



Título: ¿Tomarán Postre? Una nueva interpretación de la Paradoja del Liberal Paretiano |  
Autor: Marc Masat Sanchez | Tutor: Pedro Rey Biel | Grado: Administración y Dirección de  
Empresas | Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona | Fecha: 15 de Mayo de 2014

## RESUMEN

Este trabajo tiene por objetivo ofrecer una nueva interpretación a la paradoja de la imposibilidad de Sen mostrando como la libertad sí puede conducir al óptimo de Pareto, rechazando que sean conceptos antagónicos. Inicialmente, el trabajo era *Teoría de Juegos y Economía Experimental*, por lo que en la introducción no sólo presento la noción de la paradoja sino que también muestro el recorrido desde ese trabajo inicial al presente, pues ha sido fundamental para la consecución de éste.

En primer lugar, presento el teorema y lo ilusto con el mismo ejemplo que ofrece Sen en su artículo *The Impossibility of a Paretian Liberal* y otro de creación propia para, seguidamente, interpretar las implicaciones y el significado del mismo. A continuación, ofrezco las principales vías de escape existentes de la paradoja basadas en la modificación o negación de una de las tres condiciones del teorema. Seguidamente y habiendo considerado una de esas vías como opción válida de réplica a la paradoja, presento mi propia propuesta que supone una mejora parcial a la alternativa previa gracias a la secuencialidad, y recupero los dos ejemplos iniciales para mostrar su aplicación y efectividad. Finalmente, enuncio el teorema compuesto por la vía de escape y mi propuesta y termino con una reflexión y síntesis global del trabajo en la conclusión.

## INTRODUCCIÓN

El trabajo elegido inicialmente era '*Teoría de Juegos y Economía Experimental*' del que se ofrecían dos plazas para los estudiantes de Economía y una para los de Administración y Dirección de Empresas.

Antes de la primera reunión con mis compañeros para la presentación del trabajo, contacté con nuestro tutor, Pedro Rey, preguntándole por alguna recomendación para tratar de suplir mi desventaja al no haber cursado, a diferencia de mis compañeros de Economía, la asignatura de Teoría de Juegos. Me recomendó dos libros: '*Un primer curso de teoría de juegos*' de Robert Gibbons y '*Economía experimental y del comportamiento*' de Pablo Brañas Garza. Además, Lluís Puig, compañero también del trabajo, compartió conmigo las presentaciones de la asignatura antes citada. Todo ello junto a la master class sobre la metodología de un experimento que nos impartió Pedro suponía una preparación suficiente para la elaboración del mismo, desde el diseño a su análisis.

### Trabajo inicial: Experimento

La propuesta que presenté inicialmente para la posterior elaboración del experimento puso de manifiesto algunos errores de base pues presuponía la utilidad de ciertos productos cuando ésta la fijan los propios consumidores y el concepto de utilidad era ambiguo, lo que dificultaba su conversión para el experimento. El objetivo era estudiar, dada una cantidad limitada de recursos, si estos se destinan a la maximización de la utilidad total aun teniendo que escoger productos con menor utilidad individual o si, por el contrario, prima el producto que más utilidad proporciona aunque no se maximice la total. Ejemplifiquémoslo:

*'Diez invitados a una boda deciden gastar 300€ cada uno para la compra de un regalo. Pueden comprar diez regalos diferentes, cada uno de los cuales supone*

*una utilidad (entendida como placer/ilusión) para el futuro matrimonio de 600u, o pueden unir todo el dinero y comprar un único regalo con una utilidad de 3.000u. El coste para los diez invitados es el mismo, ¿qué es mejor para la pareja, unas entradas de teatro, un cuadro, un microondas... y así hasta diez regalos que de sumarse resultarían en una utilidad de 6.000 o un viaje a la costa Este americana que supone una utilidad de 3.000? ¿Es preferible la maximización de la utilidad total o la utilidad individual?'*

Desde un punto de vista racional es difícil de responder, no existe, aparentemente, un criterio objetivo, de ahí el interés y la necesidad del experimento. Además, la respuesta tendría implicaciones reales, por ejemplo, para un banco, saber si es mejor regalar varios productos o sólo uno para atraer clientes, para un comercio rediseñar su catálogo de productos o como justificación a las altas diferencias salariales en una misma empresa...

Convertir este planteamiento propio de la psicología del consumo en experimento económico no es tarea fácil. El primer problema es dar a priori una utilidad a los bienes; De hacer un experimento, serían los participantes quienes definirían la utilidad y no el experimentador. El segundo problema, relacionado también con el anterior, es la ambigüedad de la utilidad, ese 'placer/ilusión/deseo'. Podría plantearse como pagos, un experimento mediante proyectos de inversión con distintas rentabilidades. Sin embargo, esto sólo sería válido si se consideraran los regalos aditivos, es decir, que pudieran sumarse, recuperando el ejemplo, un viaje a Massachusetts, uno a Nueva York, otro a Washington D.C. ... y así hasta un viaje a Texas, lo que sería mejor que un viaje sólo a la costa Este. Bajo ese supuesto sí que tendría sentido considerar la maximización de la utilidad total, mas el ejemplo planteado no contempla esa adición, no puede sumarse el microondas con las entradas de teatro para compararse con el viaje. Por esta razón, convertir esta pregunta en experimento económico supone todo un reto, más aún para alguien que ni siquiera ha cursado la asignatura de teoría de juegos.

Pedro detectó el error de presuponer la utilidad y la ambigüedad y difícil transformación de la misma y me sugirió plantearme otro tipo de experimento más convencional (y asequible), por ejemplo, relacionado con los pagos temporales. Al terminar esa tutoría, pregunté por un ejercicio de teoría de juegos de un sistema de draft que se me resistía y Pedro me propuso, si así lo prefería, cambiar el trabajo experimental por uno teórico en base a ese mismo juego ya que mi experimento inicial no podía considerarse como tal y la alternativa de los pagos temporales no me convencía.

### Segundo trabajo: Draft

En el contexto deportivo, es un proceso para la asignación de los nuevos jugadores provenientes de ligas inferiores (e.g. universitarias) o equipos de otros países a los equipos que conforman la liga. En orden inverso al resultado de la temporada para tratar de favorecer la competitividad, los equipos eligen un jugador por turno, por lo que los mejores nuevos jugadores tienden a terminar en los peores equipos y viceversa, equilibrando así el campeonato. El ejercicio que se convirtió en la base de mi segundo trabajo es un sistema de draft simplificado con sólo tres equipos, Blues, Reds & Greens, en el que cada uno de ellos elige un jugador por turno hasta un total de dos por equipo dadas sus preferencias representadas en orden descendente bajo los nombres de los equipos:

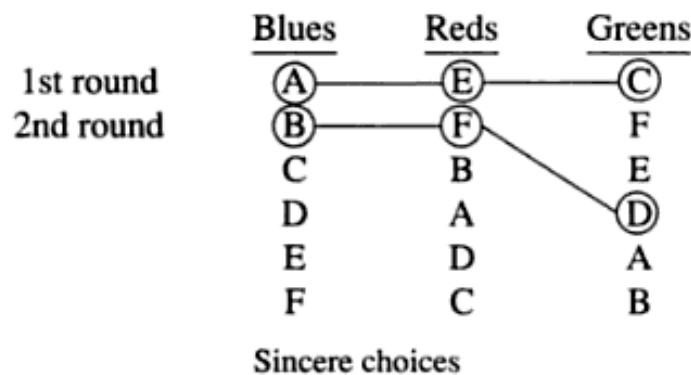


Figura 1 Juego Draft / Straffin, P. 1993. *Game Theory and Strategy*. The Mathematical Association of America, Part III: N-Person Games: 145.

El objetivo inicial era encontrar con qué jugadores terminaría cada equipo si no eligieran sólo considerando sus preferencias como se muestra en la figura 1, sino incluyendo también las de los rivales. La representación en forma extensiva e inducción hacia atrás es el método más común de resolución de los juegos secuenciales. En la forma extensiva se indica el número de jugadores, cuando juega cada uno de ellos, sus opciones (acciones) cada vez que les toca jugar (nodo de decisión) y, finalmente, la ganancia recibida por cada jugador en función de las acciones tomadas.

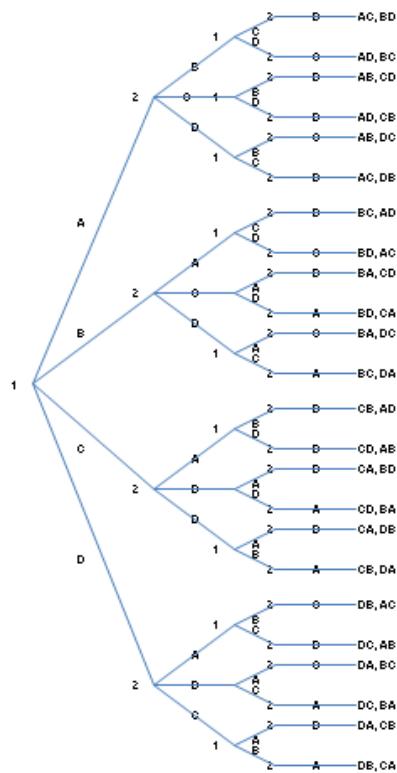


Figura 2 Representación extensiva del juego draft con 2 equipos (jugadores) y 4 jugadores (acciones)

La resolución por inducción hacia atrás consiste en razonar desde el final hacia atrás en el tiempo para determinar la secuencia de acciones. Se empieza en el último nodo de decisión y se elige la acción comparando las ganancias recibidas. Elegidas las acciones de ese nivel, se repite el proceso con la penúltima acción y así sucesivamente hasta determinar la mejor acción para cada situación posible. Sus principales ventajas es que no supone un esfuerzo intelectual resolverlo y, de estar bien construido, evita omitir por error alguna posibilidad. En su contra precisamente su virtud puesto que, para no omitir ninguna posibilidad, implica representarlas todas. Para juegos con muchas acciones o jugadores puede ser un proceso muy laborioso su construcción y resolución sin el uso

de software específico y es justo lo que sucede en este ejercicio. De haberlo resuelto mediante inducción hacia atrás, la representación en forma extensiva estaría compuesta de  $120^1$  nudos terminales, a fin de comprender tal magnitud, la figura 2 consta sólo de 24 nudos terminales.

Afortunadamente, cuando me propuse resolverlo todavía no conocía ese método y hallé la solución con un sistema propio que resultó ser más rápido porque pude detectar, antes de empezar a simular escenarios y comprobar si mejoraban o no, varios en los que seguro no encontraría la solución (e.g. En la segunda ronda de elección, los Blues todavía dispondrán de tres jugadores entre los que elegir, por lo que seguro que E & F no formarán parte de la elección óptima).

Blues	Reds	Greens	Blues	Reds	Greens
A	E	C	A	E	C
B	F	F	B	F	F
C	B	E	C	B	E
D	A	D	D	A	D
E	D	A	E	D	A
F	C	B	F	C	B

Figura 3 Elección estratégica (izquierda) vs elección sincera (no se consideran preferencias del rival)

Una vez hallada la solución, mi trabajo consistía en modificar parámetros del juego (ahora con dos equipos y cuatro jugadores para poder trabajar con la representación en forma extensiva): orden de elección, conocimiento o no de la elección previa, nuevas preferencias de jugadores, posibilidad de intercambio, utilidad individual o conjunta de los jugadores (e.g. A y B pueden ser los dos mejores jugadores para Blues pero ambos jugar en la misma posición, por lo que de tener uno el otro no aporta valor)... Así, por ejemplo, puede verse en la figura 3 que cuando las elecciones no consideraban las preferencias de los otros jugadores (elección sincera), todos terminaban mejor que cuando lo hacían. Al detectar estos aspectos, el siguiente paso sería preguntarse, ¿cuán genérico es esto? ¿Por qué sucede?

---

<sup>1</sup> El número de nudos terminales equivale a  $n!$ , donde  $n$  es el número de jugadores a escoger (acciones). El primero en elegir tiene 6 opciones, el segundo 5, luego 4...

## Trabajo definitivo: La paradoja de imposibilidad de Sen

El trabajo del juego draft ciertamente nunca llegó a ser tal. Con perspectiva, lo considero un '*dar cera, pulir cera*'. Cada tutoría con Pedro suponía un nuevo objetivo más allá, sin fin, la repetición de ejercicios de draft me permitió interiorizar el procedimiento y mientras los resolvía o al plantearlos detectar ya si sucedía algún hecho relevante. El trabajo final podía ser el análisis de alguna de las conclusiones que hallase, una recopilación, una comparación entre juegos... pero lo cierto es que no tomaba forma y no parecía importar. La elaboración de un trabajo quedaba relegada a un segundo plano, estaba aprendiendo.

Dos días antes de una de las reuniones de seguimiento con Pedro, encontré el que se convertiría en la base de este trabajo en un foro en el que se discutía el sistema de sanidad pública en los Estados Unidos, donde un usuario respondía a otro mencionando la paradoja del liberal paretiano, sin siquiera exponerla, como crítica al liberalismo. Amartya Sen, galardonado con el Nobel de Economía en 1998, presenta en su paradoja la imposibilidad de un sistema de elección social para obtener una decisión común con elecciones individuales que permita, a la misma vez, satisfacer el óptimo de Pareto y respetar un principio de libertad mínimo. Aunque no sea la intención ni la interpretación de la paradoja, es frecuente el uso de la misma como una crítica al liberalismo, pues muestra cómo la libertad puede conducir a resultados que podrían mejorarse mediante la restricción de la misma, gracias a un dictador benévolos, una figura teórica que tiene el poder pero que actúa por el bien común (el símil con el concepto ideal de Estado y mayor regulación es evidente).

Sen no pretende criticar el liberalismo, invita a reflexionar sobre el *laissez faire* o la *mano invisible* y, del mismo modo que este trabajo, se plantea si la libertad puede conducir a ese óptimo de Pareto o si, por el contrario, debe renunciarse a uno para obtener el otro.

## ÍNDICE

1. La Paradoja Del Liberal Paretiano .....	10
1.1. Teorema .....	10
1.2. Ejemplo I: El Amante de Lady Chatterley.....	11
1.3. Ejemplo II: ¿Tomarán Postre? .....	13
1.4. Interpretación .....	14
2. Vías de Escape de la Paradoja.....	16
2.1. Modificar Condición U: Dominio Sin Restricciones.....	16
2.2. Modificar Condición P: Óptimo de Pareto .....	17
2.3. Modificar Condición L*: Liberalismo Mínimo .....	17
3. Nueva Interpretación .....	19
3.1. Evitando los Contratos.....	19
3.2. Ejemplo I: El Dinámico Amante de Lady Chatterley .....	20
3.3. Ejemplo II: ¿Las Damas Primero?.....	22
3.4. Aplicación y Generalidad .....	23
3.5. Teorema .....	24
4. Conclusión.....	25
5. Bibliografía.....	26

## 1. LA PARADOJA DEL LIBERAL PARETIANO

### 1.1. TEOREMA

Suponer un conjunto formado por  $N$  individuos,  $i$ , donde  $N \geq 2$  y la existencia de un conjunto de resultados  $X$  con, al menos, tres resultados. Cada individuo de  $N$  tiene una relación de preferencias sobre el conjunto de resultados  $X$ . Las preferencias de cada individuo se representan con  $\geq$  y son completas (para todo  $a$  y  $b$  en  $X$ , tenemos  $a \leq b$  o  $b \leq a$ , es decir, relación de preferencia entre los resultados) y transitivas ( $a \leq b$  &  $b \leq c$ ,  $a \leq c$ ).

Dadas las condiciones:

- Condición U (dominio sin restricciones): Todos los conjuntos lógicos posibles de ordenación individuales están incluidos en la regla de elección colectiva.
- Condición P (óptimo Pareto): Si cada individuo prefiere una alternativa ‘a’ a una ‘b’, la sociedad prefiere ‘a’ a ‘b’. El óptimo de Pareto tiene lugar cuando ninguno de los individuos puede mejorar su situación sin empeorar la de otro.
- Condición L\* (liberalismo<sup>2</sup> mínimo): Hay al menos dos individuos de modo que, para cada uno de ellos, exista al menos un par de alternativas sobre las que decidan, esto es, exista un par de ‘a’ y ‘b’ de modo que, si el individuo prefiere ‘a’ a ‘b’, la sociedad prefiere ‘a’ a ‘b’.

Teorema de la Imposibilidad de Sen: No existe sistema de elección que permita, a la misma vez, satisfacer U, P & L\*.

---

<sup>2</sup> A lo largo del trabajo se menciona el término liberal y sus derivados, siendo éste un concepto que presenta distintas interpretaciones y quizás *libertarian* encajaría mejor con la intención de Sen al referirse a la libertad individual. Sin embargo, dado que la paradoja se conoce como la del liberal paretiano, mantendré el uso del término.

Cuando Sen anuncia la no existencia del sistema de elección no está negando la posibilidad de libertad y óptimo de Pareto, pero sí la existencia de un sistema que permita, cualesquiera que sean las preferencias, conseguir ese óptimo en libertad. Así, si los individuos comparten las mismas preferencias colectivas (e.g. dos personas y ambos desean ir al cine), el resultado será Pareto eficiente y no se dará la paradoja. Ésta podrá surgir cuando esas preferencias sean distintas y condicionadas, es decir, no sólo influyen en el individuo sus acciones, también las de la otra persona, por ello la importancia del dominio sin restricciones en las condiciones.

## 1.2. EJEMPLO I: EL AMANTE DE LADY CHATTERLEY

Este es el ejemplo que utiliza Sen en su artículo *The Impossibility of a Paretian Liberal* para ilustrar la paradoja. Es necesario contextualizarlo en 1970, fecha de publicación, para comprender el escenario planteado. Existe una copia de '*El Amante de Lady Chatterley*', un libro que llegó a ser prohibido por su narración explícita de relaciones sexuales, que es visto de manera diferente por el individuo 1 y 2. Hay tres alternativas: que el individuo 1 lo lea (x), que el individuo 2 lo lea (y) o que ninguno lo lea (z). El individuo 1, que podría definirse como mojigato, prefiere que nadie lo lea, pero de escoger entre cuál de los dos lee el libro, prefiere ser él mismo para evitar exponer a 2 a tales contenidos. Su orden decreciente de preferencias es z, x, y. El individuo 2, por el contrario, prefiere que cualquiera de los dos lo lea antes que ninguno. Además, le produce especial felicidad imaginarse a 1 leyendo el libro sabiendo que no es de su agrado, por lo que su orden de preferencias decreciente es x, y, z.

Para plantear el enunciado en forma de juego es necesario añadir una cuarta alternativa en la que ambos leen el libro (w), pero a fin de no modificar el ejemplo original, esta alternativa será la menos preferida para ambos individuos. Las alternativas de cada individuo recibirán un valor de 3 a 0 respetando el orden de preferencia. El problema puede representarse mediante la siguiente matriz binaria de pagos, donde cada jugador cuenta con dos estrategias posibles y las ganancias de los dos jugadores cuando eligen un par concreto aparecen en la casilla correspondiente, siendo, por convención, la primera la del primer jugador y la segunda la del segundo.

		2			
		Leer	No leer	Leer	No leer
1	Leer	w	x	0, 0	2, <u>3</u>
	No leer	y	z	<u>1</u> , 2	<u>3</u> , 1

Figura 4 Representación *Lady Chatterley* en forma normal

Para predecir las estrategias elegidas por los jugadores, se aplica el equilibrio de Nash que asume que todas las estrategias son conocidas y que los jugadores eligen la mejor estrategia en respuesta a las estrategias de los otros jugadores. Si las estrategias no supusieran un equilibrio de Nash, al menos uno de los jugadores tendría incentivos para desviarse de la predicción teórica.

Si el jugador 2 eligiera ‘leer’, el jugador 1 elegiría ‘no leer’ ( $1 > 0$ ). Si el jugador 2 escogiera ‘no leer’, el jugador 1 optaría también por ‘no leer’ ( $3 > 2$ ). ‘Leer’ es una estrategia estrictamente dominada por ‘no leer’ para el jugador 1, es decir, independientemente de la estrategia que pueda adoptar el jugador 2, 1 siempre elegirá ‘no leer’. Si el jugador 1 optara por ‘leer’, el jugador 2 preferiría ‘no leer’ ( $3 > 0$ ). Si el jugador 1 eligiera ‘no leer’, 2 preferiría ‘leer’ ( $2 > 1$ ). A diferencia que el jugador 1, 2 no tiene una estrategia dominada.

El jugador 1 no leerá pues es su estrategia estrictamente dominante y el jugador 2 puede predecirlo, por lo que elegirá leer. El equilibrio de Nash resultante es (no leer, leer), siendo 2 quien leerá. Sin embargo, puede verse en la representación en forma normal de la figura 4 que si fuera el jugador 1 quien leyera y no 2, sería un resultado mejor para ambos, puesto que  $2 > 1$  y  $3 > 2$ . De este modo, se cumple la condición de dominio sin restricciones y también la de mínima libertad, pero no se consigue el óptimo de Pareto, mostrándose la paradoja del liberal paretiano.

### 1.3. EJEMPLO II: ¿TOMARÁN POSTRE?

Dado que el artículo de Sen tiene más de cuarenta años, he considerado oportuno formular un nuevo ejemplo, pues la novela erótica ya no sólo no supone un tabú sino que algunas ostentan el título de best-sellers. Además, he querido construir un ejemplo que muestre los efectos reales de la paradoja con los que el lector pueda identificarse mediante la recreación de una situación habitual.

Imaginemos una pareja en un restaurante y el camarero les pregunta si desean tomar postre, teniendo cada uno libertad para elegir tomarlo o no. Las preferencias personales de ella son, primero, hacer lo mismo que su pareja y, segundo, apeteciéndole el postre, tomarlo. Para él, que sabe que a ella le apetece el postre, sus preferencias son, primero, que ella tome postre, y segundo, no tomarlo ya que a él no le apetece. Así, las preferencias podrían ordenarse del siguiente modo:

Ella (jugadora 1) prefiere: ambos toman > ninguno toma > ella toma > él toma

Él (jugador 2) prefiere: ella toma > ambos toman > ninguno toma > él toma

A diferencia que en el ejemplo anterior, las preferencias no buscan perjudicar al otro (en el anterior, si no deseaba leer el otro quería que lo hiciese y viceversa), precisamente tienen en consideración positiva a su pareja en sus preferencias. Ella no desea que él tenga que esperarse si no le apetece tomar postre y él quiere que ella lo tome porque sabe que le apetece.

		2	
		Postre	No postre
1	Postre	<u>4</u> , 3	2, <u>4</u>
	No postre	1, 1	<u>3</u> , <u>2</u>

Figura 5 Representación ¿Tomarán postre? en forma normal

En este nuevo escenario, él, el jugador 2, presenta una estrategia dominante en no tomar postre ( $4 > 3$  y  $2 > 1$ ). Ella, jugadora 1, por el contrario, no tiene estrategia dominante. La estrategia de él será ‘no postre’ y ella, que puede predecir esa elección, elegirá también ‘no postre’ ( $3 > 2$ ), por lo que el equilibrio de Nash resultante será (no postre, no postre). Sin embargo, si ambos cambiaron su estrategia y tomaran postre, sería un resultado mejor para ambos, puesto que  $4 > 3$  y  $3 > 2$ , siendo este ejemplo muestra también de la paradoja del liberal paretiano.

#### 1.4. INTERPRETACIÓN

El teorema de Sen aparentemente demuestra que la teoría liberal según la cual la libertad conduce al resultado óptimo sin la intervención de un poder regulatorio es errónea. En los dos ejemplos anteriores, podría obtenerse un mejor resultado para todos pero sería necesario obligarles a tomar una acción contraria a la que elegirían libremente.

Algunos han querido interpretar la paradoja como una crítica al liberalismo, una desautorización de la libertad y una justificación a una mayor regulación y más Estado, pues defienden que esos derechos de libertad individual se oponen al Estado bienestar y debería primar el bien común. Sin embargo, esta interpretación es sesgada y, como muestra de ello, el dilema del prisionero, probablemente el juego más conocido de teoría de juegos, que se presenta a continuación.

Dos sospechosos de un crimen han sido atrapados mas no existen pruebas suficientes para condenarlos a la pena completa. Los guardias deciden separarlos y a cada uno se le plantea el mismo trato: Si uno confiesa y el otro no, el otro será condenado a la pena total, 3 años, y el primero será liberado. Si ambos confiesan, ambos serán condenados a 2 años. Finalmente, si ambos callan, puesto que la policía no dispone de pruebas suficientes, serán encarcelados durante 1 año por un cargo menor.

		2	
		Confesar	No confesar
1	Confesar	<u>-2</u> , <u>-2</u>	<u>0</u> , -3
	No confesar	-3, <u>0</u>	-1, -1

Figura 6 Representación Dilema del prisionero en forma normal

En este juego, los dos jugadores presentan una estrategia dominada, no confesar. Es decir, el equilibrio de Nash será (confesar, confesar). Pasarán dos años en prisión; De haber guardado silencio, hubiera sido sólo uno. El dilema del prisionero también presenta la ineficiencia en libertad de elección para obtener el óptimo de Pareto. Siguiendo el razonamiento de aquellos que critican el liberalismo a raíz de la paradoja de Sen, también deberían criticarlo por el dilema del prisionero. Las implicaciones del dilema del prisionero son muchísimas y no es objetivo de este trabajo presentarlas, pero una de ellas es la no creación de carteles empresariales en detrimento de los consumidores, puesto que de pactar un precio elevado, las compañías tendrían incentivos para traicionarse y rebajar su precio ganando cuota a la competencia maximizando sus beneficios. Como la otra empresa lo sabe, su respuesta sería la misma. Así, pasarán del pacto de precios (no confesar, no confesar), al incumplimiento del mismo (confesar, confesar), regulándose el mercado por sí mismo gracias a la ineficiencia. Así pues, el dilema del prisionero sirve de ejemplo que la libertad y la ineficiencia no es algo que deba considerarse *per se* negativo.

El objetivo de Sen es cuestionar la relación entre libertad y óptimo de Pareto. Aquellos que defiendan el óptimo de Pareto, deberán cuestionarse su postura frente a la libertad, mientras que los liberales, deberán replantearse el significado y uso del óptimo de Pareto. Estas son cuestiones que no se cierran a la economía y han servido y sirven de debate también para filósofos, polítólogos y muchas otras disciplinas.

## 2. VÍAS DE ESCAPE DE LA PARADOJA

Los principales intentos de sortear la imposibilidad del dominio sin restricciones, la condición de Pareto y el liberalismo mínimo se fundamentan en la negación o el debilitamiento de una de estas tres condiciones que son las que constituyen la paradoja.

### 2.1. MODIFICAR CONDICIÓN U: DOMINIO SIN RESTRICCIONES

La condición de dominio sin restricciones establece que todos los conjuntos lógicos posibles de ordenación individuales están incluidos en la regla de elección colectiva o, dicho de otro modo, las preferencias de uno dependen de sus propias acciones pero también de las del otro. De no ser así y considerar sólo las acciones propias para la ordenación de las preferencias, en el *juego de Lady Chatterley*, el jugador 1 no leería y el jugador 2 sí. Por su parte, en *¿Tomarán postre?*, la jugadora 1 sí lo tomaría y el jugador 2 no.

		2	
		Leer	No leer
1	Leer	0, <u>1</u>	0, 0
	No leer	<u>1</u> , <u>1</u>	<u>1</u> , 0

		2	
		Postre	No postre
1	Postre	<u>1</u> , 0	<u>1</u> , <u>1</u>
	No postre	0, 0	0, <u>1</u>

Figura 7 *Lady Chatterley* (izquierda) & *¿Tomarán postre?* (derecha) – Dominio con restricciones

Ignorando la condición del dominio sin restricciones se hallaría el resultado óptimo en libertad<sup>3</sup>. ¿Existe una razón que justifique rechazar esta primera condición? En un entorno liberal, las preferencias de cada uno de los individuos deberían ser indiferentes a los asuntos que no son de su incumbencia, a los demás no debería importarles si otro lee un libro o toma un helado.

<sup>3</sup> Sólo a modo de curiosidad, en mi trabajo previo de resolución del sistema draft expuesto en la introducción se daba esta situación (figura 3, introducción), cuando no consideraban las acciones de los otros (elección sincera), terminaban todos mejor que cuando sí lo hacían.

Si bien parece una explicación razonable, no contempla la existencia de externalidades (en especial, las negativas). Si en lugar de la lectura de un libro o un helado, habláramos de un escenario con un fumador y un no fumador, el hecho que el primero eligiera fumar sí que podría afectar al segundo. Con la presencia de externalidades es evidente la necesidad de considerar no sólo las acciones propias, también las de los otros, quedando esta propuesta rechazada al fallar con la presencia de externalidades.

## **2.2. MODIFICAR CONDICIÓN P: ÓPTIMO DE PARETO**

Se define como eficiencia de Pareto el conjunto de estrategias en el que ninguno de los individuos puede mejorar su situación sin empeorar la de otro. Del mismo modo que sucedía con el dominio sin restricciones, de ignorarse la condición desaparecería la paradoja.

De nuevo, es necesario preguntar el motivo que apoya esta decisión. La respuesta es que la paradoja prueba que el óptimo de Pareto puede ser un concepto antiliberal, pues de respetarse implicaría imponer las acciones aunque fueran contrarias a la voluntad de los jugadores. No tiene sentido considerar el concepto de óptimo de Pareto junto al de libertad ya que pueden resultar contradictorios.

Esta es una respuesta erística y no propia de teoría de juegos. Se utiliza la paradoja para justificar su modificación, pero haciéndolo ésta deja de existir y, de no existir, no podría utilizarse la paradoja inicialmente, resultando en una falacia lógica y, por tanto, descartándose también como vía de escape.

## **2.3. MODIFICAR CONDICIÓN L\*: LIBERALISMO MÍNIMO**

Aunque el título de este apartado incluya la palabra modificación, lo cierto es que no existe un acuerdo sobre si la interpretación que se hace del concepto de libertad supone modificar o no la condición inicial.

Cuando Sen define el liberalismo se limita a hablar del respeto a las elecciones individuales, algo que genera variedad de interpretaciones. La libertad de las personas permite la posibilidad de cooperar entre las partes mediante contratos o, incluso, designar libremente un dictador benevolente para que tome las decisiones por ellos y lograr un resultado eficiente. Esto genera una pregunta: ¿puede un individuo renunciar a su libertad? Lo cierto es que lo hacemos con frecuencia, un ejemplo es el trabajo, renunciamos a nuestra libertad por una contraprestación económica. La pregunta mucho más interesante que sigue es ¿la libertad de un individuo debe permitirle renunciar a la misma en su totalidad (si es que puede renunciarse de tal modo, e.g. de pensamiento)? De oponernos, le estaríamos privando de su libertad precisamente para garantizar la misma.

No es el objetivo generar nuevas paradojas, pero he considerado interesante exponerla porque la libertad admite varias interpretaciones. Hay quienes argumentan que realizar contratos va más allá del concepto de libertad que ofrece Sen, que sólo garantiza el respeto en las acciones (e.g. leer o no leer), pero que no incluye la posibilidad de establecer acuerdos mediante contratos. El otro corriente, por el que me inclino, defiende que la libertad individual incluye también la posibilidad de creación de los contratos. De hecho y como se ha argumentado anteriormente, negar la opción a los acuerdos (algo que Sen en ningún momento impide), es negar la condición inicial de libertad individual.

Impedir los contratos, además, resultaría en una representación teórica de la realidad mucho más simplista, una paradoja sofística y no representativa del dilema planteado entre libertad y óptimo de Pareto.

### 3. NUEVA INTERPRETACIÓN

He argumentado por qué considero la creación de contratos en libertad una respuesta válida a la paradoja que no modifica las condiciones iniciales. Aun así, puede existir margen de mejora. La creación de contratos implica varios factores. Se necesita un mecanismo para garantizar que se satisfagan, a menudo suponen un coste económico y para temas que podrían considerarse banales como es el tomar o no un helado, probablemente excesivos.

Ello me conduce a la búsqueda de un sistema para tratar de dar respuesta a la paradoja pero, a ser posible, evitando los contratos. ¿Cómo podría conseguir que los jugadores cambien su estrategia?

#### 3.1. EVITANDO LOS CONTRATOS

En la figura 8 recupero los dos juegos pues haré referencia a ellos.

		2	
		Leer	No leer
1	Leer	0, 0	<u>2, 3</u>
	No leer	<u>1, 2</u>	<u>3, 1</u>
		2	
		Postre	No postre
1	Postre	<u>4, 3</u>	<u>2, 4</u>
	No postre	1, 1	<u>3, 2</u>

Figura 8 *Lady Chatterley* (izquierda) & *¿Tomarán postre?* (derecha) en forma normal (equilibrio y óptimo)

Para llegar al óptimo, los jugadores, ambos, necesitan cambiar su estrategia. En el primer juego, de (no leer, leer) a (leer, no leer) y, en el segundo, de (no postre, no postre) a (postre, postre).

Es importante recordar también las estrategias de los jugadores. En ambos juegos tenemos un jugador con estrategia dominada (en el primero 1 y en el segundo 2) y otro sin ella.

Cambiar la estrategia del jugador sin estrategia dominada no parece difícil, si puede predecir que el otro jugador cambiará su estrategia, él también la cambiará. Si en el juego *¿tomarán postre?* ella (jugadora 1) eligiera tomarlo, él (jugador 2) cambiaría su estrategia original y también lo tomaría, lo mismo sucede con *Lady Chatterley*. El problema no se presenta en esos jugadores, sino en los que tienen estrategia dominada.

¿Cómo conseguir que un jugador que tiene una estrategia dominante cambie de estrategia? Una opción sería imponérselo, pero luego se estaría violando el criterio de libertad, así que la otra opción, que debería ser la primera a considerarse, es que el jugador elija cambiar por voluntad propia y sí, es posible.

El jugador con estrategia dominada sabe que el jugador sin estrategia dominada cambiará su acción si él la cambia. Lo único que tiene que hacer el jugador con estrategia dominante es dar el primero paso. Exacto, ese ‘dar el primer paso’ puede traducirse a juego secuencial.

### 3.2. EJEMPLO I: EL DINÁMICO AMANTE DE LADY CHATTERLEY

El problema sigue siendo el mismo que el expuesto inicialmente, pero dado que no se especifica que la decisión deba ser simultánea, se planteará su resolución mediante un juego secuencial.

La representación en forma normal de un juego secuencial es distinta a la de un juego simultáneo, pues se presentan todas las posibles respuestas del segundo jugador a la acción del primero.

Las estrategias de 1 (empieza primero porque es el jugador con estrategia dominada en juego simultáneo) son las dos originales, las dos acciones, ‘leer’ o ‘no leer’. El jugador dos, por su parte, presenta también dos acciones ‘leer’ o ‘no leer’, pero cuatro estrategias:

- Est.  $L'$ ,  $L'$ : Si el jugador 1 juega  $L$ , entonces jugar  $L'$ ; si juega  $\neg L$ , jugar  $L'$ .
- Est.  $L'$ ,  $\neg L'$ : Si el jugador 1 juega  $L$ , entonces jugar  $L'$ ; si juega  $\neg L$ , jugar  $\neg L'$ .
- Est.  $\neg L'$ ,  $L'$ : Si el jugador 1 juega  $L$ , entonces jugar  $\neg L'$ ; si juega  $\neg L$ , jugar  $L'$ .
- E.  $\neg L'$ ,  $\neg L'$ : Si el jugador 1 juega  $L$ , entonces jugar  $\neg L'$ ; si juega  $\neg L$ , jugar  $\neg L'$ .

		2			
		$L', L'$	$L', \neg L'$	$\neg L', L'$	$\neg L', \neg L'$
1	$L$	0, 0	0, 0	<u>2, 3</u>	2, <u>3</u>
	$\neg L$	<u>1, 2</u>	<u>3, 1</u>	1, <u>2</u>	<u>3</u> , 1

Figura 9 Representación *Lady Chatterley* en forma normal – juego secuencial (empieza 1)

Los juegos con decisiones sucesivas poseen a menudo múltiples equilibrios de Nash (en este caso dos,  $(\neg L; L', L')$  &  $(L; \neg L', L')$ ), de los cuales sólo uno está asociado con el resultado obtenido por inducción hacia atrás:

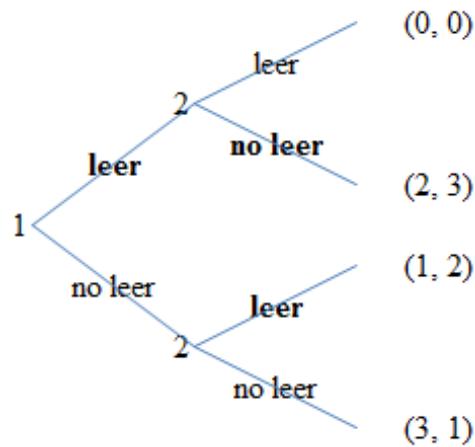


Figura 10 Representación *Lady Chatterley* en forma extensiva (inducción hacia atrás) – juego secuencial (empieza 1)

El jugador 2 puede elegir entre ‘leer’ (0) o ‘no leer’ (3) si 1 ha ‘leído’ por lo que, de llegar a ese nodo de decisión, su elección sería ‘no leer’. Si 1 ‘no leyera’, dos podría elegir ‘entre leer’ (2) o ‘no leer’ (1), por lo que elegiría ‘leer’. Este es el procedimiento de inducción hacia atrás. El jugador 1 puede predecir que si escoge ‘leer’ el resultado será (leer, no leer) con un pago para él de 2, y si su acción es ‘no leer’, el resultado será (no leer, leer) donde el pago que recibirá será sólo de 1. Así, el equilibrio será (leer, no leer), logrando el óptimo de Pareto sin necesidad de renunciar a la libertad ni la presencia de contratos.

Mediante la resolución del juego como dinámico, el equilibrio hallado (leer, no leer) es un mejor resultado que el del juego simultáneo. De hecho, es el resultado que satisface la condición de dominio sin restricciones, libertad mínima y óptimo de Pareto. Se ha podido solventar el mismo ejemplo que plantea Sen para mostrar su teorema sin la necesidad de contratos gracias al nuevo planteamiento propuesto.

### 3.3. EJEMPLO II: ¿LAS DAMAS PRIMERO?

La resolución para la paradoja del postre es la misma, aunque en este caso empezará el segundo jugador, el chico, porque es quien presenta estrategia dominada y es preciso que cambie su acción:

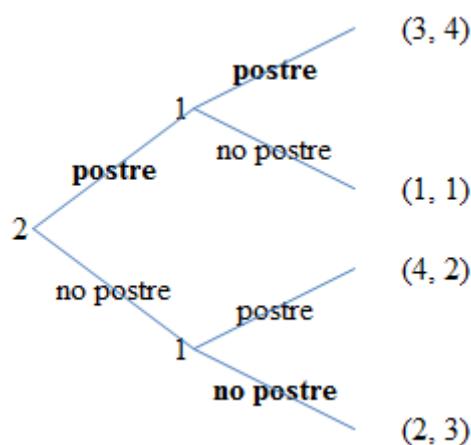


Figura 11 Representación *¿Tomarán postre?* en forma extensiva (inducción hacia atrás) – juego secuencial (empieza 2)

### 3.4. APLICACIÓN Y GENERALIDAD

Una pregunta lícita es cuán general es esta interpretación de la paradoja y cómo debe construirse.

En efecto, la conversión a juego dinámico para solventar la paradoja necesita que al menos uno de los jugadores presente una estrategia no dominada para poder así cambiar su estrategia sin tener incentivos para elegir otra acción. Por esta razón, problemas como el dilema del prisionero siguen necesitando de contratos, puesto que de hacerlo de manera dinámica el segundo jugador tendría incentivos para traicionar al primero.

El método de aplicación también puede generar dudas si no se asimila la razón detrás de la conversión a dinámico. Uno podría pensar que el jugador sin estrategia dominante sea el último en elegir y, si bien con dos jugadores seguirá siendo válido, no es el procedimiento adecuado en caso de juegos con más jugadores. La base del sistema es que el jugador que necesite cambiar de estrategia y presente estrategia dominada elija al inicio, puesto que si no, no la cambiará. De haber dos jugadores con estrategia dominada y que necesiten cambiarla, ocuparán indistintamente las dos primeras posiciones de elección.

Recalco el hecho ‘con necesidad de cambiarla’, puesto que podría darse el caso que haya jugadores con estrategia dominada pero ésta sea ya la apropiada para alcanzar el óptimo, por lo que no deberían ocupar las primeras posiciones.

### 3.5. TEOREMA

Suponer un conjunto formado por  $N$  individuos,  $i$ , donde  $N \geq 2$  y la existencia de un conjunto de resultados  $X$  con, al menos, tres resultados. Cada individuo de  $N$  tiene una relación de preferencias sobre el conjunto de resultados  $X$ . Las preferencias de cada individuo se representan con  $\geq$  y son completas (para todo  $a$  y  $b$  en  $X$ , tenemos  $a \leq b$  o  $b \leq a$ , es decir, relación de preferencia entre los resultados) y transitivas ( $a \leq b$  &  $b \leq c$ ,  $a \leq c$ ).

Dadas las condiciones:

- Condición U (dominio sin restricciones).
- Condición P (óptimo Pareto).
- Condición L\* (liberalismo mínimo).

De darse la paradoja del liberal Paretiano:

- Si hay al menos un jugador sin estrategia dominada, el juego se desarrollará de manera secuencial donde los jugadores con estrategia dominada y necesidad de cambiarla serán los primeros en elegir porque les permitirá alcanzar el equilibrio óptimo de Pareto sin la necesidad, siquiera, de contratos.
- Si todos los jugadores tienen estrategia dominada, se tomarán acuerdos entre las partes gracias a la situación de libertad para dar con un resultado óptimo.

#### 4. CONCLUSIÓN

Este trabajo tenía por objetivo mostrar que el liberalismo y el óptimo de Pareto no son conceptos opuestos y dejo a juicio del lector determinar si se ha conseguido. Para ello, he estudiado el teorema y las principales vías de escape a través de la negación de una de las tres condiciones. La primera de ellas consiste en restringir el dominio, pero no considera las externalidades. La segunda responde a la necesidad de ignorar la aplicación del óptimo de Pareto por considerarlo opuesto, como muestra la paradoja, al concepto liberal, aunque no es más que un ejercicio propio de sofistas. La tercera no es una negación, aprovecha la libertad para establecer un marco en el que los diferentes jugadores puedan realizar acuerdos para conseguir solventar la paradoja. Aunque considero ésta no sólo una vía de escape sino una réplica válida a la paradoja, he buscado un método de elección que evite la necesidad de los acuerdos, hallando un sistema parcial en base a la secuencialidad que he combinado con los contratos.

Aunque este trabajo se enmarca en la teoría de juegos, no sería apropiado catalogarlo como un trabajo económico o matemático, puesto que otros campos como la filosofía o la sociología también han hecho acto de presencia. Esto es precisamente porque la paradoja de imposibilidad de Sen va mucho más allá de un ejercicio teórico de y para economistas, sus implicaciones no sólo son reales, sino que afectan a todos y en las situaciones más comunes como he tratado de mostrar con el ejemplo del postre, de ahí la importancia de su comprensión y la necesidad de una respuesta.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

### Artículos:

- Sen, A. 1970. The Impossibility of a Paretian Liberal. *The Journal of Political Economy*, 78: 152-157.
- Gibbard, A. 1974. A Pareto Consistent Libertarian Claim. *Journal of Economic Theory*, 7: 388-410.

### Libros:

- Gibbons, R. 1992. Un primer curso en Teoría de Juegos. España: Antoni Bosch, editor, S.A.
- Brañas-Garza, P. 2011. Economía Experimental y del Comportamiento. España: Antoni Bosch, editor, S.A.

### Capítulos de libros:

- Straffin, P. 1993. Game Theory and Strategy. The Mathematical Association of America, Part III: N-Person Games: 145-150.

### Presentaciones:

- Rey-Biel, P. 2013. Experimental Economics, Pontificia Universidad Católica de Chile.

