

Fundamento geométrico y cinemático de la modelización teórica y experimental de deformaciones no-coaxiales.

J. CARRERAS * & F. ORTUÑO * ⁽¹⁾

Dpto. geología. Universidad Autónoma de Barcelona, Bellaterra, Barcelona

RESUMEN

La combinación de dos componentes longitudinales en condiciones de no cambio de área, con un componente de cizalla paralelo a la dirección del componente de extensión, permite generar un espectro continuo de tipos de deformación entre la cizalla pura y la cizalla simple. El grado de no coaxialidad o la vorticidad se pueden definir por el ángulo que forman entre sí las líneas de no rotación. La aplicación de sucesivos incrementos idénticos, mantiene constante la orientación de las líneas de no rotación. Sobre este principio se plantean dos vías de investigación en el campo de la génesis de estructuras de deformación dúctil en regímenes no coaxiales: la modelización analógica utilizando materiales artificiales y la modelización matemática. Las propiedades de las líneas materiales de no rotación, son utilizadas para diseñar una célula de deformación experimental que cubra todo el espectro. Adicionalmente se presentan dos ejemplos de modelización teórica que muestran la influencia del grado de coaxialidad en la asimetría y orientación de pliegues.

Palabras clave: Deformación, cizalla simple, cizalla pura, vorticidad, modelos.

ABSTRACT

Combination of both longitudinal components with a shear component parallel to the direction of the longitudinal extension component leads to a continuum spectrum with pure and simple shear as end members. The degree of non coaxiality or the vorticity can be specified by means of the angle formed by lines undergoing no rotation. The application of successive identical strain increments, keeps unchanged the orientation of the lines of no rotation after the first increment. On this basis two approaches are presented in order to enhance understanding of the formation of ductile structures under non coaxial strain regimes: experimental modelling using analogue materials and deformation stage, which should cover the whole spectrum between pure and simple shear. Additionally, by means of two examples of mathematical modelling it is shown how the non coaxiality controls fold asymmetry and orientation.

Key words: Strain, simple shear, pure shear, vorticity, models.

INTRODUCCION

En la teoría de la deformación de rocas existen tres planteamientos básicos alternativos y complementarios: la mecánica de rocas, la modelización matemática y el uso de modelos experimentales analógicos. En lo que concierne a la génesis de estructuras básicas de deformación dúctil, tales como los pliegues o el *boudinage*, son concretamente los modelos experimentales y matemáticos los que más han contribuido a su conocimiento. Sin embargo tanto los modelos teóricos como los experimentales se han desarrollado esencialmente para dos tipos particulares de deformación: 1) la cizalla pura o la compresión coaxial (Biot, 1961; Ramberg, 1960, 1961, 1964; Currie et al. 1962; Chapple, 1968, 1969; Ghosh, 1968; Patterson & Weiss, 1966, 1968; Weiss, 1969, 1980; Cobbold et al. 1971; Stephanson & Berner, 1971; Hudleston, 1973; Treagus, 1973; Johnson & Ellen, 1974; Ramsay, 1974; Cobbold, 1975a; Johnson & Honea, 1975; Watkinson, 1976; Dubey & Cobbold, 1977; Mandal & Karmakar, 1989) y 2) la cizalla simple (Ramberg, 1959; Ghosh, 1966; Ramberg & Johnson, 1976; Reches & Johnson, 1976; Manz & Wickham, 1978; Cobbold & Quinquis, 1980; Bjornrud, 1989; Williams & Price, 1990). Estos dos modelos representan sólo las dos situaciones extremas de una gama de deformaciones, generadas por acortamiento y extensión paralelos a dos ejes de referencia (cizalla pura) y cizalla paralela a uno de los ejes (cizalla simple).

La combinación, en distintas proporciones, de los componentes de extensión y acortamiento paralelos a los ejes, con el componente de cizalla simple, da como resultado un continuo espectro de deformaciones de carácter mixto, de las cuales la cizalla pura y

la simple representan los términos extremos. Es presumible que estas deformaciones de carácter mixto se aproximen más a las condiciones reales de la deformación geológica. Sin embargo es todavía bastante exigua la información tanto a nivel teórico como experimental acerca de la formación de estructuras bajo deformaciones de tipo mixto. Los efectos de la deformación por combinación de cizalla simple y pura en la reorientación de inclusiones rígidas fueron tratados desde el punto de vista teórico por Ghosh & Ramberg (1976) si bien en este trabajo la experimentación queda restringida a la cizalla simple. Una aportación excepcional en este campo la constituyen los trabajos de Hoepfner (1963, 1964 y 1978), fundamentados esencialmente en los ensayos de deformación mediante el «Bochum Deformation Stage», y el trabajo posterior de Hoepfner et al. (1983) combinando la experimentación con el análisis cinemático teórico.

En una línea distinta, existen una serie de trabajos que inciden, desde planteamientos esencialmente teóricos, en la importancia de la relación variable entre los componentes de cizalla pura y simple sobre las estructuras o microestructuras de deformación dúctil. Hsu (1966) caracteriza e introduce parámetros para calibrar el grado de no-coaxialidad de deformaciones. Elliot (1972) incide en la importancia de las trayectorias (*paths*) de deformación y de su coaxialidad. Ramberg (1975) realiza un exhaustivo análisis cinemático teórico para todo el espectro de deformaciones que combinan simultáneamente la cizalla pura con la cizalla simple en proporciones variables. En la década de los ochenta son abundantes los trabajos que desde el punto de vista teórico contemplan la deformaciones progresivas que combinan componentes longitudinales y rotacionales de la deformación, analizan las implicaciones geológicas de la existencia de los componentes rotacionales e introducen en la literatura geológica el concepto de vorticidad (Means et al. 1980; Lister & Williams, 1983; Bobyarchik, 1986; Passchier, 1986; Cobbold & Gapais, 1987; Ghosh, 1987; Passchier & Urai, 1988; Means, 1990; Weijermars, 1991), previamente definido por Truesdell (1954). Fossen & Tikoff (1991) inciden, desde un punto de vista teórico, en la unificación de una matriz que combine simultáneamente cizalla simple y cizalla pura.

La profundización en el conocimiento de las estructuras generadas en dos dimensiones bajo deformaciones con trayectorias de deformación no coaxiales puede ser abordada de una forma relativamente simple, considerando aquellas situaciones que resultan de la combinación de cizalla simple y pura. Para ello se considera la acción simultánea de un componente de cizalla, un componente de extensión paralelo a la dirección de cizalla y un tercer componente de acor-

tamiento, perpendicular a los anteriores y de modo que se mantenga la condición de no cambio de área. Este tipo de análisis comporta varias vertientes: 1) el análisis geométrico y cinemático de deformaciones no coaxiales y de las estructuras generadas bajo estas condiciones, 2) la experimentación, y 3) el análisis de estructuras reales que registren de algún modo información sobre el tipo de deformación que las ha generado y su grado de no-coaxialidad.

En esta aportación se pretende presentar las bases teóricas geométricas y cinemáticas de este tipo de deformaciones, establecer el fundamento para la construcción de una célula de deformación experimental que permita generar estructuras en materiales artificiales bajo deformaciones con grado de no coaxialidad variable, y finalmente presentar algunas implicaciones geológicas de la influencia del grado de no-coaxialidad en la geometría de pliegues.

ESPECIFICACION DE LA DEFORMACION, COAXIALIDAD Y ROTACIONALIDAD

En el desarrollo de este trabajo se especificará el estado de deformación finita en dos dimensiones mediante ecuaciones de transformación de coordenadas, referidas a dos ejes de referencia x e y y al estado no deformado (especificación de Lagrange).

$$x_f = f_1(x_0, y_0)$$

$$y_f = f_2(x_0, y_0)$$

Las funciones f_1 y f_2 expresan, para cada punto, las coordenadas del estado deformado (x_f, y_f) en función de las coordenadas del punto correspondiente en el estado no deformado (x_0, y_0), y son funciones lineales para transformaciones que inducen deformaciones homogéneas. En este caso pueden representarse por una matriz de cuatro componentes a, b, c y d (Ramsay & Graham, 1970; Ramsay & Huber, 1983).

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

Existen varios procedimientos para generar deformaciones mixtas del espectro cizalla pura-cizalla simple: considerar la acción simultánea de una cizalla pura más la acción de una rotación de cuerpo rígido (Ramberg, 1975 p. 34) o bien la inclusión simultánea de componentes de deformación longitudinal y de cizalla con determinados ángulos entre la dirección de cizalla y los ejes principales de los componentes

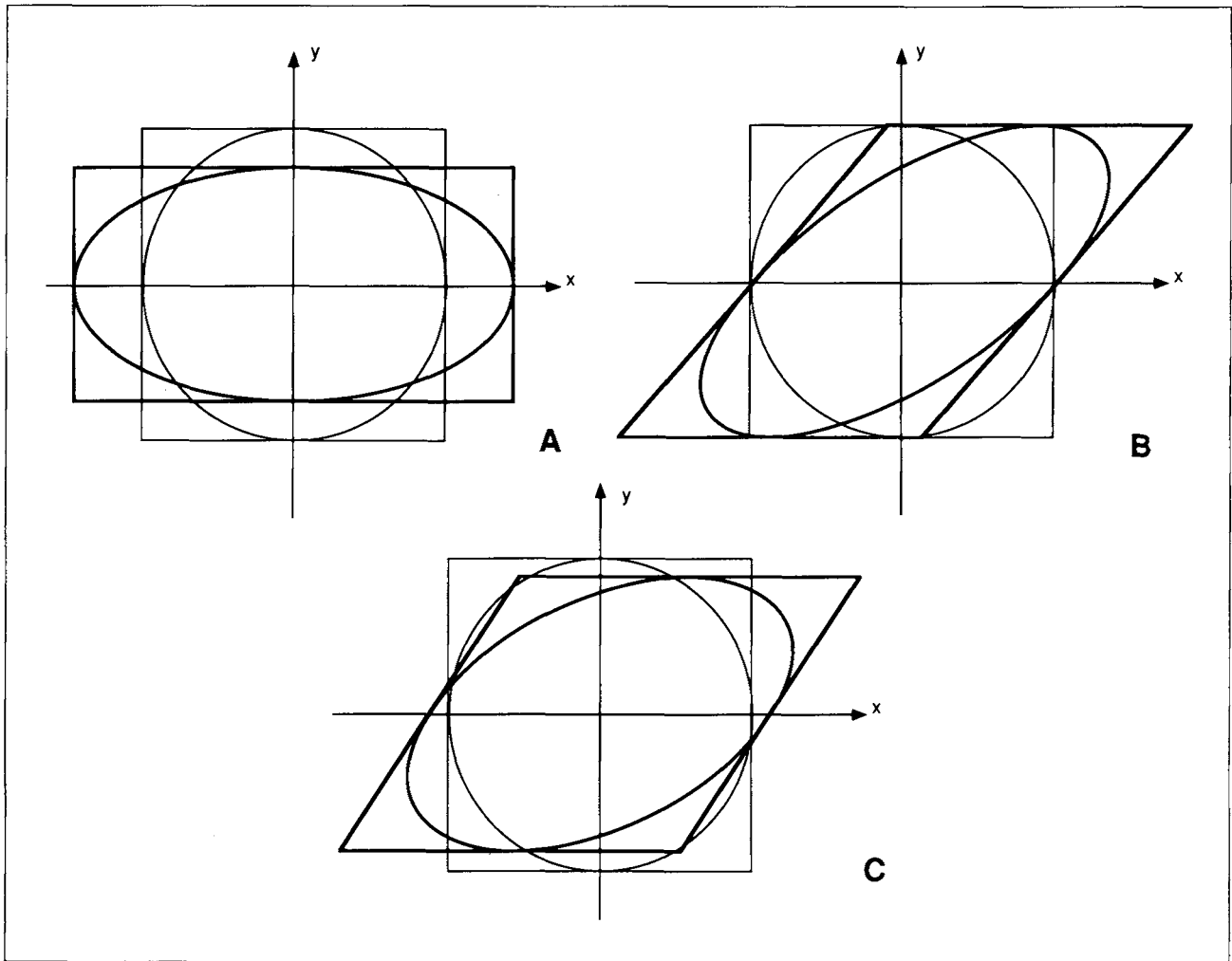


Figura 1.- Cizalla pura (A), cizalla simple (B) y cizalla mixta o sub-simple (C). Las líneas gruesas representan en todos los casos los estados deformados.

Figure 1.- Pure shear (A), simple shear (B) and sub-simple shear (C). Thick lines represent in all cases the deformed state.

de cizalla pura, (Ramberg, 1975; Hoepfner et al. 1983). Las deformaciones mixtas del espectro cizalla simple - cizalla pura son denominadas cizallas sub-simples por De Paor (1983).

No es conveniente la superposición no simultánea de ambos componentes de deformación, lo que resulta de la multiplicación de matrices (cizalla pura y cizalla simple o bien cizalla pura y rotación de cuerpo rígido), por cuanto esta operación no es conmutativa. Puede generarse un mismo estado de deformación finita mediante superposiciones de cizallas pura y simple o viceversa, pero en este caso los componentes de las matrices de desplazamiento deben ser distintos, y las trayectorias de deformación también lo son.

El procedimiento más simple para abordar el estudio de este tipo de deformaciones mixtas se obtiene

partiendo de las matrices de las ecuaciones de transformación de coordenadas que contengan simultáneamente los componentes de cizalla pura ((1), Fig. 1A) y el componente de cizalla simple ((2), Fig. 1B). La matriz resultante puede cubrir todo el espectro de situaciones en función de los valores de $a \geq 1$ y $b \geq 0$, ((3), Fig. 1C). Se mantiene siempre el carácter equiareal de la deformación, dado que el valor del determinante de la matriz es 1.

De los tres componentes de la matriz de transformación de coordenadas (3), a y $1/a$ constituyen los componentes longitudinales o no rotacionales por inducir extensiones o acortamientos paralelos a los ejes de referencia, mientras que b constituye el único componente rotacional ($c=0$) e induce una cizalla paralela al eje x .

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 1/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (3)$$

De las ecuaciones de transformación de coordenadas pueden obtenerse directamente las ecuaciones (4) de desplazamiento u (paralelo a x) y v (paralelo a y) ya que

$$u = x' - x \quad y \quad v = y' - y$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-1 & b \\ 0 & \frac{1-a}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Para definir la trayectoria de la deformación (*strain path*), el estado de deformación finita se descompondrá en la superposición de n incrementos de transformación, cada uno de ellos definido por su matriz de transformación de coordenadas (5).

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & \frac{1}{a_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ 0 & \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ 0 & \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & \frac{1}{a_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ 0 & \frac{1}{a_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n-1} & b_{n-1} \\ 0 & \frac{1}{a_{n-1}} \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ 0 & \frac{1}{a_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Si bien en las historias deformacionales reales es presumible que los incrementos de la deformación puedan variar durante la progresión de la deformación, el tratamiento teórico se simplifica considerablemente al considerar incrementos idénticos. El estado de deformación finita en términos de las ecuaciones de transformación de coordenadas será en este caso (6):

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i \\ 0 & \frac{1}{a_i} \end{bmatrix}^n \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Adicionalmente, si se introduce el factor tiempo en la deformación progresiva, la asignación de un idéntico lapso de tiempo para cada incremento conduce a obtener una deformación con ritmos de desplazamiento y deformación constantes, que constituye uno de los requisitos cinemáticos del flujo estable (*steady state flow*) (Ramsay & Huber, 1983; Means, 1990).

Rotacionalidad y coaxialidad de la deformación

Una deformación se califica de no rotacional o irrotacional cuando las líneas paralelas a los dos ejes principales de la elipse de deformación finita son coincidentes con sus equivalentes en el estado no deformado. En contraposición, se consideran rotacionales aquellas deformaciones en las que existe una diferente orientación de las líneas materiales que coinciden con los ejes de la elipse y los equivalentes no deformados de las mismas líneas. Este concepto

debe utilizarse preferentemente para calificar estados de deformación finita.

El concepto de coaxialidad y no coaxialidad debe aplicarse a la deformación progresiva, por cuanto se refiere a la permanente coincidencia o no del eje instantáneo de máximo estiramiento con una determinada línea material.

En una primera aproximación, los procesos de deformación no coaxial generan deformaciones finitas rotacionales y los de deformación permanentemente coaxial generan deformaciones no rotacionales. Sin embargo la situación real es más compleja si se considera la posible rotación de los ejes de referencia (*spin*, Lister & Williams, 1983; Passchier, 1986), de modo que una deformación coaxial asociada a una rotación de los ejes de referencia puede inducir una deformación rotacional. El proceso inverso puede darse en una situación muy particular, si se introduce un giro de ejes de referencia que neutralice al inducido por el componente de cizalla. En este caso la deformación no coaxial puede inducir una deformación finita irrotacional (ver Lister & Williams, 1983, p. 9-10).

En el planteamiento utilizado aquí no se consideran rotaciones de los ejes de referencia (*spin*=0) puesto que la matriz establecida permite cubrir cualquier tipo de deformación finita homogénea sin cambio de área, comprendida entre la cizalla pura y la cizalla simple. Para $a > 1$, $b = 0$ se obtiene la cizalla pura progresiva, que constituye una deformación coaxial y no rotacional en la que las direcciones de máxima extensión instantánea y de máxima elongación finita son paralelas al eje x . Para cualquier transformación en la que la matriz de transformación incremental contenga un componente $b > 0$ se genera un proceso de deformación no-coaxial que induce una deformación finita de tipo rotacional.

GRADO DE NO COAXIALIDAD: VORTICIDAD Y ANGULO DE LAS LINEAS DE NO ROTACION

La rotación de una deformación finita se define mediante el ángulo $\omega_f = \vartheta' - \vartheta$, siendo ϑ' el ángulo que forma el eje mayor de la elipse (X) de deformación finita con el eje x , y ϑ el ángulo que forma la misma línea material en el estado no deformado con el mismo eje. El valor ω_f para la matriz de transformación aquí considerada, viene dado por la expresión (7) que resulta de aplicar la expresión general (Ramsay & Graham, 1970, p. 790; Ramsay & Huber, 1983, p. 286) a este caso concreto:

$$\operatorname{tg} \omega_f = -ab/a^2+1 \quad (7)$$

y por tanto depende del valor de la deformación finita. Para deformaciones finitas con idéntica relación axial, generadas mediante distintas matrices de transformación de coordenadas, ω_f depende de la relación de los valores de a y b de la matriz.

El modo de definir el grado de no-coaxialidad de una deformación es sin embargo más complejo que el de rotación, por cuanto va ligado al de deformación progresiva y no depende del valor de la deformación finita. Si bien este concepto está relacionado con el factor tiempo, ya que se establece a partir de la relación entre los ritmos de deformación longitudinales y de cizalla, no debe definirse como lo hacen Ramsay & Huber (1983) en términos del modo en que ω varía en el curso del tiempo. La medida de la no-coaxialidad de la deformación no debe reflejar la más rápida o lenta rotación de los ejes de la elipse sino la relación entre los ritmos (*strain rates*) de deformación longitudinales y angulares.

En trabajos precedentes diversos autores han utilizado distintos modos de cuantificar el grado de no coaxialidad de una deformación progresiva, que si bien utilizan parámetros diferentes son conceptualmente coincidentes. A continuación se examinarán brevemente los criterios utilizados.

Trayectorias de partículas de Ramberg (1975)

Ramberg (1975) utiliza la relación ($\dot{\epsilon}_x / \dot{\gamma}$) entre el componente del ritmo de deformación longitudinal paralelo al eje x ($\dot{\epsilon}_x$) (*longitudinal strain rate*) y el ritmo de deformación angular $\dot{\gamma}$ (*angular shear strain rate*). Cada situación viene definida por los valores $\dot{\epsilon}_x$ y $\dot{\gamma}$, y es la relación entre éstos la que controla las distintas trayectorias de las partículas. Para combinaciones de cizalla simple y cizalla pura, estas trayectorias describen una familia de curvas hiperbólicas con dos líneas rectas que constituyen las apófisis de las mismas, las cuales forman entre sí un ángulo cuyo valor depende de la proporción entre los componentes de cizalla pura y cizalla simple. Las combinaciones de ambos tipos de cizalla (Fig. 2) se generan mediante variaciones entre los componentes de deformación longitudinales y los de cizalla, que pueden formar cualquier ángulo entre sí y por tanto no son necesariamente paralelos a la dirección de máxima extensión longitudinal (Fig. 2 A). En la mayoría de las representaciones gráficas este autor utiliza un ángulo de 45 ° entre ambas direcciones, con lo que consigue trayectorias de flujo de partículas dispuestas simétricamente en cada uno de los cuadrantes definidos por los ejes de referencia x e y (Fig. 2 B).

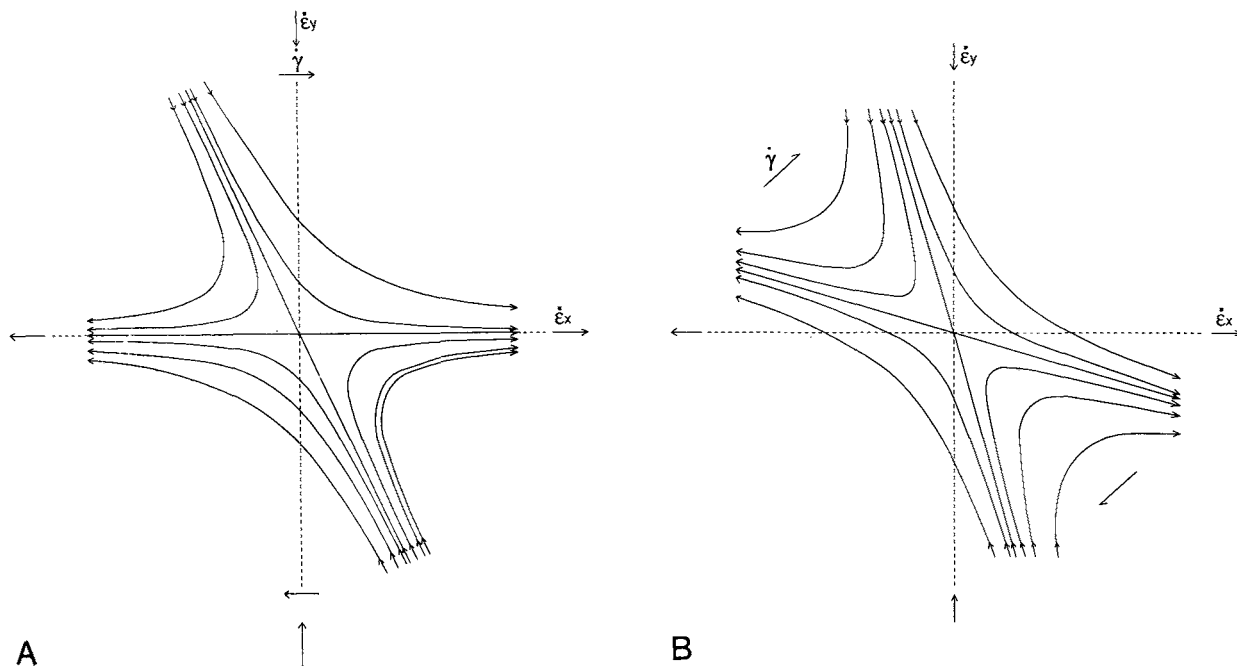


Figura 2.- Trayectorias de partículas según Ramberg (1975). A.- Superposición simultánea de cizalla simple y cizalla pura con relación $\dot{\epsilon}_x / \dot{\gamma} = 1$, considerando el componente de cizalla paralelo al eje x. B.- Idem con rotación de 45° del plano de cizalla.

Figure 2.- Particle paths after Ramberg (1975). A.- Simultaneous superposition of pure and simple shear with a $\dot{\epsilon}_x / \dot{\gamma}$ ratio = 1, and with the shear component parallel to the x axis.-B.- Same as A, b - with a 45° rotation of the shear plane.

Vorticidad y número de vorticidad cinemática para deformaciones del espectro cizalla pura - cizalla simple

Para la determinación del grado de no coaxialidad de la deformación Means et al. (1980) y Lister & Williams, (1983) introducen en la literatura geológica los conceptos de vorticidad cinemática y de número de vorticidad cinemática (Wk), previamente definidos por Truesdell (1954). En toda deformación progresiva en la que se produzca rotación de las direcciones principales de extensión y acortamiento existe vorticidad. Esta puede derivar de la existencia de componentes rotacionales en la matriz de transformación de coordenadas o bien en los ejes de referencia ($spin$), (Lister & Williams, 1983). La vorticidad inducida por los componentes de cizalla en la deformación es aquella que genera deformaciones no-coaxiales, y en este caso el grado de no coaxialidad depende de la relación entre los componentes instantáneos de deformación longitudinal y de cizalla. El número de vorticidad cinemática (Wk) es un parámetro que refleja esta relación, y por tanto es un indicador del grado de no coaxialidad de la deformación. Puesto que el concepto de vorticidad surge de la relación entre dichos componentes, es conveniente examinar previamente los campos de velocidades

longitudinales y angulares, para deformaciones con distinto grado de no coaxialidad. En este trabajo se considerará exclusivamente la vorticidad derivada de la existencia de un componente de cizalla en la deformación, puesto que se considera nulo el segundo componente y se excluye la rotación de los ejes de referencia ($spin=0$).

La relación entre $\dot{\epsilon}_x$ y $\dot{\gamma}$ para cada orientación puede representarse mediante un círculo de Mohr, (Hoepfener et al. 1983; Lister & Williams, 1983; De Paor, 1983; Passchier, 1988a, 1990), (Fig. 3). El número de la vorticidad cinemática (Wk) corresponde a la relación OA / OB (Lister & Williams, 1983), y para el espectro de deformaciones consideradas varía entre 0 (cizalla pura) y 1 (cizalla simple), (TABLA 1).

Tipos de deformación de Hoepfener et al. (1983)

Hoepfener et al. (1983), análogamente a Ramberg (1975), se basan en las trayectorias de movimiento de las partículas y en su simetría. El espectro de la deformación comprendido entre la cizalla pura (deformación tipo **R**, rómbica) y la cizalla simple (deformación tipo **M**, monoclinica) se denomina serie de

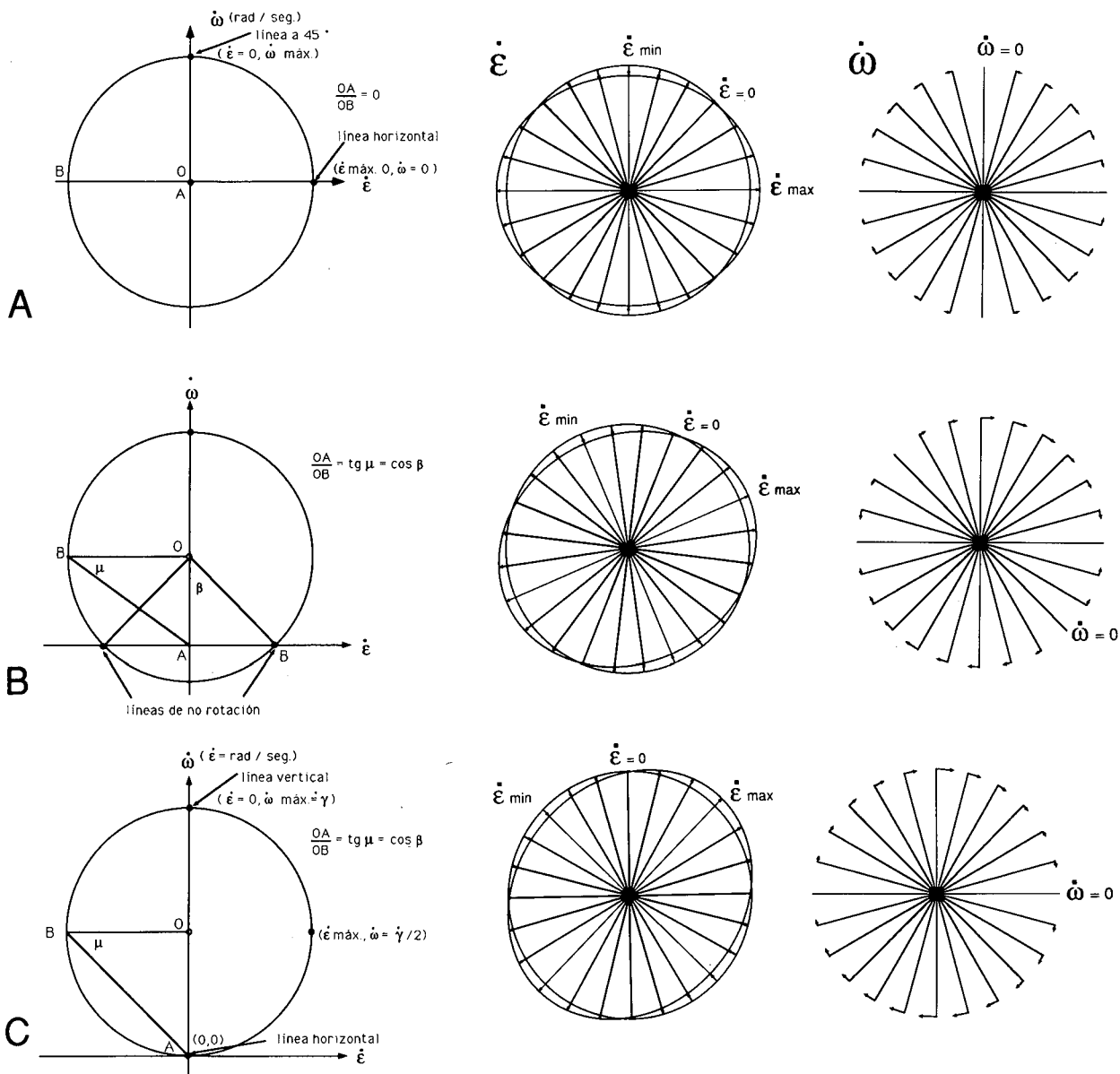


Figura 3.- Círculos de Mohr para la representación de velocidades longitudinales y angulares para las cizallas pura (A), mixta o sub-simple (B) y simple (C). Los círculos de Mohr se definen representando para cada orientación la velocidad longitudinal ($\dot{\epsilon}$) respecto a la velocidad angular ($\dot{\omega}$) relativas a la deformación instantánea, indicada gráficamente mediante una elipse de deformación incremental.

Fig. 3.- Mohr circles of longitudinal and angular velocities for pure shear (A), simple shear (C) and sub-simple shear (B). Circles represent for each orientation the longitudinal velocity ($\dot{\epsilon}$) versus the angular velocity ($\dot{\omega}$) with respect to the instantaneous strain, graphically indicated by an incremental strain ellipse.

deformaciones de tipo **RM** en las que el parámetro **M*** (referido a la monoclinicidad) está en relación con los componentes de velocidad $\dot{\epsilon}_x$ y $\dot{\gamma}$ de una partícula, ya utilizados por Ramberg (1975). El paráme-

tro **M***, que refleja la relación entre $\dot{\epsilon}_x$ y $\dot{\gamma}$, representada en un círculo análogo al utilizado en la Fig. 3, es exactamente equivalente al número de la vorticidad cinemática de Truesdell (1954), y por tanto su

	β : ángulo lin. no rot.	$K' = \text{tg } \beta$	Wk : nº vorticidad (= M^* Hoepfener et al. 1983)
CIZALLA PURA	90°	∞	0,00
cizalla mixta o sub-simple	75°	3,73	0,26
cizalla mixta o sub-simple	60°	1,73	0,50
cizalla mixta o sub-simple	45°	1,00	0,71
cizalla mixta o sub-simple	30°	0,58	0,87
cizalla mixta o sub-simple	15°	0,27	0,97
CIZALLA SIMPLE	0°	0,00	1,00

TABLA 1 Equivalencias entre los distintos parámetros que definen el grado de no-coaxialidad para deformaciones del espectro cizalla pura - cizalla simple.

TABLE 1 Equivalences between the different parameters used to define the degree on non-coaxiality for deformations of the spectrum pure-simple shear.

valor es 1 para la cizalla simple y 0 para la cizalla pura (TABLA 1). La trayectoria de partículas para el caso $M^* = 0$ posee simetría rómbica, y por tanto esta deformación es denominada de tipo **R**.

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{y_0}{x_0} \quad \text{tg } \alpha = \frac{y}{x}$$

Especificación del grado de no coaxialidad mediante el ángulo de las líneas de no rotación

Un método alternativo que se utilizará en este trabajo para especificar el grado de no coaxialidad de la deformación y que refleja la proporción del componente de extensión longitudinal **a** y del de cizalla **b**, se establece a partir del ángulo que forman entre sí las líneas que no experimentan rotación alguna como consecuencia de la deformación. Puesto que el número de la vorticidad cinemática (Wk) depende del ángulo que forman entre sí dichas líneas (Fig. 3), puede ser éste el que directamente defina el grado de no coaxialidad. Estas líneas de no rotación son denominadas apófisis del flujo por Ramberg (1975), constituyen los autovectores (*eigenvectors*) del tensor de gradientes de velocidad (Bobyarchik, 1986; Passchier, 1988a) y son los planos sin rotación interna (P_1 y P_2) de Hoepfener et al. (1983). Para todo el espectro de deformaciones desde la cizalla pura a la simple, generado a partir de las matrices de transformación de coordenadas del tipo (3), una de las líneas de no rotación coincide con el eje **x**. La otra línea formará con este eje un ángulo variable entre 90° (cizalla pura) y 0° (cizalla simple, donde sólo existe una línea de no rotación).

La determinación de este ángulo para una deformación de cizalla finita o incremental, en términos de los componentes de la matriz de transformación de coordenadas que genera cizallas mixtas o sub-simples, puede obtenerse a partir de las fórmulas que expresan los cambios de ángulos (8), (Fig. 4):

Para una deformación inducida por la matriz:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\text{tg } \alpha_0}{a^2 + ab \text{tg } \alpha_0} \quad (8)$$

la orientación de la línea de no rotación se obtiene introduciendo en la expresión (8) $\alpha = \alpha_0$ de donde:

$$\text{tg } \alpha = \frac{1 - a^2}{a \cdot b} \quad (9)$$

La condición para que una deformación progresiva mantenga constante la orientación de las líneas de no rotación es que la relación (9) sea invariante para cualquier incremento de deformación, por lo que $\text{tg } \alpha = K$. Esto permite definir una matriz de transformación de coordenadas que genera deformaciones de vorticidad constante, en la que el componente de cizalla **b** debe ser:

$$b = \frac{1 - a^2}{a \cdot K} \quad (10)$$

Para valores $a > 1$ (extensión paralela al eje x) el valor de K es negativo para componentes de cizalla negativos ($b > 0$; dextas sobre el plano xy), por lo que el ángulo α varía entre 90° y 180° . La especificación de la no coaxialidad de la deformación mediante el ángulo de las líneas de no rotación puede realizarse utilizando el ángulo menor (β) entre ambas líneas. En este caso β es el suplementario de α , y se denominará $K' = \text{tg } \beta$.

Para deformaciones progresivas de vorticidad constante la matriz de transformación de coordenadas será del tipo:

$$M_i = \begin{bmatrix} a_i & \frac{1 - a_i^2}{a_i K} \\ 0 & \frac{1}{a_i} \end{bmatrix} \quad (11a)$$

$$= \begin{bmatrix} a_i & \frac{a_i^2 - 1}{a_i K'} \\ 0 & \frac{1}{a_i} \end{bmatrix} \quad (11b)$$

La deformación finita generada bajo vorticidad constante se obtendrá mediante la aplicación de n incrementos idénticos de la matriz incremental:

$$M_f = \begin{bmatrix} a_i & \frac{1 - a_i^2}{a_i K} \\ 0 & \frac{1}{a_i} \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a_i^n & \frac{1 - a_i^{2n}}{K a_i^n} \\ 0 & \frac{1}{a_i^n} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Para hacer comparables las trayectorias de deformación formadas bajo distintos grados de no coaxialidad (distintos valores de Wk o β) debe obtenerse una matriz que genere una elipse incremental de idéntica relación axial ($R_i = \sqrt{\lambda_1/\lambda_2}$) para cualquier valor de K preestablecido. Una vez prefijada una relación axial de la elipse incremental R_i y para un determinado valor de $K = \text{tg } \alpha$ hay que determinar el valor de a_i de la matriz incremental.

El problema general por consiguiente consiste en determinar el componente α de la matriz de transformación de coordenadas que genera la elipse de deformación (incremental o finita) de relación axial R prefijada y con un valor del ángulo entre las líneas de no rotación definido por β .

La relación entre λ_1 y λ_2 y los componentes a y b la establece la ecuación (13), que surge de la aplicación a este caso concreto de la expresión general (Ramsay & Graham, 1970, p. 790; Ramsay & Huber, 1983, p. 287). Por otra parte, la relación entre a y b en función del ángulo que forma la línea de no rotación no coincidente con el eje x , se ha expresado previamente en (10).

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2} \pm \sqrt{(a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2})^2 - 4}}{2} \quad (13)$$

Para simplificar las operaciones se denominará:

$$J = a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2} = a^2 + \frac{(1 - a^2)^2}{a^2 K^2} + \frac{1}{a^2} \quad (14)$$

siendo J el primer invariante. La expresión (15) es consecuentemente equivalente a la (13) y representa las soluciones a la ecuación de segundo grado (16).

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{J \pm \sqrt{J^2 - 4}}{2} \quad (15)$$

$$\lambda^2 - J\lambda + 1 = 0 \quad (16)$$

De esta expresión puede deducirse que:

$$J = \lambda_1 + 1/\lambda_1 = R + 1/R \quad (17),$$

puesto que $R = \lambda_1$

Por otra parte, volviendo a la ecuación (14) y denominando:

$$N = a^2 + 1/a^2 \quad (18) \text{ (segundo invariante)}$$

resulta que:

$$N = \frac{J K^2 + 2}{K^2 + 1} = \frac{(R + \frac{1}{R}) K^2 + 2}{K^2 + 1} \quad (19)$$

De este modo se puede ya obtener el valor de a para una relación axial R de la elipse de deformación prefijada de antemano y un valor de β concreto, puesto que:

$$a = \sqrt{\frac{N \pm \sqrt{N^2 - 4}}{2}} \quad (20)$$

expresión en la que el valor de N se obtiene previamente mediante la fórmula (19).

DEFORMACION PROGRESIVA BAJO GRADO DE NO COAXIALIDAD VARIABLE

Si bien los métodos de determinación de los estados de deformación finita se hallan actualmente ampliamente desarrollados, la reconstrucción de historias deformacionales es más compleja, y por tanto los resultados obtenibles más limitados. La deformación progresiva constituye uno de los conceptos clave para la comprensión de la génesis de numerosas estructuras naturales. Existen dos planteamientos básicos e interrelacionados: 1) Obtener datos acerca de la historia deformacional a partir de aspectos de la estructura y fábrica del cuerpo geológico deformado, puesto que si bien las estructuras naturales responden a estados de deformación finita, éstas pueden también registrar aspectos estructurales adquiridos en estados intermedios. Además el carácter generalmente heterogéneo de la deformación natural posibilita en algunos casos la observación de distintos estados de deformación finita de un mismo proceso deformativo de los que se puede obtener información adicional. 2) Desarrollar una base teórica y experimental en la que se estudie la influencia de las distintas trayectorias de deformación sobre la estructura y fábrica del cuerpo deformado resultante. Se trata de realizar análisis comparativos de las deformaciones resultantes de la superposición de n incrementos de deformación bajo distintos grados de coaxialidad.

En este trabajo se presentan algunos fundamentos de esta segunda vía, para el caso de las cizallas mixtas o sub-simples. Los ejemplos aquí analizados responden a las no-coaxialidades definidas por los parámetros expuestos en la Tabla 1.

Se considera una deformación incremental definida por una elipse incremental de relación axial $R = \sqrt{\lambda_1/\lambda_2} = 1.21$, idéntica para todos los casos.

Determinación de los parámetros de la deformación

La variación de los parámetros a y b correspondientes a los sucesivos estados de deformación finita para distintos ángulos de las líneas de no rotación y diferentes grados de no-coaxialidad se exponen en la TABLA 2 y se representan gráficamente en la Fig. 5.

Estos parámetros permiten construir los sucesivos estados de deformación de cualquier elemento geométrico de coordenadas definidas, en este caso una retícula de puntos enmarcada en un cuadrado centrado en el origen. Las trayectorias de las partículas definen las líneas de flujo (*flow path*) y se pueden visualizar mediante las sucesivas posiciones de los puntos de la cuadrícula deformada mediante 20 incrementos (Fig. 6).

A partir de los valores a y b de las matrices de transformación (TABLA 2), pueden determinarse los parámetros de deformación angulares (ϑ , ϑ' y ω_f) aplicando las ecuaciones de Ramsay & Huber (1983, Apéndice B), que en este caso concreto responden a las expresiones (21), (22) y (23) y se hallan representados gráficamente en la Fig. 7.

$$\operatorname{tg} 2 \vartheta = \frac{2 a^3 b}{a^4 - a^2 b^2 - 1} \quad (21)$$

$$\operatorname{tg} 2 \vartheta' = \frac{2 a b}{a^4 + a^2 b^2 - 1} \quad (22)$$

$$\operatorname{tg} \omega_f = \operatorname{tg} (\vartheta' - \vartheta) = \frac{-a b}{a^2 + 1} \quad (23)$$

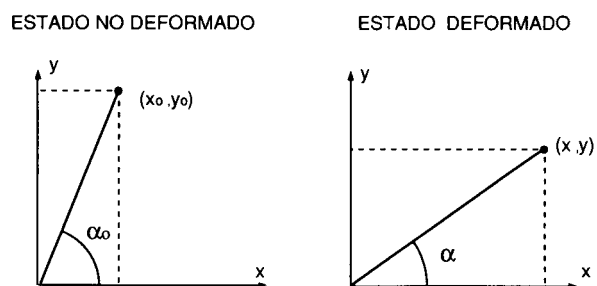


Figura 4.- Cambio del ángulo que experimenta la línea que, en el estado no deformado, pasa por el origen de coordenadas y el punto (x_0, y_0) con el eje x .

Figure 4.- Change in angle of a line that in the undeformed state passes through the $(0,0)$ and (x_0, y_0) points referred to the x axis.

CIZALLA PURA ←

CIZALLAS MIXTAS →

CIZALLA SIMPLE

Inc.	$\beta = 90$		$\beta = 75$		$\beta = 60$		$\beta = 45$		$\beta = 30$		$\beta = 15$		$\beta = 0$	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
1	1.1000	0.0000	1.0964	0.0494	1.0861	0.0955	1.0698	0.1350	1.0489	0.1653	1.0250	0.1844	1.0000	0.1905
2	1.2100	0.0000	1.2022	0.0992	1.1796	0.1916	1.1444	0.2706	1.1001	0.3310	1.0506	0.3689	1.0000	0.3811
3	1.3310	0.0000	1.3181	0.1499	1.2811	0.2890	1.2243	0.4074	1.1539	0.4975	1.0769	0.5537	1.0000	0.5716
4	1.4641	0.0000	1.4453	0.2019	1.3914	0.3884	1.3097	0.5461	1.2103	0.6651	1.1039	0.7387	1.0000	0.7622
5	1.6105	0.0000	1.5846	0.2555	1.5111	0.4904	1.4011	0.6873	1.2694	0.8342	1.1315	0.9243	1.0000	0.9527
6	1.7716	0.0000	1.7375	0.3113	1.6412	0.5958	1.4988	0.8316	1.3314	1.0052	1.1598	1.1104	1.0000	1.1432
7	1.9487	0.0000	1.9050	0.3698	1.7825	0.7052	1.6034	0.9797	1.3965	1.1785	1.1888	1.2971	1.0000	1.3338
8	2.1436	0.0000	2.0888	0.4314	1.9359	0.8195	1.7153	1.1323	1.4647	1.3545	1.2185	1.4847	1.0000	1.5243
9	2.3579	0.0000	2.2902	0.4967	2.1025	0.9393	1.8349	1.2900	1.5363	1.5336	1.2490	1.6732	1.0000	1.7149
10	2.5937	0.0000	2.5111	0.5661	2.2835	1.0656	1.9630	1.4535	1.6114	1.7161	1.2802	1.8627	1.0000	1.9054
11	2.8531	0.0000	2.7533	0.6404	2.4801	1.1991	2.0999	1.6237	1.6901	1.9026	1.3122	2.0533	1.0000	2.0960
12	3.1384	0.0000	3.0188	0.7201	2.6936	1.3408	2.2464	1.8013	1.7727	2.0934	1.3451	2.2452	1.0000	2.2865
13	3.4523	0.0000	3.3100	0.8059	2.9254	1.4916	2.4032	1.9871	1.8593	2.2889	1.3787	2.4384	1.0000	2.4770
14	3.7975	0.0000	3.6292	0.8986	3.1772	1.6527	2.5708	2.1819	1.9502	2.4897	1.4132	2.6332	1.0000	2.6676
15	4.1772	0.0000	3.9792	0.9989	3.4507	1.8250	2.7502	2.3866	2.0455	2.6961	1.4485	2.8295	1.0000	2.8581
16	4.5950	0.0000	4.3630	1.1076	3.7477	2.0097	2.9421	2.6022	2.1454	2.9087	1.4848	3.0276	1.0000	3.0487
17	5.0545	0.0000	4.7837	1.2258	4.0703	2.2082	3.1474	2.8297	2.2503	3.1279	1.5219	3.2275	1.0000	3.2392
18	5.5599	0.0000	5.2451	1.3543	4.4207	2.4217	3.3670	3.0700	2.3602	3.3542	1.5599	3.4294	1.0000	3.4297
19	6.1159	0.0000	5.7510	1.4944	4.8012	2.6517	3.6019	3.3243	2.4756	3.5882	1.5990	3.6334	1.0000	3.6203
20	6.7275	0.0000	6.3056	1.6471	5.2145	2.8999	3.8532	3.5937	2.5965	3.8303	1.6390	3.8396	1.0000	3.8108

TABLE 2 Valores de los parámetros **a** y **b** de la matriz de transformación, para cada estado de deformación finita generado después de un determinado número de incrementos (1-20) y diferentes grados de no-coaxialidad definidos por β . El valor de R_i es 1.21 en todos los casos.

TABLE 2 Values of the **a** and **b** parameters of the coordinate transformation matrix, for each state of finite deformation after a given number of strain increments (1-20) and different degrees on non-coaxiality defined by the β value. The R_i values is 1.21 in all the cases.

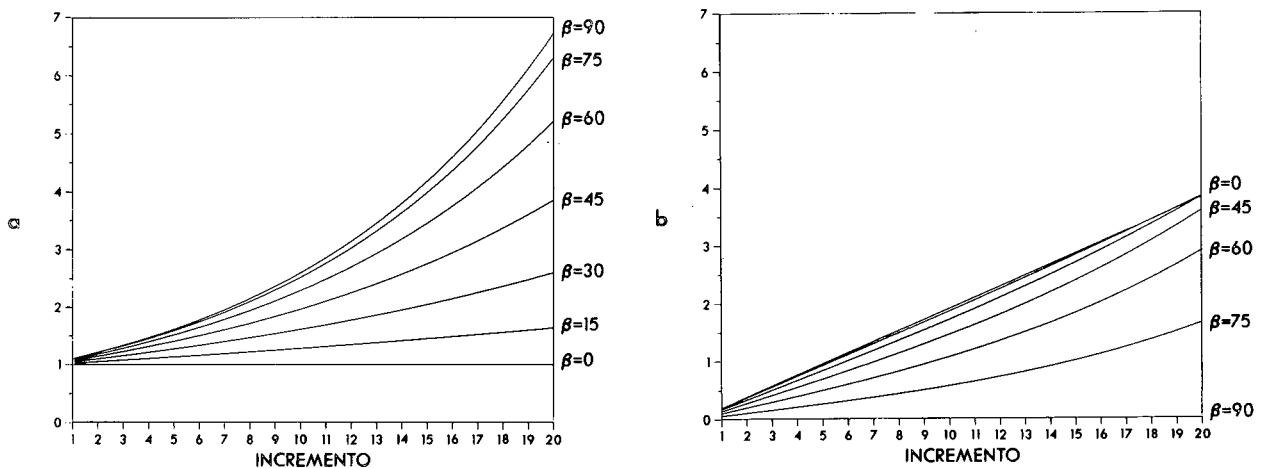


Figura 5.- Representación gráfica de la variación de los componentes de deformación longitudinal **a** y de cizalla **b** de la matriz de transformación, para cada estado de deformación finita generado después de un determinado número de incrementos (1-20). Cada curva corresponde a un distinto grado de no coaxialidad expresado por el valor de β ; la relación axial de la elipse incremental es idéntica en todos los casos ($R_i = 1.21$).

Figure. 5.- Graphic representation of the variation of the longitudinal strain **a** and shear strain **b** components in the transformations matrix, for each state of finite deformation after a given number of increments (1-20). Each curve corresponds to a different degree on non-coaxiality expressed by their β value. The axial ratio of the incremental ellipse is identical in all the cases, ($R_i = 1.21$).

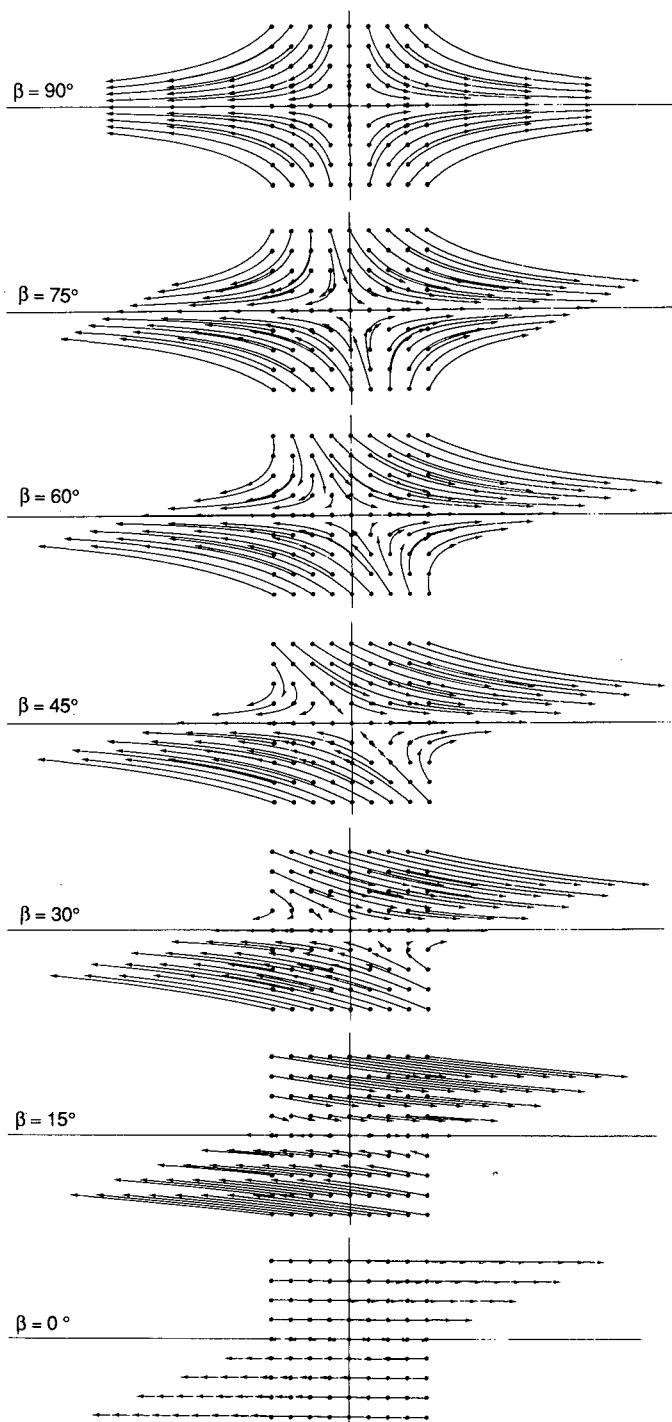


Figura 6.- Deformación de una red de puntos para deformaciones inducidas por cizalla pura ($\beta=90^\circ$), cizallas mixtas o sub-simples ($\beta=75^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ$) y cizalla simple ($\beta=0^\circ$). Se indican asimismo las trayectorias de flujo de partículas (*particle flow path*).

Figure 6.- Deformation of a network of points by strains induced by simple shear ($\beta=90^\circ$), sub-simple shear ($\beta=75^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ$), and simple shear ($\beta=0^\circ$). The particle flow paths are also shown.

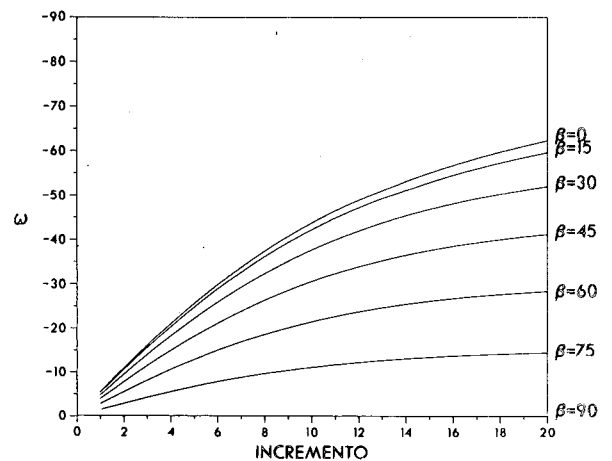
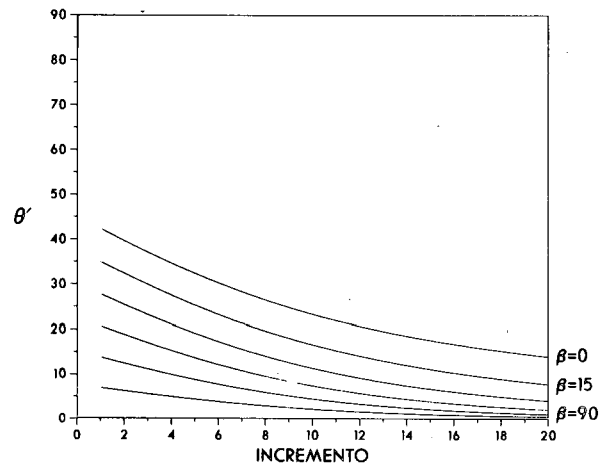
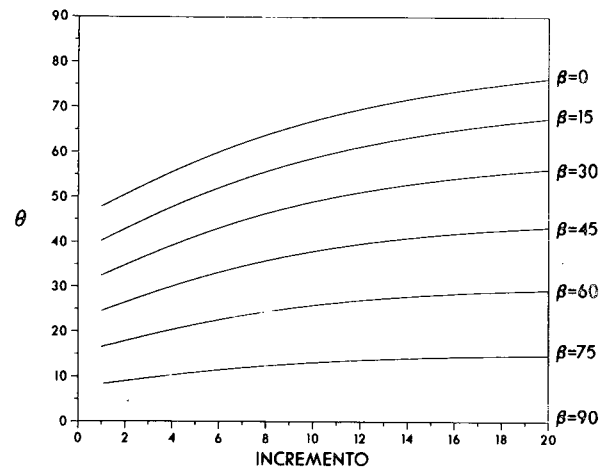


Figura 7.- Variación de los parámetros de deformación (θ, θ' y ω) en función de la deformación finita, para 20 incrementos. Cada curva corresponde a un distinto grado de no coaxialidad expresado por el valor de β , siendo la relación axial de la elipse incremental idéntica en todos los casos ($R_i=1.21$).

Figure 7.- Variation of the strain parameters (θ, θ' y ω) for 20 strain increments. Each curve corresponds to a different degree of non-coaxiality expressed by the β value. The axial ratio of the incremental ellipse is the same in all cases, ($R_i=1.21$).

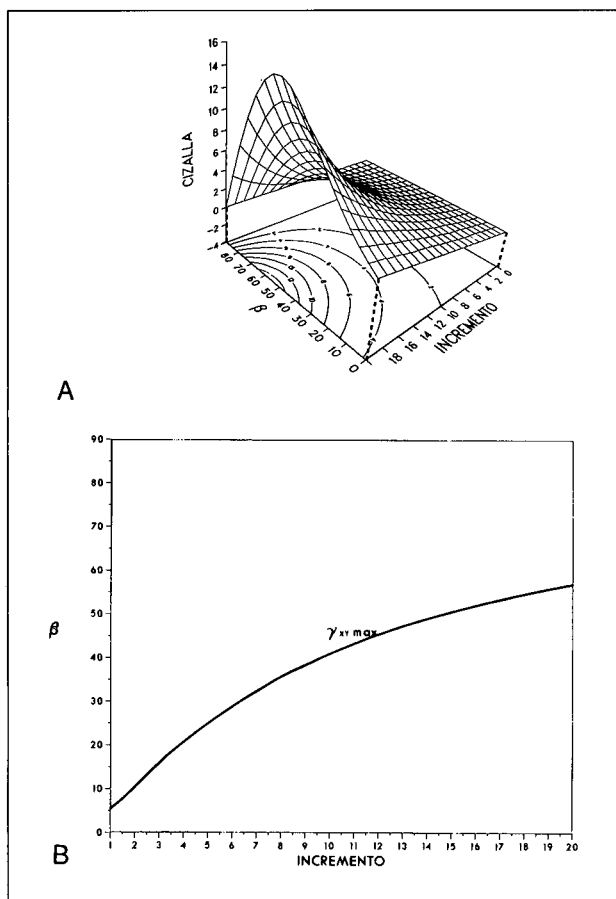


Figura 8.- A.- Variación de los valores de cizalla angular (γ_{xy}) para distintos grados de no coaxialidad definidos en cada caso por el valor β . Se consideran en todos los casos 20 incrementos con idéntica relación axial incremental ($R_i = 1.21$). Los valores máximos de γ_{xy} corresponden a cizallas mixtas o sub-simples, de modo que la deformación que genera una máxima cizalla angular posee una vorticidad menor cuanto mayor es la deformación finita. En la figura B se representa la relación entre la deformación finita y el valor de β de la deformación que genera la máxima cizalla angular γ_{xy} .

Figure 8.- Variation of the angular shear values (γ_{xy}) for different degrees of non coaxiality defined in each case by their β value. 20 increments with identical incremental axial ratio are considered ($R_i=1.21$). Highest values of γ_{xy} correspond to sub-simple shear situations. Deformation giving rise to the maximum shear strain has a lower vorticity with increasing finite strains. In B: the relation between finite strain and β for deformation yielding the maximum shear strain.

El valor de la deformación por cizalla referida a los ejes x e y es:

$$\gamma_{xy} = \text{tg } \Psi = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \quad (24)$$

La variación del valor de γ_{xy} en función de la deformación finita (n° de incrementos) para distintos valores del ángulo de las líneas de no rotación puede representarse en un diagrama tridimensional (Fig.

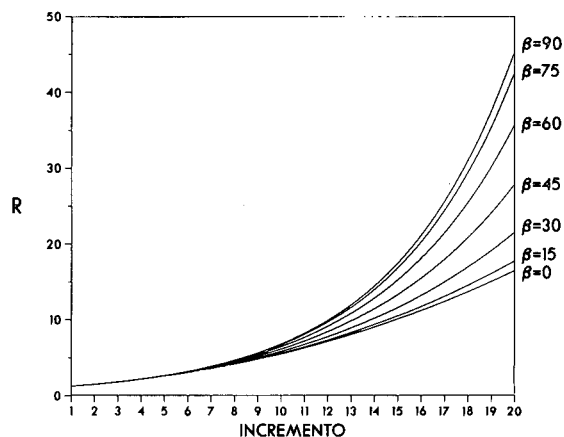


Figura 9.- Variación de la relación axial R para sucesivos estados de deformación generados por superposición de incrementos de deformación con idéntica relación axial ($R_i=1.21$), pero con distintos grados de no coaxialidad ($\beta = 0^\circ - 90^\circ$).

Fig. 9 Axial ratio (R) variation for successive deformation states arising from the superposition of strain increments with identical axial ratio ($R_i=1.21$), but with different degrees of non coaxiality, ($\beta = 0^\circ - 90^\circ$).

8a), en el que se observa que los valores máximos de cizalla angular no corresponden a la cizalla simple sino que se producen bajo cizallas mixtas o sub-simples, dependiendo a su vez del valor de la deformación finita (Fig. 8b).

La determinación de la relación axial $R_f = \sqrt{\lambda_1} / \sqrt{\lambda_2}$ de los sucesivos estados de deformación finita se obtiene mediante la expresión (13). La representación gráfica de R_f en función de la orientación de la línea de no rotación para sucesivos incrementos se expone en la Fig. 9. Se deduce que partiendo de idéntica deformación incremental se alcanzan mayores relaciones axiales cuanto menor es la vorticidad.

Otra consideración importante se desprende de los cambios de orientación producidos en líneas con diferente orientación inicial. El sentido de rotación de las líneas depende de que su ángulo inicial con el eje x sea mayor o menor que el que forma la segunda línea de no rotación (Fig. 10).

La distribución de los campos de continua extensión, continuo acortamiento y de acortamiento seguido de extensión, para distintos estados de deformación finita y vorticidades, requiere la determinación de las líneas de no deformación longitudinal finita, referidas al eje x y en función de los valores \mathbf{a} y \mathbf{b} . La determinación de estas líneas se obtiene mediante un planteamiento análogo al efectuado para obtener la

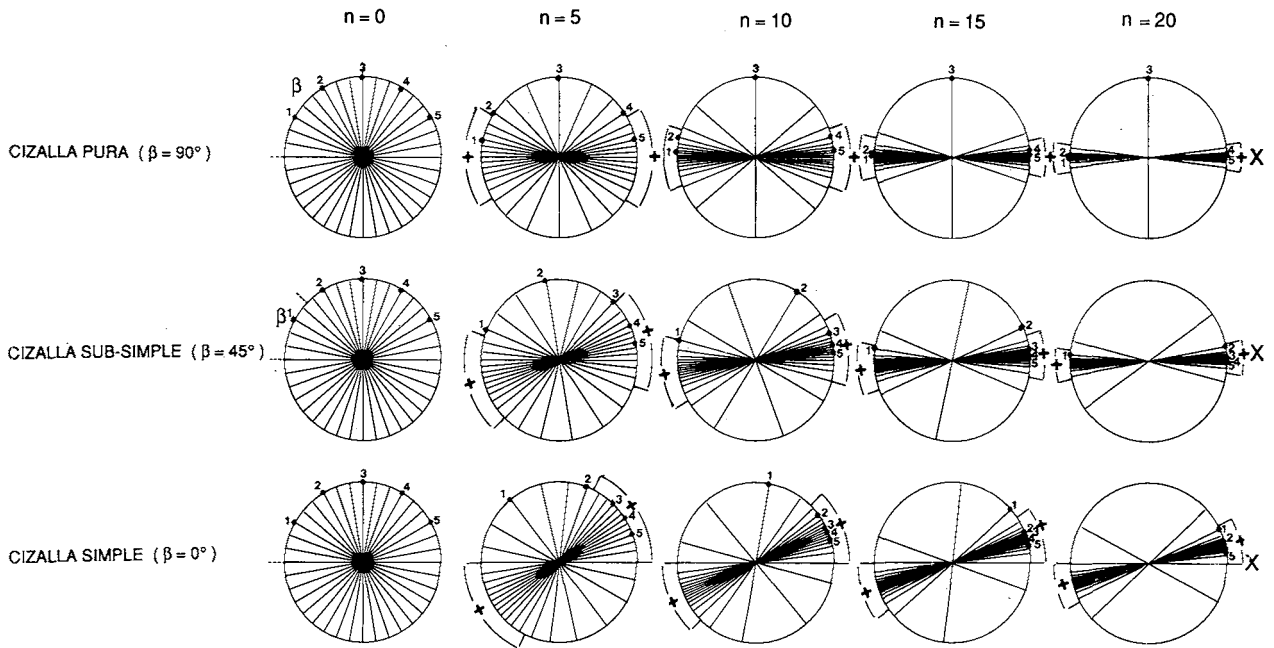


Figura 10.- Reorientación de líneas con diferente orientación inicial para sucesivos estados de deformación (para 20 incrementos de relación axial idéntica y no coaxialidad variable, indicados por n), y distribución de los campos de extensión (+) y acortamiento (-) finitos. Los puntos y cifras situados en los extremos de algunas líneas indican las sucesivas posiciones de estas líneas materiales.

Fig. 10 Reorientation of lines with different initial orientation for successive deformation states (20 strain increments with identical axial ratio and variable non-coaxiality), and distribution of the finite extension (+) and shortening (-) fields. Points and numbers indicate the successive position of these lines.

orientación de las líneas de no rotación. En este caso se trata de considerar en la Fig. 4:

$$x_0^2 + y_0^2 = x^2 + y^2 = (x/a - by)^2 + (ay)^2 \quad (25)$$

Sustituyendo $\text{tg } \alpha = y/x$ y operando resulta (26):

$$(1/a^2 - 1) + (a^2 + b^2 - 1) \text{tg } \alpha^2 - 2(b/a) \text{tg } \alpha = 0 \quad (26)$$

donde el ángulo que forman las líneas de no deformación longitudinal finita con el eje x , al que se denominará v , se obtiene despejando $\alpha (= v)$ en la expresión (26):

$$\text{tg } v = \frac{\frac{b}{a} \pm \sqrt{a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2} - 2}}{a^2 + b^2 - 1} \quad (27)$$

La distribución de los campos que reflejan distintas historias deformacionales se exponen en la Fig. 10. Mientras que la línea de no rotación paralela al eje x sufre una continua extensión, o bien es una línea

de no deformación en el caso de la cizalla simple, la segunda línea de no rotación (que forma el ángulo α con el eje x) es de continuo acortamiento, sea cual sea el valor de la deformación finita.

Establecidos el análisis geométrico y cinemático de la deformación por combinación de cizalla pura y simple, la profundización en este campo comporta dos vertientes: la experimentación y la modelización. En este trabajo se presentan a continuación los fundamentos para avanzar en ambas vertientes.

GEOMETRIA DE UN PROTOTIPO DE CELULA DE DEFORMACION EXPERIMENTAL

Hasta la fecha es abundante la experimentación sobre el desarrollo de estructuras de plegamiento en materiales artificiales mediante aparatos que inducen o bien a cizalla pura (aplastamiento o compresión coaxial) (Ramberg 1960, 1961, 1964; Biot et al. 1961; Currie et al. 1962; Ghosh, 1968; Cobbold et al. 1971; Johnson & Ellen, 1974; Cobbold, 1975b; Johnson & Honea, 1975; Watkinson, 1976; Dubey & Cobbold, 1977; Neurath & Smith, 1982; Manckte-

low, 1988) o a cizalla simple (Ramberg, 1959; Ghosh, 1966; Ramberg & Johnson, 1976; Reches & Johnson, 1976; Manz & Wickham, 1978; Cobbold & Quinquis, 1980; Harris & Cobbold, 1984; Williams & Price, 1990). A estos ensayos se pueden añadir los de Patterson & Weiss, (1966, 1968); Donath (1968); Weiss, (1969) sobre deformación experimental en rocas foliadas sometidas a compresión coaxial. También existen otros ensayos de deformación dúctil realizados para explicar estructuras de extensión (Mandal & Karmakar, 1989) o de comportamiento y rotación de cuerpos rígidos o más viscosos que la matriz, pero también en este caso limitados a deformaciones de compresión coaxial (Ghosh & Sengupta, 1973; Ghosh, 1975) o de cizalla simple (Ghosh & Ramberg, 1976).

Entre los aparatos que inducen deformaciones existen dos tipos básicos: 1) aquellos en los que la deformación es inducida por control de esfuerzos y ritmo de deformación, y 2) aquellos en los que existe un control cinemático mediante la regulación de los desplazamientos de los bordes de las células de deformación. La mayoría de los ensayos de deformación coaxial operan según el tipo 1. La célula de deformación descrita por Mancktelow (1988) constituye una de las excepciones. Los ensayos de cizalla para modelización geológica se realizan preferentemente mediante aparatos con control cinemático.

Los únicos ensayos suficientemente documentados, que combinan ambos tipos de deformación, son los realizados mediante el *Bochum Deformation Stage* (Hoeppener et al., 1969, 1983) que constituye un aparato de control cinemático. Los resultados de esta experimentación son de gran importancia, y sin embargo no han tenido suficiente trascendencia. No obstante una de las limitaciones del *Bochum Deformation Stage* es la ausencia de confinamiento lateral de las muestras sometidas a deformación.

La falta de prototipos de células de deformación que combinen cizalla pura y simple, bajo condiciones confinantes, requiere que la experimentación deba estar precedida del diseño de una célula de deformación de control cinemático de tales características. El diseño de un prototipo, del que aquí se presenta la configuración geométrica de la célula, se ha sustentado en el análisis geométrico y cinemático desarrollado en los apartados precedentes. Este desarrollo previo tiene como objetivo, entre otros, establecer las relaciones entre los parámetros de la deformación con las distintas posibles configuraciones de borde y sus movimientos, a fin de buscar un diseño mecánicamente factible que: 1) sea capaz de cubrir todo el espectro de deformaciones entre la cizalla pura y la simple, 2) conseguir relaciones λ_1 / λ_2 suficientes, 3) poder controlar los ritmos de deformación, y 4)

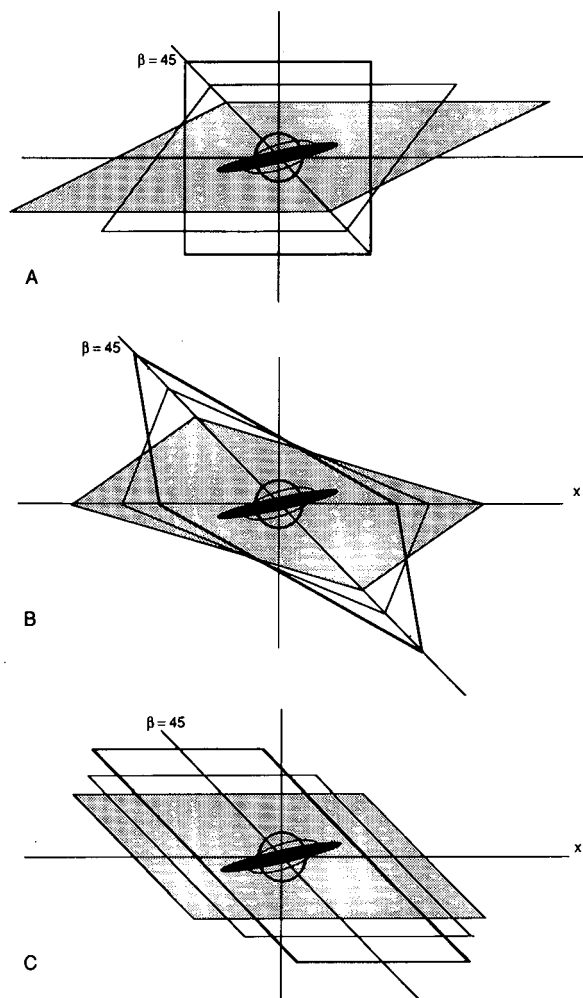


Figura 11.- Tres tipos básicos de células experimentales para generar deformaciones de coaxialidad variable. En los tres casos se han considerado deformaciones finitas equivalentes formadas bajo una orientación de las líneas de no rotación de 45° ($Wk = 0.71$). A: la célula en el estado no deformado posee los lados orientados paralelamente a los ejes de referencia; B: la célula en cualquier estado de deformación posee los vértices situados sobre las líneas de no rotación (apófisis de flujo); C: los lados de la célula son para cualquier estado de deformación paralelos a las líneas de no rotación.

Figure 11.- Three basic types of experimental cells producing deformations with variable degree of non coaxiality. In all cases identical finite strain and a 45° angle between the two lines of no rotation ($Wk = 0.71$) has been considered. A: the cell in the undeformed state has its sides parallel to the reference axes. B: the cell for all deformation states its vertex on the no rotation lines (flow apophyses). C: the sides of the cell are parallel to the lines of no rotation for all deformation stages.

poder establecer trayectorias de deformación variables para una misma deformación finita.

Para decidir la forma de la célula experimental en el estado no deformado se ofrecen tres posibilidades básicas (Fig. 11): 1) forma rectangular con los lados paralelos a los ejes de referencia x e y ; 2) paralelogramo con las diagonales coincidentes con las líneas de no rotación; y 3) paralelogramo de lados coincidentes con las líneas de no rotación. Cada una de las opciones plantea problemas geométricos y mecánicos. En el tipo A (Fig. 11 A), durante un ensayo de deformación a vorticidad constante se produce una continua variación de la longitud de los cuatro lados y ángulos de la célula. En el tipo B (Fig. 11 B), si bien varían también los lados y ángulos del cuadrilátero, los desplazamientos de los vértices siguen trayectorias rectas. Los problemas surgen para situaciones de vorticidad elevada, donde se requiere un ángulo bajo entre las diagonales, circunstancia que impide cubrir todo el espectro. Adicionalmente la existencia de ángulos acusadamente agudos determina que las previsible anomalías provocadas por las situaciones de borde ocupen una gran extensión en la muestra deformada. En el tipo C (Fig. 11 C) para cada ensayo a vorticidad constante se mantiene también constante la orientación de los lados de la célula de deformación y, por tanto, se mantienen constantes los ángulos del paralelogramo, pero, como en el caso anterior, surgen problemas para cubrir todo el espectro, especialmente para los casos de vorticidad elevada.

La solución adoptada está basada en el diseño de una célula que opere bajo configuraciones del tipo C y adicionalmente del tipo A. Las limitaciones mecánicas fijan el máximo ángulo viable entre las líneas de no rotación en 60° lo que da, para ensayos con configuraciones del tipo C, un espectro de experimentación de número de vorticidad $Wk = 0$ a $Wk = 0.87$. Si bien los ensayos del tipo C realizados bajo vorticidad constante no comportan la modificación de los ángulos del paralelogramo, la posibilidad de realizar diferentes ensayos a vorticidades distintas exige que la orientación de los lados del paralelogramo también puedan modificarse. La posibilidad de incorporar esta modificación angular durante el ensayo, convierte a la célula experimental en una del tipo A (Fig. 11 A), y con ello se consigue cubrir el resto del espectro de deformaciones ($Wk > 0.87$). Las limitaciones que resultan de esta variación en la modificación de la forma de la célula para ensayos con un elevado componente de cizalla vienen determinadas por los valores máximos de deformación finita. Para el caso de la cizalla simple el valor máximo de γ_{xy} es $\text{tg } 60^\circ = 1.732$, lo que equivale aproximadamente a una R_f de 4.8. En la Fig. 12 se representan las formas extremas que puede adoptar dicha célula de deformación y en la gráfica de la Fig. 13 se dan los valores máximos de R_f que pueden obtenerse para distintas vorticidades.

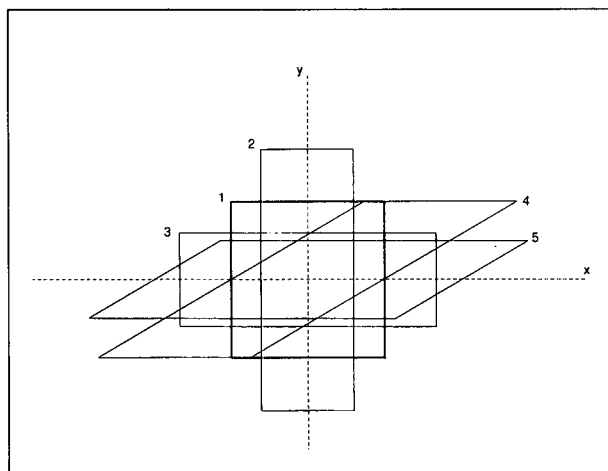


Figura 12.- Posiciones extremas que permite adoptar la célula de deformación experimental. Los cambios de configuración de la célula se consiguen mediante tres movimientos básicos: desplazamientos paralelos a los ejes x e y , y rotación dextrogiro del eje y . La transformación de la configuración 2 a la 3 genera una cizalla pura. La transformación de configuraciones tipo 4 a las de tipo 5 (definidas por ángulos $\beta \geq 30^\circ$) generan cizallas sub-simples del tipo $30^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$. La transformación de 1 a 4 genera una cizalla simple. Las cizallas sub-simples del espectro $0^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$ pueden ser generadas mediante transformaciones de las formas iniciales 1 o 2 a tipos 5 ($\beta \geq 30^\circ$). La independencia de los tres movimientos permite adicionalmente generar deformaciones bajo vorticidad variable y asimismo bajo condiciones no isocóricas.

Fig. 12 Extreme positions of the experimental deformation cell. The changes in the shape are achieved by means of three basic movements: displacements parallel to the axes x and y and clockwise rotation of the y axis. The change from 2 to 3 gives rise to pure shear. From 4 to 5 sub-simple shear deformations of the range $30^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ are obtained. Change from 1 to 4 gives rise to a simple shear deformation. The sub-simple shear deformations of the range $0^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$ can be obtained changing type 1 or 2 to type 5 ($\beta \geq 30^\circ$). Additionally, the autonomy of the three movements makes possible deformations induced under a variable vorticity and also under non isochoric conditions.

Esta célula de deformación ofrece posibilidades adicionales, puesto que la sincronización de movimientos (mediante tres motores paso a paso) permite generar cualquier trayectoria entre dos formas del espectro. Con ello se consigue obtener estados de deformación finita idénticos generados bajo distintas trayectorias con vorticidades distintas. Así pueden generarse estructuras que respondan a una misma deformación finita mediante deformación coaxial precedida de deformación no coaxial o viceversa.

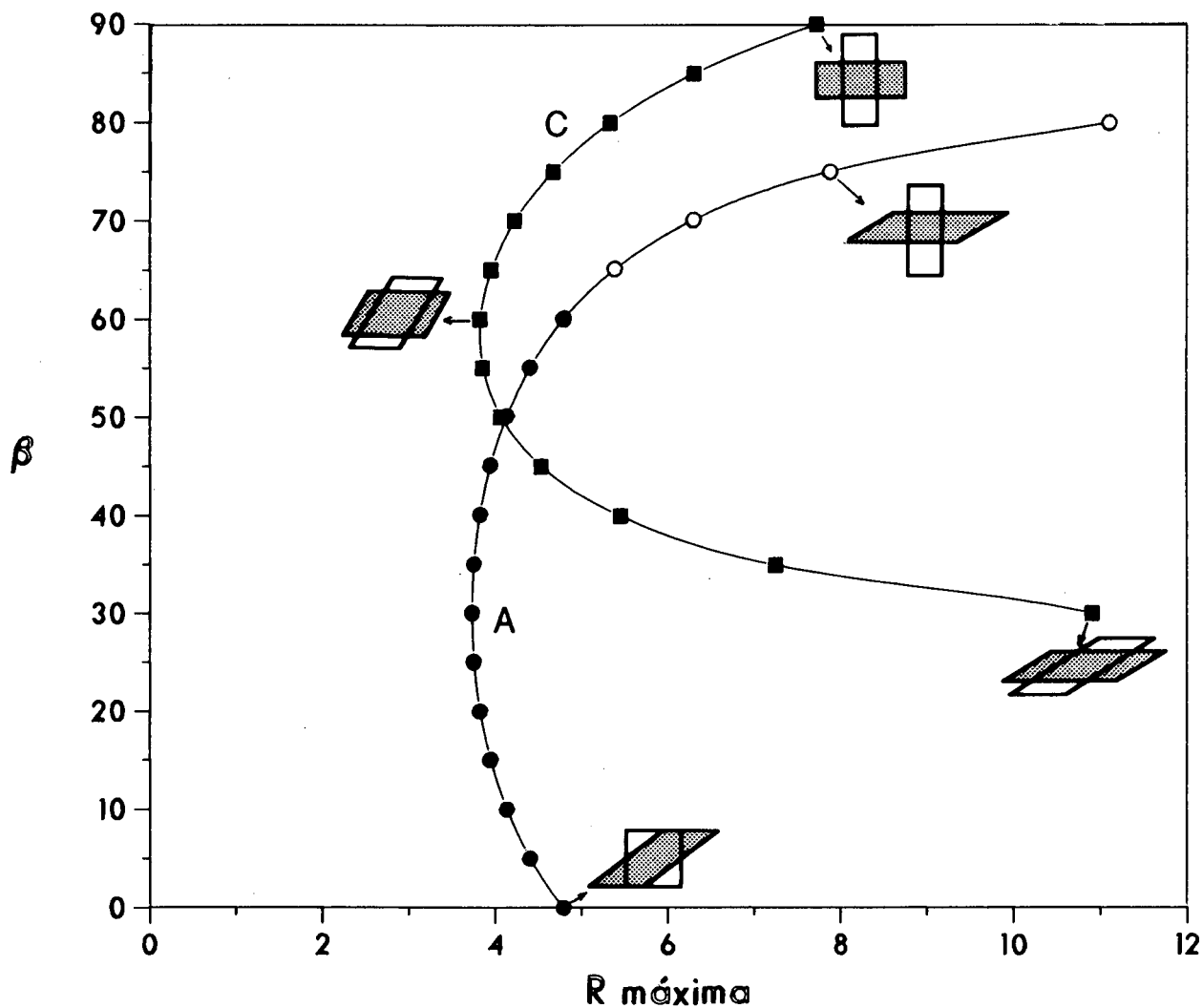


Figura 13.- Valores máximos de deformación (Rf) que se pueden conseguir para ensayos bajo vorticidad constante, mediante la célula presentada en la figura 12, expresados en función del grado de no-coaxialidad del ensayo (Tipos A y C, figura 11). Los círculos abiertos en los ensayos de Tipo A indican que la forma inicial de la célula es rectangular.

Figure 13.- Maximum values of finite strain (Rf) which can be obtained by deformation test with a constant vorticity by means of the deformation cell shown in figure 12. These values are expressed as a function of the degree of non-coaxiality of the test (Types A and C in fig. 11). Open circles in type A test indicate that the initial shape of the cell is rectangular.

LA INFLUENCIA DEL GRADO DE NO COAXIALIDAD EN LA GEOMETRIA DE ESTRUCTURAS GEOLOGICAS: EL EJEMPLO DE LOS PLIEGUES

Los regímenes de deformación que comportan importantes componentes de cizalla y afectan a rocas estratificadas y/o foliadas suelen inducir a la formación de pliegues de ejes dispersos o curvos. Esta circunstancia ha sido profusamente descrita y anali-

zada (Bryant & Read, 1969; Carreras & Santanach, 1973; Borradaile, 1972; Ramsay & Sturt, 1973; Sanderson, 1973; Escher & Watterson, 1974; Carreras et al. 1977; Bell, 1978; Ramsay, 1979; Minnigh, 1979; Quinquis et al. 1978; Berthé & Brun, 1980; Skjerve, 1980). El origen de este tipo de pliegues puede presentar una doble problemática: su nucleación y orientación inicial y su evolución durante la progresión de la deformación. En general ambos problemas han sido abordados de dos formas distintas: 1) consi-

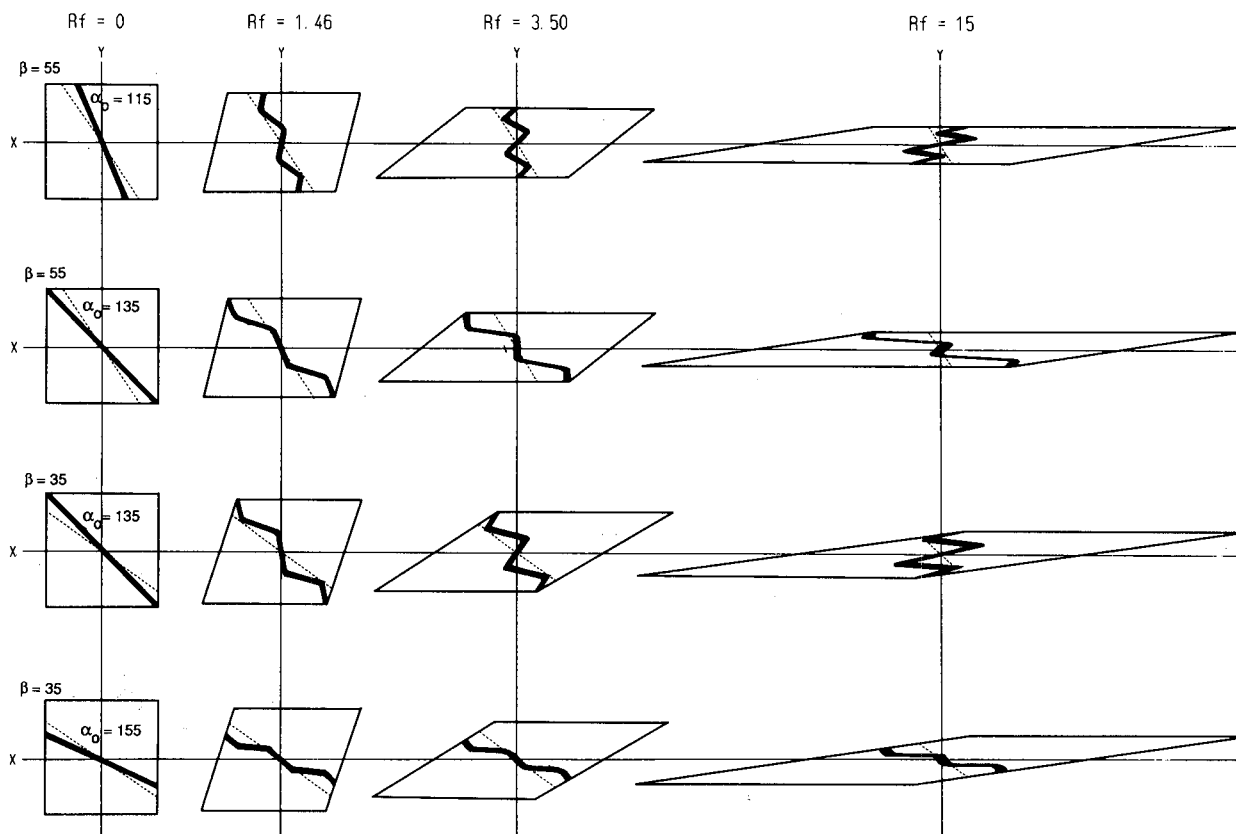


Figura 14.- Representación esquemática del desarrollo y evolución en dos dimensiones de pliegues asimétricos por cizalla sub-simple. Para un determinado valor de β , la asimetría de los pliegues depende de la orientación relativa de la capa (indicada por α_0) y la línea de no rotación, pudiéndose generar asimetrías aparentemente antitéticas con el componente de cizalla. Para una misma orientación de la capa respecto a los ejes cinemáticos, es posible generar pliegues con asimetrías opuestas, dependiendo ello del grado de no coaxialidad de la deformación.

Figure 14.- Schematic representation of the development and evolution in two dimensions of asymmetric folds formed under sub-simple shear. For a given value of β the fold asymmetry depends upon the relative orientation of the layer (indicated by α_0) and the line of no rotation. Apparently antithetic asymmetries with regard to the shear component can form. For an identical initial layer orientation with regard to the kinematic axes, opposite fold asymmetries can form, depending on the degree of non-coaxiality of the deformation.

derando la deformación por cizalla, en condiciones ideales de cizalla simple, como factor esencial de la variable orientación de los ejes, o 2) analizando las dispersiones como resultado de la orientación relativa entre el plano sometido a deformación y el elipsoide de deformación. En este segundo caso en general se ha obviado la no coaxialidad de la deformación, manteniendo para cualquier valor de la deformación los ejes principales del elipsoide de deformación paralelos a los ejes de referencia. Si bien ambos planteamientos son compatibles y no excluyentes, la influencia del grado de no coaxialidad sobre la orientación original de éstos pliegues, sus variaciones geométricas y la trayectoria de sus ejes es una cuestión escasamente analizada hasta la actualidad, a excepción del importante trabajo de Hoepfener et

al. (1983) que considera algunos aspectos de la evolución geométrica en dos dimensiones.

Aquí, y a modo de presentación de la modelización complementaria a la experimentación, se examinarán brevemente las implicaciones fundamentales de la variación de la vorticidad en la geometría de los pliegues. En trabajos posteriores se analizará esta cuestión en mayor profundidad en base a la experimentación con el prototipo diseñado y al análisis de estructuras reales.

La incidencia de la variación de la vorticidad comporta, entre otros, dos aspectos fundamentales: 1) el control del grado, forma y signo de la asimetría de los pliegues; y 2) el control sobre la trayectoria de la rotación de los ejes como efecto del incremento de

la deformación. El primero de los aspectos puede ser analizado considerando como hasta ahora se ha realizado, la situación bidimensional. El segundo de los aspectos requiere la introducción en la deformación de tres dimensiones, si bien puede ser ésta en condiciones de *plane strain*, manteniendo cero el componente de deformación a lo largo del tercer eje.

Control de la vorticidad sobre la simetría de los pliegues.

En la naturaleza los pliegues asimétricos son estructuras muy abundantes y sin embargo la modelización de este tipo de geometrías es más bien escasa. Ello se debe a que la teoría de *buckling* se ha desarrollado esencialmente para deformaciones de tipo coaxial. Excluyendo los pliegues de tipo *kink*, las posibles asimetrías dependen casi exclusivamente de la orientación previa de la capa (Treagus, 1973), del sistema de multicapa o de la anisotropía mecánica (Cobbold et al. 1973). El incremento del ángulo diedro entre la heterogeneidad planar y el plano YZ del elipsoide incremental favorece la asimetrización del pliegue, pero sin embargo el incremento de este ángulo determina que la capa penetre rápidamente en el campo de extensión, por lo que es difícil generar pliegues asimétricos apretados. En contraposición, los modelos experimentales de plegamiento en condiciones de cizalla simple (Ghosh, 1966; Ramberg & Johnson, 1976; Reches & Johnson, 1976; Manz & Wickham, 1978; Williams & Price, 1990) han dado resultados más satisfactorios en cuanto a la generación de pliegues asimétricos.

En general la razón de la asimetrización de los pliegues radica en dos circunstancias: 1) la distinta velocidad de rotación de los flancos una vez generada la inestabilidad sinusoidal inicial, y 2) la variación del estiramiento de cada flanco en función de su distinta orientación. Adicionalmente debe tenerse en cuenta el progresivo cambio de orientación de la envolvente de los pliegues sujeta a la rotación global de la capa. Esta circunstancia ha sido contemplada en los ensayos de Hoepfener et al. (1983) para todo el espectro de situaciones entre la cizalla simple y la cizalla pura.

En este trabajo, utilizando el desarrollo teórico previo sobre la variación de los parámetros de deformación para distintas orientaciones de la línea de no rotación, se incidirá en dos cuestiones fundamentales: la influencia de la orientación de la capa en la asimetría y la influencia del grado de no coaxialidad.

Para deformaciones de carácter mixto, la asimetría de los pliegues dependerá de la orientación de la

capa respecto a la línea de no rotación (Fig. 14). Para aquellas situaciones en las que el ángulo de la capa con el eje cinemático *x* sea menor que el ángulo entre la línea de no rotación y este mismo eje (*a*), la asimetría será congruente con el sentido del componente de cizalla, mientras que para ángulos mayores las asimetrías son aparentemente inversas a las del sentido de cizalla. En el caso de cizalla simple la asimetría es siempre congruente con el sentido de cizalla, mientras que en la cizalla pura la asimetría depende de la orientación de la capa a uno u otro lado de la dirección principal de acortamiento.

Esta circunstancia tiene dos implicaciones fundamentales: 1) para un mismo grado y signo de no coaxialidad pueden generarse pliegues con simetrías opuestas, y 2) para una misma orientación inicial de la capa pueden generarse asimetrías inversas si existe una variación del grado de no coaxialidad. Este planteamiento constituye una importante vía a desarrollar en el futuro tanto a nivel de modelización teórica y experimental como en la de la interpretación de los regímenes tectónicos a nivel regional.

Orientación de los ejes de los pliegues

Si bien en este trabajo se excluye un análisis profundo de las deformaciones no coaxiales en tres dimensiones, sí es posible extraer algunas conclusiones importantes considerando la tercera dimensión, pero sin introducir componente alguno de deformación (o desplazamiento) según el tercer eje, y manteniendo por tanto una situación de *plane strain* y de deformación isocórica. En la matriz de transformación de coordenadas se considera por tanto $y_f=y_0$ o bien $y_i=y_0$.

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_f & 0 & b_f \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

En este caso pueden considerarse no sólo la evolución de la asimetría de los pliegues bajo deformaciones progresivas no coaxiales sino también la evolución de la orientación de sus ejes. En aquellos casos en los que la superficie originalmente plana que se pliega intersecta al sistema de referencia según la dirección *z* (y por tanto es coincidente con el eje intermedio de las elipses de deformación incremental y finita) no existe reorientación de los pliegues. Sin embargo, para los restantes casos en que los planos son oblicuos, la orientación de los pliegues es variable,

puesto que éstos se generan perpendicularmente a la dirección de acortamiento en el plano y por tanto paralelamente a la dirección de extensión, (Ramberg, 1959; Flinn, 1962). Existen varios métodos para hallar estas dos direcciones: Ramberg, 1975; Ferguson, 1979; Fry, 1979; Gendzwill & Stauffer, 1981; Treagus & Treagus, 1981, dan ecuaciones para obtener directamente las elipses o sus ejes, que resultan de la intersección de un elipsoide con un plano en cualquier orientación. Skjernaa (1980) elabora para el caso de la cizalla simple un sencillo método, en parte gráfico, que también puede ser aplicado a todo el espectro de deformaciones cizalla simple - cizalla pura, y que consiste en determinar sobre el plano deformado las líneas de no deformación longitudinal finita. Establecidas éstas, la dirección de máxima extensión se sitúa en la bisectriz, en el campo de extensión del ángulo formado por ambas líneas. Las líneas de no deformación longitudinal finita sobre el plano deformado pueden hallarse conociendo la orientación de los dos planos de no deformación longitudinal finita. La intersección de éstos con el plano deformado define la orientación de las líneas buscadas. Los planos de no deformación longitudinal finita son aquellos que contienen ambos el eje z, y cada uno su correspondiente línea de no deformación longitudinal finita determinada mediante la ecuación (27).

Otro problema deriva del criterio utilizado para determinar la trayectoria del eje durante la progresión de la deformación. Existen dos opciones extremas: 1) considerar que el eje se sitúa siempre paralelamente a la dirección de extensión en el plano que se deforma, (Osberg, 1975; Stringer & Treagus, 1980; Treagus & Treagus, 1981), y 2) considerar que el pliegue formado tras el incremento n de deformación gira pasivamente sujeto a las ecuaciones de rotación de una línea (Flinn, 1962; Sanderson, 1973; Ramsay, 1979). Si bien existen pequeñas discrepancias en las trayectorias de orientación de los ejes, las direcciones de éstos para ambas opciones son coincidentes para orientaciones iniciales, y son de nuevo convergentes hacia los estados de deformación avanzados, cuando tienden a paralelizarse con el eje X del elipsoide de deformación finita. Sin embargo sí pueden resultar significativas las diferencias en las trayectorias de los ejes que se registran para una misma orientación inicial de una superficie plana, y que se deforma bajo distintos grados de coaxialidad. En la Fig. 15 se representan las trayectorias de las direcciones de máxima elongación en el plano para las situaciones de cizalla simple, cizalla mixta (con $\beta = 45^\circ$) y cizalla pura.

Este giro de ejes, que es consecuencia de la deformación progresiva de capas oblicuas respecto a las direcciones principales de los elipsoides de deformación incrementales, puede explicar la frecuente existencia de pliegues cogenéticos de orientación

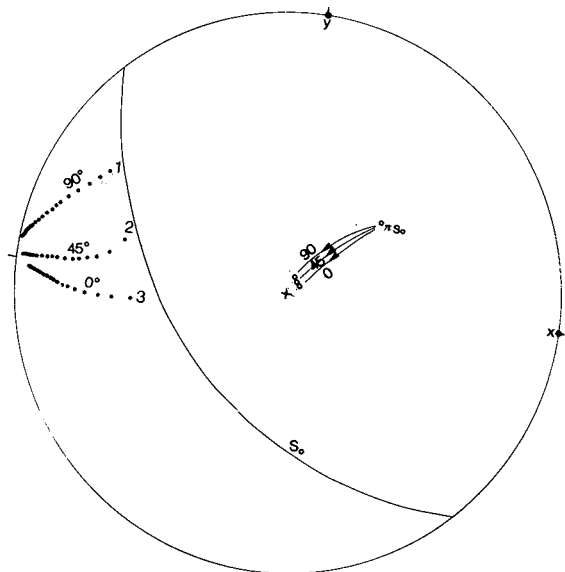


Figura 15.- Desarrollo y reorientación de los ejes de los pliegues formados por deformación de una capa oblicua (S_0) mediante cizalla pura (1, $\beta = 90^\circ$), cizalla simple (3, $\beta = 0^\circ$) y cizalla sub-simple o mixta (2, $\beta = 45^\circ$). Bajo la progresión de la deformación los pliegues tienden a reorientarse gradualmente hacia el paralelismo con las respectivas direcciones de máxima extensión (eje X de los elipsoides de deformación finita).

Fig. 15 Development and axes reorientation on folds formed by deformation of an oblique layer (S_0) by means of pure shear (1, $\beta = 90^\circ$), simple shear (3, $\beta = 0^\circ$) and sub-simple shear (2, $\beta = 45^\circ$). With deformation folds axes tend to reorientate gradually towards their respective maximum extension directions (X axes of the finite strain ellipsoids).

variable en áreas donde existen gradientes de deformación. En general se ha asociado la presencia de los pliegues de ejes de orientación variable con regímenes cizallantes. Sin embargo, y puesto que la reorientación de ejes de pliegues no es exclusiva de las deformaciones por cizalla simple heterogénea, el análisis de las trayectorias de los ejes, que es diferente para grados de coaxialidad distintos, puede aportar información adicional acerca del grado de no coaxialidad del régimen deformativo.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte de los proyectos DGICYT PB 85-0161 y PB 88-0240. Los autores desean expresar su agradecimiento a P. Simó, quien realizó las primeras versiones de parte de los programas utilizados en este trabajo, a M. Julivert por sus sugerencias y a los evaluadores J. L. Alonso y J. M. Casas por sus comentarios críticos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BELL, T.H. (1978). Progressive deformation and reorientation of fold axes in a ductile mylonite zone: the Woodroffe thrust. *Tectonophysics* **44**: 285-320.
- BERTHE, D. & BRUN, J.P. (1980). Evolution of folds during progressive shear in the South of Armorican Shear Zone France. *J. Struct. Geol.* **2**: 127-133.
- BIOT, M.A. (1961). Theory of folding of stratified viscoelastic media and its implications in tectonics and orogenesis. *Bull. geol. Soc. Am.* **72**: 1595-1620.
- BIOT, M.A.; ODE, H. & ROEVER, W.L. (1961). Experimental verification of the theory of folding of stratified viscoelastic media. *Bull. geol. Soc. Am.* **72**: 1621-1630
- BJORNRUD, M. (1989). Mathematical model for folding of layering near rigid objects in shear deformation. *J. Struct. Geol.* **11**: 245-254.
- BOBYARCHIK, A.R. (1986). The eigenvalues of steady state flow in Mohr space. *Tectonophysics* **122**: 35-51.
- BORRADAILE, G.S. (1972). Variably oriented co-planar primary folds. *Geol. Mag.* **109**: 89-98.
- BRYANT, B. & REED, J.C. (1969). Significance of lineation and minor folds near major thrust faults in the southern Appalachians and the British and Norwegian Caledonides. *Geol. Mag.* **106**: 412-429.
- CARRERAS, J. & SANTANACH, P.F. (1973). Micropliegues y movimiento en los cizallamientos profundos del Cabo de Creus (prov. Gerona, España). *Estud. Geol.* **19**: 439-450.
- CARRERAS, J.; ESTRADA, A. & WHITE, S.H. (1977). The effects of folding on the c-axis fabrics of a quartz mylonite. *Tectonophysics* **39**: 3-25.
- CHAPPLE, W.M. (1968). A mathematical theory of finite-amplitude rock-folding. *Bull. geol. Soc. Am.* **72**: 1621-1630.
- CHAPPLE, W.M. (1969). Fold shape and rheology: The folding of an isolated viscous-plastic layer. *Tectonophysics* **7**: 97-116.
- COBBOLD, P.R. (1975a). Fold propagation in single embedded layers. *Tectonophysics* **27**: 333-351.
- COBBOLD, P.R. (1975b). A biaxial press for model deformation and rheological tests. *Tectonophysics* **26**: T1-T5.
- COBBOLD, P.R., COSGROVE, J.W. & SUMMERS J.M. (1971). The development of internal structures in deformed anisotropic rocks. *Tectonophysics* **12**: 23-53.
- COBBOLD, P.R. & GAPAIS, D. (1987). Shear criteria in rocks: an introductory review. *J. Struct. Geol.* **9**: 521-523.
- COBBOLD, P.R. & QUINQUIS, H. (1980). Development of sheath folds in shear regimes. *J. Struct. Geol.* **2**: 119 - 126.
- CURRIE, J.B.; PATNODE, H.W. & TRUMP, R.P. (1962). Development of folds in sedimentary strata. *Bull. geol. Soc. Am.* **73**: 655-674.
- DE PAOR, D.G. (1983). Orthographic analysis of geological structures.-I. Deformation theory. *J. Struct. Geol.* **5**: 255-277.
- DONATH, F.A. (1968). The development of kink bands in brittle anisotropic rock. In: L.H. Larson (ed.) *Igneous and metamorphic geology*. Geol. Soc. Amer. Mem. 115: 453-493.
- DUBEY, A.K. & COBBOLD P.R. (1977). Noncylindrical flexural slip folds in nature and experiment. *Tectonophysics* **38**: 223-239.
- ELLIOTT, D. (1972). Deformation paths in structural geology. *Bull. Geol. Soc. Am.* **83**: 2621-2638.
- ESCHER, A. & WATTERSON, J. (1974). Stretching fabrics, folds and crustal shortening. *Tectonophysics* **22**: 223-231.
- FERGUSON, C.C. (1979). Intersection of ellipsoids and planes of arbitrary orientation and position. *Math. geol.* **11**: 329-336.
- FOSSEN, H. & TIKOFF, B. (1991). Simultaneous pure and simple shear: the unified deformation matrix. In: The geometry of naturally deformed rocks, The Jhon Ramsay Meeting. *Mitt. ans den Geol. Inst. ETH Zürich, Neue Folge* **239b** : 143-144.
- FLINN, D. (1962). On folding during three-dimensional progressive deformation. *J. S Geol. Soc. Lond.* **118**: 215-229.
- FRY, N. (1979). Density distribution techniques and strained length methods for the determination of finite strain. *J. Struct. Geol.* **1**: 221-229.
- GENDZWILL, D. & STAUFFER, M.R. (1981). Analysis of triaxial ellipsoids: their shapes, plane sections and plane projections. *Math. geol.* **13**: 135-152.
- GHOSH, S.K. (1966). Experimental tests of buckling in relation to strain ellipsoid in simple shear deformations. *Tectonophysics* **3**: 169 - 185.
- GHOSH, S.K. (1968). Experiments of buckling of multilayers which permit interlayer gliding. *Tectonophysics* **6**: 207-250.
- GHOSH, S.K. (1975). Distortion of planar structures around rigid spherical bodies. *Tectonophysics* **28**: 185-208.
- GHOSH, S.K. (1987). Mesure of non-coaxiality. *J. Struct. Geol.* **9**: 111-115.
- GHOSH, S.K. & RAMBERG, H. (1968). Buckling experiments on intersecting fold patterns. *Tectonophysics* **5**: 89-105.
- GHOSH, S.K. & SENGUPTA, S. (1973). Compression and simple shear tests models with rigid deformable inclusions. *Tectonophysics* **17**: 133-175.
- GHOSH, S.K. & RAMBERG, H. (1976). Reorientation of inclusions by combination of pure shear and simple shear. *Tectonophysics* **34**: 1-70.
- HARRIS L.B. & COBBOLD, P. (1984). Development of conjugate shear bands during bulk simple shearing. *J. Struct. Geol.* **7**: 37-44.
- HOEPPENER, R. (1963). Probleme physikalischer Tektonik. Elastische Spannungen und Reibungsspannungen. *Z. dt. geol. Ges.* **114**:
- HOEPPENER, R. (1964). Zur physikalischen Tektonik. Darstellung der affinen Deformationen, der Spannungs- und der Beanspruchungszustände mit Hilfe der flächentreuen Kugelprojektion. *Rock Mech. Eng. Geol.* **2**: 22 - 44.
- HOEPPENER, R. (1978). Grenzen quantitativer Untersuchungen bei tektonischen Experimenten. *Geol. Rdsch.* **67**: 858-879.
- HOEPPENER, R.; BRIX, M. & VOLLBRECHT, A. (1983). Some aspects on the origin of fold-type fabrics- theory, experiments and field applications. *Geol. Rdsch.* **72** (3): 1167 - 1196.
- HOEPPENER, R.; KALTHOFF, E. & SCHRADER, P. (1983). Zur Physikalischer Tektonik Bruchbildung bei verschiedenen affinen Deformationen in Experiment.. *Geol. Rdsch.* **59**: 179 - 193.
- HSU, T.C. (1966) The characteristics of coaxial and non-coaxial strain paths. *J. Strain Analysis* **1**: 216-222.

- HUDLESTON, P.J. (1973). An analysis of 'single layer' folds developed experimentally in viscous media. *Tectonophysics*, **16**: 189-214.
- JOHNSON, A.M. & ELLEN, S.D. (1974). A theory of concentric, kink and sinusoidal folding and of monoclinical flexuring of compressible, elastic multilayers. I. Introduction. *Tectonophysics*, **21**: 1- 38.
- JOHNSON, A.M. & HONEA, E. (1975). A theory of concentric, kink and sinusoidal folding and of monoclinical flexuring of compressible, elastic multilayers. III. Transition from sinusoidal to concentric-like to chevron folds. *Tect.*, **21**: 1- 38.
- LISTER, G.S. & WILLIAMS, P.F. (1983). The partitioning of deformation in flowing rock masses. *Tectonophysics* **92**: 1-33.
- MANCKTELOW, N.S. (1988). An automated machine for pure shear deformation of analogue materials in plane strain. *J. Struct. Geol.* **10**: 101 - 108.
- MANDAL, N. & KARMAKAR, S. (1989). Boudinage in homogeneous foliated rocks. *Tectonophysics* **170**: 151-158.
- MANZ, R. & WICKHAM, J. (1978). Experimental analysis of folding in simple shear. *Tectonophysics* **44**: 79 - 90.
- MEANS, W.D. (1990). Kinematics, stress, deformation and material behaviour. *J. Struct. Geol.* **12**: 953-971.
- MEANS, W.D.; HOBBS, B.E.; LISTER, G.S. & WILLIAMS, P.F. (1980). Vorticity and non-coaxiality in progressive deformations. *J. Struct. Geol.* **2**: 371 - 378.
- MINNIGH, L.D. (1979). Structural analysis of sheath folds in a mega chert from the western Italian Alps. *J. Struct. Geol.* **1**: 275-282.
- NEURATH, C. & SMITH, R.B. (1982). The effect of material properties on growth rates of folding and boudinage: experiments with wax models. *J. Struct. Geol.* **4**: 215-229.
- OSBERG, P.S. (1975). Minor folds and derived orientations of strain in the east flank of the Berkshire Massif, Massachusetts. *Prof. Pa. U.S. Geol. Surv.* **888**: 97-103.
- PASSCHIER, C.W. (1986) Flow in natural shear zone- the consequences of spinning flow regimes. *Earth Plan. Sci. Letters* **77**: 70-80.
- PASSCHIER, C.W. (1988 a). The use of Mohr circles to describe non-coaxial progressive deformation. *Tectonophysics* **149**: 323-3338.
- PASSCHIER, C.W. (1988 b). Analysis of deformation paths in shear zones. *Geol. Rdsch.* **77**: 309-318.
- PASSCHIER, C.W. (1990). A Mohr circle construction to plot the stretch history of material lines. *J. Struct. Geol.* **12**: 513-515.
- PASSCHIER, C.W. & URAI, J.I. (1988). Vorticity and strain analysis using Mohr diagrams. *J. Struct. Geol.* **10**: 755 - 763.
- PATTERSON, M.S. & WEISS L.E. (1966). Experimental deformation and folding in phyllite. *Bull. geol. Soc. Am.* **77**: 343-374.
- PATTERSON, M.S. & WEISS L.E. (1968). Folding and boudinage of quartz-rich layers in experimentally deformed phyllite. *Bull. Geol. Soc. Am.* **79**: 795-812.
- QUINQUIS, H.; AUDREN, C.; BRUN, J.P. & COBBOLD, J.P. (1978). Intense progressive shear in Ile de Groix blueschists and compatibility with subduction or obduction. *Nature* **273**: 43-45.
- RAMBERG H. (1959). Evolution of ptygmatic folding. *Nor. Geol. Tidsskr.* **39**: 99-151.
- RAMBERG H. (1960). Relationship between length of arc and thickness of ptygmatically folded veins. *Am. J. Sci.* **258**: 36-46.
- RAMBERG H. (1961). Contact strain and folding instability of a multilayered body under compression. *Geol. Rdsch.* **51**: 405-439.
- RAMBERG H. (1964). Selective buckling of composite layers with contrasted rheological properties. A theory for simultaneous formation of several orders of folds. *Tectonophysics* **1**: 307-341.
- RAMBERG H. (1975). Particle paths, displacement and progressive strain applicable to rocks. *Tectonophysics* **28**: 1 - 37.
- RAMBERG H. & JOHNSON (1976). A theory of concentric, kink and sinusoidal folding and of monoclinical flexuring of compressible, elastic multilayers. V. Asymmetric folding in interbedded chert and shale of the Franciscan Complex, San Francisco Bay area, California. *Tectonophysics*, **32**: 295-320.
- RAMSAY, D.M. (1979). Analysis of rotation of folds during progressive deformation. *Bull. geol. Soc. Am.* **90**: 732-738.
- RAMSAY, D.M. & STURT, B.A. (1973). An analysis of noncylindrical and incongruous fold pattern from the Eocambrian rocks Sörøy, N. Norway. Part I Noncylindrical, incongruous and aberrant folding. *Tectonophysics* **18**: 81-107.
- RAMSAY, J.G. (1974). Development of chevron folds. *Bull. geol. Soc. Am.* **85**: 1741-1754.
- RAMSAY, J.G. & GRAHAM, R.D. (1970). Strain variations in shear belts. *Canad. Journ. Earth Sci.* **7**: 786 - 813.
- RAMSAY, J.G. & HUBER (1983). *The Techniques of Modern Structural Geology. Vol 1: Strain Analysis.* Academic Press, New York.
- RECHES, Z. & JOHNSON, A.M. (1976). Asymmetric folding and monoclinical kinking. *Tectonophysics* **35**: 295-334.
- SANDERSON, D.J. (1973). The development of fold axes oblique to regional trend. *Tectonophysics* **16**: 55-70.
- SKJERNAA, L. (1980). Rotation and deformation of randomly oriented planar and linear structures in progressive simple shear. *J. Struct. Geol.* **2**: 101-109.
- STEPHANSON, O. & BERNER, H. (1971). Finite element method in tectonic processes. *Phys. Earth Planetary Inter.* **4**: 301-321.
- STRINGER P. & TREAGUS, J.E. (1980). Non axial planar S_1 cleavage in the Hawick Rocks of the Galloway Area, Southern Uplands, Scotland. *J. Struct. Geol.* **2**: 317-331.
- TREAGUS, S.H. (1973). Buckling stability of viscous-layer system oblique to the principal compression. *Tectonophysics* **19**: 1-38
- TREAGUS, J.E. & TREAGUS, S.H. (1981). Folds and the strain ellipsoid: a general model. *J. Struct. Geol.* **3**: 1-17.
- TRUESDELL, C. (1954). *The Kinematics of vorticity.* Indiana University Press, Blomington.
- WATKINSON, A.J. (1976). Fold propagation and interference in single multilayer unit. *Tectonophysics*: **34**: 271-289.
- WEIJERMARS, R. (1991). The role of stress in ductile deformation. *J. Struct. Geol.* **13**: 1061-1078.
- WEISS, L.E. (1969). Flexural-slip folding of foliated model materials. In: A.J. Baer & D.K. Morris (eds.) *Proc. Conference on Research in Tectonics.* Canada Geol. Survey, Ottawa Paper: 68-52.
- WEISS, L.E. (1980). Nucleation and growth of kink bands. *Tectonophysics* **65**: 1-38.
- WILLIAMS, P.F. & PRICE, G.P. (1990). Origin of kink bands and shear-band cleavage in shear zones: an experimental study. *J. Struct. Geol.* **12**: 145-164.

APENDICE

x_0, y_0, z_0	coordenadas de los puntos en el estado no deformado
x_f, y_f, z_f	coordenadas de los puntos en el estado de deformación finita
$a, b, c, d,$	componentes de la matriz de transformación de coordenadas
a_i, b_i	componentes de la matriz incremental de transformación de coordenadas
u, v	componentes del desplazamiento en direcciones x e y
ϑ	ángulo que en el estado no deformado forma con el eje x la línea que en el estado deformado se convierte en la línea de máxima elongación finita, (eje mayor de la elipse)
ϑ'	ángulo que en el estado deformado forma con el eje x la línea de máxima elongación finita, (eje mayor de la elipse)
ω_f	componente rotacional de la deformación finita ($\omega_f = \vartheta' - \vartheta$)
ψ	cizalla angular
γ	deformación por cizalla (= $\text{tg } \psi$)
$\dot{\epsilon}_x$	ritmo o tasa de deformación longitudinal (<i>longitudinal strain rate</i>)
$\dot{\gamma}$	ritmo o tasa de deformación por cizalla (<i>shear strain rate</i>)
W_k	número de la vorticidad cinemática
α	ángulo obtuso que forman las líneas de no rotación
K	= $\text{tg } \alpha$
β	ángulo agudo que forman las líneas de no rotación
K'	= $\text{tg } \beta$
λ_1, λ_2	elongaciones cuadráticas principales
R	= $\sqrt{\lambda_1}/\sqrt{\lambda_2}$, relación axial de la elipse de deformación incremental (R_i) o finita (R_f).
J, N	primer y segundo invariantes de la deformación
v	ángulo que forman las líneas de no deformación longitudinal finita con el eje x .