



# Diseño de filtros basados en resonadores de onda acústica

Memoria del Proyecto Final de Carrera de  
Ingeniería Técnica de Telecomunicaciones,  
Especialidad en Sistemas Electrónicos  
realizado por  
Daniel Rosales Castillo  
y dirigido por  
Pedro A. de Paco Sánchez  
Bellaterra, 6 de Febrero de 2009







# Contenido

1	Introducción.....	7
2	Filtros de RF .....	9
2.1	Filtros cerámicos .....	9
2.2	Filtros acústicos .....	9
2.2.1	SAW (Surface Acoustic Wave).....	10
2.2.2	BAW (Bulk Acoustic Wave).....	10
2.2.3	Realización de resonadores BAW .....	11
2.2.4	Respuesta de un resonador BAW .....	12
2.2.5	Topologías para filtros BAW .....	13
2.3	Conclusiones del capítulo .....	18
3	Modelo de propagación de onda acústica y modelo de Mason .....	21
3.1	Piezoelectricidad.....	21
3.2	Tensión mecánica (stress).....	21
3.3	Deformación del material (strain) .....	22
3.4	Ecuación de onda acústica.....	23
3.5	Equivalencia entre modelo de propagación acústico y eléctrico.....	24
3.6	Modelo de Mason .....	27
3.7	Uso del modelo de Mason en esquema multicapa.....	28
3.8	Impedancia eléctrica en los terminales de un piezoeléctrico.....	29
3.9	Conclusiones del capítulo .....	31
4	Modelo y síntesis de CRF simétrico y asimétrico .....	33
4.1	Modelo del circuito equivalente CRF básico de dos polos .....	33
4.1.1	Desarrollo del modelo .....	34
4.1.2	Síntesis de $Z_a$ .....	38
4.1.3	Validación del modelo CRF simétrico .....	40
4.2	Modelo del circuito equivalente CRF asimétrico básico.....	41

4.2.1	Desarrollo del modelo .....	42
4.2.2	Validación del modelo CRF asimétrico .....	45
4.3	Conclusiones del capítulo .....	46
5	Diseño sistemático de filtros con CRF .....	47
5.1	Teoría clásica de filtros.....	47
5.2	Diseño sistemático de filtros de orden 2 con CRF simétrico .....	51
5.3	Diseño sistemático de filtros de orden 4 con CRF simétrico .....	55
5.4	Conclusiones del capítulo .....	59
6	Diseño de filtros con CRF asimétricos.....	61
6.1	Filtro de orden 4 con CRF asimétrico .....	61
6.2	Otras variantes con CRF asimétricos.....	66
6.3	Conclusiones del capítulo .....	67
7	Conclusiones.....	69
	Bibliografía.....	71
	Anexo .....	73

# Lista de figuras

Figura 2.1 Superficie de un dispositivo SAW .....	10
Figura 2.2. Esquema de la sección cruzada de un resonador BAW .....	11
Figura 2.3. Sección de BAW con espejos acústicos.....	12
Figura 2.4. Respuesta en impedancia de un resonador BAW .....	13
Figura 2.5. Filtro ladder de 2,5 etapas .....	14
Figura 2.6. Respuesta en impedancia y coeficiente.....	15
Figura 2.7. Filtro con topología lattice .....	15
Figura 2.8. Configuración básica de un SCF .....	16
Figura 2.9. Respuesta de dos secciones SCF [7] .....	17
Figura 2.10. Respuesta de dos secciones SCF realizadas con SMR [6].....	17
Figura 2.11. Filtro CRF de orden 2 .....	18
Figura 2.12. Filtro CRF asimétrico de orden 2.....	19
Figura 3.1. Stresses sobre una partícula de material.....	22
Figura 3.2. Lámina de material no piezoeléctrico .....	25
Figura 3.3. Modelo de impedancias acústicas para lámina de material no piezoeléctrico . .....	25
Figura 3.4. Equivalente circuital de una red recíproca de dos puertos.....	26
Figura 3.5. Modelo de Mason.....	28
Figura 3.6. Resonador SMR BAW .....	29
Figura 3.7. Modelo circuital equivalente del resonador de la Figura 3.6 .....	29
Figura 3.8. Respuesta en impedancia de una lámina de piezoeléctrico.....	31
Figura 4.1. Esquema de partida del CRF básico.....	34
Figura 4.2. Modelo de Mason.....	34
Figura 4.3. Transformaciones de red del modelo inicial .....	35
Figura 4.4. Modelo equivalente circuital final de dos láminas de.....	39
Figura 4.5. Circuito para simular en ADS la Figura 4.4.....	40
Figura 4.6. Circuito para simular en ADS la Figura 4.3a.....	40
Figura 4.7. Respuesta del CRF original mediante modelo de Mason (azul) y mediante la aproximación por LC serie .....	41
Figura 4.8. Sección cruzada de un CRF asimétrico.....	42

Figura 4.9. Desarrollo del modelo circuital equivalente a partir del modelo de Mason. ...	43
Figura 4.10. Modelo circuital equivalente del CRF asimétrico.....	45
Figura 4.11. Modelo del CRF asimétrico formado por los modelos de Mason de sus capas .....	45
Figura 4.12. Respuesta del modelo equivalente para el CRF asimétrico (rojo) y .....	46
Figura 5.1. Semiplano complejo para un filtro Butterworth (a) y para un filtro .....	47
Figura 5.2. Atenuación de un filtro Butterworth (a) y de un Chebyshev (b) [10].....	48
Figura 5.3. Prototipo pasobajo de un filtro Butterworth o Chebyshev.....	49
Figura 5.4. Prototipo con transformación frecuencial y de impedancias realizadas .....	50
Figura 5.5. Esquema circuito pasobanda con inversores de impedancia .....	50
Figura 5.6. Esquema del filtro pasobanda según la teoría clásica para el CRF de orden 2 .....	51
Figura 5.7. Inversor de impedancias formado por T de condensadores.....	51
Figura 5.8. Circuito equivalente del CRF simétrico con inversores implementados .....	52
Figura 5.9. Esquemático del filtro realizado con CRF simétrico .....	54
Figura 5.10. Respuesta del CRF de orden dos (azul) y del Chebyshev ideal (rojo).....	55
Figura 5.11. Esquema de un filtro de orden 4 con CRF .....	55
Figura 5.12. Circuito equivalente para el filtro de 4 polos de dos CRF simétricos.....	56
Figura 5.13. Esquemático del Chebyshev de orden 4 .....	58
Figura 5.14. Respuesta del filtro de orden 4 realizado con CRF (rojo).....	59
Figura 6.1. Filtro de 4 polos con CRF asimétricos.....	61
Figura 6.2. Circuito equivalente para un filtro de orden 4 con dos etapas de CRF asimétrico .....	62
Figura 6.3. Esquemático para la simulación del filtro de 4 polos con ceros de transmisión .....	65
Figura 6.4. Respuesta del diseño realizado con CRF asimétricos (azul).....	66
Figura 6.5. Estructura de un CRF asimétrico de orden 3 .....	66



# Lista de tablas

Tabla 3.1. Relación entre parámetros de una línea de transmisión en el dominio eléctrico y una lámina de material no piezoeléctrico en el dominio acústico .....	27
Tabla 4.1. Parámetros de diseño de la validación del modelo CRF simétrico .....	41
Tabla 4.2. Parámetros para la validación del CRF asimétrico .....	46
Tabla 5.1. Requisitos del filtro a realizar.....	53
Tabla 5.2. Parámetros de diseño del filtro .....	53
Tabla 5.3. Requisitos del filtro a realizar.....	57
Tabla 5.4. Parámetros de diseño del filtro .....	58
Tabla 6.1. Requisitos del filtro a realizar.....	64
Tabla 6.2. Parámetros de diseño del filtro .....	64



## Capítulo 1

# Introducción

Debido al aumento de servicios que desde hace un tiempo se esta dando en las comunicaciones móviles, cada vez se necesitan dispositivos que puedan funcionar a una frecuencia mayor para aplicaciones como GPS, Galileo, UMTS, Bluetooth, etc.

La necesidad de altas prestaciones y la tendencia cada vez mayor de reducir las dimensiones hacen que en las últimas décadas los filtros acústicos hayan tomado el mercado de los filtros de radiofrecuencia. Hoy en día los filtros SAW (Surface Acoustic Wave) son los dominadores del mercado, pero las mejoras de la tecnología TFR (Thin Film Resonator) hacen que los BAW (Bulk Acoustic Wave) estén al acecho, ya que son compatibles con el procesado CMOS, cosa que permite la integración de este tipo de filtros en un circuito integrado. Además permiten un uso de mayores niveles de potencia y su tamaño es incluso menor que el de los filtros SAW.

Actualmente, parece que los filtros BAW, también denominados FBAR (Film Bulk Acoustic Resonator), son sobre los que más se está investigando, mientras que los SAW y los filtros cerámicos no reciben grandes aportes a estas alturas. Una de las razones que justifique este cambio, además de las prestaciones, es que hoy en día sí existe la tecnología de fabricación necesaria para la realización de los filtros BAW.

Otro de los inconvenientes que mostraba la tecnología FBAR era que, hasta hace poco, el diseño de este tipo de filtros se realizaba por optimización. La aparición de una metodología sistemática para el diseño de filtros FBAR mediante distintas topologías aumentan la presencia de estos dispositivos en los elementos comerciales actuales.

En este trabajo veremos como diseñar filtros basados en resonadores de onda acústica, concretamente CRF (Coupled Resonator Filter) que incorporan un acoplamiento acústico entre los resonadores apilados. Para ello veremos la teoría ya planteada para este tipo de tecnología y partiremos de ella para diseñar CRF de ordenes mayores a los ya existentes, que permitan obtener unas altas prestaciones con un alto grado de miniaturización, algo que todavía no estaba desarrollado formalmente.

Además, se pretende introducir la posibilidad de incorporar los CRF asimétricos a configuraciones CRF ya realizadas, de forma que mejoren las prestaciones debido a la inclusión de ceros de transmisión en la respuesta.

Con este fin, en este trabajo se presentará, primero, la tecnología de filtros acústicos, dando un repaso a varias de las opciones que existen actualmente para realizar filtros de este tipo. En el Capítulo 3 se hará una introducción a los fenómenos relacionados con la piezoelectricidad, algo que será clave para comprender los desarrollos posteriores que, en el Capítulo 4, obtendrán unos modelos equivalentes para los CRF simétricos y asimétricos de orden 2, los más sencillos de la familia CRF.

En el Capítulo 5 se planteará el método de diseño sistemático de CRF, combinando los modelos equivalentes obtenidos con la teoría clásica de filtros, que será presentada. En

este capítulo se mostrará el procedimiento por el que se pueden obtener filtros de orden 4 que proporcionan unas altas prestaciones, y que reducen las dimensiones muy notablemente en comparación con los filtros cerámicos.

Por último, se plantearán las variantes asimétricas al filtro de orden 4 que se desarrolla, proponiendo una expansión del método, que permite introducir un par de ceros de transmisión, a otras configuraciones de CRF.

## Capítulo 2

# Filtros de RF

En este capítulo se darán a conocer los principales tipos de filtros utilizados actualmente en RF. En los rangos frecuenciales a los que pretendemos trabajar no es posible utilizar elementos concentrados para la realización de los filtros debido a que los mismos elementos provocan demasiadas pérdidas. Por otra banda, los filtros de elementos distribuidos, pasobanda, cada vez requieren más selectividad, menores pérdidas de inserción y una frecuencia de funcionamiento mayor para ser usados en sistemas GPS, Bluetooth, de telefonía móvil, etc.

### 2.1 Filtros cerámicos

Los filtros cerámicos son los clásicos filtros de microondas que usan elementos distribuidos. Estos elementos son stripline o microstrip, y reducen las pérdidas considerablemente respecto a los filtros de elementos discretos, especialmente a altas frecuencias.

El problema que plantean estos filtros es su excesivo tamaño. Aunque la longitud de onda se reduzca a razón de  $\sqrt{\epsilon_r}$ , donde  $\epsilon_r$  es la permitividad dieléctrica del material, las longitudes serán demasiado grandes ya que es complicado encontrar materiales cerámicos con valores de  $\epsilon_r$  superiores a 80 [1]. Si, además, nuestro filtro requiere de varias etapas de líneas de transmisión, las proporciones del filtro aumentan más todavía. Este inconveniente ha motivado la investigación de otros métodos para la realización de filtros como el uso de ondas acústicas.

### 2.2 Filtros acústicos

En los filtros acústicos no se propaga una onda electromagnética, como sucede en los filtros cerámicos. En este tipo de filtros la onda es acústica y la velocidad de propagación de la onda acústica en los materiales que se usan para la realización de estos filtros es muy baja en proporción a la velocidad de propagación de la onda electromagnética, del orden de  $10^4$  veces menor. Si recordamos que

$$\lambda = \frac{v_p}{f} \tag{2.1}$$

veremos que la longitud de onda de la onda acústica en un filtro acústico será  $10^4$  veces más baja que la de la onda electromagnética en un filtro cerámico, aumentando mucho el grado de miniaturización que se puede conseguir con este tipo de filtros.

La diferencia entre la onda electromagnética y la acústica consiste en que la segunda se propaga mediante contacto entre partículas, es decir, la onda provoca una tensión mecánica que se propaga y hace que la onda avance.

## 2.2.1 SAW (Surface Acoustic Wave)

Los dispositivos SAW están constituidos por unas estructuras metálicas que reciben el nombre de transductores interdigitales (IDTs) colocadas sobre un sustrato piezoeléctrico. Dos IDTs se entrelazan como se ve en la Figura 2.1, dejando una distancia de  $\lambda_0$  entre cada uno de sus *fingers*.

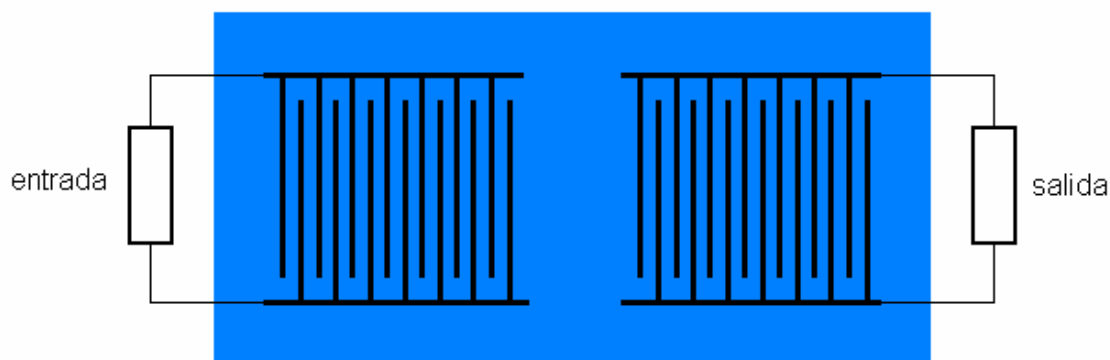


Figura 2.1 Superficie de un dispositivo SAW

En este tipo de dispositivos se aplica una tensión eléctrica en la entrada que produce una serie de campos eléctricos entre los IDTs, que a su vez crea una tensión mecánica entre ellos. Estas tensiones mecánicas se comportan como fuentes de ondas acústicas. Si la distancia entre los *fingers* de un mismo lado corresponde a la longitud de onda a la frecuencia de trabajo del filtro las ondas acústicas se sumarán en fase y crearán una onda de longitud mayor [2]. En el lado de la salida sucederá el proceso inverso: las ondas acústicas producirán campos eléctricos que generarán una tensión a la salida.

Estos filtros proporcionan buena estabilidad, bajas pérdidas de inserción, poca distancia entre la banda de paso y la de rechazo del filtro y un tamaño muy reducido. Por otra parte tienen los inconvenientes de que no funcionan correctamente a frecuencias por encima de 2.5 GHz, no es recomendable exceder 1 W de potencia por problemas de sobrecalentamiento y el sustrato piezoeléctrico que usan no es compatible con los procesos de fabricación actuales.

## 2.2.2 BAW (Bulk Acoustic Wave)

Los filtros BAW, al igual que los SAW, tienen la característica de que sus dimensiones son muy reducidas debido a la baja velocidad de propagación de la onda acústica. Esta característica, junto con la que permite conservar la energía dentro de la lámina de material, permite realizar filtros muy pequeños con altos valores de  $Q$ , del orden de  $10^4$ . La conservación de la energía se da por la baja impedancia del aire, cercana a 0, que provoca que toda la energía de la onda incidente se refleje. Otras ventajas de este tipo de filtros es que sí es compatible con la tecnología CMOS, aspecto que no se da en los filtros SAW y juega en su contra, y pueden manejar potencias superiores con menor riesgo de calentamiento.

El principio de funcionamiento de los filtros BAW es el mismo que el de los cristales de cuarzo, y se basa en que los electrodos de los extremos del filtro provocan una vibración

mecánica resultante en una onda acústica, y cuando el grosor de la lámina es de  $\lambda/2$  para el modo fundamental se obtiene un resonador. A partir del uso de forma apropiada de varios de estos resonadores acústicos se obtienen filtros pasobanda de diferente orden. A diferencia de los SAW, en este tipo de filtros la onda no se da tan solo en la superficie sino que es el piezoeléctrico por completo el que propaga la onda acústica.

### 2.2.3 Realización de resonadores BAW

La tecnología empleada en el diseño de resonadores acústicos de sustrato se denomina TFR (Thin Film Resonator). Esta tecnología, junto con procesos MEMS (Micro-ElectroMechanical Systems) permite aplicar el principio de funcionamiento de los cristales del cuarzo a frecuencias mucho mayores a las que estos suelen funcionar, permitiendo su uso en filtros de alta frecuencia. Los resonadores construidos mediante esta tecnología se denominan FBAR (Film Bulk Acoustic Resonator) y sus rangos frecuenciales van desde los 500 MHz hasta los 20 GHz.

A partir de aquí, los resonadores FBAR, en función de la forma en que se construyan, pueden ser clasificados en dos tipos:

#### 2.2.3.1 BAW con membrana

Los BAW con membrana consisten en fabricar el piezoeléctrico y los electrodos sobre una capa de membrana muy fina que realiza las funciones de soporte [3], como se ve en la Figura 2.2a.

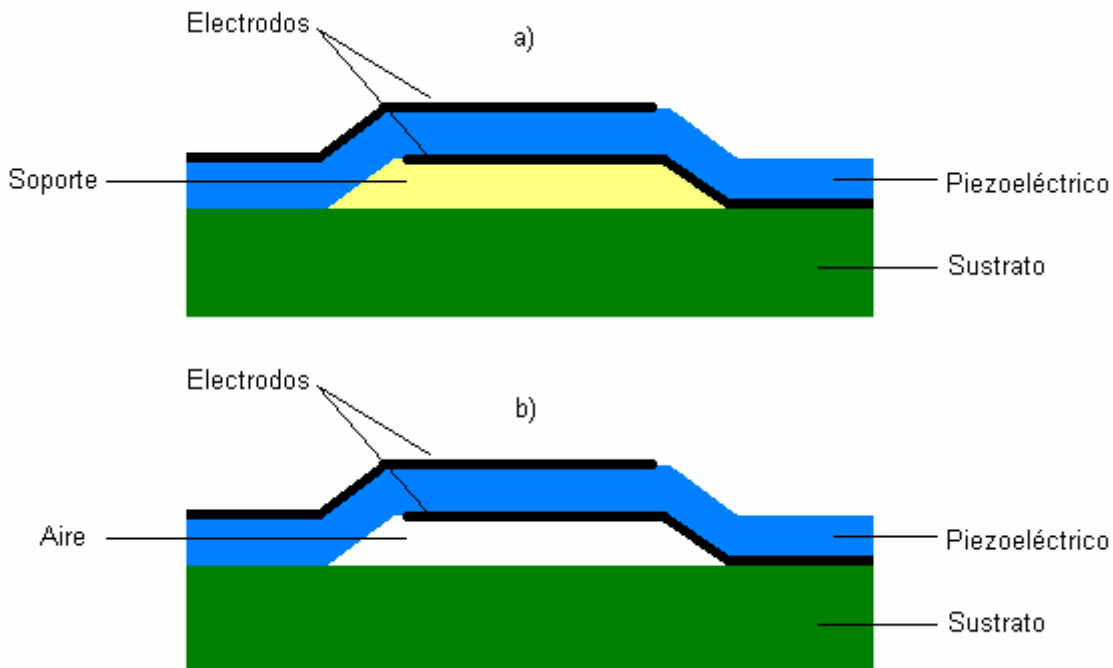


Figura 2.2. Esquema de la sección cruzada de un resonador BAW

Este soporte es temporal, y cuando se retira deja un hueco de aire entre el resonador y el sustrato donde se monta, Figura 2.2b, que facilita la conservación de la energía dentro del piezoeléctrico.

A favor de los BAW con membrana está la sencillez. Se necesitan pocas capas para la fabricación y los valores de  $Q$  que se obtienen son muy altos. Por el contrario, la estructura es relativamente débil y las tensiones mecánicas a las que se somete pueden deformarla, pudiendo limitar su funcionamiento.

### 2.2.3.2 SMR BAW

Los SMR BAW (Solid Mounted Resonator BAW) son la alternativa a la fabricación con membrana. Para conseguir el aislamiento que proporciona la capa de aire en los resonadores con membrana se utilizan espejos acústicos que se basan en el funcionamiento de los reflectores Bragg, técnica proveniente de la óptica. Estos espejos acústicos consisten en colocar capas de  $\lambda/4$  de alta y baja impedancia de forma consecutiva, Figura 2.3.

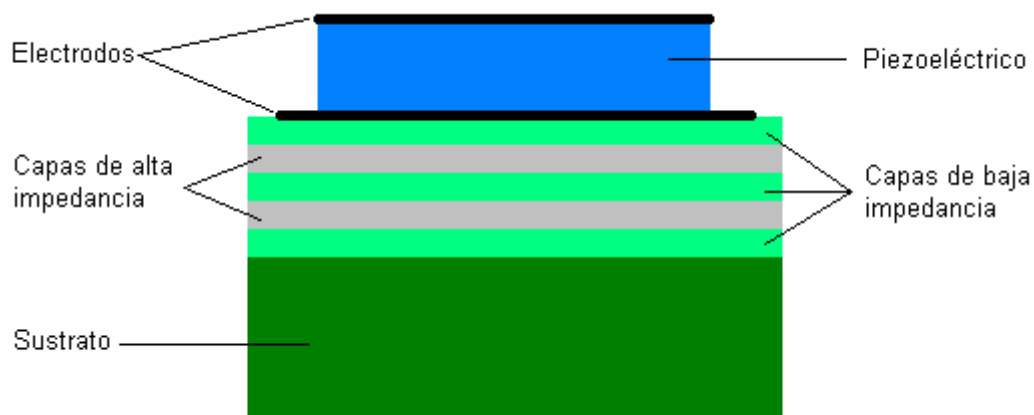


Figura 2.3. Sección de BAW con espejos acústicos

Obviamente, este método de fabricación es más robusto que el anterior, pero necesita de la colocación de muchas capas para la fabricación, incrementando la complejidad y los costes.

### 2.2.4 Respuesta de un resonador BAW

La respuesta típica de un resonador BAW en impedancia muestra un gran salto de impedancia dentro de un rango de frecuencias que incluya la de resonancia y la de antiresonancia, que se encuentran muy cercanas entre ellas, ver Figura 2.4. La impedancia del resonador es compleja pura, tomando el valor de la capacidad estática del resonador cuando nos alejamos del rango frecuencial anterior. Debido a este dominio capacitivo, lejos de las frecuencias de resonancia y antiresonancia la impedancia es inversamente proporcional a la frecuencia y la fase es de  $-90^\circ$ .



La frecuencia de resonancia está definida como aquella en que la impedancia es mínima y la fase cruza por  $0^\circ$ , pasando de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$ . Podemos identificarla en la Figura 2.4. La frecuencia de antiresonancia se define como la frecuencia donde la impedancia es máxima, ver de nuevo Figura 2.4, y a esta frecuencia la fase vuelve a pasar por  $0^\circ$ . En el tramo de frecuencias entre la de resonancia y la de antiresonancia la fase se mantiene en  $90^\circ$ , llegando a  $-90^\circ$  al dejar atrás esta última.

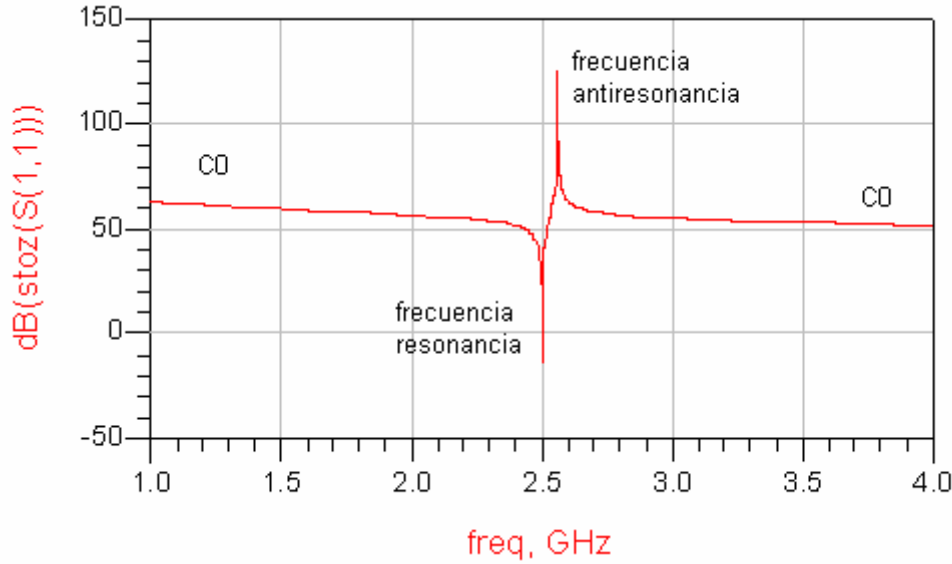


Figura 2.4. Respuesta en impedancia de un resonador BAW

La posición de la frecuencia de resonancia y antiresonancia depende del acoplamiento piezoeléctrico  $k_t$ . Este coeficiente determina el grado de intercambio de energía entre el dominio eléctrico y el dominio mecánico [4], su expresión es (2.2) y su relación con los parámetros físicos de la lámina de material es (2.3), donde  $Z_{\text{acus}}$  es la impedancia por unidad de superficie del material,

$$k_t = \frac{f_a - f_r}{f_a} \frac{\pi^2}{4} \quad (2.2)$$

$$k_t^2 = \frac{e^2}{Z_{\text{acus}} \cdot \varepsilon \cdot v_p} \quad (2.3)$$

Hasta hoy, no se ha podido aplicar directamente la teoría clásica de filtros a los filtros BAW ya que el circuito equivalente resultante de un resonador BAW no puede desensamblarse para usar las bobinas y condensadores necesarios para la realización de un filtro determinado. Sin embargo, conectando acústica o eléctricamente formando diferentes topologías se pueden usar como resonadores, muy útiles para la realización de filtros pasobanda con las ventajas de tamaño y prestaciones ya mencionadas. Para que estos filtros tengan unas u otras características de filtrado se varía el área del resonador, principal parámetro de diseño.

## 2.2.5 Topologías para filtros BAW

Existen diferentes configuraciones de resonadores BAW a la hora de realizar los filtros, a continuación veremos algunas de ellas.

### 2.2.5.1 Ladder

Los filtros ladder se constituyen a partir de diversos resonadores en serie y en paralelo con distintas frecuencias de resonancia [5], Figura 2.5, para obtener una determinada respuesta pasobanda.

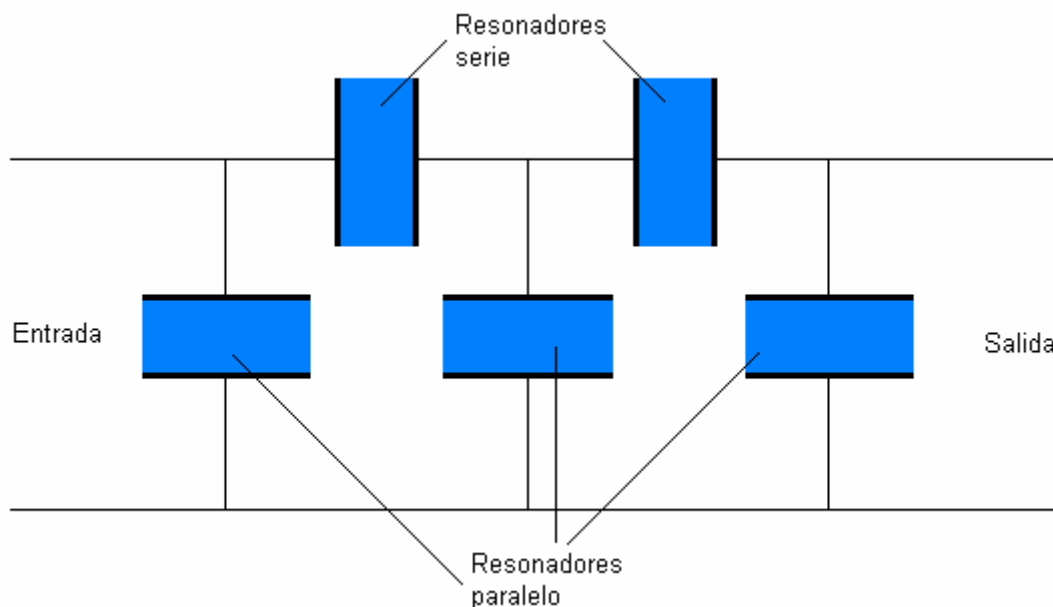


Figura 2.5. Filtro ladder de 2,5 etapas

El filtro ladder más sencillo asigna una frecuencia de resonancia a todos los resonadores serie y una frecuencia de resonancia más baja a los resonadores paralelos, haciendo coincidir la frecuencia de antiresonancia del resonador paralelo con la frecuencia de resonancia del resonador serie. Se denomina frecuencia de desintonización, o detune, a la diferencia entre las frecuencias de resonancia de los resonadores serie y los resonadores paralelo. Mediante esta configuración, en la banda de paso la onda se encontrará con mínima impedancia en los resonadores serie, y máxima en los resonadores paralelo, permitiendo así su paso hacia la salida del filtro. Veamos la Figura 2.6 para ver la respuesta en impedancia de los resonadores de una etapa y su coeficiente de transmisión.

El principal beneficio de esta topología se basa en el par de ceros de transmisión cercanos a la banda de paso que nos proporcionan un gran rechazo fuera de la banda. Este rechazo se puede controlar mediante los propios resonadores, ya que forman un divisor de tensión intrínsecamente. Uno de los aspectos negativos es que al aumentar el orden del filtro para obtener un mejor rechazo fuera de banda crece el ancho de banda y aumentan las pérdidas de inserción.

Hoy en día existen expresiones cerradas que permiten relacionar el número de etapas del filtro y sus características con las especificaciones del filtro, sin embargo, y a pesar de que los procesos tecnológicos han mejorado notablemente, el reto ahora es utilizar estos filtros en aplicaciones que requieran de un  $FBW > 0.04$ .

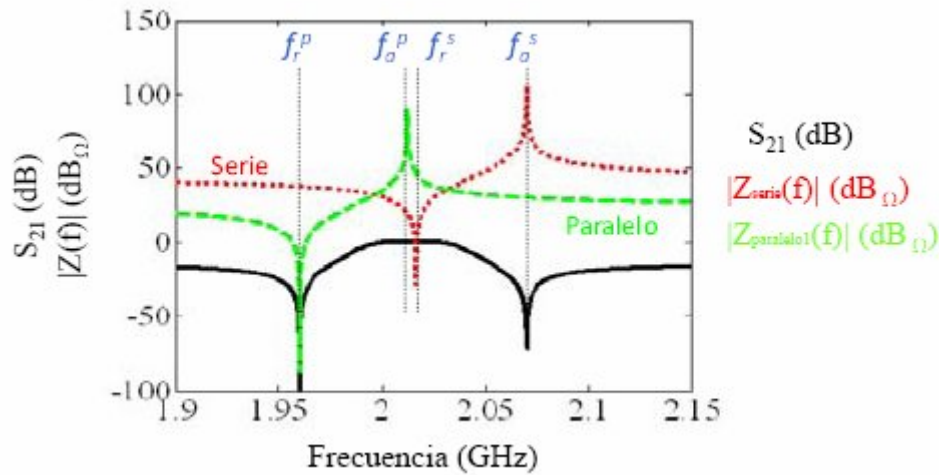


Figura 2.6. Respuesta en impedancia y coeficiente de transmisión de una etapa de un filtro ladder [5]

### 2.2.5.2 Lattice

Los filtros lattice, también llamados de puente balanceado, tienen una sensible desventaja: estos filtros solo funcionarán de forma adecuada si las señales en los dos puertos son de igual magnitud pero signo opuesto, es decir, si están balanceados. Las componentes de señal no balanceadas o con errores de fase no serán filtradas de forma adecuada.

Cada etapa de un filtro lattice esta formada por una estructura en forma de puente con cuatro resonadores. Dos resonadores serie van colocados en las ramas horizontales (uno en la superior y otro en la inferior) y otros dos en las diagonales, como indica la Figura 2.7. Existe una frecuencia de desintonización entre los resonadores serie y paralelo, del mismo modo que en los filtros con topología ladder.

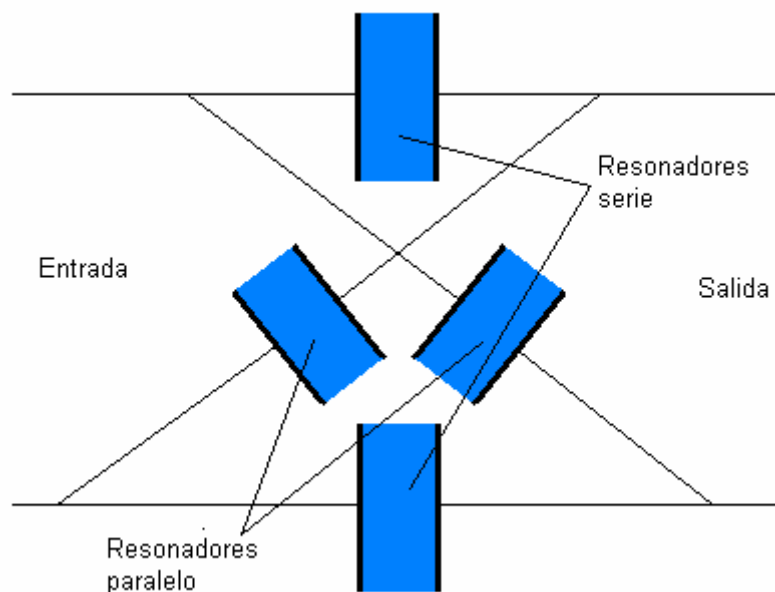


Figura 2.7. Filtro con topología lattice

El principio de funcionamiento en el que se basan los filtros lattice consiste en que los resonadores serie y paralelo permitirán el paso de señal a sus respectivas frecuencias de resonancia. Si los resonadores tienen, todos, el mismo tamaño, la atenuación será prácticamente infinita fuera de la banda de paso debido al perfecto balanceo de la estructura.

El gran beneficio de los filtros lattice es que con tan sólo una etapa se puede obtener una gran atenuación en la banda de rechazo. Además el ancho de banda puede ser hasta el 30 % mayor que en los filtros ladder para un mismo Q. Sin embargo, además del inconveniente de los puertos balanceados, también se debe tener en cuenta que estos filtros no incorporan un par de ceros de transmisión a su respuesta. No obstante, hay dos formas para poder incorporarlos: la primera consiste en reducir ligeramente los resonadores paralelo respecto a los serie, aunque como contrapartida el rechazo fuera de banda será menor. La segunda consiste en usar dos etapas lattice en serie, una con una buena atenuación fuera de banda y otra con un par de ceros de transmisión.

### 2.2.5.3 Stacked Crystal Filter (SCF)

Los filtros SCF se componen de varias láminas de material piezoeléctrico apiladas, como se ve en la Figura 2.8, y una serie de electrodos colocados en las interfaces piezoeléctrico-piezoeléctrico y en los terminales del filtro.



Figura 2.8. Configuración básica de un SCF

Los electrodos que unen dos piezoeléctricos deben ser conductores y además tener las propiedades acústicas adecuadas. De esta forma, conectando estos electrodos a masa, se permite pasar la onda acústica a la frecuencia de resonancia pero no permite la transmisión de campo eléctrico entre la entrada y la salida debido al apantallamiento que constituye.

La principal ventaja de esta configuración es la de conseguir una gran atenuación del filtro fuera de la banda de paso junto con una banda lo suficientemente estrecha, lo que permite utilizarla en aplicaciones como GPS [6]. Por el contrario, el principal inconveniente de los filtros SCF es la existencia de respuestas espurias cerca de la banda de paso. Podemos ver en la Figura 2.9 como existen tres picos correspondientes a tres resonancias. La primera coincide con la frecuencia a la que el grosor de las dos láminas equivale a  $\lambda/2$ , la segunda cuando equivale con  $\lambda$  y la tercera cuando equivale a  $3\lambda/2$ . Esto, sin embargo, se puede solventar si utilizamos tecnología SMR en la fabricación. Si el ancho de banda del reflector acústico es lo suficientemente pequeño las resonancias espurias se atenúan notablemente, obteniendo una respuesta como la de la Figura 2.10.

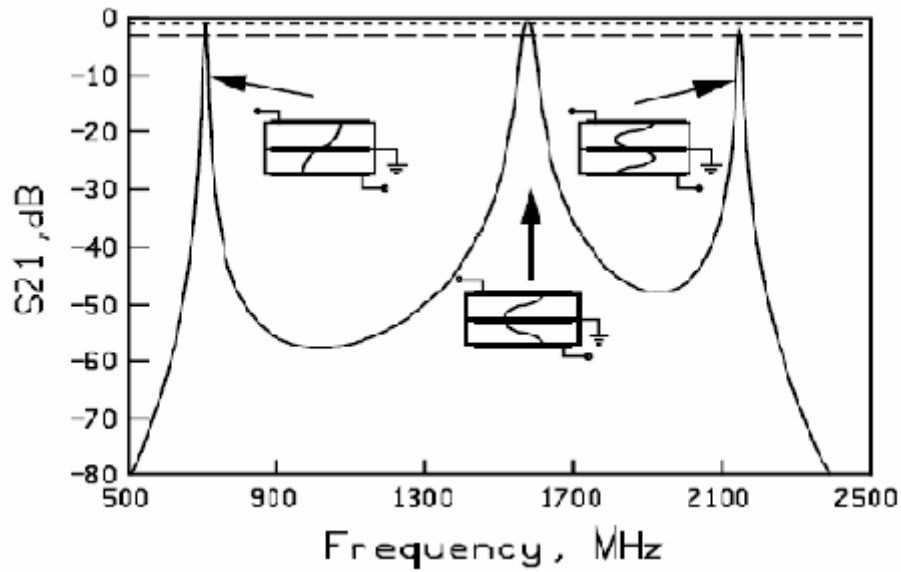


Figura 2.9. Respuesta de dos secciones SCF [7]

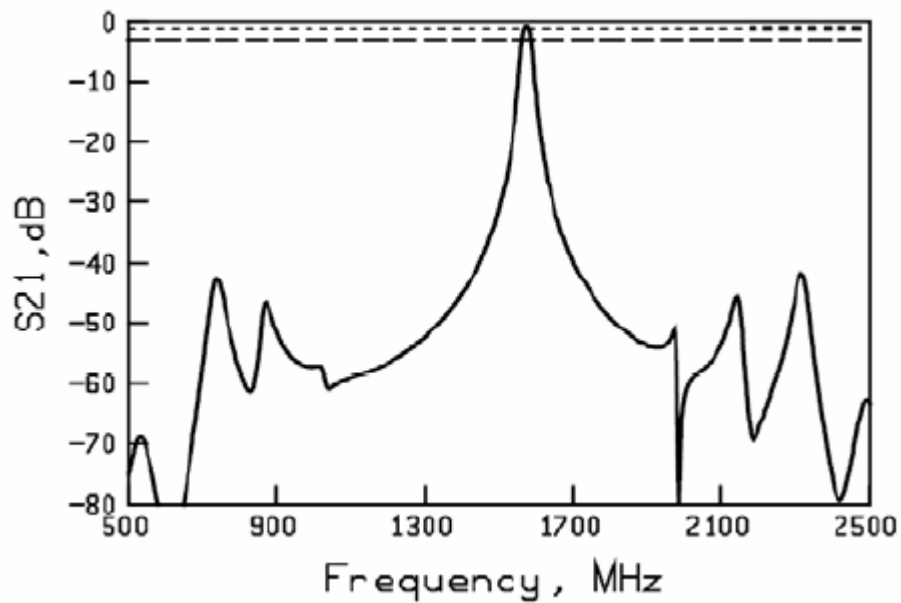


Figura 2.10. Respuesta de dos secciones SCF realizadas con SMR [6]

#### 2.2.5.4 Coupled Resonator Filter (CRF)

Se conoce como CRF la configuración que incorpora un conjunto de capas apiladas con una transmitividad acústica determinada cercana a la banda de paso entre cada uno de los resonadores de un SCF, Figura 2.11. De esta forma se consigue un mejor ancho de banda que en el caso SCF. A partir de ahora asumiremos que un CRF es equivalente a un SCF con acoplamiento acústico entre piezoelectricos.

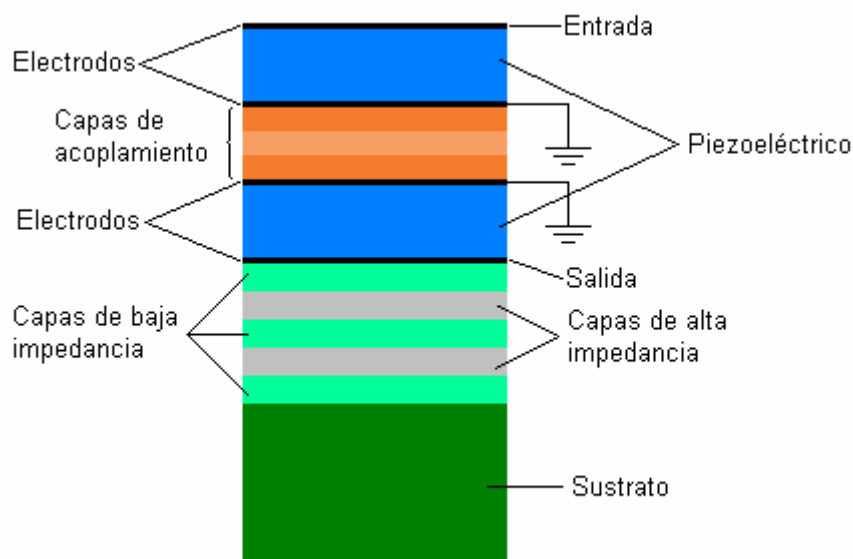


Figura 2.11. Filtro CRF de orden 2

El sistema de funcionamiento es muy similar al SCF. Cuando se aplica un campo eléctrico al piezoeléctrico de la entrada se propaga una onda acústica a través de éste, las capas de acoplamiento y el piezoeléctrico de la salida. Los electrodos conectados a masa juegan el mismo papel que en el SCF, no permiten el paso de campo eléctrico, de forma que desacoplan eléctricamente los elementos de la estructura. Finalmente, cuando la onda acústica llega al final del segundo piezoeléctrico se transforma en una onda eléctrica.

Dentro del conjunto de CRF se pueden diferenciar dos clases: el CRF simétrico, que se ha mostrado ya en la Figura 2.11 con un montaje SMR, cuyas láminas de material piezoeléctrico son de las mismas dimensiones. La segunda versión de CRF es la del CRF asimétrico, en el que los piezoeléctricos no guardan las mismas dimensiones, como se puede apreciar en la Figura 2.12. En posteriores capítulos se mostrarán los modelos circuitales equivalentes de ambos tipos de CRF, así como conjuntos de etapas de CRF que proporcionarán filtros de orden superior a 2 y veremos qué conlleva tener unas capas de piezoeléctrico de dimensiones distintas.

Si bien los CRF permiten obtener un alto rechazo fuera de banda, además de tener unas dimensiones muy reducidas, como contrapartida tienen que la fabricación de los filtros es muy compleja ya que no solo tienen una capa de piezoeléctrico, sino que usan dos, además de las capas de acoplamiento acústico.

## 2.3 Conclusiones del capítulo

Las necesidades de las aplicaciones actuales hacen que cada vez más debamos recurrir a los filtros acústicos en detrimento de los filtros concentrados e incluso de los cerámicos. Esto es debido a que con los filtros acústicos podemos obtener buenos valores de  $Q$  a altas frecuencias, además de ser extremadamente reducidos en comparación con los otros dos tipos de filtros citados.

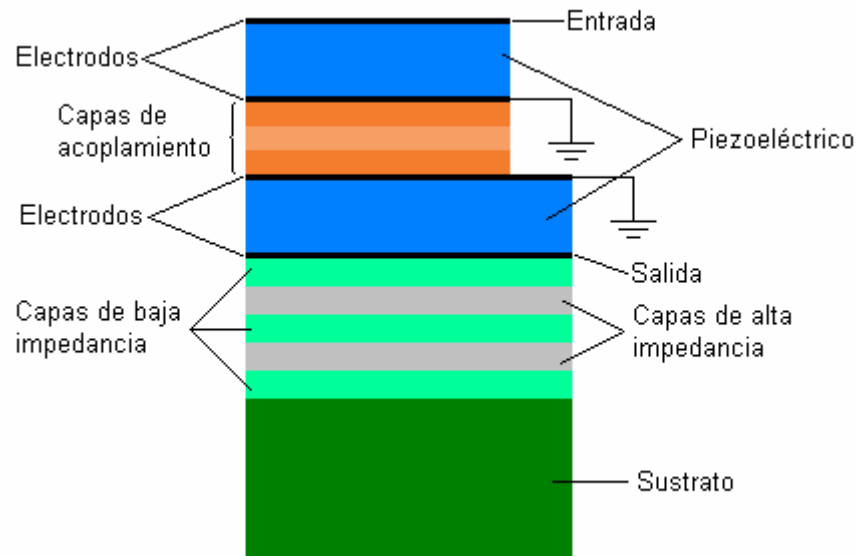


Figura 2.12. Filtro CRF asimétrico de orden 2

Los filtros SAW tienen unas prestaciones muy interesantes, pero son los BAW, y concretamente los CRF que nos ocupan en este trabajo, los que tienen más posibilidades de investigación en el futuro. Con este tipo de filtros podremos trabajar a altas frecuencias manejando potencias de hasta 4 W.

A partir de los filtros CRF más sencillos se pueden desarrollar distintas alternativas de diseño, como se ha comentado y se explicará en próximos capítulos, permitiendo tener ordenes mayores o la inclusión de ceros de transmisión. Estas características mejorarán las prestaciones vistas hasta ahora de este tipo de filtros.





## Capítulo 3

# Modelo de propagación de onda acústica y modelo de Mason

En este capítulo se explicará el fenómeno de piezoelectricidad y se introducirán aspectos relacionados como los *stresses* y los *strains*. A partir de ellos se desarrollará la ecuación de onda acústica para un material no piezoeléctrico y se comparará con el mecanismo de propagación de onda electromagnética. Finalmente se generalizarán los resultados para el caso de materiales piezoeléctricos, con lo que obtendremos el modelo de Mason.

### 3.1 Piezoelectricidad

La piezoelectricidad es el fenómeno que aparece en determinados materiales que consiste en la aparición de una polarización eléctrica a consecuencia de deformaciones en su geometría. A esto se le conoce como efecto piezoeléctrico directo. Este fenómeno también se da a la inversa, es decir, una onda eléctrica provoca una tensión mecánica que recorre el material, recibiendo el nombre de efecto piezoeléctrico inverso.

Cuando las deformaciones en la geometría son provocadas por tensiones mecánicas (*stresses*) se denominan *strains*. Se ha definido *stress* como la distribución de fuerzas internas por unidad de área que equilibran o reaccionan a las cargas externas que se aplican a un cuerpo material o medio continuo.

El efecto piezoeléctrico directo se manifiesta mediante la aparición de cargas en las superficies del medio deformado. Este fenómeno es lineal, y por tanto cuando el signo de la deformación cambia también lo hace la polaridad de las cargas. El fenómeno de piezoelectricidad está relacionado con la estructura física de los materiales. Los átomos, y por tanto los electrones, de un cuerpo sólido se desplazan cuando se da una deformación en él. A raíz de esto se producen dipolos en el interior del medio que al combinarse ofrecen una polarización eléctrica.

Este efecto piezoeléctrico directo siempre va acompañado del efecto inverso. El efecto piezoeléctrico inverso también es lineal y también el signo de la deformación cambia de acuerdo con el de la polaridad eléctrica.

### 3.2 Tensión mecánica (stress)

Las tensiones mecánicas que se producen en un medio se definen utilizando como partículas de material elementos de volumen de un sistema de coordenadas ortogonal, tal como se muestra en la Figura 3.1. La tensión mecánica a la que se ve sometida cada partícula del material debido a las fuerzas presentes en el material se descompone en tres componentes:

$$T_x = \hat{x}T_{xx} + \hat{y}T_{yx} + \hat{z}T_{zx} \quad (3.1)$$

$$T_y = \hat{x}T_{xy} + \hat{y}T_{yy} + \hat{z}T_{zy} \quad (3.2)$$

$$T_z = \hat{x}T_{xz} + \hat{y}T_{yz} + \hat{z}T_{zz} \quad (3.3)$$

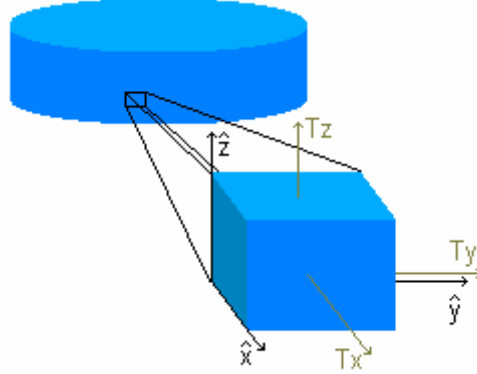


Figura 3.1. Stresses sobre una partícula de material

Si suponemos que las dimensiones en las direcciones  $x$  e  $y$  del material son mucho mayores que en la dirección  $z$ , según [8] podemos realizar la aproximación unidimensional donde solo se contempla la componente  $T_{zz}$ . De esta forma solo tendremos en cuenta la deformación longitudinal en el material. Así, expresamos la tensión mecánica de acuerdo con la expresión (3.4), donde  $F$  es la fuerza y  $A$  el área de la lámina de material.

$$T = \frac{\partial F}{\partial A} \quad (3.4)$$

### 3.3 Deformación del material (strain)

Debido al stress que sufre el material se produce una deformación en éste. De esta forma las partículas sufren un desplazamiento definido como

$$u = \hat{x}u_x + \hat{y}u_y + \hat{z}u_z \quad (3.5)$$

El strain, o deformación del material, se define como el gradiente del desplazamiento. El strain no tiene unidades ya que se trata de una medida diferencial del desplazamiento de la partícula respecto a la posición.

$$S = \nabla u \quad (3.6)$$

Aplicando el modelo unidimensional del mismo modo que en el caso del stress,  $u$  quedará como  $u_z$ . De esta forma, considerando que los stresses se dan de forma uniforme en los puntos de la dirección  $z$  obtenemos una simplificación de la expresión (3.6):

$$S = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.7)$$

### 3.4 Ecuación de onda acústica

Consideremos una partícula de material de volumen  $dV$  y superficie  $ds$ . La fuerza que actúa sobre ella será la integral de la tensión mecánica en toda la superficie:

$$F = \int_{\partial s} T \cdot \hat{n} \cdot ds \quad (3.8)$$

La aceleración de la partícula es

$$a = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

Aplicando la tercera ley de Newton, que relaciona la fuerza con la aceleración, podemos reescribir la expresión (3.8) como

$$\int_{\partial s} T \cdot \hat{n} \cdot ds = \int_{\partial V} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dV \quad (3.10)$$

donde  $\rho$  es la densidad de masa del cuerpo en equilibrio,  $[\text{kg/m}^3]$ .

Si consideramos que el volumen de la partícula es lo suficientemente pequeño, los integrandos de la integral de volumen son prácticamente constantes. Además, cuando  $dV \rightarrow 0$  la parte izquierda de la ecuación se define como la divergencia de la tensión mecánica, de forma que reescribimos (3.10) como

$$\nabla T = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.11)$$

En el caso unidimensional del que partimos resulta de la siguiente manera:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.12)$$

La velocidad de desplazamiento de la partícula está definida como

$$v = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.13)$$

Según la ley de Hooke existe una relación lineal entre la tensión mecánica (stress,  $T$ ) y la deformación (strain,  $S$ ), controlada por una constante denominada stiffness ( $c$ ), de unidades  $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right]$ :

$$T = c \cdot S \quad (3.14)$$

Derivando la expresión (3.14) respecto a  $z$ , introduciendo en ella las expresiones (3.7) y (3.12) e invirtiendo el orden de la igualdad obtenemos la ecuación de onda acústica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\rho}{c} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.15)$$

Se deduce de la expresión (3.15) la velocidad de fase de la onda acústica, que será

$$v_p = \sqrt{\frac{c}{\rho}} \quad (3.16)$$

Si consideramos régimen permanente sinusoidal podemos asumir que la ecuación de onda en el dominio fasorial para cualquier excitación armónica será:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\rho}{c} \omega^2 u = 0 \quad (3.17)$$

La solución de la ecuación de onda acústica en la dirección z, que es la solución de una ecuación diferencial de orden 2, será

$$u(z) = A^+ e^{-jkz} + A^- e^{+jkz} \quad (3.18)$$

Como se aprecia, la expresión de la solución de ecuación de onda para la onda acústica es la misma que para la onda electromagnética.

Finalmente se puede definir la constante de fase de la onda acústica (de unidades [rad/m]) y su impedancia acústica por metro cuadrado (unidades  $\left[ \frac{kg}{s \cdot m^2} \right] = \text{Rayls}$  [4]) de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho}{c}} = \frac{\omega}{v_p} \quad (3.19)$$

$$Z_{acus} = \frac{-T}{v} = \sqrt{\rho c} = \frac{c \cdot k}{\omega} \quad (3.20)$$

De esta forma la impedancia acústica de la lámina de material será directamente proporcional a  $Z_{acus}$  y al área de la lámina.

$$Z = Z_{acus} \cdot A \quad (3.21)$$

### 3.5 Equivalencia entre modelo de propagación acústico y eléctrico

Para comparar los modelos de propagación acústico y eléctrico y poder obtener una equivalencia entre ellos analizaremos una lámina de material no piezoeléctrico, como la presentada en la Figura 3.2.

Partiremos de la solución de ecuación de onda acústica presentada en (3.18). Para obtener la velocidad de la partícula la multiplicaremos por  $j\omega$ . En el dominio Laplaciano la derivada respecto del tiempo se expresa multiplicando por  $s$  y para obtener la respuesta en frecuencia se aplica  $s = j\omega$  (Fourier). Así, la velocidad de la partícula queda como (3.22).

$$v = j\omega (A^+ e^{-jkz} + A^- e^{+jkz}) \quad (3.22)$$

Aplicando las condiciones de contorno en la ecuación anterior obtendremos la velocidad de la partícula en cada una de las caras del material:

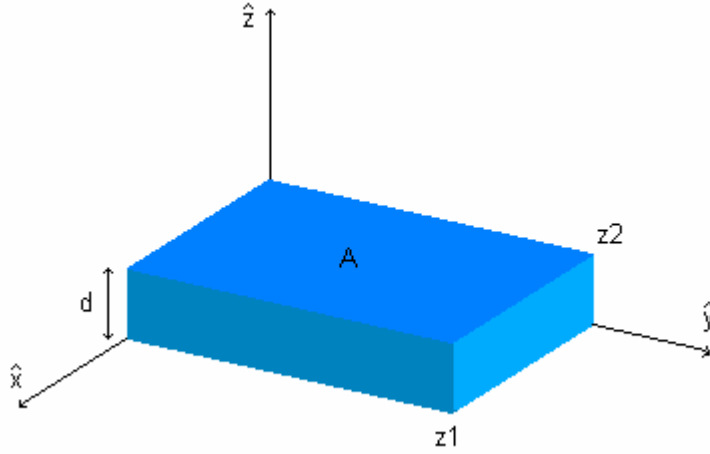


Figura 3.2. Lámina de material no piezoeléctrico

$$v_1 = j\omega \left( A^+ e^{-jkz_1} + A^- e^{+jkz_1} \right) \quad (3.23)$$

$$v_2 = j\omega \left( A^+ e^{-jkz_2} + A^- e^{+jkz_2} \right) \quad (3.24)$$

A partir de (3.23) y (3.24) se puede demostrar que la fuerza en cada una de las caras de la lámina de material es:

$$F_1 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) + jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_1 \quad (3.25)$$

$$F_2 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) - jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_2 \quad (3.26)$$

A partir de estas ecuaciones podemos observar ciertas analogías entre el modelo mecánico y el modelo eléctrico. La fuerza en el dominio mecánico es equivalente a la tensión en el dominio eléctrico, mientras que la velocidad de la partícula en el dominio mecánico será equivalente a la corriente eléctrica. Teniendo en cuenta esto, y a partir de (3.25) y (3.26), podemos realizar un esquema de impedancias acústicas como el que se muestra en la Figura 3.3.

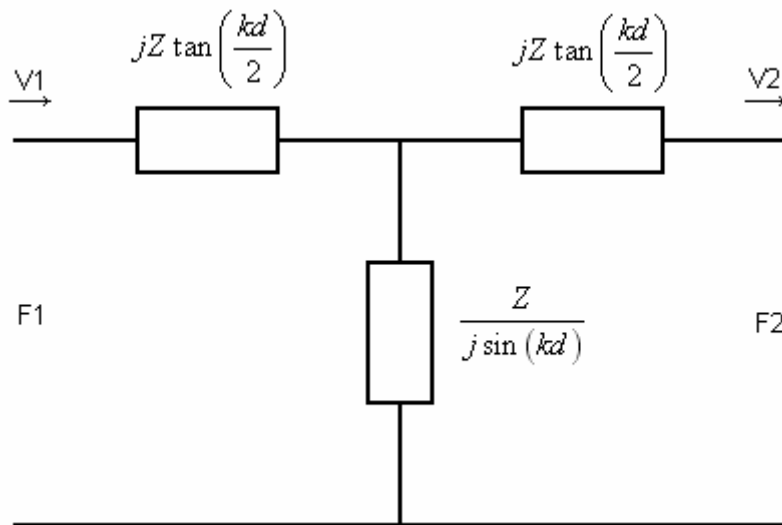


Figura 3.3. Modelo de impedancias acústicas para lámina de material no piezoeléctrico

El circuito equivalente para cualquier red recíproca bipuerto es como el que se muestra en la Figura 3.4, donde se muestra el esquema y el valor de las impedancias en función de los coeficientes de la matriz de impedancias. A partir del circuito equivalente podremos hallar la matriz de impedancias de la lámina de material. Dado que la matriz de parámetros S del circuito será simétrica y con todos los valores de la diagonal idénticos (por los principios de simetría y reciprocidad de las matrices de parámetros S) podemos afirmar que la matriz de impedancias será simétrica y con los mismos valores en la diagonal. Por lo tanto  $Z_{11} = Z_{22}$  y  $Z_{12} = Z_{21}$ . La matriz de impedancias que se obtiene es la mostrada en la expresión (3.27).

$$[Z]_{\text{lámina}} = \begin{bmatrix} \frac{Z}{j \tan(kd)} & \frac{Z}{j \sin(kd)} \\ \frac{Z}{j \sin(kd)} & \frac{Z}{j \tan(kd)} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

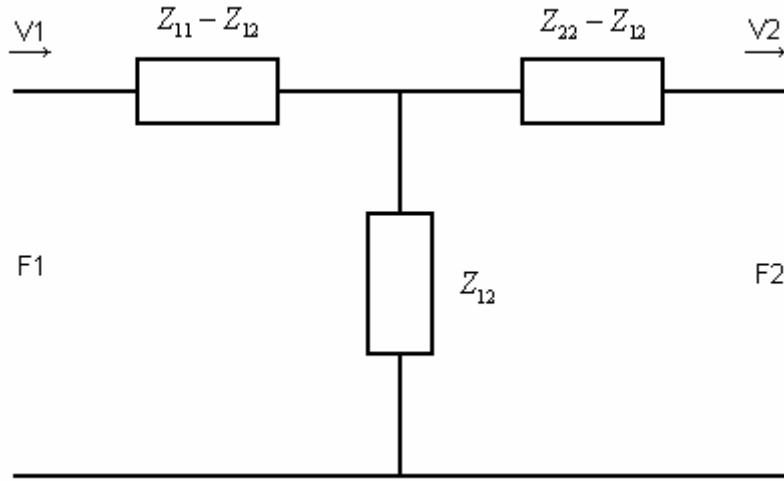


Figura 3.4. Equivalente circuital de una red recíproca de dos puertos

Mediante las ecuaciones que relacionan la matriz de impedancias con la de parámetros ABCD que se muestran en (3.28) y la identidad trigonométrica (3.29) podemos obtener la matriz ABCD del circuito.

$$\begin{aligned} A &= \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \\ B &= \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$C = \frac{1}{Z_{21}}$$

$$D = \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \quad (3.29)$$

La matriz ABCD del circuito es:

$$[ABCD]_{\text{lámina}} = \begin{bmatrix} \cos kd & jZ \sin kd \\ \frac{j \sin kd}{Z} & \cos kd \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Por otra parte la matriz ABCD de una línea de transmisión de impedancia característica  $Z_0$  y longitud  $l$  es:

$$[ABCD]_{\text{LT}} = \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_0 \sin \beta l \\ \frac{j \sin \beta l}{Z_0} & \cos \beta l \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Si comparamos la matriz ABCD de la línea de transmisión de (3.31) con la de la lámina de material no piezoeléctrico mostrada en (3.30) podemos apreciar que existen ciertas analogías entre algunos parámetros del dominio acústico y eléctrico. Estas relaciones se muestran en la Tabla 3.1.

Dominio acústico	Dominio eléctrico
Impedancia acústica de la lámina ( $Z$ )	Impedancia característica de la línea de transmisión ( $Z_0$ )
Grosor de la lámina ( $d$ )	Longitud de la línea de transmisión ( $l$ )
Constante de fase de la onda acústica ( $k$ )	Constante de fase de la onda eléctrica ( $\beta$ )

Tabla 3.1. Relación entre parámetros de una línea de transmisión en el dominio eléctrico y una lámina de material no piezoeléctrico en el dominio acústico

### 3.6 Modelo de Mason

Una vez visto como se transmite la onda en un medio no piezoeléctrico obtendremos las ecuaciones que rigen el comportamiento en un medio piezoeléctrico.

En un medio no piezoeléctrico las ecuaciones electromagnéticas y acústicas son independientes. En el caso de un medio piezoeléctrico son ecuaciones acopladas. Las expresiones (3.25) y (3.26) no son válidas para un material piezoeléctrico pues no tienen en cuenta el efecto electro-acústico propio de este tipo de materiales.

La corriente en el piezoeléctrico tiene dos componentes: la primera se corresponde con el comportamiento capacitivo del piezoeléctrico, que funciona como un dieléctrico. La segunda se origina en la conversión de energía acústica en energía eléctrica por parte del dieléctrico. Para poder contemplar de forma correcta las ecuaciones que muestran las fuerzas que sufre el material dieléctrico en las caras incorporaremos el término que corresponde al efecto electro-acústico [4], sumando a cada una de las ecuaciones  $\frac{h}{j\omega} I$ ,

donde  $h = \frac{e}{\varepsilon}$  y  $I$  es la corriente eléctrica. De este modo las ecuaciones se reescriben como:

$$F_1 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) + jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_1 + \frac{h}{j\omega} I \quad (3.32)$$

$$F_2 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) - jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_2 + \frac{h}{j\omega} I \quad (3.33)$$

Habiendo variado las ecuaciones que relacionan la fuerza en las caras del material y la velocidad de las partículas deberemos replantear el modelo de impedancias acústicas presentado en Figura 3.3. Si añadimos el efecto electro-acústico a este modelo se obtiene el modelo de Mason, que se observa en la Figura 3.5. Podemos ver como el modelo de Mason tiene dos puertos acústicos, donde se dan las fuerzas 1 y 2, y un puerto eléctrico, donde una tensión puede provocar las fuerzas en los otros puertos o donde las fuerzas en otros puertos pueden provocar una tensión.

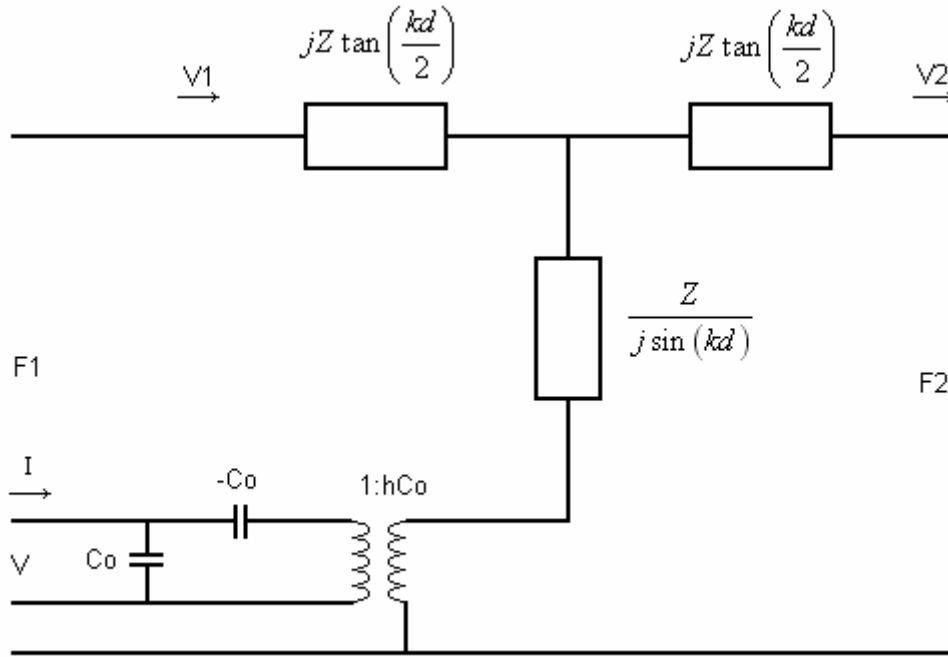


Figura 3.5. Modelo de Mason

### 3.7 Uso del modelo de Mason en esquema multicapa

En los apartados 3.5 y 3.6 hemos obtenido los circuitos equivalentes para láminas de material no piezoeléctrico y piezoeléctrico, respectivamente. Conociendo estos modelos, e identificando cual corresponde a cada uno de los elementos que forman el esquema de un CRF, podemos obtener un modelo circuital equivalente para el conjunto, en el que todos los elementos sean de naturaleza eléctrica. Esto nos permitirá utilizar herramientas de simulación electromagnética para ver el funcionamiento de un esquema que contiene elementos eléctricos y mecánicos.



Por ejemplo, realizaremos el equivalente circuital del conjunto de capas que forman un resonador SMR BAW, con sólo un piezoelectrico, dos electrodos y capas de alta y baja impedancia sobre un sustrato, como el de la Figura 3.6. En este caso el piezoelectrico lo representaremos con el modelo de Mason y el resto de elementos, que son materiales no piezoelectricos, con el modelo presentado en la Figura 3.3, cada uno con sus respectivas constantes.

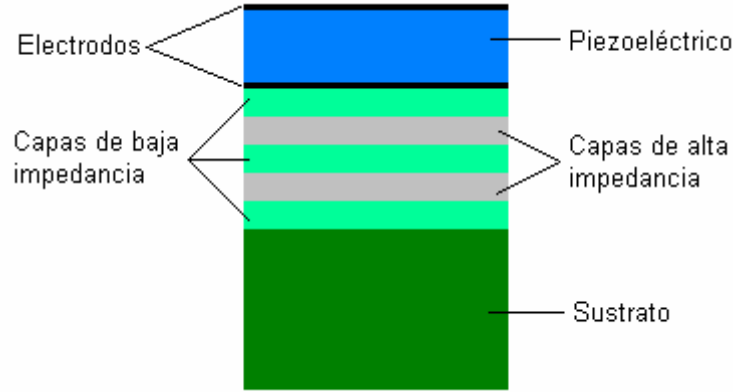


Figura 3.6. Resonador SMR BAW

El modelo equivalente resultante es el que se muestra en la Figura 3.7:

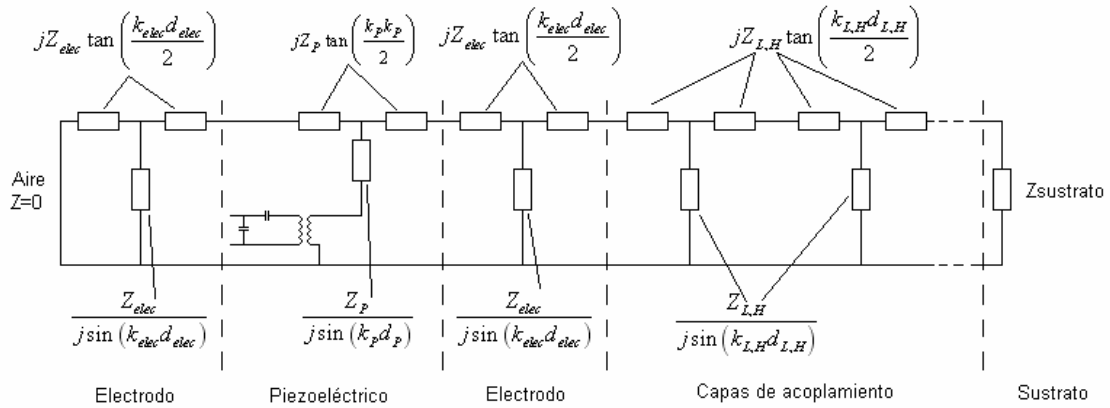


Figura 3.7. Modelo circuital equivalente del resonador de la Figura 3.6

### 3.8 Impedancia eléctrica en los terminales de un piezoelectrico

Para concluir el capítulo nos disponemos a observar el comportamiento de la impedancia eléctrica de una lámina de material piezoelectrico. Para ello se debe cargar los terminales acústicos de la lámina con  $Z_L$  y  $Z_R$ . Podremos reescribir las ecuaciones (3.32) y (3.33) teniendo en cuenta estas impedancias:

$$-Z_L v_1 = Z \left( \frac{v_1}{j \tan kd} - \frac{v_2}{j \sin kd} \right) + \frac{h}{j\omega} I \quad (3.34)$$

$$-Z_R v_2 = Z \left( \frac{v_1}{j \sin kd} - \frac{v_2}{j \tan kd} \right) + \frac{h}{j\omega} I \quad (3.35)$$

Mediante estas dos expresiones y la expresión (3.36) obtenida de [4] podremos calcular la impedancia eléctrica mediante  $Z_{ELEC}=V/I$ , que resulta en la expresión (3.37), donde

$$\varphi = \frac{kd}{2} \text{ y } k_t^2 = \frac{e^2}{Z_{acus} \cdot \varepsilon \cdot v_p}.$$

$$I = j\omega C_0 V + h C_0 (v_1 - v_2) \quad (3.36)$$

$$Z_{ELEC} = \frac{1}{j\omega C_0} \left( 1 - k_t^2 \frac{\tan \varphi}{\varphi} \frac{\left( \frac{Z_R + Z_L}{Z_p} \right) \cos^2 \varphi + j \sin(2\varphi)}{\left( \frac{Z_R + Z_L}{Z_p} \right) \cos(2\varphi) + j \left( 1 + \frac{Z_R + Z_L}{Z_p} \right) \sin(2\varphi)} \right) \quad (3.37)$$

Podemos simplificar la expresión anterior aproximando  $Z_R$  y  $Z_L$  por 0, obteniendo una versión reducida de la expresión que resulta en (3.38). La aproximación de las impedancias es correcta ya que el aire tiene una impedancia acústica muy baja y la impedancia equivalente de un conjunto de capas que formen un espejo acústico también será muy baja.

$$Z_{ELEC} = \frac{1}{j\omega C_0} \left( 1 - k_t^2 \frac{\tan \varphi}{\varphi} \right) \quad (3.38)$$

Analizando la ecuación (3.38) vemos como la impedancia eléctrica dependerá de la capacidad estática de la lámina de material no piezoeléctrico ( $C_0$ ). Por lo tanto, el área de la lámina (parámetro que forma parte de  $C_0$ ) será un parámetro a tener en cuenta a la hora de obtener un comportamiento determinado. Por otra parte, obtendremos que la frecuencia de antiresonancia, aquella donde la impedancia es máxima y por tanto otro aspecto clave en el diseño, será:

$$f_a = \frac{v_p}{2d} \quad (3.39)$$

Si recordamos la expresión (2.1) sabremos que el grosor de la lámina es  $\lambda/2$  a la frecuencia de antiresonancia.

Como ya se mostró en el apartado 2.2.4 la respuesta en impedancia eléctrica típica de una lámina de material piezoeléctrico será la de la Figura 3.8, que muestra la frecuencia de resonancia y la de antiresonancia están muy cerca como expresa la ecuación (2.2).

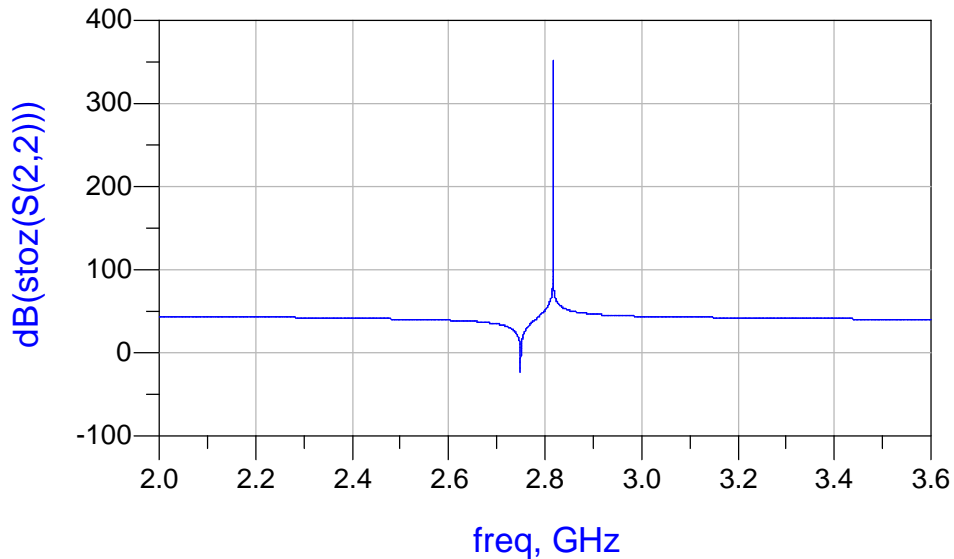


Figura 3.8. Respuesta en impedancia de una lámina de piezoeléctrico

### 3.9 Conclusiones del capítulo

En este capítulo hemos analizado el comportamiento de la onda acústica en los medios sólidos. Hemos observado que existe una analogía entre varios parámetros del dominio acústico y del dominio eléctrico. A partir del análisis de la onda acústica hemos obtenido el modelo de línea de transmisión de la lámina de material no piezoeléctrico y el modelo de Mason en el material piezoeléctrico. Mediante estos modelos equivalentes podremos obtener otros más complejos que nos permitirán diseñar filtros compuestos por resonadores apilados con capas de acoplamiento acústico.

Por otra parte, al estudiar la impedancia eléctrica, hemos observado que tanto el área del material como la frecuencia de antiresonancia, controlable mediante el grosor del mismo, serán parámetros de diseño a partir de los cuales podremos controlar el comportamiento del material como veremos en el próximo capítulo.



## Capítulo 4

# Modelo y síntesis de CRF simétrico y asimétrico

En este capítulo se mostrará como se obtiene un modelo circuital eléctrico a partir del modelo de Mason de las láminas de material que forman una estructura CRF, como la vista en el apartado 2.2.5.4. Los elementos de estos modelos serán usados en el próximo capítulo para el diseño de filtros de 2 y 4 polos a partir de la teoría clásica de filtros.

Además, el hecho de que consigamos un modelo circuital eléctrico nos permitirá usar las herramientas de análisis electromagnético con las que se trabaja habitualmente, simplificando el trabajo.

También se modelará la estructura asimétrica del CRF partiendo del modelo de Mason. El conocimiento del funcionamiento del CRF asimétrico es importante ya que se desarrollará una variación del filtro de 4 polos comentado anteriormente para que incluya ceros de transmisión que mejoren su respuesta.

### 4.1 Modelo del circuito equivalente CRF básico de dos polos

Mediante el uso de dos láminas de piezoeléctricos apiladas se obtiene un filtro de orden dos de onda acústica. Este modelo sería el de un SCF, ya que no se estaría contemplando el uso de capas de acoplamiento acústico situadas entre ambos resonadores.

El CRF puede conseguir mejores anchos de banda y mayor rechazo fuera de la banda de paso ya que introduce más polos en la respuesta del SCF debido a que existe un desacoplo acústico entre cada una de las etapas, provocado por las capas de acoplamiento acústico. Mientras el SCF solo introduce un polo porque no existe este desacoplo acústico, el CRF introduce un polo por cada sección de piezoeléctrico.

El esquema a partir del cual obtendremos el modelo es el de la Figura 4.1, que cuenta con dos piezoresonadores apilados unidos por una serie de capas de acoplamiento acústico. Entre piezoresonadores y capas de acoplamiento existirán electrodos conectados a masa que apantallaran el campo eléctrico. De esta forma tan solo se propagará la onda acústica a la frecuencia de resonancia mecánica. A la hora de llevar a cabo el desarrollo se toman los electrodos como electrodos infinitesimales y las capas de acoplamiento como un inversor ideal, para simplificar. También se obvia el reflector acústico que sostiene el conjunto de piezoresonadores y capas ya que lo que hace es confinar la energía dentro del conjunto y no contribuye en el circuito equivalente del que partiremos para el diseño del CRF.

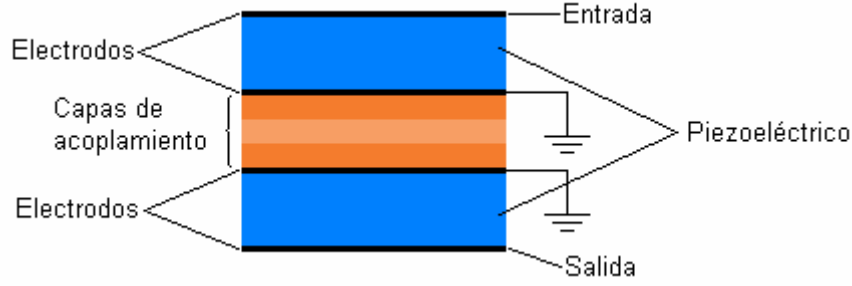


Figura 4.1. Esquema de partida del CRF básico

### 4.1.1 Desarrollo del modelo

Para empezar con el desarrollo del modelo volveremos a fijarnos en el modelo de Mason presentándolo de nuevo en la Figura 4.2.

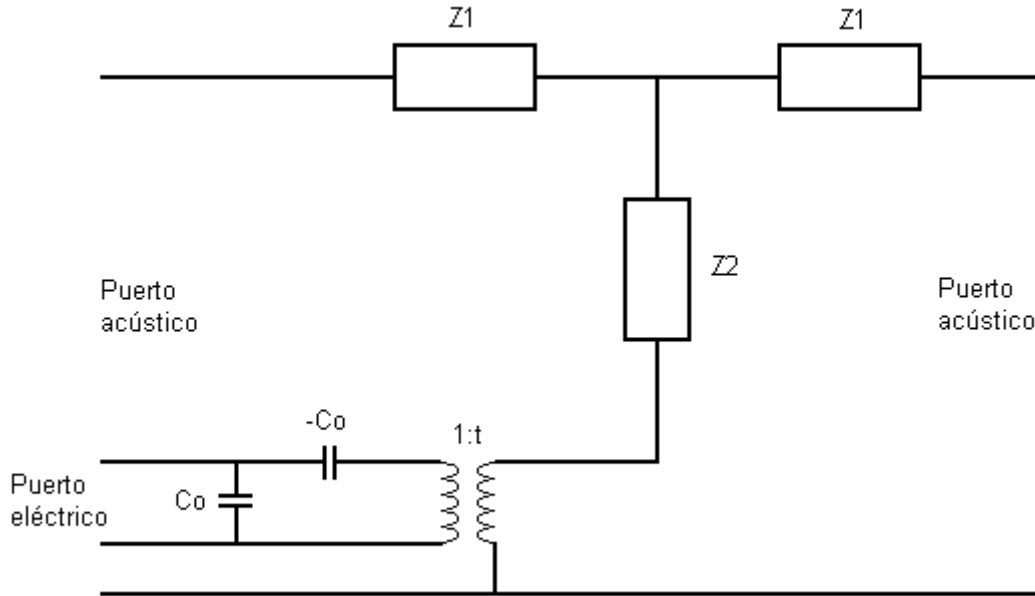


Figura 4.2. Modelo de Mason

Las impedancias tienen unos valores

$$Z_1 = jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) \quad (4.1)$$

$$Z_2 = \frac{Z}{j \sin kd} \quad (4.2)$$

donde  $Z = Z_{\text{acus}} \cdot A$ ,  $d$  será el grosor del piezoeléctrico y  $k$  la constante de propagación de la onda acústica ( $2\pi/\lambda$ ).

La relación de transformador será  $1:t$ , siendo  $t$  según [4]:

$$t = hC_0 = \frac{e}{\epsilon} C_0 \quad (4.3)$$

El condensador tendrá un valor de

$$C_0 = \varepsilon \frac{A}{d} \quad (4.4)$$

y  $d$  será, según (3.39):

$$d = \frac{v_p}{2 \cdot f_a} \quad (4.5)$$

es decir,  $\lambda/2$  a la frecuencia de antiresonancia.

Para comenzar el desarrollo uniremos las láminas de material piezoeléctrico, aplicando sus modelos de Mason, mediante el inversor de impedancias ideal de valor  $k_{\text{coup}}$ , que estará conectado a uno de los puertos acústicos del modelo de cada una de las láminas. Como ambos lados del circuito serán idénticos y estarán conectados de forma simétrica podremos aplicar a ambos lo que desarrollemos para uno de ellos. El circuito de partida para el modelo conjunto del CRF formado por las dos láminas será el de la Figura 4.3a.

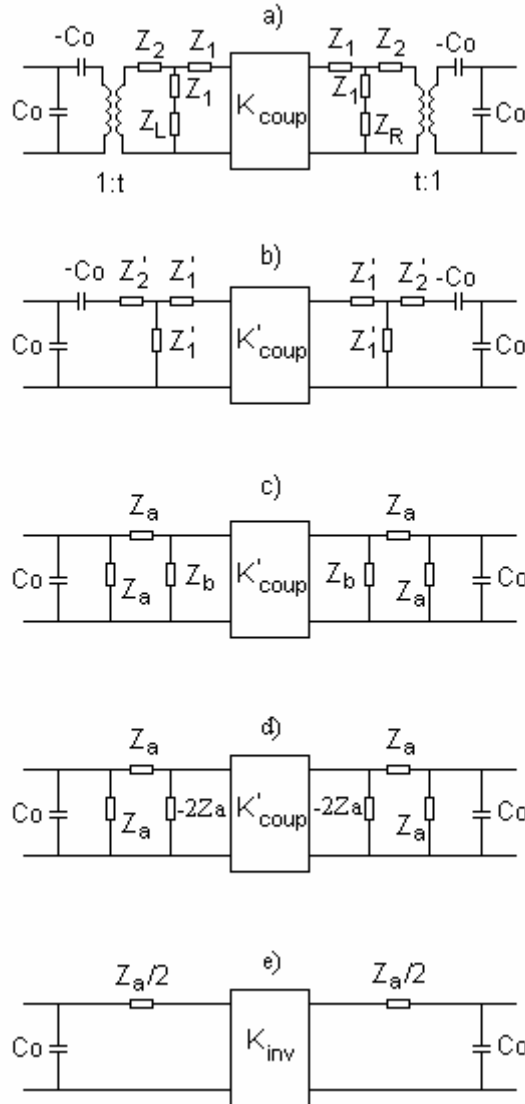


Figura 4.3. Transformaciones de red del modelo inicial

Si desplazamos uno de los dos transformadores hasta el mismo nodo donde se encuentra el otro, estos se anularán resultando en la Figura 4.3b. Los elementos del circuito por los que desplazamos el transformador quedarán escalados. Sus valores ahora serán:

$$Z_1' = j \frac{Z}{t^2} \tan\left(\frac{kd}{2}\right) \quad (4.6)$$

$$Z_2 = \frac{Z}{jt^2 \sin kd} \quad (4.7)$$

$$Z_{R,L}' = \frac{Z_{R,L}}{t^2} \quad (4.8)$$

$$k_{coup}' = \frac{k_{coup}}{t^2} \quad (4.9)$$

En la Figura 4.3b ya se han eliminado las impedancias de carga acústicas  $Z_L$  y  $Z_R$  ya que estas se aproximan por un cortocircuito si la energía se conserva dentro del piezoeléctrico, como sucede en un montaje con espejos acústicos (SMR).

Podemos obtener una red de impedancias en  $\Pi$  a partir de la red en  $T$ , aplicando transformación de redes mediante matrices de parámetros ABCD. Esto nos proporcionará el circuito de la Figura 4.3c. Los valores de  $Z_a$  y  $Z_b$  son:

$$Z_a = Z_1' + 2Z_2' - \frac{2}{j\omega C_0} \quad (4.10)$$

$$Z_b = \frac{Z_1' \left( Z_1' + 2Z_2' - \frac{2}{j\omega C_0} \right)}{Z_2' - \frac{1}{j\omega C_0}} \quad (4.11)$$

La expresión (4.11) puede quedar de la siguiente forma introduciendo  $Z_a$  obteniendo (4.12). De esta simplificación podremos obtener la relación entre  $Z_b$  y  $Z_a$ , que nos será útil y que se muestra en (4.13).

$$Z_b = \frac{Z_1' Z_a}{Z_2' - \frac{1}{j\omega C_0}} \quad (4.12)$$

$$\frac{Z_b}{Z_a} = \frac{Z_1'}{Z_2' - \frac{1}{j\omega C_0}} \quad (4.13)$$

Siguiendo con  $Z_b$ , desarrollándola nos quedará como la siguiente expresión, que simplificamos a partir de la relación de las impedancias de (4.13).

$$Z_b = Z_1' \left( \frac{Z_1'}{Z_2' - \frac{1}{j\omega C_0}} + 2 \right) = Z_1' \left( \frac{Z_b}{Z_a} + 2 \right) \quad (4.14)$$



$Z_b$  nos quedará en función de  $Z_1'$  y de  $Z_a$  como muestra (4.15). Teniendo en cuenta que según (4.6)  $Z_1' \rightarrow \infty$  a la frecuencia de antiresonancia, podremos aproximar definitivamente  $Z_b$  por la expresión mostrada en (4.16).

$$Z_b = 2 \left( \frac{1}{Z_1'} - \frac{1}{Z_a} \right)^{-1} \quad (4.15)$$

$$Z_b \approx -2Z_a \quad (4.16)$$

En [9] se estudia esta última aproximación y se observa que en un rango del 10% de la frecuencia de antiresonancia de la lámina de material  $Z_a$  y  $Z_b$  se comportan de forma lineal cumpliendo esta relación.

Para acabar de simplificar la red de impedancias multiplicaremos las matrices ABCD de los seis elementos del circuito de la Figura 4.3d, obviando el inversor de impedancias. Después, una vez obtengamos el circuito resultante, podremos volver a introducirlo dejando una parte de la red equivalente a cada lado.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_a} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2Z_a} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2Z_a} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_a} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

La matriz ABCD resultante en (4.17) se corresponde con una impedancia serie de valor  $Z_a$ . Podremos introducir de nuevo el inversor dejando a cada lado de éste una impedancia de valor  $Z_a/2$  y obteniendo la red reducida de la Figura 4.3e. Si no contempláramos el inversor de nuevo estaríamos hablando de un SCF. Vemos como de esa forma tan solo se introduciría un polo en la respuesta porque ambas láminas se comportarían como una sola del doble de grosor, mientras que con el acoplamiento acústico se introducen dos polos en el CRF básico, uno por lámina.

Antes de pasar al siguiente apartado buscaremos el valor de  $K_{inv}$  de la Figura 4.3e, el valor del inversor de impedancias del circuito resultante. En este circuito ya todos los elementos son eléctricos gracias al desarrollo del modelo de Mason. Para encontrar  $K_{inv}$  deberemos igualar mediante matrices ABCD el conjunto de elementos de la Figura 4.3d con los de la Figura 4.3e, es decir (4.18) y (4.19).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_a} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2Z_a} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK'_{coup} \\ \frac{j}{K'_{coup}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2Z_a} & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_a} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\frac{2Z_a}{K'_{coup}} & j\frac{K'^2_{coup} + 4Z_a^2}{4K'_{coup}} \\ j\frac{4}{K'_{coup}} & j\frac{2Z_a}{K'_{coup}} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_a}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_{inv} \\ \frac{j}{K_{inv}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_a}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\frac{Z_a}{2K_{inv}} & j\frac{K_{inv}^2 + Z_a^2}{4K_{inv}} \\ j\frac{1}{K_{inv}} & j\frac{Z_a}{2K_{inv}} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

A partir de igualar (4.18) y (4.19) se obtiene el valor del inversor de impedancias del modelo simplificado:

$$K_{inv} = \frac{K'_{coup}}{4} = \frac{K_{coup}}{4t^2} \quad (4.20)$$

### 4.1.2 Síntesis de $Z_a$

En estos momentos disponemos de un circuito eléctrico equivalente que solo tiene como elementos un par de impedancias complejas en serie, un par de condensadores en paralelo y un inversor de impedancias.

Como hicimos en el apartado anterior en la expresión (4.17) trataremos la estructura como si no tuviera inversor de impedancia, es decir, con una sola impedancia  $Z_a$ . Cuando hayamos conseguido aproximarla volveremos a descomponer el resultado obtenido en dos volviendo al circuito de la Figura 4.3e.

La impedancia  $Z_a$  es una función trigonométrica de la frecuencia. Lo que haremos será descomponerla en uno o más elementos que guarden cierta linealidad en las frecuencias próximas a la frecuencia de antiresonancia.

La opción preferente según [4] es la de un resonador LC serie en serie con el circuito. Otras opciones como elementos reactivos por separado o un resonador LC en paralelo no son válidos, porque no permiten realizar una aproximación lineal que cumpla nuestros requisitos.

Para realizar la síntesis, en [9] se procede a aproximar  $Z_a$  por una recta en función de la frecuencia mediante un desarrollo en serie de Taylor de primer orden alrededor de la frecuencia de antiresonancia  $f_a$ :

$$Z_a(f) \approx j(A_{Z_a} \cdot f + B_{Z_a}) \quad (4.21)$$

donde

$$A_{Z_a} = \frac{Z_{acus} \pi^2 f_a C_0 - 2t^2}{2t^2 \pi f_a^2 C_0} \quad (4.22)$$

$$B_{Z_a} = \frac{2}{\pi f_a C_0} - \frac{Z_{acus} \pi}{2t^2} \quad (4.23)$$

La impedancia de un resonador LC serie es

$$Z_{LC} = j \left( 2\pi L - \frac{1}{2\pi C} \right) \quad (4.24)$$

Para obtener los valores de la bobina y el condensador que formarán el resonador LC serie que sintetiza  $Z_a$  deberemos introducir (4.22) y (4.23) en (4.21) y compararlo con (4.24). Aislado  $L$  y  $C$  de esta última expresión se obtienen

$$L_a = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 \frac{1}{C_0 \omega_a^2} \quad (4.25)$$

$$C_a = \frac{4C_0}{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 - 8} \quad (4.26)$$

donde  $C_0$  es la capacidad asociada a la lámina de material piezoeléctrico. Si además de desarrollar el valor del condensador, desarrollamos  $k_t$  según la expresión (2.3) obtenemos los valores del resonador LC serie en función de los parámetros tecnológicos:

$$L_a = \frac{Z_{acus} v_p^2}{32 e^2 f_a^3 A} \quad (4.27)$$

$$C_a = \frac{8 f_a \varepsilon_0 \varepsilon_r e^2 A}{v_p (Z_{acus} v_p \pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r - 8 e^2)} \quad (4.28)$$

El último elemento del circuito que queda por describir es el condensador de la entrada y la salida, cuyo valor es

$$C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r A \frac{2 f_a}{v_p} \quad (4.29)$$

De este modo ya tenemos todos los valores de los elementos del modelo final del circuito equivalente de un CRF básico de dos polos, que resulta en la Figura 4.4 y cuyos valores se encuentran en (4.20), (4.27), (4.28) y (4.29), todos ellos en función de los parámetros tecnológicos. De modo inverso al paso previo a este desarrollo, ahora deberemos dividir el resonador LC en dos partes para colocarlas a cada lado del inversor de impedancias, de forma que la bobina se nos divide por dos y el condensador se multiplica. Los únicos valores que no corresponden a parámetros propios del material a partir del cual se realicen los piezoresonadores serán el área de estos y la frecuencia de antiresonancia. Estos parámetros serán nuestros parámetros de diseño a la hora de realizar los filtros.

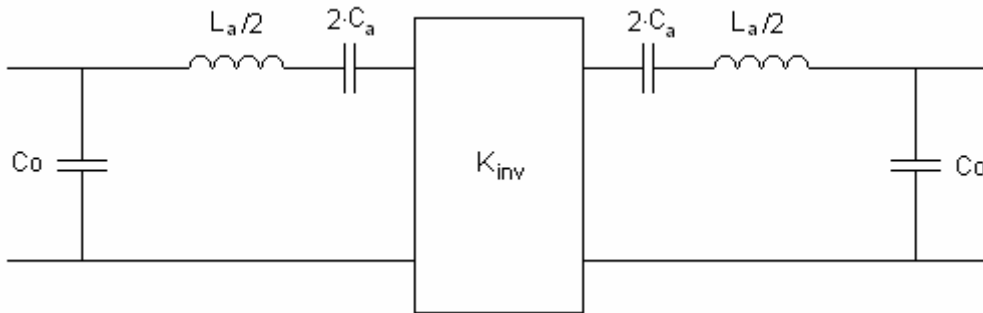


Figura 4.4. Modelo equivalente circuital final de dos láminas de piezoeléctrico acopladas acústicamente

Éste es buen momento para explicar que a las láminas de material piezoeléctrico que componen un CRF también se las puede denominar piezoresonadores. Como se puede ver en el circuito resultante de la Figura 4.4, el modelo equivalente de una lámina es un resonador LC. Este resonador está constituido por un material por el que se propaga una onda acústica y que realiza una conversión electro-acústica. Por lo tanto, de resonador piezoeléctrico pasamos a denominarlo sencillamente piezoresonador.

### 4.1.3 Validación del modelo CRF simétrico

Para validar el modelo del CRF simétrico obtenido durante este apartado compararemos la respuesta que se obtiene mediante la aproximación realizada (Figura 4.4) y en el que los resonadores son representados por  $Z_a/2$  con la respuesta del modelo de partida, el de la Figura 4.3a, que tiene incorporado el modelo de Mason en el lugar donde están las láminas de material.

Ambas respuestas serán obtenidas mediante el software Advanced Design System, ADS en adelante. Para simular la Figura 4.4 se emplea el circuito de la Figura 4.5. Para la simulación de la Figura 4.3a emplearemos la Figura 4.6, donde los bloques de tres puertos a cada lado del inversor representan el modelo de Mason para una lámina de piezoeléctrico. El primero de los tres puertos es eléctrico conformando la entrada o la salida del circuito. Los puertos 2 y 3 son acústicos. Uno de ellos esta conectado a masa, debido a la baja impedancia del aire como ya hemos comentado anteriormente, y el otro al inversor de impedancias.

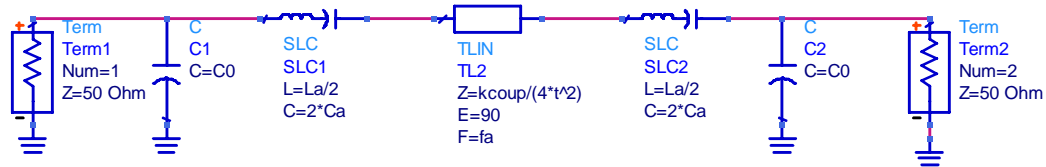


Figura 4.5. Circuito para simular en ADS la Figura 4.4

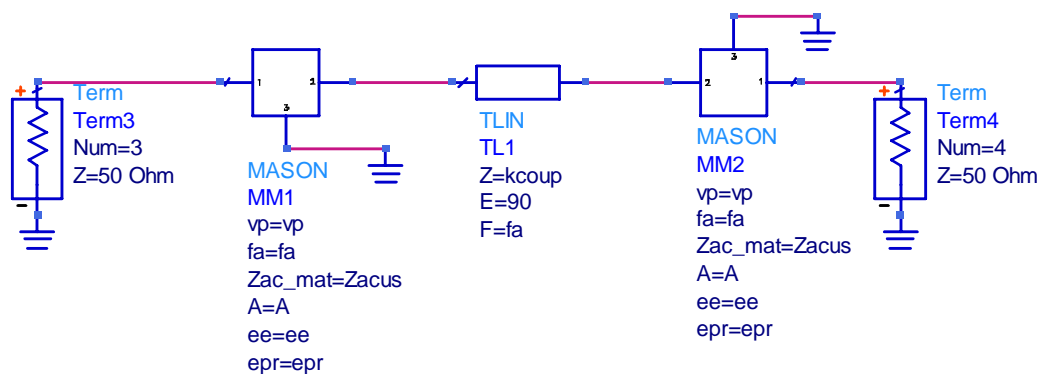


Figura 4.6. Circuito para simular en ADS la Figura 4.3a

Como ya se ha dicho, en estos momentos la respuesta del filtro tan solo depende del área de los resonadores, la frecuencia de antiresonancia y los parámetros tecnológicos del material. Todavía no hemos desarrollado la forma de obtener un valor de  $k_{coup}$  que proporcione una respuesta del filtro correcta, esto se realizará en el próximo capítulo donde se mostrará como realizar filtros de forma sistemática. Para el caso de la

validación hemos dado un valor de  $k_{\text{coup}}$  que proporciona un rizado de 3 dB y un ancho de banda relativo del 1%. Los parámetros de diseño se muestran en la Tabla 4.1:

Parámetro	Valor
área	400 $\mu\text{m}$ x 400 $\mu\text{m}$
$f_a$	2.5 GHz
$k_{\text{coup}}$	0.203

Tabla 4.1. Parámetros de diseño de la validación del modelo CRF simétrico

La comparación de las respuestas de ambos circuitos, Figura 4.7, muestra que la aproximación por un resonador LC es muy buena en un rango frecuencial de aproximadamente el  $\pm 10\%$  de la frecuencia de antiresonancia.

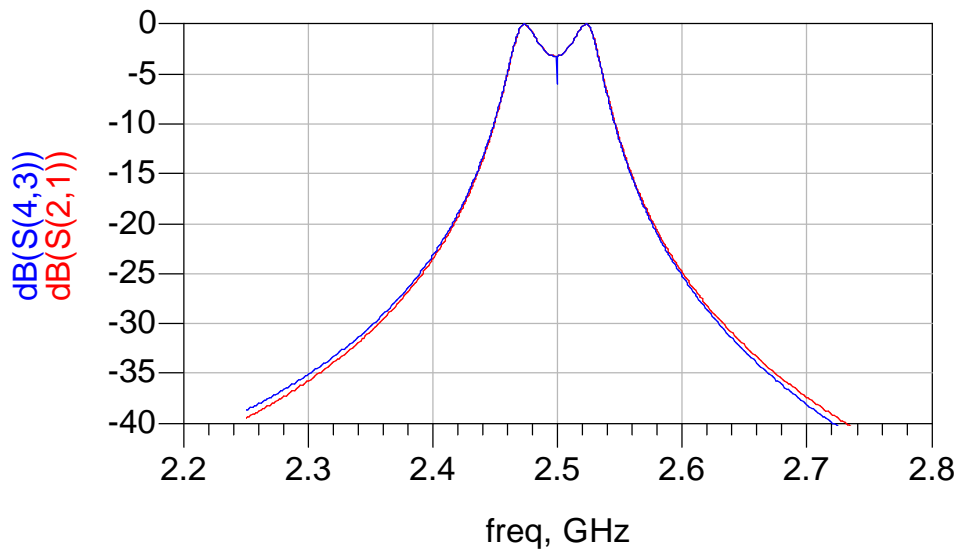


Figura 4.7. Respuesta del CRF original mediante modelo de Mason (azul) y mediante la aproximación por LC serie

## 4.2 Modelo del circuito equivalente CRF asimétrico básico

A continuación veremos el modelo circuital equivalente de un CRF asimétrico de dos polos. Este tipo de CRF se caracteriza porque sus piezoresonadores superior e inferior tienen distinta superficie. Para desarrollar el modelo equivalente partiremos desde el modelo de Mason de los piezoresonadores como hicimos a la hora de desarrollar el modelo simétrico. Al final acabaremos obteniendo un modelo como el del CRF simétrico en el que solo se añaden los elementos circuitales que corresponden al nuevo fragmento de material.

Este apartado nos proporcionará las herramientas con las que realizar un CRF de orden 4 con ceros de transmisión formado por dos etapas de CRF asimétrico básico. Este desarrollo se presentará en el próximo capítulo, donde se muestra el procedimiento de diseño sistemático de filtros con CRF.

### 4.2.1 Desarrollo del modelo

CRF asimétrico es aquel que esta formado por piezoresonadores de distinta área. Según esta definición un CRF asimétrico se corresponde con el de la Figura 4.8. Podremos diferenciar dos partes básicas de un CRF asimétrico: la primera es la equivalente a la de un CRF simétrico, llamada área activa o  $A_A$ . La segunda será el área total o  $A_T$ , que está formado tanto por área activa como por no activa. Veremos como el área no activa que conforma el resonador asimétrico nos provocará un 0 de transmisión a una frecuencia, determinada por el grosor del piezoresonador.

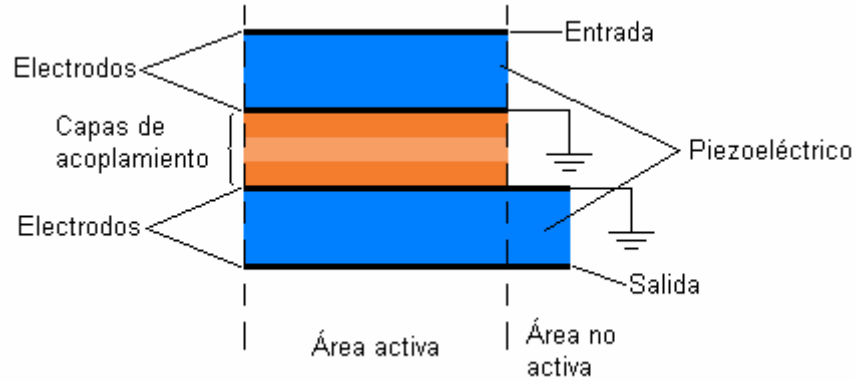


Figura 4.8. Sección cruzada de un CRF asimétrico

Para desarrollar el modelo circuital equivalente partiremos desde el mismo punto que en 4.1.1: el modelo de Mason de los piezoresonadores que conforman el CRF. Podemos ver en la Figura 4.9a como existe un circuito en paralelo conectado al puerto 2. Esto se debe al área de resonador que no pertenece al área activa. Vemos como en un extremo tiene el puerto y en el otro la impedancia acústica del aire. Los elementos circuitales de esta sección en paralelo estarán en función del área no activa del CRF.

El primer paso que llevaremos a cabo para desarrollar el modelo consiste en desplazar los transformadores. Si el transformador del área no activa lo desplazamos hacia el cortocircuito de su extremo, en sentido opuesto al puerto de salida del CRF, quedará eliminado. El transformador correspondiente al área activa de la lámina de piezoeléctrico inferior lo desplazaremos hasta la entrada, de forma que tengamos los dos transformadores consecutivos. El resultado de estas operaciones de red se aprecia en la Figura 4.9b.

Multiplicando las matrices ABCD de los dos transformadores de la entrada obtendremos (4.30). Por lo tanto  $C_{02}/C_{01}:1$  será la relación del transformador resultante que quedará, Figura 4.9c. Si  $C_{02}$  y  $C_{01}$  fuesen iguales la relación será 1:1, es decir, el transformador no sería tenido en cuenta.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{hC_1} & 0 \\ 0 & hC_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} hC_2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{hC_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_2}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{C_2} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

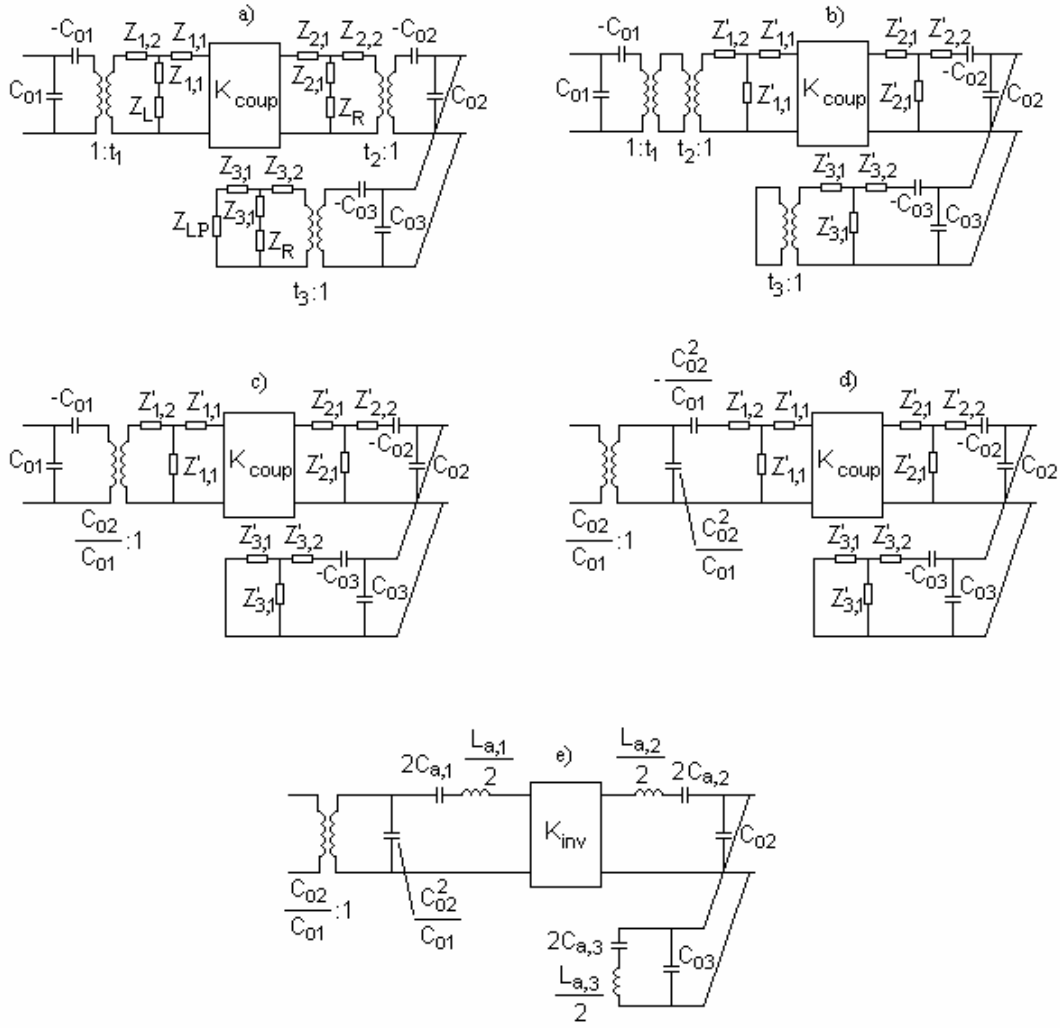


Figura 4.9. Desarrollo del modelo circuital equivalente a partir del modelo de Mason.

Para hacer que los condensadores estén al lado de la red de impedancias en T desplazaremos el transformador que nos ha quedado hacia al principio del circuito. De esta forma podremos aprovechar los desarrollos realizados para transformar la red en T del CRF simétrico en el apartado 4.1.1. Los condensadores, al pasar al otro lado del transformador quedan escalados. El circuito con las operaciones realizadas hasta ahora es el de la Figura 4.9d.

Una vez hemos llegado a este punto podemos observar como existen tres conjuntos de elementos compuestos por dos condensadores, uno positivo en paralelo y uno negativo en serie, y una red de impedancias en T. A partir de estos conjuntos, en la misma disposición, se llegó a un circuito de condensador paralelo y resonador LC serie en serie en el apartado 4.1.1. Por lo tanto podemos sustituir los tres conjuntos de elementos de la misma manera, el resultado se aprecia en Figura 4.9e. El valor del inversor de impedancias acústicas también resultará modificado del mismo modo que anteriormente. Los valores resultantes son los siguientes:

$$C_{01} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A_A}{d} \quad (4.31)$$

$$C_{02} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A_A}{d} \quad (4.32)$$

$$C_{01} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A_T - A_A}{d} \quad (4.33)$$

$$L_{a,1} = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 \frac{C_{01}}{C_{02}^2 \omega_a^2} \quad (4.34)$$

$$C_{a,1} = \frac{4}{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 - 8} \frac{C_{02}^2}{C_{01}} \quad (4.35)$$

$$L_{a,2} = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 \frac{1}{C_{02} \omega_a^2} \quad (4.36)$$

$$C_{a,1} = \frac{4}{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 - 8} C_{02} \quad (4.37)$$

$$L_{a,3} = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 \frac{1}{C_{03} \omega_a^2} \quad (4.38)$$

$$C_{a,1} = \frac{4}{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 - 8} C_{03} \quad (4.39)$$

Es destacable comentar que  $K_{inv}$  seguirá teniendo la misma forma que en (4.20) y por tanto dependerá del transformador que había en la salida antes de realizar todas las simplificaciones, porque es este el que se desplaza a través del inversor, y no del transformador que aparece al realizarlas.

Es importante, porque es el hecho diferenciador entre el CRF asimétrico y el CRF simétrico, que el resonador LC de la salida por el que se ha sustituido el conjunto condensadores-red de impedancias correspondiente al área no activa del CRF está en paralelo. Por lo tanto el cero de transmisión del CRF asimétrico estará a la frecuencia donde el condensador y la bobina resultantes resuenen. Esta frecuencia será

$$f_{0TX} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{L_{a,3}}{2} \cdot C_{a,3}}} = f_a \sqrt{\frac{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 - 8}{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2}} \quad (4.40)$$

Gracias a esta expresión podemos colocar un cero de transmisión a una frecuencia que acentúe el rechazo fuera de banda en zonas cercanas a la banda de paso. Veremos esto



cuando diseñemos el filtro de orden 4 con ceros de transmisión. El problema que se plantea es que una frecuencia de antiresonancia distinta provoca un grosor de la lámina de material distinto. Al tener distinto grosor la fabricación de un CRF asimétrico de estas características puede complicarse excesivamente.

Además, de (4.40) se deducen otras dos cosas: la frecuencia de resonancia siempre estará por debajo de la de antiresonancia. Y el área no activa del CRF asimétrico no interviene en la posición del cero de transmisión. Si bien, después de diversas simulaciones con ADS se ha comprobado que el ancho del cero de transmisión sí es directamente proporcional al área no activa.

## 4.2.2 Validación del modelo CRF asimétrico

Del mismo modo que con el CRF simétrico, procederemos a validar el modelo circuital equivalente obtenido para el CRF asimétrico. Para ello compararemos el modelo circuital obtenido, que se muestra en Figura 4.9e, con el circuito que tiene los modelos de Mason de las láminas de piezoeléctrico, Figura 4.9a.

El modelo circuital obtenido es el que aparece en la Figura 4.10. El circuito que contiene el modelo de Mason de las láminas de piezoeléctrico se expone en la Figura 4.11. El cero de transmisión, según la expresión (4.40) y los parámetros de la Tabla 4.2 debería estar a 2.441 GHz.

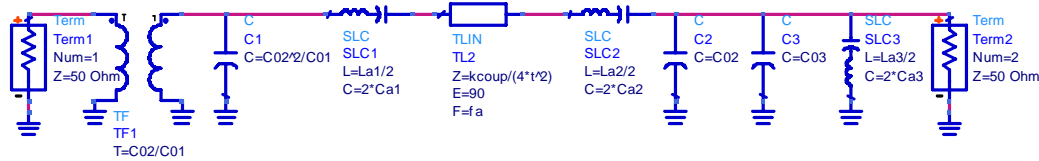


Figura 4.10. Modelo circuital equivalente del CRF asimétrico.

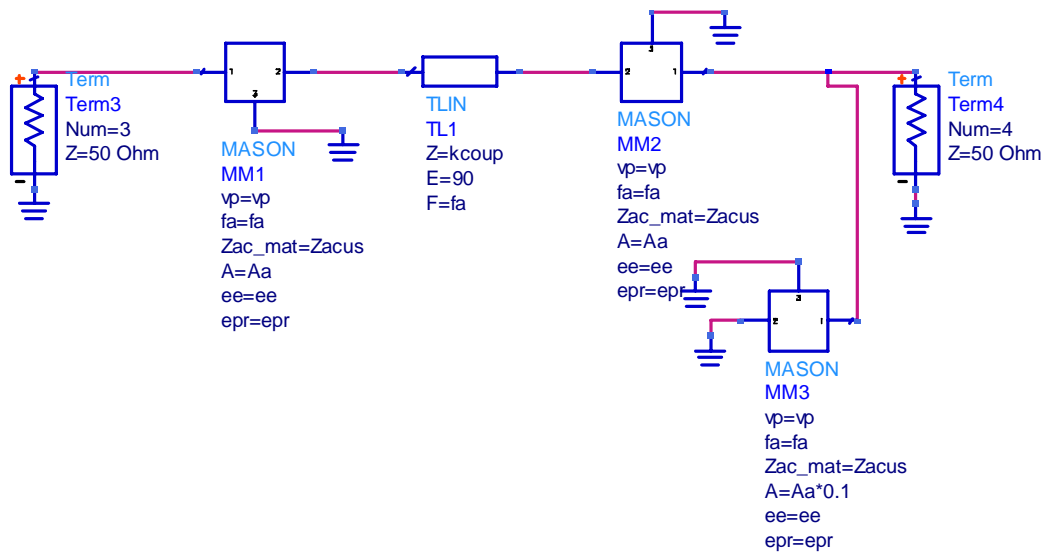


Figura 4.11. Modelo del CRF asimétrico formado por los modelos de Mason de sus capas

Parámetro	Valor
área activa	400 $\mu\text{m}$ x 400 $\mu\text{m}$
$f_a$	2.5 GHz
$k_{\text{coup}}$	0.203
área no activa	$0.1 \cdot A_{\text{activa}}$

Tabla 4.2. Parámetros para la validación del CRF asimétrico

El resultado de estas simulaciones mediante ADS se observa en la Figura 4.12. Vemos como de nuevo los valores en un rango de  $\pm 10\%$  de  $f_a$  son prácticamente idénticos, demostrando la validez del modelo equivalente para el CRF asimétrico.

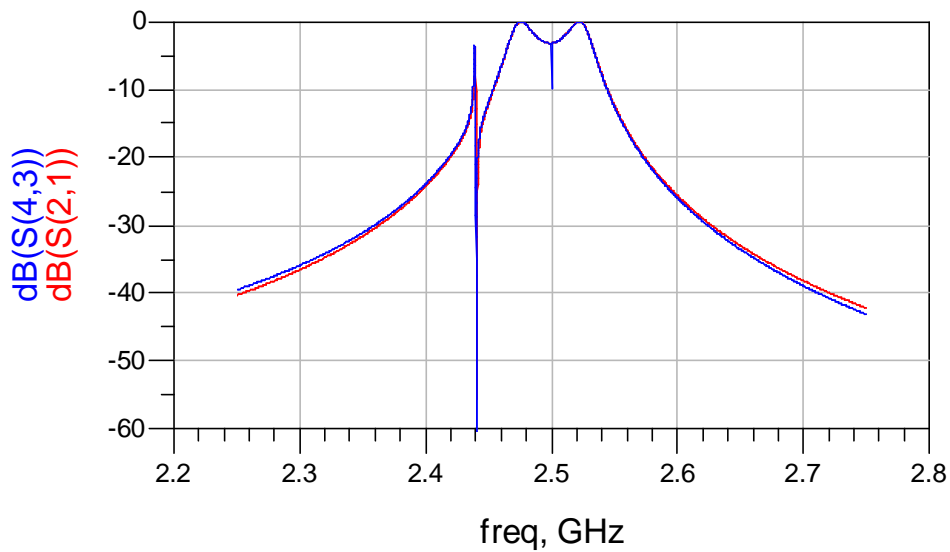


Figura 4.12. Respuesta del modelo equivalente para el CRF asimétrico (rojo) y para el diseño implementado mediante los modelos de Mason (azul)

### 4.3 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se ha visto como se obtiene un modelo circuital equivalente totalmente eléctrico del conjunto de elementos de un CRF que nos permite trabajar con los filtros acústicos de forma simplificada. Una vez desarrollados los circuitos eléctricos equivalentes para el CRF simétrico y asimétrico hemos podido comprobar que estos son iguales salvo por los elementos circuitales que corresponden al área no activa del CRF asimétrico. Debido al resonador LC serie en paralelo, en el CRF asimétrico se da un cero de transmisión a una frecuencia determinada. Nosotros podremos controlar la posición de esta frecuencia a través de la frecuencia de antiresonancia del piezoresonador.

El haber obtenido estos modelos circuitales nos permitirá utilizar los elementos por los que hemos sustituido el modelo de Mason, es decir, el condensador paralelo y el resonador LC serie, como elementos que conforman un filtro pasabanda, tal como veremos en el capítulo 0.

## Capítulo 5

# Diseño sistemático de filtros con CRF

En este capítulo estudiaremos primero cuál es la teoría clásica de filtros. Para esto nos ayudaremos de [10]. Una vez conozcamos cual es el procedimiento habitual para la obtención de filtros, adaptaremos la teoría a los elementos circuitales equivalentes que obtuvimos en el capítulo 0 para realizar filtros basados en resonadores de onda acústica. Nuestros filtros, CRF, incorporan un acoplamiento acústico entre los piezoresonadores.

De esta forma conseguiremos filtros pasobanda mediante CRF de orden 2 y orden 4. El desarrollo del filtro de orden 4 será replanteado de nuevo en el próximo capítulo utilizando CRF asimétricos para introducir ceros de transmisión en la respuesta.

### 5.1 Teoría clásica de filtros

El primer paso para el diseño de filtros se basa en realizar un prototipo pasobajo con elementos concentrados. Veremos como después del desarrollo tendremos oportunidad de sustituir estos elementos concentrados por los del modelo equivalente para el CRF.

Existen diferentes tipos de prototipos pasobajo, dependiendo del tipo de filtro que se va a realizar. Los más sencillos serán los Butterworth y los Chebyshev, que comparten prototipo. Ambos poseen los ceros de transmisión en el infinito, y su diferencia estriba en la posición de los polos en el plano complejo. Si observamos la Figura 5.1, vemos como los polos en el semiplano complejo para el caso Butterworth (a) forman una circunferencia, mientras que para el caso Chebyshev (b) forman una elipse.

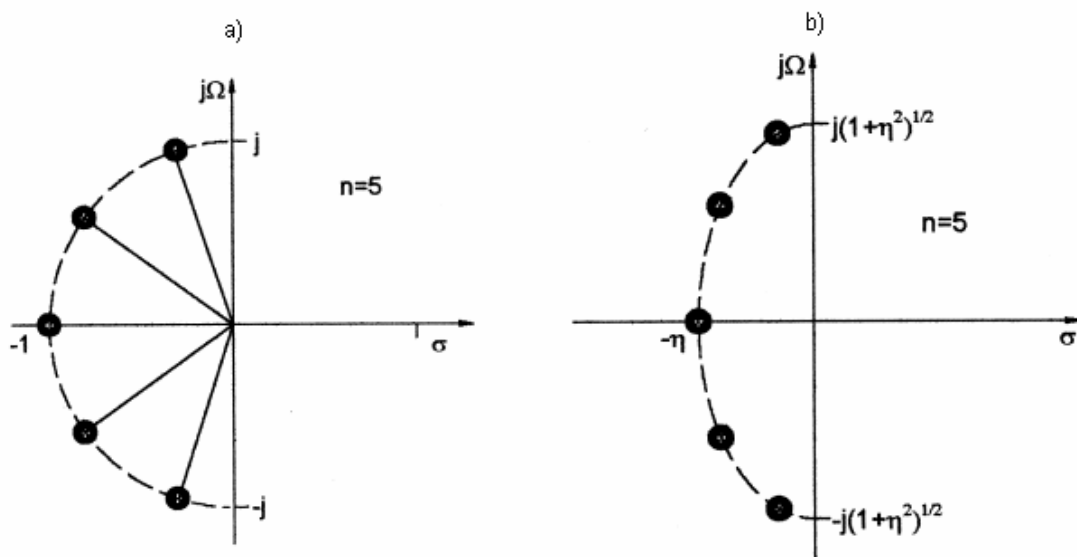


Figura 5.1. Semiplano complejo para un filtro Butterworth (a) y para un filtro Chebyshev (b), ambos de orden 5 [10]

La respuesta de estos tipos de filtros en el prototipo pasobajo será diferente debido a la posición de los polos. Observando la Figura 5.2a, donde se muestra la atenuación respecto frecuencia del prototipo, vemos como la respuesta en la banda de paso es plana. Por este motivo los filtros de tipo Butterworth también se denominan filtros maximalmente planos. En la Figura 5.2b vemos como los filtros de Chebyshev se caracterizan por tener un rizado constante en la banda de paso. Este rizado provoca que la pendiente de la respuesta sea mucho más aguda al final de la banda de paso. Es por este motivo que los filtros Chebyshev tienen un mayor rechazo que los Butterworth a la misma distancia en frecuencia.

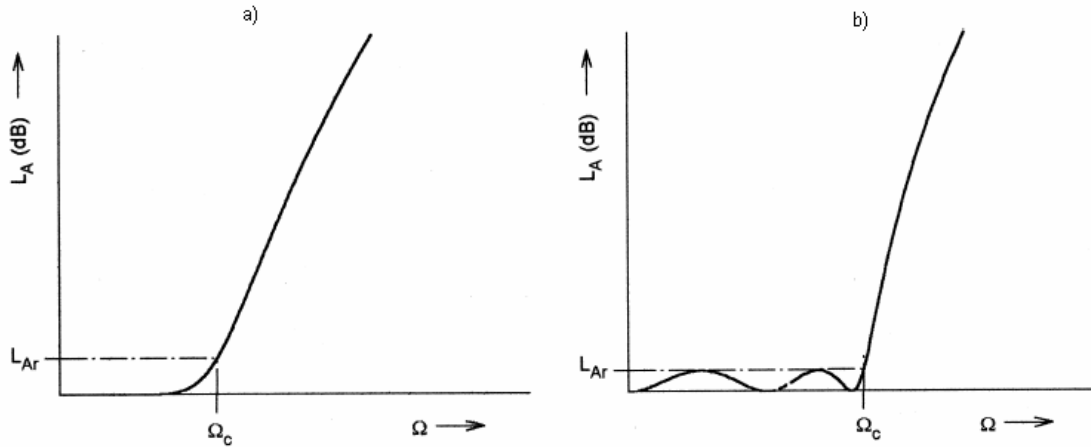


Figura 5.2. Atenuación de un filtro Butterworth (a) y de un Chebyshev (b) [10]

El prototipo pasobajo para un filtro Chebyshev o Butterworth es el que se muestra en la Figura 5.3. El prototipo pasobajo se define como aquel que tiene los valores de sus elementos normalizados para tener una impedancia de fuente igual a 1 ( $g_0=1$ ) y una frecuencia de corte angular también a 1 ( $\Omega_c=1$ ). Vemos como el prototipo pasobajo se realiza colocando tantos condensadores en paralelo y bobinas serie como el valor del orden del filtro. Es indistinto comenzar colocando bobinas o condensadores. El valor de estos elementos discretos se puede calcular según unas formulas u obtener directamente de unas tablas, ver anexo.

El siguiente paso será realizar una transformación frecuencial y de impedancias para obtener las características frecuenciales y los valores de los elementos. La transformación frecuencial que llevaremos a cabo será la de un filtro pasobanda, ya que para este caso aparecen elementos L y C, y de esta forma aprovecharemos la aproximación de los CRF por un resonador LC.

La transformación frecuencial será

$$\Omega = \frac{\Omega_c}{FBW} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (5.1)$$

donde FBW será el ancho de banda fraccional,  $\omega_0$  la frecuencia central del filtro y  $\omega_1$  y  $\omega_2$  las frecuencias de corte pasobanda. La relación entre estos parámetros es

$$FBW = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad (5.2)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad (5.3)$$

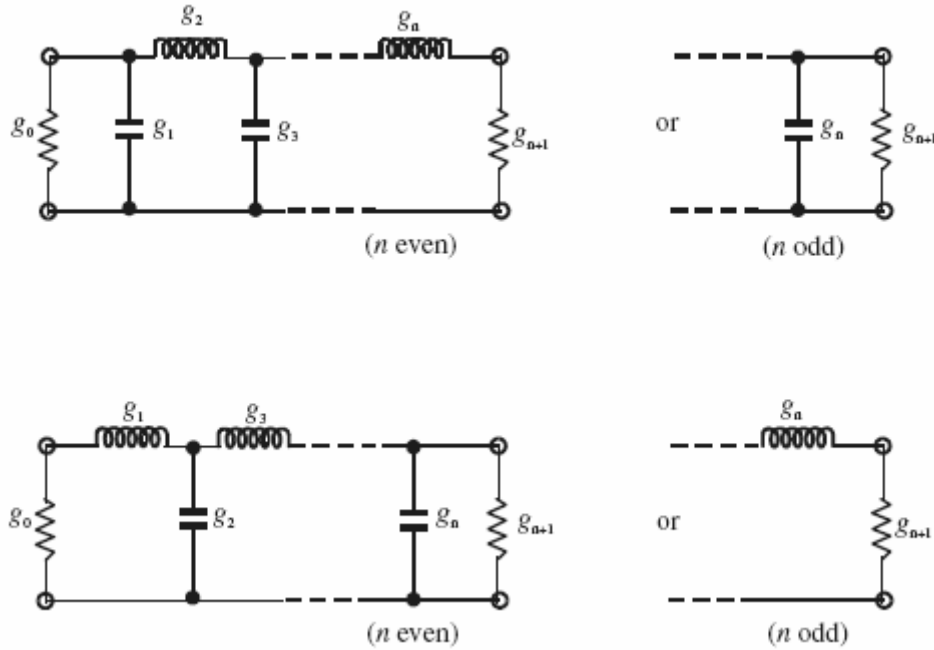


Figura 5.3. Prototipo pasabajo de un filtro Butterworth o Chebyshev

De esta forma, los elementos que antes figuraban en nuestro prototipo pasabajo ahora se convertirán en lo siguiente:

- Los condensadores paralelo se convertirán en un resonador LC paralelo en paralelo con la estructura. Los valores de estos elementos en paralelo serán

$$C_p = \left( \frac{\Omega_c}{FBW \cdot \omega_0} \right) \frac{g}{\gamma_0} \quad (5.4)$$

$$L_p = \frac{1}{\omega_0^2 C_p} \quad (5.5)$$

- Las bobinas serie se convertirán en un resonador LC serie en serie con la estructura. Sus valores quedarán como

$$L_s = \left( \frac{\Omega_c}{FBW \cdot \omega_0} \right) \gamma_0 g \quad (5.6)$$

$$C_s = \frac{1}{\omega_0^2 L_s} \quad (5.7)$$

donde  $\gamma_0$  representa en este caso la impedancia característica.

Esto lo podemos considerar un escalado en impedancias, ya que las impedancias de fuente y de carga serán multiplicadas por la impedancia característica del circuito. Así pues, el prototipo pasabajo de la Figura 5.3 pasará a convertirse en el circuito mostrado en la Figura 5.4.

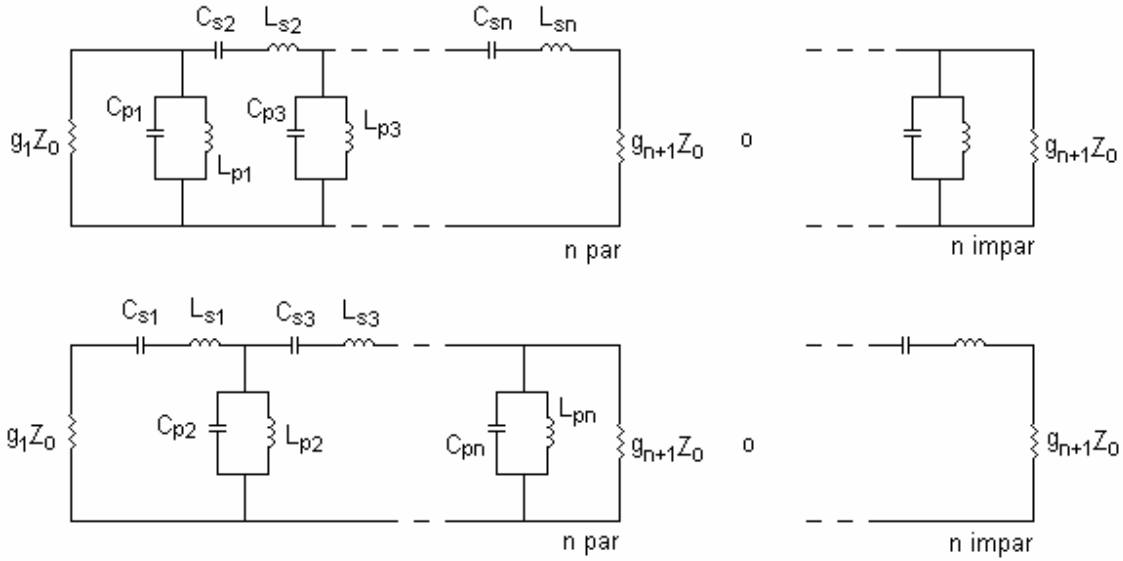


Figura 5.4. Prototipo con transformación frecuencial y de impedancias realizadas

En estos momentos nuestra estructura consta de resonadores LC serie y paralelo de forma consecutiva. A nosotros nos interesa que todos los resonadores sean de un mismo tipo, preferiblemente serie porque es lo que se asemeja más al modelo equivalente del CRF obtenido en el apartado 4.1.2.

El método para transformar los resonadores consiste en introducir inversores de impedancias [9], de modo que al desplazarlos sobre un resonador, éste pasa de paralelo a serie o de serie a paralelo. Es destacable citar que se puede trabajar con inversores de impedancias de varias maneras: Una, mantener los resonadores iguales y variar los inversores de impedancias. Dos, mantener iguales los inversores de impedancias y variar los resonadores. Y tres, una mezcla de las dos opciones anteriores, en que ni resonadores ni inversores de impedancias son fijos. Nosotros optaremos por la primera alternativa, de forma que todos los resonadores piezoeléctricos sean idénticos y solo debamos tratar con distintos valores de acoplamiento.

El esquema resultado de insertar inversores de impedancias en la Figura 5.4 es:

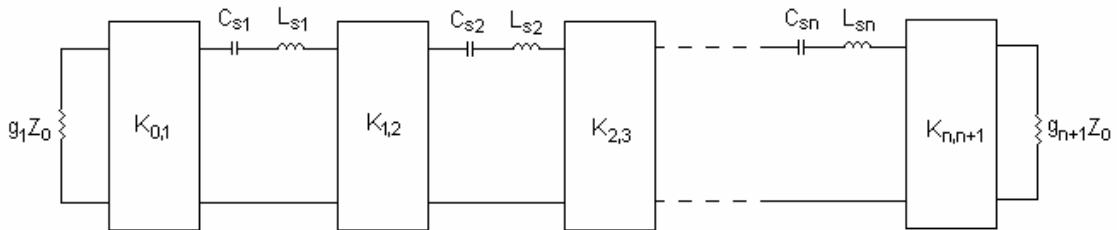


Figura 5.5. Esquema circuito pasobanda con inversores de impedancia

Los valores de los inversores de impedancias serán:

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{Z_0 FBW \omega_0 L_{s1}}{\Omega_c g_0 g_1}} \quad (5.8)$$

$$K_{i,i+1} = \frac{FBW \cdot \omega_0}{\Omega_c} \sqrt{\frac{L_{si} L_{s(i+1)}}{g_i g_{i+1}}} \quad (5.9)$$

$$K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{Z_{n+1} FBW \omega_0 L_{sn}}{\Omega_c g_n g_{n+1}}} \quad (5.10)$$

A partir de estas ecuaciones se pueden controlar algunas de las características del filtro. FBW y  $\omega_0$  serán especificaciones del filtro, los valores de los coeficientes del filtro ( $g$ ) se obtendrán de las tablas, y las bobinas y condensadores se obtendrán a partir de estos parámetros y las ecuaciones (5.4), (5.5), (5.6) y (5.7).

## 5.2 Diseño sistemático de filtros de orden 2 con CRF simétrico

A continuación, siguiendo los pasos a donde nos ha llevado la teoría clásica de filtros, realizaremos un filtro pasobanda Chebyshev de orden 2 mediante la construcción de un CRF.

A la hora de realizar los CRF debemos plantearnos, en primer lugar, la posición de los elementos que forman el modelo circuital equivalente ya presentado en la Figura 4.4. En el caso del CRF de orden 2 el esquema para el filtro pasobanda según la teoría clásica de filtros será:

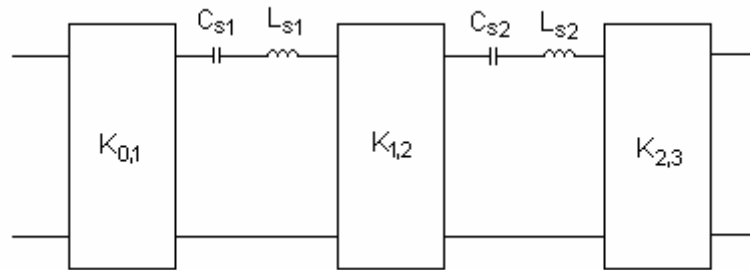


Figura 5.6. Esquema del filtro pasobanda según la teoría clásica para el CRF de orden 2

Los resonadores LC se implementarán según el modelo equivalente que presenta un resonador serie LC por cada lámina de material piezoeléctrico. Cuanto más pequeño sea el ancho de banda del filtro mejor será la aproximación que realizamos en el apartado 4.1.2, ya que dijimos que el modelo se comportaría linealmente cerca de una cierta frecuencia. El inversor  $K_{1,2}$  será un inversor de impedancias acústico ya que a él están conectados los puertos acústicos del primer y del segundo piezoresonador. El siguiente paso será implementar los inversores de impedancias de la entrada y la salida, aprovechando la presencia de un condensador paralelo en el modelo equivalente [9].

Estos inversores de impedancias de los extremos se pueden realizar mediante una T de condensadores como la de la siguiente figura:

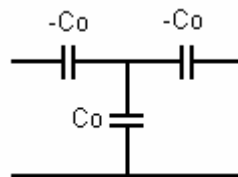


Figura 5.7. Inversor de impedancias formado por T de condensadores

Si comparamos la matriz ABCD de la T de condensadores (expresión (5.11)) con la matriz ABCD de un inversor de impedancias (expresión (5.12)) vemos que se tiene que cumplir (5.13).

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{j\omega C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{j\omega C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{j}{\omega C} \\ j\omega C & 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & jK \\ \frac{j}{K} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$K = \frac{1}{\omega C} \quad (5.13)$$

Para poder implementar la T de condensadores descrita y que en nuestro filtro no quede afectado el diseño inicial deberemos introducir un condensador en serie del mismo valor que el condensador negativo, pero signo opuesto. Este condensador afectará al valor del resonador LC del modelo equivalente. De esta forma el circuito de la Figura 5.6 pasará a ser:

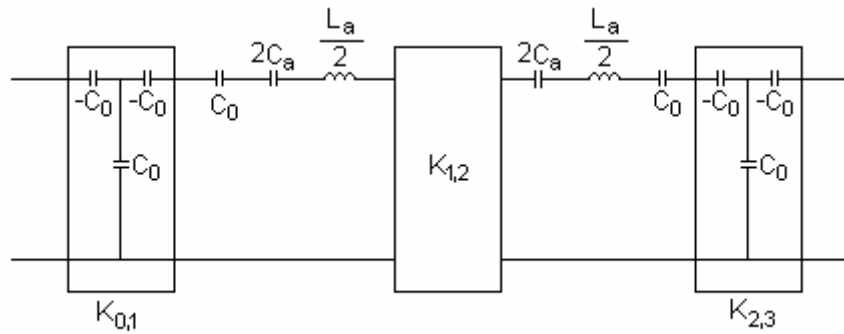


Figura 5.8. Circuito equivalente del CRF simétrico con inversores implementados

En un filtro pasobanda, los resonadores por los que esta formado deben resonar a la frecuencia central del filtro, que en este caso será:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{L_a}{2} \frac{2C_a C_0}{2C_a + C_0}}} \quad (5.14)$$

Esta condición nos proporcionará una ecuación de diseño al introducir (4.27), (4.28) y (4.29) en (5.14) y es que la frecuencia de antiresonancia de los piezoresonadores deberá ser la frecuencia central del filtro:

$$f_a = f_0 \quad (5.15)$$

Volviendo a los inversores de impedancias laterales vistos anteriormente hemos visto que  $K_{01}$  se expresa como (5.8) y que se tiene que cumplir (5.13), con lo que podemos plantear otra igualdad, (5.16), en la que si introducimos (4.27), (4.29) y (5.15) podremos aislar el área del piezoresonador como queda en (5.17), obteniendo la segunda ecuación de diseño. Este es buen momento para comentar que el condensador negativo externo de



la T de condensadores es despreciado, ya que una red de condensadores en L puede ser una buena aproximación a la red en T

$$\frac{1}{\omega_0 C_{01}} = \sqrt{\frac{Z_0 FBW \omega_0 \frac{L_a}{2}}{\Omega_c g_0 g_1}} \quad (5.16)$$

$$A = \frac{2e^2 g_0 g_1}{f_0^2 Z_0 FBW \pi^3 Z_{acus} \epsilon^2} \quad (5.17)$$

Finalmente, el único parámetro del que nos queda conocer su valor es el acoplamiento acústico,  $k_{coup}$ . Este acoplamiento acústico se corresponderá con  $K_{12}$  para este caso del CRF básico, cuya expresión hemos visto en (5.9). Si introducimos la formula de  $L_a$  vista en (4.27) obtendremos que  $k_{coup}$  tendrá un valor de

$$k_{coup} = \frac{\pi FBW \cdot Z_{acus} A}{2\sqrt{g_1 g_2}} \quad (5.18)$$

Llegados a este punto ya disponemos de las ecuaciones de diseño para realizar un filtro Chebyshev mediante resonadores piezoeléctricos. Ahora disponemos de dos ecuaciones de diseño con las que obtendremos el área y el grosor de las láminas de material (a partir de la frecuencia de antiresonancia). Por otra parte, también conocemos el acoplamiento acústico que deberá ofrecer el conjunto de capas de acoplamiento acústico.

En la Tabla 5.1 se muestran los requisitos del filtro que diseñaremos, mientras que en la Tabla 5.2 se muestran los parámetros que resultan de aplicar las ecuaciones de diseño.

Parámetro	Valor
Orden	2
$f_0$	2.5 GHz
FBW	0.01
Impedancia de fuente y de carga	50 $\Omega$
Rizado	3 dB

Tabla 5.1. Requisitos del filtro a realizar

Parámetro	Valor
$f_a$	2.5 GHz
A	$4.504 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$
$k_{coup}$	0.203

Tabla 5.2. Parámetros de diseño del filtro

Para corroborar el buen funcionamiento del filtro Chebyshev mediante CRF simétrico de orden 2, se muestra en la simulación el filtro realizado con CRF y un filtro ideal Chebyshev con elementos discretos. Los esquemáticos de la simulación y sus parámetros se pueden observar en la Figura 5.9.

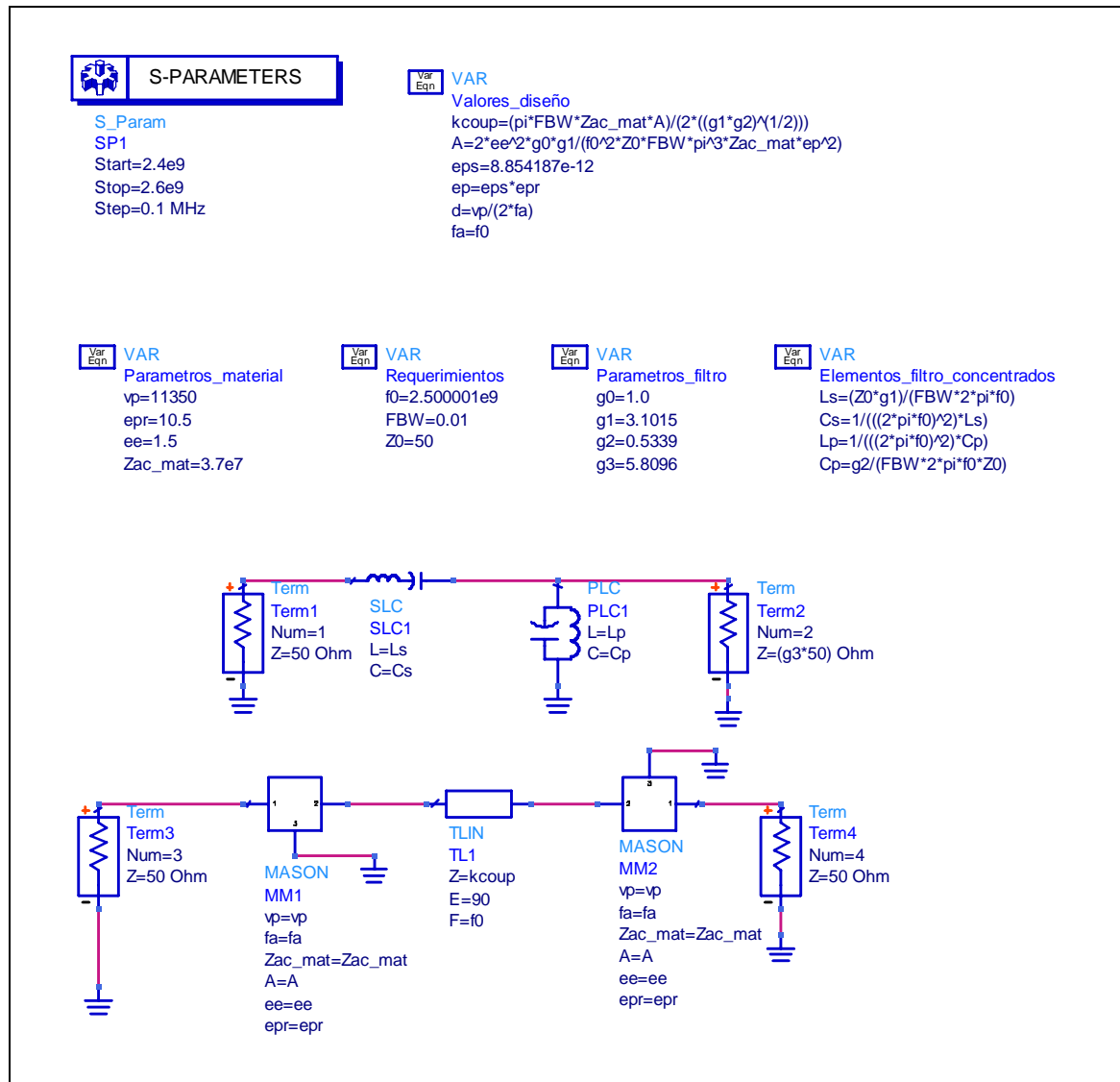


Figura 5.9. Esquemático del filtro realizado con CRF simétrico

Podemos apreciar en la Figura 5.10 como ambos filtros coinciden perfectamente a lo largo de la banda de paso. Las pérdidas de inserción son despreciables y el rizado de 3 dB cumple con lo especificado.

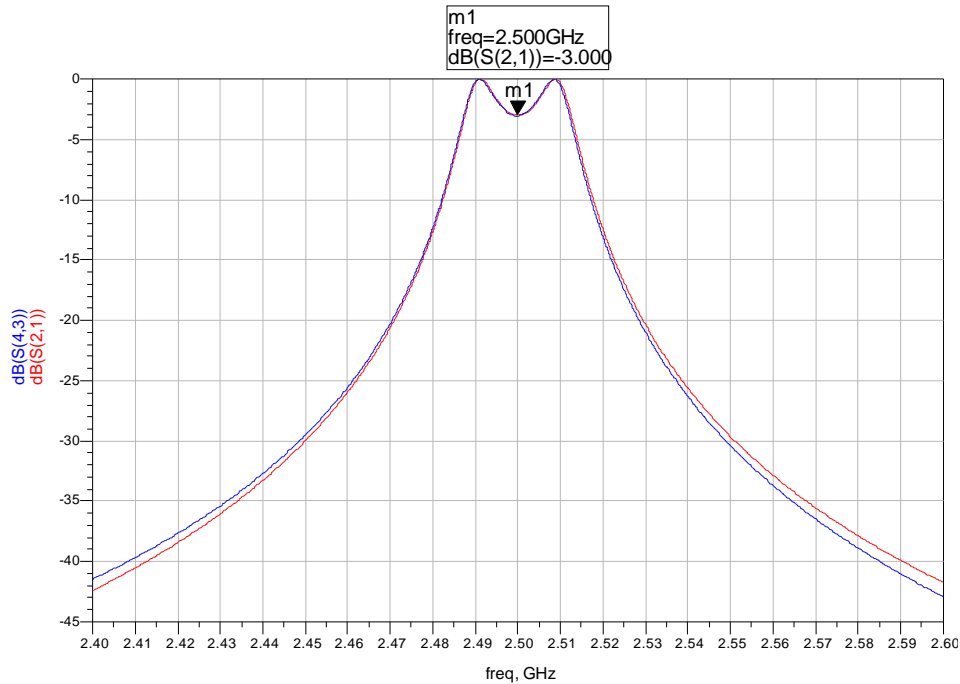


Figura 5.10. Respuesta del CRF de orden dos (azul) y del Chebyshev ideal (rojo)

### 5.3 Diseño sistemático de filtros de orden 4 con CRF simétrico

Una vez realizado el filtro de orden 2 con CRF simétrico, daremos un paso más, para realizar un filtro de orden 4 usando dos etapas de CRF simétrico de dos polos cada una con acoplamientos eléctricos y acústicos.

El diseño consiste en unir dos CRF simétricos mediante un acoplamiento eléctrico que implementaremos mediante una línea de transmisión. El esquema es el siguiente:

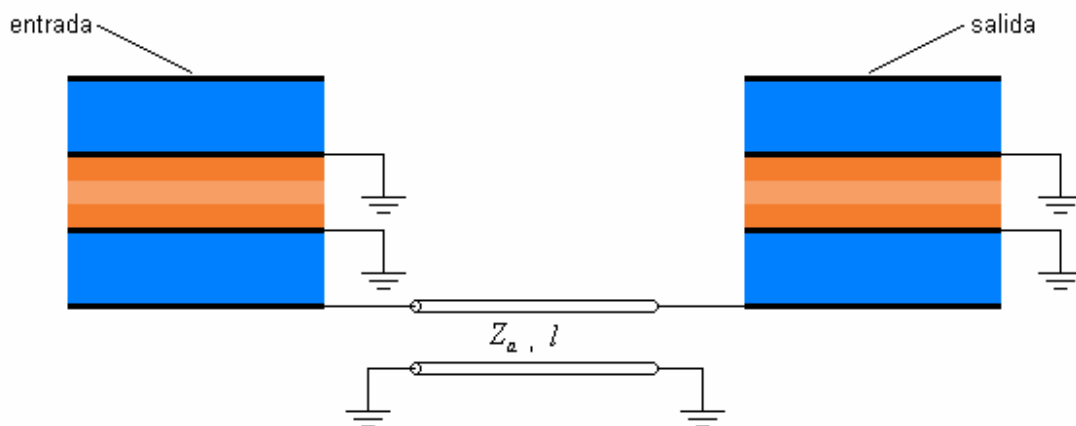


Figura 5.11. Esquema de un filtro de orden 4 con CRF

Según la imagen, podemos ver como este filtro de 4 polos está compuesto por dos etapas básicas de CRF. Dentro de cada etapa, entre los piezoresonadores, existe un

acoplo acústico. Entre ambas etapas el acoplamiento es eléctrico, ya que se ha vuelto a transformar la señal al dominio eléctrico a la salida del primer CRF básico.

Para obtener un modelo circuital de esta configuración podemos unir los modelos circuitales equivalentes de cada uno de los CRF simétricos básicos, uniéndolos mediante la línea de transmisión. El acoplo se realiza mediante este elemento debido a que es el único que unido a los condensadores intrínsecos del CRF básico puede modelar un inversor de impedancias. Observando los pasos realizados en el apartado 5.2, una vez se han añadido los condensadores de valor  $C_0$  para poder realizar los inversores de impedancia de los extremos podremos representar el circuito equivalente para el CRF de orden 4 como se muestra en la Figura 5.12. De nuevo, en el inversor de impedancias en T podremos prescindir del condensador negativo externo, de modo que en realidad tendremos un inversor en L.

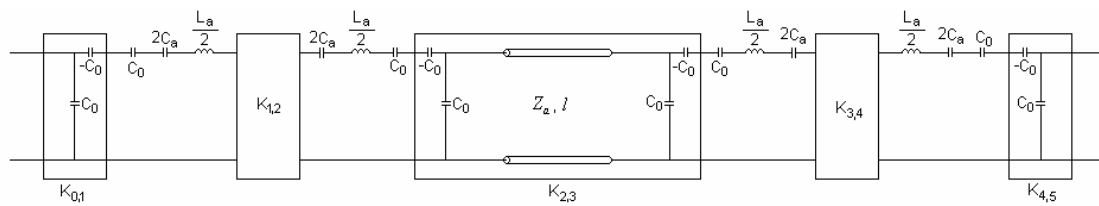


Figura 5.12. Circuito equivalente para el filtro de 4 polos de dos CRF simétricos

Ahora es el momento de obtener las ecuaciones de diseño de forma análoga a como lo hicimos para el caso del CRF básico.

Al ser los mismos resonadores LC, la frecuencia a la que resonarán (por tanto la frecuencia central del filtro) será la misma que en el caso del CRF básico: la frecuencia de antiresonancia.

$$f_0 = f_a \quad (5.19)$$

De nuevo la igualdad (5.16), que relaciona el valor del inversor de impedancias en T con el teórico, sigue siendo válida, por lo que el área de los resonadores seguirá siendo

$$A = \frac{2e^2 g_0 g_1}{f_0^2 Z_0 FBW \pi^3 Z_{acus} \epsilon^2} \quad (5.20)$$

Y el acoplo acústico se calculará de la misma manera, llegando a la ecuación (5.21). Como el circuito es simétrico, el acoplo acústico de la primera etapa será igual al de la segunda etapa.

$$k_{coup} = \frac{\pi FBW \cdot Z_{acus} A}{2\sqrt{g_1 g_2}} \quad (5.21)$$

El único nuevo aspecto cuyas características deberemos calcular serán los parámetros de la línea de transmisión que realizará el acoplamiento eléctrico. Debemos entender el bloque de  $K_{2,3}$  como un inversor de impedancias, de modo que el producto de matrices ABCD de los elementos de su interior debe ser igual a la matriz ABCD de un inversor de impedancias. El coeficiente de acoplamiento K será el calculado según (5.9) para  $K_{2,3}$ . La matriz ABCD de un inversor de impedancias, aunque se ha visto con anterioridad, es la de (5.22). El producto de las matrices ABCD que conformarán el inversor de impedancias será (5.23).

$$\begin{bmatrix} 0 & jK \\ \frac{j}{K} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j\omega C_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{j\omega C_0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_a \sin \beta l \\ \frac{j}{Z_a} \sin \beta l & \cos \beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{j\omega C_0} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j\omega C_0 & 1 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} -\frac{\sin \beta l}{Z_a \omega C_0} - \cos \beta l & -j \frac{\sin \beta l}{Z_a \omega^2 C_0^2} \\ j \left( 2\omega C_0 \cos \beta l + \left[ \frac{1 - \omega^2 C_0^2 Z_a^2}{Z_a} \right] \sin \beta l \right) & j \left( \omega C_0 \cos \beta l + \frac{\sin \beta l}{Z_a} \right) \end{bmatrix} \quad (5.23) \end{aligned}$$

Al igualar (5.22) y (5.23) se obtienen las siguientes dos expresiones:

$$K = -\frac{\sin \beta l}{Z_a \omega^2 C_0^2} \quad (5.24)$$

$$\cos \beta l = -\frac{\sin \beta l}{Z_a \omega C_0} \quad (5.25)$$

De forma que, si resolvemos el sistema que forman (5.24) y (5.25), encontraremos la longitud eléctrica de la línea ( $\beta l$ ) y su impedancia característica ( $Z_a$ ):

$$\beta l = \cos^{-1}(K \omega C_0) \quad (5.26)$$

$$Z_a = \frac{-\sin \beta l}{K \omega^2 C_0^2} \quad (5.27)$$

Notemos como la longitud eléctrica  $\beta l$  será un valor negativo para que  $Z_a$  sea un valor real.

Podemos añadir estas dos ecuaciones a las ecuaciones de diseño que necesitamos para realizar el Chebyshev de orden 4 mediante CRF. Una vez conocemos la impedancia característica y la longitud eléctrica de la línea de transmisión conocemos como obtener todos los parámetros de diseño, de forma que pasaremos a realizar la simulación de un filtro de 4 polos con este método.

Las especificaciones del filtro serán las de la Tabla 5.3:

Parámetro	Valor
Orden	4
$f_0$	2.5 GHz
FBW	0.001
Impedancia de fuente y de carga	50 $\Omega$
Rizado	0.1 dB

Tabla 5.3. Requisitos del filtro a realizar

Parámetro	Valor
$f_a$	2.5 GHz
$A$	$1.61 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
$k_{\text{coup}}$	0.065
$\beta l_{LT}$	$-89.19^\circ$
$Z_{aLT}$	$68.56 \Omega$

Tabla 5.4. Parámetros de diseño del filtro

El esquemático que se ha simulado en ADS para comparar el funcionamiento del Chebyshev de 4 polos mediante CRF con el Chebyshev con elementos ideales es el siguiente:

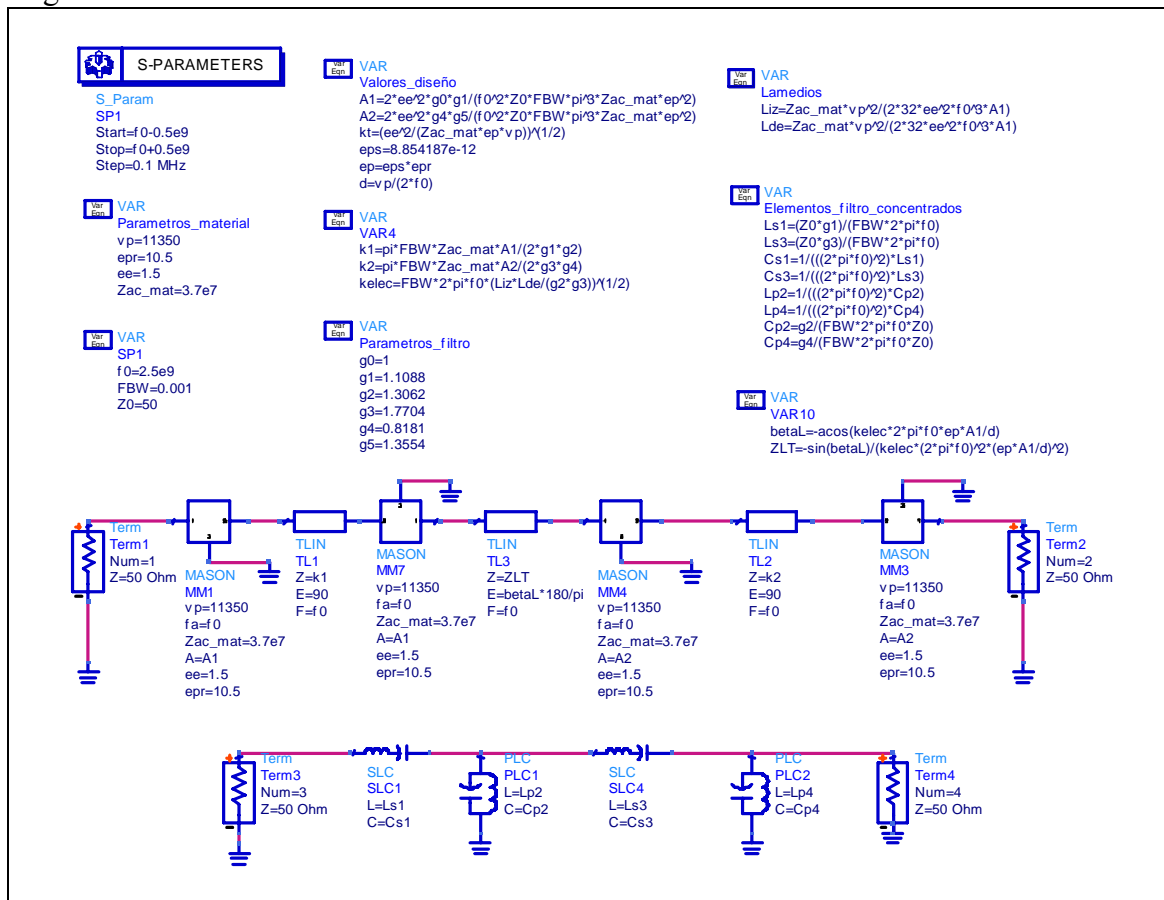


Figura 5.13. Esquemático del Chebyshev de orden 4

Para este filtro de orden 4 hemos reducido el ancho de banda debido a que así el funcionamiento será mejor. Esto se debe a que al aumentar el orden del filtro la aproximación que hicimos de  $Z_a$  en el apartado 4.1.2 deja de ser tan precisa a una cierta distancia frecuencial. El resultado de la simulación se muestra en la siguiente captura:

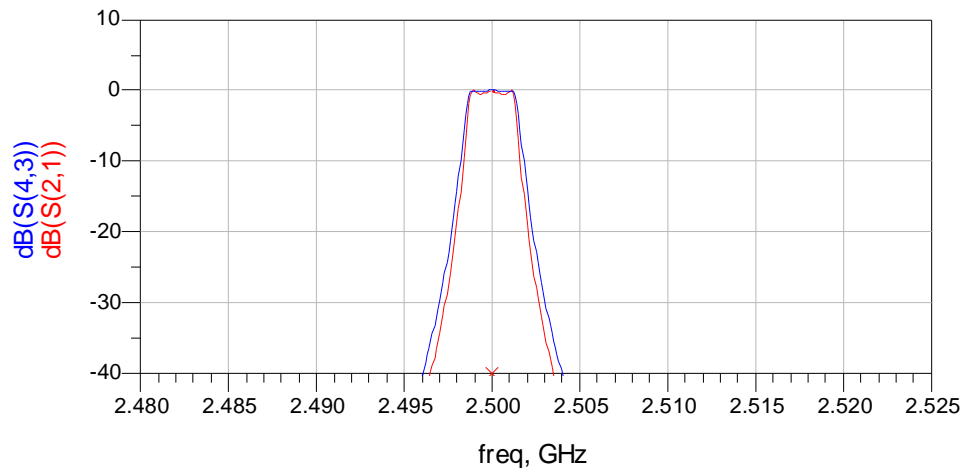


Figura 5.14. Respuesta del filtro de orden 4 realizado con CRF (rojo) y con elementos ideales (azul)

La respuesta en la banda de paso es muy similar a la ideal, mientras que fuera de esta el rechazo es algo mayor para el filtro diseñado con CRF, lo cual no perjudica el comportamiento. Este tipo de respuesta, tan estrecha, y con un rechazo fuera de banda tan alto puede ser muy útil en aplicaciones donde existen muchos canales y estos tienen poca separación entre sí.

## 5.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se ha desarrollado la teoría clásica para el diseño de filtros pasobanda y la hemos adaptado a los elementos de que disponemos en el modelo equivalente de un CRF, de forma que podamos disponer de un conjunto de etapas LC serie y así poderlas sustituir por nuestros piezoresonadores.

De esta forma hemos conseguido realizar un filtro Chebyshev de orden 2 con CRF, lo cual mantiene las prestaciones y nos beneficia en lo que respecta al tamaño del dispositivo resultante.

Para el filtro de orden 4 también hemos desarrollado un método cerrado de diseño que permite mejorar las prestaciones significativamente respecto otros órdenes. Aunque el aumento de dimensiones que conlleva un filtro de este orden es relativamente grande debemos tener en cuenta que hablaremos de dimensiones del orden de pocos  $\mu\text{m}^2$ .





## Capítulo 6

# Diseño de filtros con CRF asimétricos

Para cerrar el trabajo, en este último capítulo veremos un posible método para realizar un filtro con un par de ceros de transmisión. Este método está basado en sustituir los CRF simétricos por CRF asimétricos. Esto puede hacer que mejoren las prestaciones de los filtros realizados anteriormente, proporcionando un mayor rechazo fuera de banda. En concreto veremos que sucede al realizar estos cambios en el filtro de orden 4 del capítulo 0.

### 6.1 Filtro de orden 4 con CRF asimétrico

Anteriormente realizamos un filtro de cuatro polos uniendo dos etapas de CRF simétrico. Podríamos realizar el mismo proceso, pero en lugar de unir dos etapas CRF simétricas, poniendo dos etapas de CRF asimétrico. De esta forma obtenemos un filtro de orden 4 con un par de ceros de transmisión que permiten mejorar el rechazo fuera de banda.

El esquema del conjunto sería igual al del caso de resonadores simétricos, salvo que los resonadores que se encuentran junto a la entrada y la salida del filtro tendrán un mayor área:

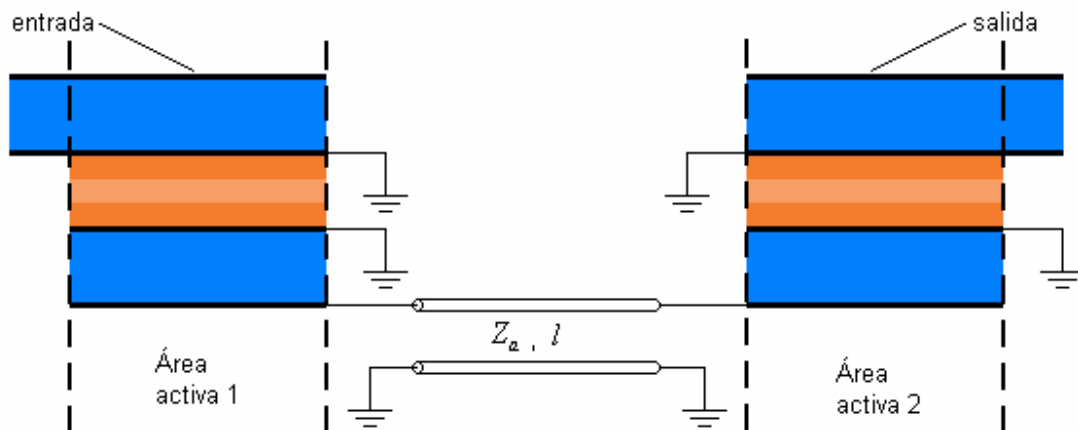


Figura 6.1. Filtro de 4 polos con CRF asimétricos

Según explicamos anteriormente, el modelo equivalente para un CRF asimétrico es similar que el de un CRF simétrico con la particularidad de que hemos de añadir un resonador LC serie en paralelo y un condensador debido al área no activa, tanto en la entrada como en la salida como muestra el esquema de la Figura 6.1. Estos resonadores provocan los ceros de transmisión en la respuesta del filtro. Veamos como quedaría el circuito equivalente para este caso:

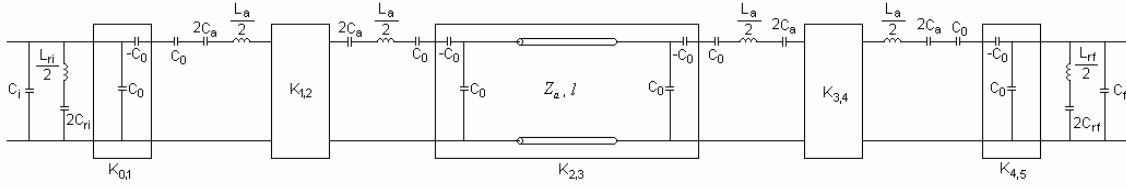


Figura 6.2. Circuito equivalente para un filtro de orden 4 con dos etapas de CRF asimétrico

A la hora de realizar este circuito equivalente no hemos colocado los transformadores de la entrada de las etapas asimétricas para simplificar el conjunto. En principio esto no afecta porque el área y grosor de todos los resonadores del área activa será el mismo según las ecuaciones de diseño. Vemos como para este caso volvemos a tener una línea de transmisión que unida a los condensadores intrínsecos de las láminas de material piezoeléctrico formarán el acoplamiento eléctrico entre las dos etapas de CRF. Los elementos correspondientes a los resonadores que introducen los ceros de transmisión son  $L_{ri}/2$ ,  $2C_{ri}$ ,  $L_{rf}/2$  y  $2C_{rf}$ , mientras que los condensadores que existen junto a ellos, también provocados por las asimetrías son  $C_i$  y  $C_f$ . Las ecuaciones para calcular sus valores serán las mismas que vimos en el momento de desarrollar el circuito equivalente para el CRF asimétrico, pero debemos tener en cuenta que es posible que el área no activa no sea la misma para las dos etapas y el grosor tampoco coincida:

$$C_i = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A_{T1} - A_A}{d_i} \quad (6.1)$$

$$C_f = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A_{T2} - A_A}{d_f} \quad (6.2)$$

$$L_{ri} = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 \frac{1}{C_i \omega_{a,i}^2} \quad (6.3)$$

$$C_{ri} = \frac{4}{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 - 8} C_i \quad (6.4)$$

$$L_{rf} = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 \frac{1}{C_f \omega_{a,f}^2} \quad (6.5)$$

$$C_{rf} = \frac{4}{\left( \frac{\pi}{k_t} \right)^2 - 8} C_f \quad (6.6)$$

donde  $A_{T1}$  y  $A_{T2}$  serán el área total de la primera y segunda etapa de CRF asimétrico,  $d_i$  y  $d_f$  serán el grosor de la zona no activa para cada una de las etapas,  $C_i$  y  $C_f$  serán los condensadores que aparecen al inicio y al final del filtro, también provocados por las asimetrías, y  $\omega_{a,i}$  y  $\omega_{a,f}$  serán las frecuencias angulares de antiresonancia de cada etapa asimétrica.

En la realización de este filtro nos interesa poder colocar los ceros a unas frecuencias concretas que permitan aumentar el rechazo fuera de banda. Para eso, asignaremos unas frecuencias de antiresonancia para la sección asimétrica de cada etapa. Hemos de tener en cuenta que los resonadores acústicos deberán tener todos una frecuencia de antiresonancia igual a la frecuencia central del filtro según la condición (5.15), que sigue siendo vigente, y que por lo tanto el grosor de sus áreas no activas será distinto al del área activa. Esta diferencia de grosores plantea una serie de problemas en la fabricación de este tipo de dispositivos, ya que las técnicas de fabricación aún se están perfeccionando para estos resonadores y no se puede afirmar a día de hoy que sea viable realizar este tipo de filtros.

Los ceros de transmisión aparecerán a la frecuencia de resonancia del resonador LC serie en paralelo. Habiendo simulado en distintas condiciones, para un FBW=0.01 lo óptimo parece situar los ceros de transmisión un 2% por encima y por debajo de la frecuencia central del filtro. A partir de estas características y reescribiendo (4.40) como (6.7) podremos conocer la frecuencia de antiresonancia de la lámina, y por lo tanto su grosor.

$$f_a = f_{0TX} \sqrt{\frac{\left(\frac{\pi}{k_t}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{k_t}\right)^2 - 8}} \quad (6.7)$$

Ya que las diferencias entre el filtro que nos ocupa y el realizado en el apartado 5.3 son los resonadores de la entrada y la salida y sus condensadores asociados, todos los parámetros de diseño que tuvimos que resolver para el caso simétrico, incluido la línea de transmisión que realiza el acoplo eléctrico, se calcularán de la misma manera.

A continuación plantearemos las ecuaciones de diseño para el filtro de orden 4 compuesto por dos etapas de CRF asimétrico.

$$f_a = f_0 \quad (6.8)$$

$$A = \frac{2e^2 g_0 g_1}{f_0^2 Z_0 FBW \pi^3 Z_{acus} \epsilon^2} \quad (6.9)$$

$$k_{coup} = \frac{\pi FBW \cdot Z_{acus} A}{2\sqrt{g_1 g_2}} \quad (6.10)$$

$$\beta l = \cos^{-1} (K_{23} \omega C_0) \quad (6.11)$$

$$Z_a = -\frac{\sin \beta l}{K_{23} \omega^2 C_0^2} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned} f_{0TX1} &= 0.98 \cdot f_0 \\ f_{0TX2} &= 1.02 \cdot f_0 \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$f_{a_{asim}} = f_{0TX} \sqrt{\frac{\left(\frac{\pi}{k_t}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{k_t}\right)^2 - 8}} \quad (6.14)$$

El filtro que realizaremos para comprobar la validez de este método de diseño tendrá las características que podemos ver en Tabla 6.1, mientras que los parámetros de diseño que se obtienen están en la Tabla 6.2.

Parámetro	Valor
Orden	4
$f_0$	2.5 GHz
FBW	0.01
Impedancia de fuente y de carga	50 $\Omega$
Rizado	0.1 dB
$f_{0TX1}$	2.45 GHz
$f_{0TX2}$	2.55 GHz

Tabla 6.1. Requisitos del filtro a realizar

Parámetro	Valor
$f_a$	2.5 GHz
A	$1.61 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
$k_{coup}$	0.065
$\beta l_{LT}$	$-81.907^\circ$
$Z_{aLT}$	67.891 $\Omega$
$f_{a-res1}$	2.509 GHz
$f_{a-res2}$	2.612 GHz
$A_{res1}$	$1.61 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$
$A_{res2}$	$3.22 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$

Tabla 6.2. Parámetros de diseño del filtro

$f_{a-res1}$  y  $A_{res1}$  representan la frecuencia de antiresonancia y el área de la sección de piezoeléctrico que no forma parte del área activa de la primera etapa de CRF asimétrico, mientras que  $f_{a-res2}$  y  $A_{res2}$  son los de la segunda etapa de CRF asimétrico. Las áreas de los resonadores asimétricos se han obtenido por optimización, de forma que los ceros de transmisión no afectaran a la banda de paso. Realizando la optimización se ha comprobado que, generalmente, para asegurar un buen funcionamiento, el área del primer resonador paralelo es mayor que la del segundo.

El esquemático que se simula mediante ADS para realizar este filtro con ceros de transmisión es:

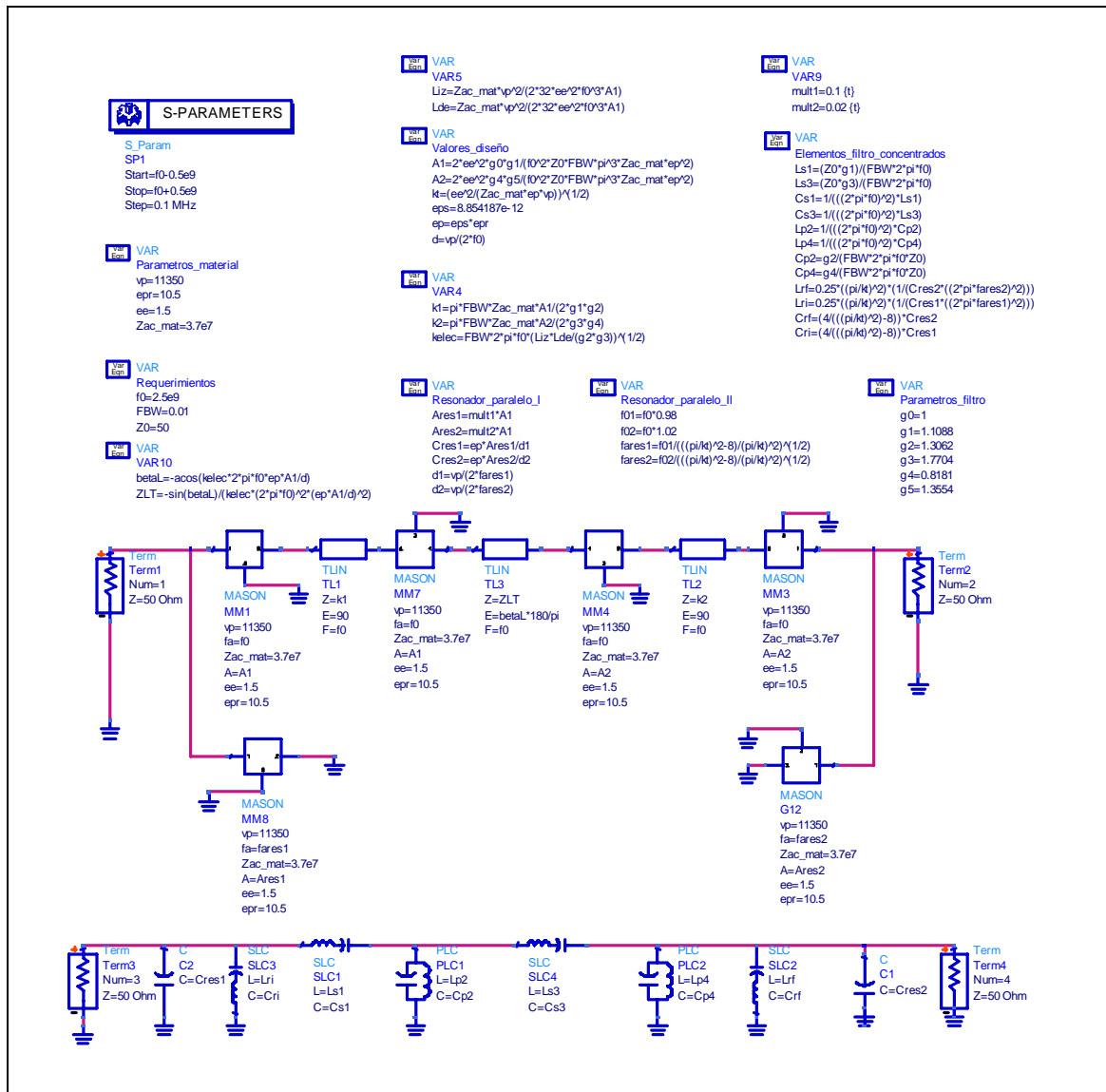


Figura 6.3. Esquemático para la simulación del filtro de 4 polos con ceros de transmisión

En la Figura 6.4 se muestra la simulación. En ella visualizamos la respuesta del filtro con los CRF asimétricos y una respuesta de un filtro Chebyshev ideal con ceros de transmisión modelados mediante resonadores LC serie. Podemos visualizar como en este caso la respuesta no es tan precisa, en comparación con la ideal, como en los filtros sin asimetrías. Esto se puede deber a que los valores obtenidos mediante la aproximación para el LC ya no están tan cerca de los reales. Además el hecho de que el filtro ya no sea simétrico debido al distinto grosor de sus resonadores en paralelo distorsiona el funcionamiento. Estas inexactitudes se ven reflejadas en aspectos como el rizado descompensado en la banda de paso y el pico junto al cero de transmisión inferior, aunque su valor queda por debajo de los -25 dB. A favor queda que los ceros de transmisión disminuyen varios dB el coeficiente de transmisión fuera de la banda.

A la vista de los resultados parece que el método para incorporar los ceros de transmisión es bueno, pero no es lo suficiente preciso, por lo que se plantea el desarrollo de un método similar como línea futura de investigación.

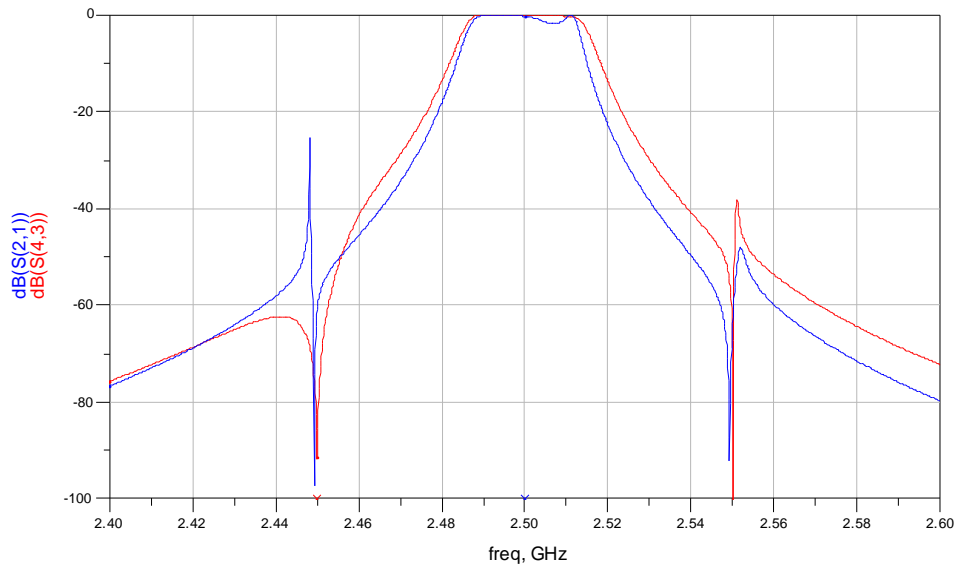


Figura 6.4. Respuesta del diseño realizado con CRF asimétricos (azul) y con elementos ideales (rojo)

## 6.2 Otras variantes con CRF asimétricos

Del mismo modo que para el filtro de dos etapas de CRF simétrico pudimos añadirle un par de ceros de transmisión, se podría realizar un método que aplicara los mismos conceptos a distintas configuraciones de CRF.

De este modo, a un CRF de orden 3 como el desarrollado en [4], podríamos añadirle un par de ceros de transmisión si aumentamos el área de sus piezoresonadores, tanto del superior como del inferior. El esquema del conjunto sería el de la Figura 6.5

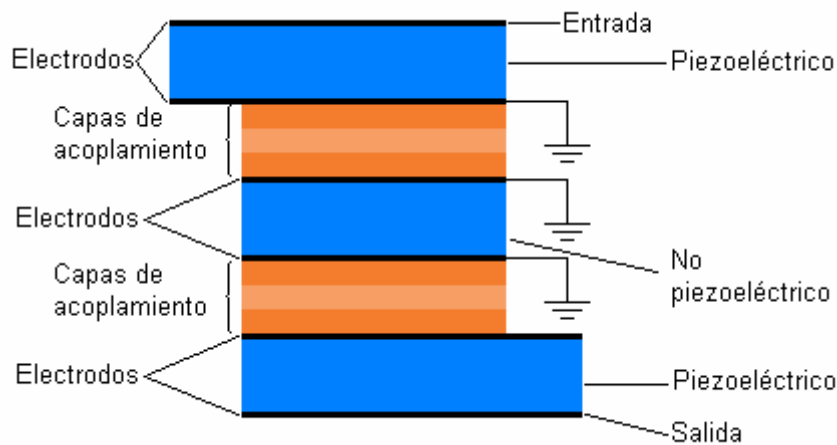


Figura 6.5. Estructura de un CRF asimétrico de orden 3

Así, como líneas de investigación futuras, además de la expuesta en el apartado anterior, se plantea el aplicar el concepto de CRF asimétricos a configuraciones como ésta u otras:

- CRF de orden 3 como el de la Figura 6.5

- Método de diseño sistemático para cualquier ancho de banda en el filtro de orden 4 del apartado 6.1
- CRF asimétrico de orden 2, que tendría una muy buena relación prestaciones/tamaño.

## 6.3 Conclusiones del capítulo

Habiendo llegado hasta este apartado vemos como la introducción de ceros de transmisión en la respuesta de los filtros puede ser beneficiosa, si bien, es posible que para conseguir un buen funcionamiento deban rehacerse algunas aproximaciones del modelo circuital de los piezoresonadores asimétricos.

En lo que a líneas futuras se refiere, parece que la introducción de etapas asimétricas puede aportar mejores prestaciones a los dispositivos. Los inconvenientes básicamente serán cómo fabricarlo, debiéndonos plantear si es óptimo sostener las secciones asimétricas sobre membrana o si se deberá plantear otro método, además de la complejidad de unir las capas de piezoresonador como ya sucedía en el CRF simple. A favor de la inclusión de asimetrías se debe decir que, a cambio de un incremento de tamaño pequeño, las prestaciones mejorarán significativamente con el par de ceros de transmisión.





## Capítulo 7

# Conclusiones

Una vez concluido el trabajo hemos visto cuales son los principios de funcionamiento de los filtros basados en resonadores de onda acústica. Además de obtener el modelo del filtro básico de onda acústica con resonadores apilados y acoplados acústicamente hemos obtenido un método para diseñar un filtro de orden 4 con acoplamientos acústicos (en cada etapa del CRF) y eléctricos (entre distintas etapas CRF). Para ello hemos asimilado los conceptos relacionados con la piezoelectricidad y se ha desarrollado detenidamente el modelo equivalente del CRF básico a partir de los modelos de Mason de las láminas de material piezoeléctrico. A partir de este desarrollo básico hemos obtenido nuestro método, apreciando las similitudes y diferencias y resolviendo los parámetros de los elementos que hemos tenido que introducir al esquema para cumplir con la teoría de filtros clásica.

Después de haber desarrollado el modelo equivalente para el CRF básico hemos desarrollado, también detenidamente, el del CRF asimétrico, que nos permitirá introducir ceros de transmisión en la respuesta de los filtros en los que se introduzca. Como último paso, hemos realizado la sustitución de los CRF simétricos del filtro de orden 4 realizado por unos CRF asimétricos que muestren la respuesta con los ceros de transmisión. Finalmente, se ha planteado la posibilidad de realizar filtros con ceros de transmisión para diferentes configuraciones de CRF.



# Bibliografía

- [1] A. Kennerley and I. Hunter, "Miniature microwave filters using high permittivity ceramics," MTT-S Symposium on Technologies for Wireless Applications Digest, pp. 135–139, Feb. 20–22, 1995.
- [2] C. Ruppel, L. Reindl, and R. Weigel, "Saw devices and their wireless communications applications," IEEE Microwave Magazine, vol. 3, pp. 65–71, 1995.
- [3] K. M. Lakin, "Thin film resonator technology," *IEEE Trans. Ultrason, Ferroelec., Freq. Contr.*, vol. 52, pp. 707–716, May 2005.
- [4] E. Corrales, "Diseño de filtros BAW basados en resonadores acoplados acústicamente" Memoria del trabajo de investigación del master en ingeniería micro y nanoelectrónica, Julio 2007
- [5] O. Menendez, P. de Paco, R. Villarino, and J. Parron, "Closed-form expressions for the design of ladder-type fbar filters" Microwave and Wireless Components Letters, IEEE, vol. 16, no. 12, pp. 657–659, Dec. 2006.
- [6] K. M. Lakin, J. Belsick, "High performance stacked crystal filters for GPS and wide bandwidth applications", Ultrasonics Symposium, vol. 1, p. 833-838, 2001.
- [7] K. M. Lakin, "Coupled Resonator Filters", Ultrasonics Symposium, p. 901-908, 2002.
- [8] K. M. Lakin, G. R. Kline, "High-Q Microwave Acoustic Resonators and Filters", IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. 41, n. 12, p. 2139-2146, Diciembre 1993.
- [9] V. Rojas, "Modelo circuital de resonadores acoplados acústicamente con geometría asimétrica", PFC, Septiembre 2008
- [10] J. S. G. Hong and M. J. Lancaster, "Microstrip Filters for RF/Microwave Applications", Ed. John Wiley & Sons, 2001.



# Anexo



## A. Constantes de materiales

A continuación se muestran los parámetros tecnológicos de los materiales que se emplean en la construcción de resonadores CRF: piezoeléctrico, electrodos, capas de acoplamiento y sustratos [9].

Tipo	Material	$\epsilon_r$ [F/m]	$e$ [A·s/m]	$Z_{acus} \cdot 10^7$ [kg/(m <sup>2</sup> ·s)]	$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	$v_p$ [m/s]
Piezoeléctrico	ZnO	3.95	1.32	3.01	5665	6080
	AlN	10.5	1.5	3.7	3260	11350
Metal	Pt	1	-	9.09	21500	4230
	Al	1	-	1.75	2700	6490
	Au	1	-	3.3	19300	1740
	Cu	1	-	3.18	8920	3570
	Ag	1	-	2.72	10490	2600
	W	1	-	9.9	19250	5174
Sustrato	SiO <sub>2</sub>	3.9	-	1.31	2200	5970
	Si	11.7	-	$8.35 \cdot 10^{-2}$	2330	8433

## B. Coeficientes prototipo pasobajo Chebyshev

De las siguientes tablas se pueden obtener los valores de los elementos del prototipo pasobajo para distintos valores de rizado [10].

For passband ripple $L_{Ar} = 0.01$ dB										
$n$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	0.0960	1.0								
2	0.4489	0.4078	1.1008							
3	0.6292	0.9703	0.6292	1.0						
4	0.7129	1.2004	1.3213	0.6476	1.1008					
5	0.7563	1.3049	1.5773	1.3049	0.7563	1.0				
6	0.7814	1.3600	1.6897	1.5350	1.4970	0.7098	1.1008			
7	0.7970	1.3924	1.7481	1.6331	1.7481	1.3924	0.7970	1.0		
8	0.8073	1.4131	1.7825	1.6833	1.8529	1.6193	1.5555	0.7334	1.1008	
9	0.8145	1.4271	1.8044	1.7125	1.9058	1.7125	1.8044	1.4271	0.8145	1.0
For passband ripple $L_{Ar} = 0.04321$ dB										
$n$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	0.2000	1.0								
2	0.6648	0.5445	1.2210							
3	0.8516	1.1032	0.8516	1.0						
4	0.9314	1.2920	1.5775	0.7628	1.2210					
5	0.9714	1.3721	1.8014	1.3721	0.9714	1.0				
6	0.9940	1.4131	1.8933	1.5506	1.7253	0.8141	1.2210			
7	1.0080	1.4368	1.9398	1.6220	1.9398	1.4368	1.0080	1.0		
8	1.0171	1.4518	1.9667	1.6574	2.0237	1.6107	1.7726	0.8330	1.2210	
9	1.0235	1.4619	1.9837	1.6778	2.0649	1.6778	1.9837	1.4619	1.0235	1.0
For passband ripple $L_{Ar} = 0.1$ dB										
$n$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	0.3052	1.0								
2	0.8431	0.6220	1.3554							
3	1.0316	1.1474	1.0316	1.0						
4	1.1088	1.3062	1.7704	0.8181	1.3554					
5	1.1468	1.3712	1.9750	1.3712	1.1468	1.0				
6	1.1681	1.4040	2.0562	1.5171	1.9029	0.8618	1.3554			
7	1.1812	1.4228	2.0967	1.5734	2.0967	1.4228	1.1812	1.0		
8	1.1898	1.4346	2.1199	1.6010	2.1700	1.5641	1.9445	0.8778	1.3554	
9	1.1957	1.4426	2.1346	1.6167	2.2054	1.6167	2.1346	1.4426	1.1957	1.0



## C. Transformaciones entre matrices de parámetros Z, Y, S y ABCD [10]

	<i>ABCD</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
$S_{11}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$
$S_{12}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$
$S_{21}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$
$S_{22}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$

(b) *ABCD* parameters in terms of *S*, *Y*, and *Z* parameters

	<i>S</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
$A$	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$
$B$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$
$C$	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{-(Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21})}{Y_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$
$D$	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$

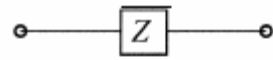
(c) *Y* parameters in terms of *S*, *ABCD*, and *Z* parameters

	<i>S</i>	<i>ABCD</i>	<i>Z</i>
$Y_{11}$	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{D}{B}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$
$Y_{12}$	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-(AD - BC)}{B}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$
$Y_{21}$	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-1}{B}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$
$Y_{22}$	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{A}{B}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$

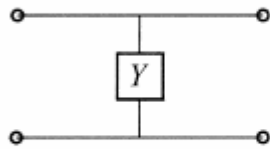
(d) *Z* parameters in terms of *S*, *ABCD*, and *Y* parameters

	<i>S</i>	<i>ABCD</i>	<i>Y</i>
$Z_{11}$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$
$Z_{12}$	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{(AD - BD)}{C}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$
$Z_{21}$	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$
$Z_{22}$	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$

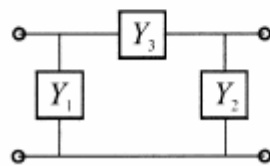
## D. Parámetros ABCD de las principales redes bipuerto [10]



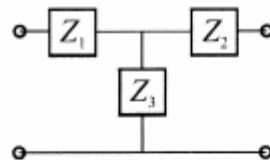
$$\begin{aligned} A &= 1 & B &= Z \\ C &= 0 & D &= 1 \end{aligned}$$



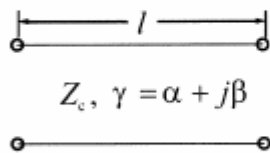
$$\begin{aligned} A &= 1 & B &= 0 \\ C &= Y & D &= 1 \end{aligned}$$



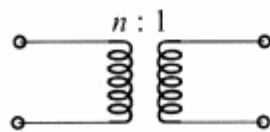
$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{Y_2}{Y_3} & B &= \frac{1}{Y_3} \\ C &= Y_1 + Y_2 + \frac{Y_1 Y_2}{Y_3} & D &= 1 + \frac{Y_1}{Y_3} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & B &= Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \\ C &= \frac{1}{Z_3} & D &= 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= \cosh \gamma l & B &= Z_c \sinh \gamma l \\ C &= \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} & D &= \cosh \gamma l \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= n & B &= 0 \\ C &= 0 & D &= \frac{1}{n} \end{aligned}$$



