un sector al entrar al correlacionarse con las demás empresas del sector y el área metropolitana<sup>48</sup>.

La tercera hipótesis indaga sobre la pertinencia de una especificación Cobb-Douglas de la tecnología de producción, la cual es rechazada a un nivel de significación del 5%. Por tanto, existe evidencia empírica en favor del uso de la forma translog como especificación de la función. En el cuarto test se rechaza la hipótesis nula sobre la ausencia de cambio técnico. Dado, que el cambio técnico está presente en el modelo, la hipótesis 5 evalúa si este es neutral. No obstante, en la mayoría de los casos, esta hipótesis también se rechaza.

Es de resaltar el caso particular de la fabricación de metales, donde no se rechaza la hipótesis sobre la presencia de cambio técnico; es decir, no existe evidencia de que haya habido tendencia de cambio en la productividad asociado al cambio técnico, reflejando quizás el hecho que durante el período de estudio este sector sufrió un proceso de estancamiento en la producción.

Las actividades más dispersas corresponden a empresas pertenecientes a industrias tradicionales de pequeña y mediana escala que abastecen mercados locales de bienes consumo, tales como alimentos y bebidas, y a las que se agregan aquellas otras actividades que poseen indicadores medios de concentración que se localizan en las principales áreas metropolitanas del país, grandes e intermedias. Estas actividades corresponden a industrias que aprovechan ventajas que brindan algunas regiones para especializarse de manera independiente o complementaria con otras conexas y son las siguientes: prendas de vestir y otros productos químicos.

---

<sup>48</sup> Se realizaron estimaciones de la frontera sin el efecto espacial. Es de señalar que los coeficientes de los parámetros de la función *translog* resultaron similares a los de las estimaciones cuando se incluía dicho efecto; en especial, los parámetros de varianza. Las estimaciones de la eficiencia varían levemente; en general, se observa que las eficiencias aumentan con la inclusión del efecto espacial. véase anexo 4.

Las tablas 5-6 muestran las eficiencias medias, elasticidades, rendimientos de escala para cada año y sector industrial, respectivamente. En general, la mayoría de los sectores exhiben retornos crecientes de escala, o muy cercanos a la unidad (0.95 o más).

<sup>49</sup>

**Tabla 5. Colombia. Elasticidades factoriales, retornos a escala y eficiencias estimadas. Promedios anuales**

Año	Elasticidad	Elasticidad	Retornos a	Eficiencia
	trabajo	capital	escala	media
<b>2007</b>	0,715	0,313	1,028	0,427
<b>2008</b>	0,711	0,308	1,019	0,463
<b>2009</b>	0,689	0,316	1,005	0,499
<b>2010</b>	0,686	0,314	0,999	0,535
<b>2011</b>	0,684	0,312	0,996	0,569

Fuente: DANE, cálculos propios

La tabla 5 muestra que, en general, la eficiencia se ha incrementado en el tiempo; mientras que los retornos a escala han permanecido constantes. De igual manera. Se observa que la elasticidad del trabajo ha disminuido levemente en el tiempo, y la del capital ha permanecido prácticamente igual, evidenciando el fenómeno de cambio técnico neutral: favorabilidad del uso de un factor en el sistema de producción.

**Tabla 6. Colombia. Elasticidades factoriales, retornos a escala y eficiencias estimadas. Promedios sector 2007-2011**

Sector	Elasticidad	Elasticidad	Retornos a	Eficiencia
	trabajo	capital	escala	media
<b>Alimentos</b>	0,846	0,207	1,053	0,466
<b>Bebidas</b>	0,565	0,500	1,065	0,454
<b>Textiles</b>	0,923	0,074	0,996	0,533
<b>Prendas de vestir</b>	0,665	0,321	0,987	0,446
<b>Textiles,Prendas</b>	0,734	0,269	1,003	0,464
<b>Otros químicos</b>	0,534	0,416	0,951	0,391
<b>Metales</b>	0,612	0,400	1,011	0,541
<b>Promedio</b>	0,697	0,312	1,009	0,471

Fuente: DANE, cálculos propios

<sup>49</sup> También se realizaron estimaciones anuales para cada “subsector” de los diferentes sectores. Por ejemplo, para el sector de Alimentos, se realizaron estimaciones para 13 subsectores, según clasificación CIIU Rev.2. Es de señalar que se contó con información a nivel de empresa de cada “subsector”.

La tabla 6 muestra la estimación de las elasticidades y la eficiencia media por ramas de actividad. Se observa como las mayores elasticidades del capital se encuentran en sectores tales como metales, bebidas y otros químicos. Por otro lado, las elasticidades del trabajo con niveles más altos corresponden a los sectores de alimentos, textiles y prendas de vestir; sectores que se caracterizan por utilizar en forma intensiva mano de obra. De igual manera, se tiene que la eficiencia media tiende a aumentar en el tiempo (véase tabla 7).

**Tabla 7. Colombia. Evolución de las eficiencias estimadas**

Año	Alimentos	Textiles	Prendas de vestir	Bebidas	Químicos	Metales	Text,Pren	Promedio	PromedioT,P
2007	0,405	0,388	0,422	0,326	0,360	0,538	0,358	0,406	0,398
2008	0,435	0,462	0,435	0,388	0,375	0,540	0,411	0,439	0,430
2009	0,466	0,536	0,446	0,451	0,390	0,541	0,464	0,472	0,462
2010	0,497	0,608	0,460	0,523	0,406	0,542	0,517	0,506	0,497
2011	0,527	0,673	0,473	0,584	0,422	0,543	0,569	0,537	0,529

Fuente: DANE, cálculos propios

A continuación se realizará un breve análisis de los resultados a través del examen de la concentración y dispersión geográfica de los sectores industriales, que es una expresión del patrón de organización del sector en el territorio.

Así, mediante el Índice Cinco de Concentración (I5C)<sup>50</sup> (véase anexo 6) y la participación departamental en el valor agregado sectorial se puede realizar una aproximación al análisis de este patrón y de sus relaciones con la distribución por departamentos.

De acuerdo con los valores del índice, las agrupaciones más concentradas geográficamente han sido: textiles (321), prendas de vestir (322). Entre las de concentración moderada encontramos las de otros productos químicos (351) y fabricación de metales (381); por último, las más dispersas o con índices más bajos,

<sup>50</sup> El I5C es un índice que mide la distribución de las agrupaciones industriales de acuerdo con sus grados de concentración o dispersión, considerando la jerarquía departamental. Se calcula como la suma de las participaciones porcentuales de cada agrupación en cada uno de los cuatro primeros departamentos ordenados de manera jerárquica y en el conjunto de los restantes; su valor varía entre cero, cuando una agrupación está totalmente dispersa, y uno, cuando se concentre en un solo departamento (Jaramillo y Cuervo, 1987).

corresponden a industrias tradicionales de pequeña y mediana escala, que abastecen mercados locales de bienes de consumo tales como alimentos (311) y bebidas (313).

A causa de las transformaciones que se presentaron en el entorno nacional e internacional, el patrón de localización de la industria había venido cambiando desde comienzos de este siglo. En efecto, durante el período de apertura (década de los noventa), la mayor concentración, como sinónimo de especialización, que debería fortalecerse con la asignación de recursos que traería la apertura se debilitó (Lotero, 2005).

No obstante, entre 2007 y 2011 la concentración aumentó levemente para casi todos los sectores, insinuando una tendencia hacia una especialización mayor en los departamentos; en efecto, el índice se elevó para los sectores de alimentos, bebidas, textiles y prendas de vestir, reduciéndose, aunque no sustancialmente, para el sector de otros químicos y el de fabricación de metales. En especial en los años 2009 y 2010 se pudieron generar expectativas positivas entre los empresarios lo que aumentó la inversión en algunos sectores, y con ello hubo un aprovechamiento de las ventajas que brinda la mayor especialización de los departamentos o regiones.

El patrón actual de organización espacial de la industria ha evolucionado hacia una polarización creciente desde las últimas décadas. En efecto, en el anexo 6 aparece la distribución de la industria por departamentos, de acuerdo a la participación en el valor agregado. Allí se observa la primacía industrial de Bogotá; seguida de Antioquia y Valle, donde se localizan las metrópolis de Medellín y Cali. Estos departamentos tienen un peso significativo para el desarrollo industrial; aportan aproximadamente el 66 % del valor agregado de la industria.

Desde el punto de vista teórico, los niveles más elevados de la productividad y eficiencia se obtendrían en las regiones donde se aglomeran los factores con rendimientos crecientes (capital físico y humano). La proximidad geográfica y las externalidades pecuniarias, por concentración de los mercados y los enlaces de demanda, y los efectos de propagación tecnológica (*spillovers*) son fuentes importantes de rendimientos crecientes, contribuyendo al aumento de la productividad y eficiencia,

y, por este medio, al crecimiento y a la atracción de capitales y fuerza de trabajo calificada (Herderson, 2000).

Según las tablas 6 y 8 esta predicción de la teoría podría cumplirse en el caso dado los sectores que estamos analizando; pues bien, los más altos niveles de eficiencia se observan en los sectores de textiles (intensivo en mano de obra) y metales; seguidos de alimentos y bebidas (intensivos en recursos naturales). El grueso de la producción de estos sectores se realiza en los departamentos más avanzados; por ejemplo, Bogotá, Antioquia y Valle (véase tabla 8). Los dos últimos departamentos se caracterizan por su vocación exportadora; lo cual genera presión competitiva, que podría explicar la mayor eficiencia en los mismos.

**Tabla 8. Colombia. Participación de los departamentos en el valor agregado sectorial, 2011**

Alimentos		Bebidas		Textiles	
Departamento	% del valor agregado	Departamento	% del valor agregado	Departamento	% del valor agregado
76	25,88	11	27,76	11	49,16
11	18,46	5	18,75	5	43,65
5	15,21	25	12,99	8	3,21
25	10,71	8	11,95	76	2,12
8	5,46	76	9,37	68	1,05
68	4,27	68	7,26	25	0,69
19	3,95	15	6,36	17	0,12
99	3,81	99	2,08		
17	3,37	13	1,25		
13	2,09	66	0,85		
66	1,97	47	0,81		
73	1,90	73	0,31		
20	1,40	19	0,26		
47	1,11				
63	0,43				
Prendas de vestir		Otros químicos		Metales	
Departamento	% del valor agregado	Departamento	% del valor agregado	Departamento	% del valor agregado
5	54,62	11	34,89	11	36,38
11	22,70	76	28,37	5	24,92
76	10,66	5	10,91	76	13,79
66	5,50	8	10,29	25	7,26
68	2,09	25	9,81	19	4,93
73	1,66	19	2,71	17	4,11
17	1,34	13	2,43	8	3,51
8	1,10	17	0,34	13	2,11
99	0,21	66	0,16	68	1,06
63	0,08	68	0,09	66	1,00
25	0,05			99	0,47
				63	0,45

Fuente: DANE, cálculos propios

#### Códigos departamentales

Departamento	Código Dane
Antioquia	5
Atlántico	8
Bogotá	11
Bolívar	13
Boyacá	15
Caldas	17
Cauca	19
Cesar	20
Cundinamarca	25
Magdalena	47
Quindío	63
Risaralda	66
Santander	68
Tolima	73
Valle	76
Otros	99

Ahora bien, el crecimiento de la productividad (o PTF) depende de la diferencia entre el aumento de la producción y el aumento de los insumos. De esta manera, la variación de la productividad es una cantidad residual (Fried, Lovell y Schmidt, 2008, p. 8). Como señalan estos autores, los cambios en la productividad pueden ser atribuidos a diferencias en la tecnología, en la escala de producción o a diferencias en la eficiencia. A través de la metodología de descomposición de la PTF propuesta por Kumbhakar, Denny y Fuss (2000) y presentada en el segundo capítulo de este trabajo, es posible estimar las contribuciones de estas tres fuentes a la productividad, utilizando como insumo los resultados de la estimación de un modelo de frontera estocástica.

En la tabla 9 se presenta los resultados de este ejercicio. En general, se observa que el crecimiento de la PTF se debe a la contribución combinada de la eficiencia y el cambio técnico. Por tanto, el incremento podría atribuirse al efecto positivo de la apertura sobre la eficiencia vía una mayor exposición de la industria nacional a la competencia externa.

**Tabla 9. Descomposición de las fuentes de crecimiento de la PTF**

Alimentos					Bebidas				
Año	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF	Año	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF
2008	0,0872	0,0017	0,0495	0,1384	2008	-0,0130	-0,0133	0,0833	0,0570
2009	0,0850	-0,0018	0,0542	0,1375	2009	-0,0060	-0,0054	0,0968	0,0855
2010	0,0820	0,0001	0,0590	0,1411	2010	-0,0023	0,0021	0,1080	0,1078
2011	0,0795	-0,0008	0,0638	0,1425	2011	0,0039	0,0021	0,1232	0,1292
Promedio	0,0834	-0,0002	0,0566	0,1399	Promedio	-0,0043	-0,0036	0,1028	0,0949
Textiles					Prendas de vestir				
Año	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF	Año	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF
2008	0,0924	-0,0034	0,0853	0,1743	2008	0,0530	-0,0007	0,0442	0,0964
2009	0,0872	-0,0064	0,1036	0,1844	2009	0,0776	-0,0007	0,0481	0,1251
2010	0,0843	0,0023	0,1225	0,2091	2010	0,1011	0,0017	0,0521	0,1549
2011	0,0766	0,0063	0,1412	0,2241	2011	0,1249	0,0005	0,0561	0,1814
Promedio	0,0851	-0,0003	0,1132	0,1980	Promedio	0,0891	0,0002	0,0501	0,1394
Otros químicos					Metales				
Año	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF	Año	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF
2008	0,0038	0,0009	0,00102	0,0057	2008	-0,0419	0,0002	0,0007	-0,0409
2009	0,0050	0,0000	0,00101	0,0060	2009	-0,0246	0,0008	0,0007	-0,0231
2010	0,0128	-0,0036	0,00101	0,0102	2010	-0,0086	0,0014	0,0007	-0,0065
2011	0,0217	-0,0019	0,00101	0,0208	2011	0,0081	0,0022	0,0007	0,0110
Promedio	0,0108	-0,0012	0,00101	0,0107	Promedio	-0,0167	0,0012	0,0007	-0,0149
Textiles y Prendas									
Año	Cambio técnico	Efectos de Escala	Eficiencia técnica	PTF					
2008	0,0703	-0,0017	0,0682	0,1368					
2009	0,0896	-0,0020	0,0786	0,1662					
2010	0,1081	0,0022	0,0894	0,1996					
2011	0,1266	0,0011	0,1000	0,2278					
Promedio	0,0987	-0,0001	0,0840	0,1826					

Fuente: DANE, cálculos propios

### **III.5. CONSIDERACIONES FINALES**

Los estudios acerca de la estimación de un modelo de producción de frontera estocástica en Colombia tienen algunas limitaciones relacionadas con la estimación de funciones de producción neoclásicas y algunas hipótesis restrictivas que descartan las fricciones que experimentan los mercados reales, fricciones que impiden la materialización del ideal de mercados competitivos, en los cuales la economía siempre está sobre su potencial. Los modelos de frontera estocástica reconocen precisamente estas fricciones, y tratan de evaluar su magnitud a través de la medición de la ineficiencia (o grado en el cual la producción observada se aleja de su nivel óptimo). Aunque los modelos de frontera estocástica ya han sido aplicados en el contexto colombiano, no existen trabajos que involucren un componente de autocorrelación espacial, en términos de eficiencia. Más aún, no se ha realizado un análisis a nivel de microdatos que relate la eficiencia en la producción de la empresa con el espacio, al correlacionarse con las demás firmas del sector y área metropolitana.

La evidencia empírica sugiere que la autocorrelación espacial es relevante en el modelo de producción de frontera estocástica. En efecto, se observa que en los 6 sectores industriales analizados el coeficiente espacial es positivo y estadísticamente significativo. Lo cual refleja un beneficio marginal, en términos de eficiencia, que obtienen las empresas al correlacionarse con las demás firmas de los sectores y área metropolitana.

Además, los resultados de este capítulo muestran que los sectores analizados, de la industria manufacturera, se encuentran localizados en los departamentos que tradicionalmente han concentrado la industria en Colombia; en el caso de Bogotá, y su área metropolitana, Antioquia y Valle; por ejemplo, las dos primeras regiones tiene una mayor participación del valor agregado total de sectores tales como: bebidas (47%), textiles (93%), prendas de vestir (80%) y metales (60 %); mientras que el departamento del valle tiene la mayor participación en la actividad de alimentos (26 %), y otros productos químicos (30 %). Todo indica que la mayor eficiencia de los sectores textiles, metales y bebidas y, en general, el incremento de la eficiencia en todos los sectores analizados, conduce a que la industria allí no se relocalice en otras regiones y no presente una tendencia hacia la reversión de la polarización.

La evidencia empírica sugiere pues que desde la implementación de las políticas de apertura comercial no ha habido un cambio sustancial en la distribución regional de la industria, o a un cambio en la tendencia actual caracterizada por la primacía y la polarización. En vez de debilitarse, éstas se han fortalecido al ampliarse aún más el radio de acción de Bogotá sobre los departamentos vecinos, arrastrando o contribuyendo con su crecimiento.

Esto se explica mediante los argumentos que brindan la geografía económica. De un lado, la dinámica, diversificación y tamaño de la demanda de Bogotá, Antioquia y Valle, son una fuente importante de externalidades pecuniarias y enlaces (hacia atrás y hacia delante) y una fuerza centrípeta significativa que arrastra consigo a capitales y mano de obra calificada, contrarrestando todo intento de desconcentración; de otra parte, el mayor crecimiento de población, así como la expansión de la división del trabajo especialmente en servicios públicos y modernos para las empresas (financieros, de consultoría, marketing, etc.), la mayor dotación de capital humano y la "cercanía" con el poder político (en el caso de Bogotá), han contribuido también con la primacía de estos departamentos, ventajas de las cuales no han disfrutado el resto de regiones colombianas (CEPAL 2002).

Según Galvis y Meisel (2001), los principales determinantes del crecimiento de las ciudades han sido el capital humano y la infraestructura de servicios públicos, factores que son muy fuertes en los centros urbanos del interior del país, especialmente en Bogotá, y Antioquia.

### **III.6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Affuso, Ermanno (2010). “Spatial Autoregressive Stochastic Frontier Analysis: an applicatoin to an impact evaluation study.” *Working Paper*, Auburn University.

Aigner, J. y Chu, S. (1968). “On Estimating the Industry Production Function.” *American Economic Review*, Vol. 58, No. 4, pp. 826-839.

Anselin, L., & Bera, A. (1998). *Spatial dependence in linear regression models with an introduction to spatial econometrics*. New York: Marcel Dekker.

Anselin, L. (2001). *Spatial econometrics*. En: A companion to theoretical econometrics, ed. Baltagi, Oxford: Basil Blackwell; pp. 310-330.

Anselin, L., Gallo, J., & Jayet, H. (2008). Spatial Panel Econometrics. En S. L. Mátyás, *The Econometrics of Panel Data* (págs. 625-660). Berlin Heidelberg: Springer.

Arbia, G. (2006). *Spatial Econometrics*. Springer-Verlag.

Barrios, Erniel (2008) . “Spatial Autorregresive Stochastic Frontier Model.” *Working Paper*, University of the Philippines Diliman.

Battese, George y Coelli, Tim (1992). “Frontier production functions, technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India.” *The Journal of Productivity Analisys*, Vol. 3, pp. 153-169.

Battese, George y Coelli, Tim (1995). A Model for Technical Inefficieny Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data. *Empirical Economics*, No. 20, pp. 325-332.

CEPAL (2002). El escalafón de la competitividad de los departamentos colombianos .Bogotá.

Cliff, A. D., & Ord, J. K. (1973). *Spatial Autocorrelation*. Londres: Pion.

Cressie, N. (1993), “*Statistics for spatial data. .Revised edition*”. New York: Wiley.

Farrel, M. J. (1957). “The measurement of productive efficiency.” *Journal of the Royal Statistical Society, Serie A*, Vol. 120, No. 3, pp. 253-282.

Fried, Harold; Lovell, Knox y Schmidt, Shelton (2008). *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. Oxford University Press.

Galvis, L.A. y A. Meisel (2001). El crecimiento económico de las ciudades colombianas y sus determinantes, 1973-1998. Meisel, A. (ed.), *Regiones, ciudades y crecimiento económico en Colombia*. Bogotá: Banco de la República.

Lotero Jorge. (Ed.), *Industria y Región en Colombia: Desarrollo espacial, productividad y competitividad comercial durante la apertura de los noventa*. Centro de Investigaciones Económicas, Universidad de Antioquia, Medellín.

Glaeser; Hedi D. Kallal; Scheinkman. Growth in Cities “The Journal of Political Economy”, Vol. 100, No. 6, Centennial Issue. (Dec., 1992), p. 1126-1152.

Greene, William (2008). “The Econometric Approach to Efficiency Analysis.” En: Fried, Harold; Lovell, Knox y Schmidt, Shelton (Eds.), *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. Oxford University Press.

Herderson, V. et al. (2000). Geography and development. Washington, D.C: The World Bank.

Jaramillo, S. y M. Cuervo (1987). Configuración del espacio regional en Colombia. Bogotá: Centro de Estudios para el Desarrollo/Universidad de Los Andes.

Krugman, P. (1991). “Increasing returns and economic geography”. *Journal of Political Economy* 99, p. 483–99.

Kumbhakar, Subal y Lovell, Knox (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press.

Kumbhakar, Subal; Denny, M. y Fuss, M. (2000). "Estimation and decomposition of productivity change when production is not efficient: a panel data approach." *Econometric Reviews*, Vol. 19, No. 9, pp. 425-460.

Lotero, Jorge (2005). Eficiencia Productiva, Localización Y Polarización De La Industria En Colombia En El Contexto De La Integración Comercial De Los Noventa. Revista eure (vol.XXXI, N°92), pp.65-85, Chile.

Moreno, Rosina, Vayá, Esther (2000). Técnicas econométricas para el tratamiento de datos espaciales: la econometría espacial. Ed. Universitat Barcelona.

Moreno, Rosina (2004). Econometría Espacial: nuevas técnicas para el análisis regional. Una aplicación a las regiones europeas. *Investigaciones Regionales*, pp. 83-106

Paez, N., Gallo, J. L., & Buliung, R. (2010). *Progress in Spatial Analysis Methods and Applications*. Sandy Dall'erba Editors.

Perdomo, Andrés y Hueth, Darrel (2010). "Funciones de producción y eficiencia técnica en el eje cafetero colombiano: una aproximación con frontera estocástica." *Documentos CEDE*, Universidad de los Andes.

Puig-Junoy, Jaume (2001). "Technical inefficiency and public capital in U.S. states: a stochastic frontier approach." *Journal of Regional Science*, Vol. 41, No. 1, pp. 75-96

## ANEXOS

### Anexo 1. Equivalencia entre la CIIU Rev 3 y la CIIU Rev 2

GRUPO	CLASE	DESCRIPCIÓN	AGRUPACIÓN
		Elaboración de productos alimenticios y de bebidas	
151		Producción, transformación y conservación de carne y pescado	
	1511	Producción, transformación y conservación de carne y sus derivados cárnicos	
	1512	Transformación y conservación de pescado y de derivados del pescado	
152		Elaboración de frutas, legumbres, hortalizas, aceites y grasas	
	1521	Elaboración de alimentos compuestos principalmente de frutas, legumbres y hortalizas	
	1522	Elaboración de aceites y grasas de origen vegetal y animal	
153	1530	Elaboración de productos lácteos	
154		Elaboración de productos de molinería, de almidones y productos derivados del almidón y alimentos preparados para animales	311- 312 Fabricación de productos alimenticios, excepto bebidas
	1541	Elaboración de productos de molinería	
	1542	Elaboración de almidones y de productos derivados del almidón	
	1543	Elaboración de alimentos preparados para animales	
155		Elaboración de productos de panadería, macarrones, fideos, alcuzcuz y productos farináceos similares	
	1551	Elaboración de productos de panadería	
	1552	Elaboración de macarrones, fideos, alcuzcuz y productos farináceos	
156		Elaboración de productos de café	
	1561	Trilla de café	
	1562	Descafeinado	
	1563	Tostión y molienda del café	
	1564	Elaboración de otros derivados del café	
157		Ingenios, refinerías de azúcar y trapiches	
	1571	Fabricación y refinación de azúcar	
	1572	Fabricación de panela	
158		Elaboración de otros productos alimenticios	
	1581	Elaboración de cacao, chocolate y productos de confitería	
	1589	Elaboración de otros productos alimenticios n.c.p	
159		Elaboración de bebidas	
	1591	Destilación, rectificación y mezcla de bebidas alcohólicas; producción de alcohol etílico a partir de sustancias fermentadas	313 Industria de bebidas
	1592	Elaboración de bebidas fermentadas no destiladas	
	1593	Producción de malta, elaboración de cervezas y otras bebidas malteadas	
	1594	Elaboración de bebidas no alcohólicas; producción de aguas minerales	

GRUPO	CLASE	DESCRIPCIÓN	AGRUPACIÓN
		Fabricación de productos textiles	321 Fabricación de textiles
171	1710	Preparación e hilatura de fibras textiles	
172	1720	Tejedura de productos textiles	
173	1730	Acabado de productos textiles no producidos en la misma unidad de producción	
174		Fabricación de otros productos textiles	
	1741	Confección de artículos con materiales textiles no producidos en la misma unidad, excepto prendas de vestir	
	1742	Fabricación de tapices y alfombras para pisos	
	1743	Fabricación de cuerdas, cordeles, cables bramantes y redes	
	1749	Fabricación de otros artículos textiles n.c.p	
175	1750	Fabricación de tejidos y artículos de punto y ganchillo	
		Fabricación de prendas de vestir; preparado y teñido de pieles	322 Fabricación de prendas de vestir excepto calzado
181	1810	Fabricación de prendas de vestir, excepto las de piel	
182	1820	Preparado y teñido de pieles; fabricación de artículos de piel	
242		Fabricación de otros productos químicos	352 Fabricación de otros productos químicos
	2421	Fabricación de plaguicidas y otros productos químicos de uso agropecuario	
	2422	Fabricación de pinturas, barnices y revestimientos similares, tintas para impresión y masillas	
	2423	Fabricación de productos farmacéuticos, sustancias químicas medicinales y productos botánicos	
	2424	Fabricación de jabones y detergentes, preparados para limpiar y pulir, perfumes y preparados de tocador	
	2429	Fabricación de otros productos químicos n.c.p	
		Fabricación de productos elaborados de metal, excepto maquinaria y equipo	381 Fabricación de productos metálicos exceptuando maquinaria y equipo
281		Fabricación de productos metálicos para uso estructural, tanques, depósitos y generadores de vapor	
	2811	Fabricación de productos metálicos para uso estructural	
	2812	Fabricación de tanques, depósitos y recipientes de metal	
	2813	Fabricación de generadores de vapor, excepto calderas de agua caliente para calefacción central	
289		Fabricación de otros productos elaborados de metal y actividades de servicios relacionados con el trabajo de metales	
	2891	Forja, prensado, estampado y laminado de metal; pulvimetallurgia	
	2892	Tratamiento y revestimiento de metales; trabajos de ingeniería mecánica en general realizados a cambio de una retribución o por contrata	
	2893	Fabricación de artículos de cuchillería, herramientas de mano y artículos de ferretería	
	2899	Fabricación de otros productos elaborados de metal n.c.p	

Esta tabla permite relacionar, de manera general, clases CIIU Rev3 con agrupaciones CIIU Rev2.

## Anexo 2. Estimaciones de Corte Transversal (MV) y (MCO)

**Tabla 2.1. Estimaciones Corte Transversal Período 2007-2011 (Estimadores Máxima Verosimilitud)**

### Estimación Corte Transversal. Cobb-Douglas

ALIMENTOS				BEBIDAS			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	2,865	0,168 ***	Constante	$\alpha$	1,613	0,426 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	0,823	0,037 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	0,902	0,126 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	0,355	0,023 ***	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,416	0,074 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,722	0,094 ***		$\sigma^2$	1,697	0,331 ***
	$\gamma$	0,434	0,132 ***		$\gamma$	0,857	0,063 ***
Observaciones		762		Observaciones		102	
<b>PRENDAS DE VESTIR</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,466	0,153 ***	Constante	$\alpha$	4,504	0,323 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	0,932	0,031 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	0,809	0,075 **
$\ln K_i$	$\beta_k$	0,083	0,023	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,173	0,052 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,799	0,085 ***		$\sigma^2$	0,586	0,190 **
	$\gamma$	0,679	0,066 ***		$\gamma$	0,321	0,381
Observaciones		500		Observaciones		194	
<b>TEXTILES</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	3,464	0,175 ***	Constante	$\alpha$	3,464	0,175 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	0,711	0,052 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	0,945	0,044 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	0,393	0,034 ***	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,219	0,028 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,598	0,042 ***		$\sigma^2$	0,591	0,085 ***
	$\gamma$	0,0001	0,013		$\gamma$	0,650	0,098 ***
Observaciones		396		Observaciones		329	
<b>OTROS QUÍMICOS</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	3,642	0,548 ***	Constante	$\alpha$	3,464	0,175 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	0,711	0,052 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	0,945	0,044 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	0,393	0,034 ***	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,219	0,028 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,598	0,042 ***		$\sigma^2$	0,591	0,085 ***
	$\gamma$	0,0001	0,013		$\gamma$	0,650	0,098 ***
Observaciones		396		Observaciones		329	
<b>METALES</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	3,464	0,175 ***	Constante	$\alpha$	3,464	0,175 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	0,945	0,044 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	0,945	0,044 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	0,219	0,028 ***	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,219	0,028 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,591	0,085 ***		$\sigma^2$	0,591	0,085 ***
	$\gamma$	0,650	0,098 ***		$\gamma$	0,650	0,098 ***
Observaciones		329		Observaciones		329	
<b>TEXTILES Y PRENDAS DE VESTIR</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,385	0,124 ***	Constante	$\alpha$	4,385	0,124 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	0,900	0,028 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	0,900	0,028 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	0,116	0,019 ***	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,116	0,019 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,767	0,075 ***		$\sigma^2$	0,767	0,075 ***
	$\gamma$	0,624	0,068 ***		$\gamma$	0,624	0,068 ***
Observaciones		694		Observaciones		694	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0,001$ ; \*\*  $p < 0,01$ ; \*  $p < 0,05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

### Estimación Corte transversal. Translogarítmica

ALIMENTOS				BEBIDAS			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	5,706	0,483 ***	Constante	$\alpha$	4,261	0,689
$\ln L_i$	$\beta_l$	1,676	0,164 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	1,397	0,386
$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,572	0,123	$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,267	0,148
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	0,014	0,061	$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	0,257	0,084 ***
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,133	0,020 ***	$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,112	0,022 ***
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,094	0,031	$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,135	0,031
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,642	0,095 ***		$\sigma^2$	0,9653	0,2236
	$\gamma$	0,383	0,160 *		$\gamma$	0,7168	0,1299
Observaciones		762		Observaciones		102	
<b>PRENDAS DE VESTIR</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	5,3734	0,4174 ***	Constante	$\alpha$	3,988	1,247
$\ln L_i$	$\beta_l$	0,9152	0,11178 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	1,094	0,473
$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,1522	0,0855	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,227	0,360
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	0,0668	0,0361 *	$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	0,189	0,138
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,05386	0,01171 ***	$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,039	0,073
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,0387	0,0158	$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	0,106	0,096
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,6513	0,09068 ***		$\sigma^2$	0,457	0,047
	$\gamma$	0,5516	0,1196 ***		$\gamma$	0,00004	0,02048
Observaciones		500		Observaciones		194	
<b>TEXTILES</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$			Constante	$\alpha$	3,988	1,247
$\ln L_i$	$\beta_l$			$\ln L_i$	$\beta_l$	1,094	0,473
$\ln K_i$	$\beta_k$			$\ln K_i$	$\beta_k$	0,227	0,360
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$			$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	0,189	0,138
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$			$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,039	0,073
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$			$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	0,106	0,096
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$				$\sigma^2$	0,457	0,047
	$\gamma$				$\gamma$	0,00004	0,02048
Observaciones		194		Observaciones		194	
<b>OTROS QUÍMICOS</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	6,688	1,008 ***	Constante	$\alpha$	4,947	0,427 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	2,018	0,288 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	1,063	0,153 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,771	0,242 **	$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,189	0,094 *
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	0,193	0,099	$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	-0,023	0,047
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,202	0,041 ***	$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,063	0,011 ***
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,209	0,057 ***	$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,019	0,013
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,561	0,039 ***		$\sigma^2$	0,463	0,078 ***
	$\gamma$	0,00002	0,008		$\gamma$	0,511	0,149 ***
Observaciones		396		Observaciones		329	
<b>METALES</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$			Constante	$\alpha$	4,947	0,427 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$			$\ln L_i$	$\beta_l$	1,063	0,153 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$			$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,189	0,094 *
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$			$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	-0,023	0,047
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$			$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,063	0,011 ***
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$			$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,019	0,013
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$				$\sigma^2$	0,463	0,078 ***
	$\gamma$				$\gamma$	0,511	0,149 ***
Observaciones		329		Observaciones		329	
<b>TEXTILES Y PRENDAS DE VESTIR</b>							
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,800	0,339 ***	Constante	$\alpha$	4,947	0,427 ***
$\ln L_i$	$\beta_l$	1,000	0,094 ***	$\ln L_i$	$\beta_l$	1,063	0,153 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,037	0,072	$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,189	0,094 *
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	0,082	0,033 *	$(\ln L_i)^2$	$\beta_{ll}$	-0,023	0,047
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,049	0,010 ***	$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,063	0,011 ***
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,056	0,014 ***	$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{lk}$	-0,019	0,013
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,634	0,086		$\sigma^2$	0,463	0,078 ***
	$\gamma$	0,478	0,131		$\gamma$	0,511	0,149 ***
Observaciones		694		Observaciones		694	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0.001$ ; \*\*  $p < 0.01$ ; \*  $p < 0.05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

## Estimación Corte transversal. Translogarítmica con Efecto Espacial

ALIMENTOS				BEBIDAS			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	3,552	0,518 ***	Constante	$\alpha$	3,673	0,800 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,240	0,025 ***	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,089	0,059
$\ln L_i$	$\beta_I$	1,488	0,156 ***	$\ln L_i$	$\beta_I$	1,345	0,387 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,439	0,117	$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,269	0,148
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{II}$	0,043	0,058	$(\ln L_i)^2$	$\beta_{II}$	0,260	0,082 **
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,108	0,019 ***	$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,108	0,022 ***
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{IK}$	-0,088	0,029	$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{IK}$	-0,132	0,031
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,537	0,101 ***		$\sigma^2$	0,918	0,214
	$\gamma$	0,310	0,225		$\gamma$	0,696	0,137
Observaciones		762		Observaciones		102	

PRENDAS DE VESTIR				TEXTILES			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	2,414	0,812 ***	Constante	$\alpha$	3,013	1,331 *
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,384	0,053 ***	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,143	0,061 *
$\ln L_i$	$\beta_I$	0,869	0,106 ***	$\ln L_i$	$\beta_I$	0,976	0,452 *
$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,145	0,084	$\ln K_i$	$\beta_k$	0,216	0,345
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{II}$	0,094	0,342 **	$(\ln L_i)^2$	$\beta_{II}$	0,200	0,135
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,061	0,011 ***	$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,036	0,070
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{IK}$	-0,052	0,014	$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{IK}$	-0,102	0,093
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,386	0,024 ***		$\sigma^2$	0,445	0,044 ***
	$\gamma$	0,00003	0,013		$\gamma$	0,00003	0,009
Observaciones		500		Observaciones		194	

OTROS QUÍMICOS				METALES			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,531	1,087 ***	Constante	$\alpha$	3,279	0,532 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,210	0,050 ***	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,200	0,040 ***
$\ln L_i$	$\beta_I$	1,862	0,281 ***	$\ln L_i$	$\beta_I$	0,940	0,150 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,673	0,233 **	$\ln K_i$	$\beta_k$	-0,132	0,092
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{II}$	0,201	0,097 *	$(\ln L_i)^2$	$\beta_{II}$	-0,006	0,046
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,184	0,040 ***	$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,055	0,011 ***
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{IK}$	-0,198	0,056 ***	$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{IK}$	-0,018	0,013
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	0,537	0,037 ***		$\sigma^2$	0,393	0,075 ***
	$\gamma$	0,00001	0,007		$\gamma$	0,417	0,193 *
Observaciones		396		Observaciones		329	

TEXTILES Y PRENDAS DE VESTIR			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>			
Constante	$\alpha$	3,018	0,623 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,248	0,038 ***
$\ln L_i$	$\beta_I$	0,922	0,092 ***
$\ln K_i$	$\beta_k$	0,008	0,072
$(\ln L_i)^2$	$\beta_{II}$	0,116	0,032 ***
$(\ln K_i)^2$	$\beta_{kk}$	0,045	0,009 ***
$\ln L_i * \ln K_i$	$\beta_{IK}$	-0,065	0,013 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>			
	$\sigma^2$	0,415	0,024 ***
	$\gamma$	0,00004	0,010
Observaciones		694	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0,001$ ; \*\*  $p < 0,01$ ; \*  $p < 0,05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

**Tabla A.2.2. Estimación Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)**

ALIMENTOS				BEBIDAS			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0,4064	0,1865 *	$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0,406	0,186 *
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,1780	0,0958	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,178	0,096
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,0243	0,0474	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,024	0,047
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	-0,0126	0,0118	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	-0,013	0,012
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,0052	0,0248	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,005	0,025
$t$	$\beta_t$	0,0564	0,0469	$t$	$\beta_t$	0,056	0,047
$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,0077	0,0113	$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,008	0,011
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,0082	0,0089	$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,008	0,009
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,0026	0,0005	$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,003	0,005
Observaciones		310		Observaciones		500	

PRENDAS DE VESTIR				TEXTILES			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0,795	0,131 ***	$\ln L_{it}$	$\beta_I$	-0,131	0,289
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,043	0,063	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,160	0,153
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,075	0,033 *	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	-0,055	0,077
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,043	0,010 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	-0,083	0,017 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,058	0,016 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	0,156	0,039 ***
$t$	$\beta_t$	0,029	0,053	$t$	$\beta_t$	0,095	0,090
$t^2$	$\beta_{tt}$	0,021	0,013	$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,025	0,022
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0,001	0,008	$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0,087	0,018 ***
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,008	0,005	$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	0,033	0,012 **
Observaciones		2473		Observaciones		968	

Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>			
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0,590	0,119 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,080	0,058
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,062	0,030 *
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,007	0,008
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,019	0,015
$t$	$\beta_t$	0,089	0,045 *
$t^2$	$\beta_{tt}$	0,010	0,012
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0,013	0,007
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,007	0,005
Observaciones		3470	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0,001$ ; \*\*  $p < 0,01$ ; \*  $p < 0,05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

**Anexo 3. Tests de razón de verosimilitud**

Alimentos					
Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\text{no eficiencia}(mco)$	1384,60	5,99	2	Rechazar $H_0$
2	$\rho = 0$	198,44	3,84	1	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll}=\beta_{kk}=\beta_{lk}=\beta_{lt}=\beta_{tk}=0$	30,71	12,59	6	Rechazar $H_0$
4	$\beta_t=\beta_{tt}=\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	52,07	9,49	4	Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	0,46	5,99	2	NO Rechazar $H_0$
Bebidas					
Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\text{no eficiencia}(mco)$	167,64	5,99	2	Rechazar $H_0$
2	$\rho = 0$	62,77	3,84	1	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll}=\beta_{kk}=\beta_{lk}=\beta_{lt}=\beta_{tk}=0$	109,40	12,59	6	Rechazar $H_0$
4	$\beta_t=\beta_{tt}=\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	31,70	9,49	4	Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	70,29	5,99	2	Rechazar $H_0$
Textiles					
Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\text{no eficiencia}(mco)$	389,71	5,99	2	Rechazar $H_0$
2	$\rho = 0$	42,09	3,84	1	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll}=\beta_{kk}=\beta_{lk}=\beta_{lt}=\beta_{tk}=0$	61,47	12,59	6	Rechazar $H_0$
4	$\beta_t=\beta_{tt}=\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	48,40	9,49	4	Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	26,24	5,99	2	Rechazar $H_0$
Prendas de Vestir					
Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\text{no eficiencia}(mco)$	819,08	5,99	2	Rechazar $H_0$
2	$\rho = 0$	9,42	3,84	1	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll}=\beta_{kk}=\beta_{lk}=\beta_{lt}=\beta_{tk}=0$	85,83	12,59	6	Rechazar $H_0$
4	$\beta_t=\beta_{tt}=\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	56,57	9,49	4	Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	24,06	5,99	2	Rechazar $H_0$
Textiles y Prendas					
Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\text{no eficiencia}(MCO)$	1340,00	5,99	2	Rechazar $H_0$
2	$\rho = 0$	75,12	3,84	1	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll}=\beta_{kk}=\beta_{lk}=\beta_{lt}=\beta_{tk}=0$	256,57	12,59	6	Rechazar $H_0$
4	$\beta_t=\beta_{tt}=\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	76,41	9,49	4	Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt}=\beta_{kt}=0$	21,22	5,99	2	Rechazar $H_0$

Otros Químicos					
Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\text{no eficiencia}(mco)$	1049,40	5,99	2	Rechazar $H_0$
2	$\rho = 0$	32,81	3,84	1	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll} = \beta_{kk} = \beta_{lk} = \beta_{lt} = \beta_{tk} = \beta_{tt} = 0$	84,77	12,59	6	Rechazar $H_0$
4	$\beta_l = \beta_{tt} = \beta_{lk} = \beta_{kt} = 0$	12,48	9,49	4	Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt} = \beta_{kt} = 0$	70,29	5,99	2	Rechazar $H_0$
Metales					
Test	Hipótesis nula ( $H_0$ )	Estadístico-LR	Valor crítico	Grados de libertad	Decisión (95% de confianza)
1	$\text{no eficiencia}(mco)$	408,76	5,99	2	Rechazar $H_0$
2	$\rho = 0$	29,10	3,84	1	Rechazar $H_0$
3	$\beta_{ll} = \beta_{kk} = \beta_{lk} = \beta_{lt} = \beta_{tk} = \beta_{tt} = 0$	60,01	12,59	6	Rechazar $H_0$
4	$\beta_l = \beta_{tt} = \beta_{lk} = \beta_{kt} = 0$	4,67	9,49	4	No Rechazar $H_0$
5	$\beta_{lt} = \beta_{kt} = 0$	2,20	5,99	2	No Rechazar $H_0$

Fuente: DANE, cálculos propios

#### Anexo 4. Modelo sin rezago espacial

##### 4.1 Estimación Máxima Verosimilitud (MV)

ALIMENTOS				BEBIDAS			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	6,013	0,357 ***	Constante	$\alpha$	3,141	0,866 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	1,204	0,111 ***	$\ln L_{it}$	$\beta_l$	1,845	0,379 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,207	0,081 *	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,030	0,190
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,144	0,039 ***	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,271	0,075 ***
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,100	0,012 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,128	0,023 ****
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,105	0,019 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,208	0,037 ****
$t$	$\beta_t$	0,134	0,051 **	$t$	$\beta_t$	0,225	0,149
$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,003	0,012	$t^2$	$\beta_{tt}$	-0,018	0,036 ***
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,008	0,010	$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,015	0,027 ***
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,007	0,006	$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,020	0,016 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	2,217	0,151 ***		$\sigma^2$	3,228	0,720 ***
	$\gamma$	0,829	0,013 ***		$\gamma$	0,873	0,032 **
Observaciones		310		Observaciones		500	

PRENDAS DE VESTIR					TEXTILES				
Variable	Parámetro		Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro		Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>					<b>Función de producción de frontera</b>				
Constante	$\alpha$		6,417	0,299 ***	Constante	$\alpha$		4,472	0,679 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_I$		0,967	0,086 ***	$\ln K_{it}$	$\beta_k$		0,592	0,232 *
$\ln K_{it}$	$\beta_k$		-0,207	0,067 **	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$		0,532	0,165 **
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$		0,070	0,023 **	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$		0,116	0,072
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$		0,078	0,010 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$		-0,055	0,032
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$		-0,056	0,011 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$		0,002	0,045
$t$	$\beta_t$		0,043	0,058	$t^2$	$\beta_{tt}$		0,224	0,100 *
$t^2$	$\beta_{tt}$		0,028	0,014 *	$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$		0,012	0,023
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$		-0,018	0,009	$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$		-0,073	0,020 ***
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$		0,061	0,007	<b>Parámetros de Varianza</b>				
<b>Parámetros de Varianza</b>					$\sigma^2$		2,862	0,402 ***	
	$\sigma^2$		2,216	0,190 ***		$\gamma$		0,875	0,020 ***
	$\gamma$		0,856	0,014 ***		$t$		-0,108	0,022
Observaciones		2473			Observaciones		968		

### TEXTILES Y PRENDAS DE VESTIR

Variable	Parámetro		Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>				
Constante	$\alpha$		5,457	0,217 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_I$		1,004	0,007 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$		0,011	0,039
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$		0,142	0,020 ***
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$		0,064	0,005 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$		-0,086	0,007 ***
$t$	$\beta_t$		0,020	0,047 ***
$t^2$	$\beta_{tt}$		0,058	0,011
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$		-0,010	0,007
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$		-0,012	0,005 *
<b>Parámetros de Varianza</b>				
	$\sigma^2$		2,3705	0,1728 ***
	$\gamma$		0,854	0,0118 ***
Observaciones		3470		-0,0893 0,0121 ***

Códigos de significancia: \*\*\*  $p<0.001$ ; \*\*  $p<0.01$ ; \*  $p<0.05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

Otros Químicos				Metales			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	6,351	0,644	Constante	$\alpha$	4,791	0,497 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	1,650	0,164	$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0,840	0,128 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,305	0,152 *	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,162	0,100
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,227	0,035 ***	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,077	0,040 *
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,157	0,020 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,055	0,010 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,202	0,022 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,059	0,014 ***
$t$	$\beta_t$	0,009	0,012	$t$	$\beta_t$	0,039	0,073
$t^2$	$\beta_{tt}$	0,007	0,015	$t^2$	$\beta_{tt}$	0,019	0,016
$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,017	0,012	$t * \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,026	0,014
$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,014	0,008	$t * \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,023	0,009 *
<b>Parámetros de Varianza</b>							
$\sigma^2$		2,260	0,207 ***	$\sigma^2$		1,208	0,130 ***
$\gamma$		0,868	0,014 ***	$\gamma$		0,750	0,029 ***
$t$		0,009	0,012	$t$		0,011	0,022
Observaciones		1972		Observaciones		1631	

Códigos de significancia: \*\*\*  $p<0.001$ ; \*\*  $p<0.01$ ; \*  $p<0.05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

## 4.2. Eficiencias Estimadas

Eficiencias sectoriales, 2007-2011	
Sector	Eficiencia media
<b>Alimentos</b>	0,451
<b>Bebidas</b>	0,429
<b>Textiles</b>	0,460
<b>Prendas de vestir</b>	0,438
<b>Textiles,Prendas</b>	0,441
<b>Otros químicos</b>	0,386
<b>Metales</b>	0,500
<b>Promedio</b>	0,444

Fuente: DANE, cálculos propios

## Anexo 5

### Estimación Máxima Verosimilitud (MV). Modelo Con Rezago Espacial, con Efectos Temporales Fijos

ALIMENTOS				BEBIDAS			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,591	0,334 ***	Constante	$\alpha$	2,949	0,535 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,150	0,013 ***	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,227	0,027 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	1,001	0,096 ***	$\ln L_{it}$	$\beta_I$	1,207	0,215 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,062	0,064	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,042	0,072
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,117	0,035 ***	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,122	0,062 *
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,072	0,008 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,107	0,012 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,078	0,015 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,121	0,020 ***
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{It}$	0,010	0,009	$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{It}$	0,038	0,024
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,007	0,006	$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,038	0,014 *
$F_2$	$\gamma_2$	0,062	0,046	$F_2$	$\gamma_2$	0,272	0,123 *
$F_3$	$\gamma_3$	0,164	0,073 *	$F_3$	$\gamma_3$	0,291	0,194
$F_4$	$\gamma_4$	0,141	0,102	$F_4$	$\gamma_4$	0,507	0,273
$F_5$	$\gamma_5$	0,241	0,138	$F_5$	$\gamma_5$	0,688	0,358
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	1,725	0,098 ***		$\sigma^2$	1,528	0,257 ***
	$\gamma$	0,784	0,014 ***		$\gamma$	0,736	0,052 ***
Observaciones		3810		Observaciones		500	

PRENDAS DE VESTIR				TEXTILES			
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>							
Constante	$\alpha$	4,446	0,364 ***	Constante	$\alpha$	4,101	0,750 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,184	0,032 ***	$L(Y_{it})$	$\rho$	0,210	0,028 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0,972	0,082 ***	$\ln L_{it}$	$\beta_I$	0,991	0,171 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,077	0,046	$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,145	0,103
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,119	0,022 ***	$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{II}$	0,148	0,058 *
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,080	0,006 ***	$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,003	0,013
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,085	0,008 ***	$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{Ik}$	-0,052	0,029
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{It}$	-0,012	0,006 *	$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{It}$	-0,073	0,019 ***
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	0,002	0,008	$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	0,020	0,012
$F_2$	$\gamma_2$	0,120	0,050 *	$F_2$	$\gamma_2$	0,082	0,088
$F_3$	$\gamma_3$	0,209	0,785 **	$F_3$	$\gamma_3$	0,210	0,144
$F_4$	$\gamma_4$	0,312	0,111 **	$F_4$	$\gamma_4$	0,262	0,206
$F_5$	$\gamma_5$	0,490	0,145 ***	$F_5$	$\gamma_5$	0,316	0,274
<b>Parámetros de Varianza</b>							
	$\sigma^2$	1,663	0,119 ***		$\sigma^2$	1,921	0,244 ***
	$\gamma$	0,801	0,017 ***		$\gamma$	0,817	0,027 ***
Observaciones		2473		Observaciones		968	

**TEXTILES Y PRENDAS DE VESTIR**

Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>			
Constante	$\alpha$	4,209	0,273 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,186	0,020 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0,976	0,069 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	0,020	0,040
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,138	0,020 ***
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,062	0,005 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,086	0,008
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	-0,005	0,007
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,013	0,005 ***
$F_2$	$\gamma_2$	0,142	0,042 ***
$F_3$	$\gamma_3$	0,286	0,065 ***
$F_4$	$\gamma_4$	0,411	0,092 ***
$F_5$	$\gamma_5$	0,597	0,119 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>			
	$\sigma^2$	1,730	0,104 ***
	$\gamma$	0,800	0,014 ***
Observaciones	3470		

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0.001$ ; \*\*  $p < 0.01$ ; \*  $p < 0.05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

**OTROS QUÍMICOS**

Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>			
Constante	$\alpha$	4,446	0,032 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,184	0,032 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0,972	0,082 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,077	0,046
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,119	0,022 ***
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,080	0,006 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,085	0,008 ***
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,002	0,008
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,012	0,006 *
$F_2$	$\gamma_2$	0,120	0,050 *
$F_3$	$\gamma_3$	0,209	0,079 **
$F_4$	$\gamma_4$	0,312	0,111 **
$F_5$	$\gamma_5$	0,490	0,145 ***
<b>Parámetros de Varianza</b>			
	$\sigma^2$	1,663	0,119 ***
	$\gamma$	0,801	0,017 ***
Observaciones	2.500		

Códigos de significancia: \*\*\*  $p < 0.001$ ; \*\*  $p < 0.01$ ; \*  $p < 0.05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios

**METALES**

Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar
<b>Función de producción de frontera</b>			
Constante	$\alpha$	5,044	0,351 ***
$L(Y_{it})$	$\rho$	0,135	0,023 ***
$\ln L_{it}$	$\beta_l$	0,997	0,136 ***
$\ln K_{it}$	$\beta_k$	-0,206	0,061 ***
$(\ln L_{it})^2$	$\beta_{ll}$	0,078	0,037 *
$(\ln K_{it})^2$	$\beta_{kk}$	0,097	0,010 ***
$\ln L_{it} * \ln K_{it}$	$\beta_{lk}$	-0,075	0,015 ***
$t^* \ln L_{it}$	$\beta_{lt}$	0,009	0,011
$t^* \ln K_{it}$	$\beta_{kt}$	-0,010	0,007
$F_2$	$\gamma_2$	0,056	0,059
$F_3$	$\gamma_3$	0,073	0,093
$F_4$	$\gamma_4$	0,089	0,132
$F_5$	$\gamma_5$	0,205	0,172
<b>Parámetros de Varianza</b>			
	$\sigma^2$	1,221	0,105 ***
	$\gamma$	0,760	0,024 ***
Observaciones	1631		

**Anexo 6. Índice cinco de concentración y participación departamental en el valor agregado nacional y sectorial.**

**6.1. Colombia. Índice cinco de concentración geográfica**

Sector	2007	2011
Alimentos (311)	0,37	0,38
Bedidas	0,34	0,36
Textiles(321)	0,60	0,61
Prendas de Vestir(322)	0,56	0,57
Otros químicos (351)	0,52	0,51
Metales (381)	0,50	0,49

Fuente: DANE, cálculos propios

**Anexo 6. 2. Colombia. Participación de los departamentos en el valor agregado industrial nacional, 2011**

Departamento	% del valor agregado nacional
Bogotá	30.1 %
Antioquia	20.3%
Valle	15.5%
Cundinamarca	9.1%
Atlántico	5.9%
Bolívar	4.1%
Boyacá	3.3%
Cauca	2.35%
Santander	2.4%
Risaralda	1.97
Caldas	1.62%
Otros	1.5%
Tolima	1,22%
Magdalena	0.27%
Cesar	0.26%
Quindío	0.16%

Fuente: DANE, cálculos propios

## Anexo 7. Modelo de Eficiencia

ALIMENTOS					BEBIDAS				
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar		Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	
L(e)	$\rho$	7,37E-03	3,04E-03	*	L(e)	$\rho$	0,387	0,040	***
sexp	$\delta_1$	8,50E-04	5,09E-03		sexp	$\delta_1$	-0,106	0,225	
speruni	$\delta_2$	5,07E-04	1,44E-04	***					
simp	$\delta_3$	5,60E-03	1,96E-03	**	simp	$\delta_3$	-0,050	0,053	.
si+d	$\delta_4$	1,01E-06	4,17E-07	*	si+d	$\delta_4$	0,027	0,094	
sotrasinv	$\delta_5$	8,30E-09	1,77E-07		sotrasinv	$\delta_5$	0,001	4,70E-04	*

PRENDAS DE VESTIR					TEXTILES				
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar		Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	
L(e)	$\rho$	9,42E-02	3,21E-02	**	L(e)	$\rho$	3,59E-01	4,33E-02	***
sexp	$\delta_1$	4,59E-02	9,54E-03	***	sexp	$\delta_1$	9,33E-02	5,62E-02	.
spertec	$\delta_2$	2,03E-02	9,13E-03	*					
simp	$\delta_3$	9,89E-05	6,21E-05		simp	$\delta_3$	-7,29E-02	2,72E-02	**
si+d	$\delta_4$	3,94E-02	1,13E-02	***	si+d	$\delta_4$	6,34E-06	9,52E-06	
sotrasinv	$\delta_5$	3,44E-02	3,95E-03	***	sotrasinv	$\delta_5$	2,06E-07	1,23E-07	.

TEXTILES Y PRENDAS DE VESTIR				
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	
L(e)	$\rho$	0,215	0,029	***
sexp	$\delta_1$	0,071	0,015	***
speruni	$\delta_2$	-0,048	0,011	***
spertec	$\delta_3$	0,007	0,004	*
simp	$\delta_4$	0,000	0,000	
si+d	$\delta_5$	0,952	1,882	
sotrasinv	$\delta_6$	0,816	0,282	**

OTROS QUÍMICOS					METALES				
Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar		Variable	Parámetro	Estimación	Desviación Estándar	
L(e)	$\rho$	4,73E-04	4,53E-04		L(e)	$\rho$	6,14E-04	2,59E-04	*
sexp	$\delta_1$	1,21E-03	3,62E-04	***	sexp	$\delta_1$	-2,07E-04	2,28E-04	
speruni	$\delta_2$	4,31E-05	5,81E-05		speruni	$\delta_2$	1,07E-04	5,14E-05	*
simp	$\delta_3$	4,07E-04	2,37E-04	.	simp	$\delta_3$	2,16E-04	1,42E-04	
si+d	$\delta_4$	4,44E-07	3,85E-07		si+d	$\delta_4$	-1,32E-03	2,66E-03	
Intenk	$\delta_5$	9,11E-08	3,25E-08	**					

Códigos de significancia: \*\*\*  $p<0.001$ ; \*\*  $p<0.01$ ; \*  $p<0.05$ .

Fuente: DANE, cálculos propios



## **CONCLUSIONES GENERALES**

Esta tesis analiza las desigualdades regionales (departamentales) en Colombia a través de un análisis de convergencia económica. También se estiman los determinantes del crecimiento de la productividad industrial en dichas regiones, empleando un modelo de frontera estocástica con efectos de eficiencia. Por último, se estima la eficiencia técnica de los principales sectores de la Industria colombiana, a través de un modelo de frontera estocástica de producción y considerando la influencia de la dependencia espacial en dicha estimación.

El tema sobre las disparidades departamentales se desarrolla en el capítulo 1, a través de un análisis de convergencia económica, para lo cual se utiliza técnicas de datos de panel. Los resultados derivados del estudio sugieren que Colombia ha venido experimentando un proceso de polarización en la producción departamental. Además, la evidencia señala la presencia de convergencia condicionada a los “fundamentos” departamentales, a través de efectos fijos. Así, los mayores efectos fijos se asocian a los departamentos más desarrolladas. Se realizó también un análisis para intentar observar los factores que se encuentran detrás de estos efectos fijos individuales y que explican su existencia. Los resultados muestran una asociación positiva entre dichos efectos y el porcentaje de personas mayores de tres años con educación secundaria y educación tecnológica.

Uno de los principales aportes de este capítulo es diferenciar grupos de departamentos en función de estos efectos fijos, se comprueba la formación de 4 clubes de convergencia regionales. Los efectos individuales más altos corresponden a los grupos de departamentos más avanzados, regiones que tradicionalmente poseen una estructura industrial especializada en actividades asociadas a medianas tecnologías. Por contra, los dos últimos clubs aglutinan a los departamentos más pobres que se caracterizan, en general, por tener una estructura productiva agrícola.

Una de las limitaciones en este capítulo es la falta de información estadística adecuada para un período de tiempo largo, de variables relacionadas con la productividad factorial. Esta limitación de datos impidió profundizar en los determinantes de los

distintos estados de equilibrio a largo plazo, representados por los efectos fijos; que se pueden considerar como proxy de la productividad total factorial (PTF) en una función de producción neoclásica.

En el capítulo dos se estudia los determinantes del crecimiento de la productividad factorial industrial en los departamentos de Colombia. En particular, se descompone la productividad total factorial en tres elementos: cambio técnico, economías de escala y eficiencia técnica. Con este fin, se estima un modelo de frontera estocástica siguiendo la propuesta de Battese y Coelli (1995). Este modelo permite, además, asociar la eficiencia técnica con un conjunto de variables explicativas. De esta forma, el modelo permitió ahondar en los determinantes de la PTF.

Los resultados de este capítulo sugieren que la eficiencia técnica ha aumentado entre 1992 y 2007. Incluso, en el sub período 1992- 1999, el aumento de la eficiencia fue el principal factor detrás del crecimiento de la Productividad Total Factorial (PTF). Por otro lado, entre 2000-2007, el cambio técnico es el componente que lidera el mejoramiento de la productividad, asociado probablemente al incremento de la inversión. No obstante, no se opaca la importancia de la eficiencia en la explicación del comportamiento de la productividad, pues los departamentos más desarrollados y diversificados pueden atribuir una proporción apreciable del crecimiento de la PTF al aumento en la eficiencia; es el caso de Antioquia, Bogotá, y Atlántico.

Por su parte, Boyacá y Bolívar, con industrias considerablemente especializadas, pueden atribuir el aumento de la productividad principalmente al cambio técnico. Sin embargo, el buen desempeño general de Antioquia, Bogotá, Cundinamarca, Bolívar y Atlántico sugiere que la productividad está asociada positivamente con economías diversificadas, con un importante peso de la actividad exportadora, ya que estos factores inciden positivamente en los niveles de eficiencia.

Uno de los principales aporte de este capítulo, en el contexto colombiano, es medir la productividad y sus determinantes en la industria de los departamentos colombianos, y así realizar un análisis más detallado acerca de las desigualdades departamentales en Colombia

Nuevamente, el limitante más importante para el desarrollo del capítulo es la falta de información estadística departamental.

En el tercer capítulo se estima la eficiencia técnica de los principales sectores de la Manufactura Colombiana, a través de un modelo de frontera estocástica de producción que considera la influencia de la dependencia espacial. Para ello, se utilizan microdatos de la Encuesta Anual Manufacturera.

La evidencia empírica sugiere que la autocorrelación espacial es relevante en el modelo de producción de frontera estocástica. En efecto, se observa que en los sectores industriales analizados, el coeficiente espacial es positivo y estadísticamente significativo. Lo cual refleja un beneficio marginal, en términos de eficiencia, que obtienen las empresas al correlacionarse con las demás firmas del sector y área metropolitana.

Adicionalmente, se encuentra que los sectores industriales estudiados se localizan en los departamentos que tradicionalmente han concentrado la industria en Colombia, Bogotá, Antioquia y Valle; por ejemplo, los dos primeros tienen una mayor participación del valor agregado total de sectores tales como: bebidas (47%), textiles (93%), prendas de vestir (80%) y metales (60 %); mientras que el departamento del Valle tiene la mayor participación en la actividad de alimentos (26 %), y otros productos químicos (30 %).

La evidencia también señala que el incremento de la eficiencia en los sectores analizados, y localizados en los departamentos más avanzados, conduce a que la industria allí no se relocalice en otras regiones y no presente una tendencia hacia la reversión de la polarización de la producción. Además, dicho incremento puede sugerir un fortalecimiento de las sinergias de la concentración y la diversificación de la industria en dichas regiones.

Aunque los modelos de frontera estocástica ya han sido aplicados en el contexto colombiano, no existen trabajos que involucren un componente de autocorrelación espacial, en términos de eficiencia. Más aún, no se ha realizado un análisis a nivel de microdatos que relacione la eficiencia en la producción de la empresa con el espacio, al

correlacionarse con las demás firmas del sector y área metropolitana. Precisamente el capítulo tres aporta a esta literatura.

Desde el punto de vista de la política económica, la evidencia encontrada en esta tesis permite afirmar que las diversas reformas adoptadas en el país en los últimos años, han tendido a fortalecer la polarización de la producción. En particular, las reformas que se establecieron en la década de los noventa (desregulación y apertura económica) no parecen haber tenido un impacto positivo sobre la disminución de las disparidades departamentales.

En síntesis, es evidente la falta de una política de Estado orientada a disminuir las disparidades en la producción departamental. Por tanto, en el futuro próximo se deben diseñar políticas, tanto a nivel nacional como regional, orientadas a potenciar las actividades que se desarrollan en los departamentos menos avanzados.