

Una comunitat matemàtica escindida

Josep Gascón

Universitat Autònoma de Barcelona

Departament de Matemàtiques

La idea de *comunitat matemàtica* en sentit ampli ha estat, sens dubte, la més activa i una de les més compartides entre els participants a les *Primeres Jornades de Matemàtiques i Didàctica de les Matemàtiques*.¹ Aquesta idea directriu ha estat, malgrat tot, enfosquida per un fort sentiment de separació entre els diversos tipus de matemàtics presents. A la mateixa convocatòria de les jornades ja es parlava de la «palpable separació entre els centres de producció del coneixement matemàtic i les institucions que utilitzen aquest coneixement, entre les quals hi ha, és clar, les institucions educatives», i es proposava d'iniciar un debat en el si de la *comunitat matemàtica* per tal d'aclarir el rol dels matemàtics productors i el dels didàctics davant els problemes relacionats amb la transmissió del coneixement matemàtic.

Algunos dels participants van abordar explícitament la qüestió. Així, per exemple, Miguel de Guzmán es va preguntar *qui és el matemàtic?* i va argumentar que la comunitat matemàtica és una espècie de subcultura heterogènia molt escindida en diferents «tipus» de matemàtics: el *matemàtic tècnic*, el *matemàtic docent*, el *matemàtic teòric de l'educació* i el *matemàtic divulgador*. Per la seva banda, Yves Chevallard va plantejar que l'acceptació de la comunitat matemàtica, en tota la seva extensió (incloent-hi, al costat dels *matemàtics productors*, els *professors de matemàtiques*, els *divulgadors*, els *epistemòlegs* i els *didàctics de les matemàtiques*), és el punt de partida d'un canvi cultural necessari per tal que no acabi trencant-se el procés que fa possible la satisfacció de les necessitats matemàtiques de la societat que, a més, augmenten de dia en dia.

Des de la meua posició d'investigador en didàctica de les matemàtiques i, alhora, de professor de matemàtiques, tinc la intenció de continuar aquí el debat encetat a les jornades; em proposo replantejar el paper que han de fer els diversos tipus de matemàtics dins la comunitat matemàtica extensa i analitzar algunes conseqüències de l'escissió d'aquesta comunitat.

1. Es van celebrar a Bellaterra els dies 6 i 7 de febrer de 1991, organitzades pel Departament de Matemàtiques de la UAB i el Centre de Recerca Matemàtica. Les actes van ser publicades al número 6 del *Bulletí de la Societat Catalana de Matemàtiques*.

1. Els didàctics dins la comunitat matemàtica

Per tal d'aclarir la funció dels didàctics dins la comunitat matemàtica i la seva relació amb la resta dels membres d'aquesta comunitat caldrà, prèviament, explicitar el que entenem per *didàctica de les matemàtiques*. La importància d'aquesta explicitació prové del fet que propugnem una noció de *didàctica* que encara no és predominant entre els mateixos investigadors en didàctica i que, en allunyar-se inicialment de la problemàtica quotidiana del professor, no és prou coneguda dins la nostra comunitat.

Des d'una perspectiva ingènua, la didàctica de les matemàtiques és considerada com la disciplina que s'ocupa de l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques, amb l'objectiu últim de contribuir a millorar-lo. Caracteritzaré aquest enfocament, que seguint Brousseau (1986) anomenaré «clàssic», partint del seu pressupòsit implícit que determina allò que es prendrà com a *problemàtica didàctica*. **Per a la didàctica clàssica el que és problemàtic és únicament el coneixement matemàtic de l'alumne²** i quan estudia aquest objecte, ho fa sense qüestionar ni reinterpretar els sabers (psicològics, pedagògics, matemàtics, etc.) que ella mateixa utilitza per dur a terme aquest estudi.

El que és específic de la didàctica clàssica no és, doncs, el seu caràcter més o menys «psicologista», sinó més aviat la seva assumpció acrítica del fet que la *problemàtica didàctica* pugui ser abordada mitjançant una reflexió descondicionada, recolzada en la integració d'altres sabers científics preliminars i relativament independents.³ En altres paraules, **la didàctica clàssica assumeix ingènuament que els sabers que utilitza o bé no són problemàtics en si mateixos (como els sabers matemàtics), o bé no formen part de la problemàtica didàctica (com els psicològics o els pedagògics); en tot cas no han de ser controlats ni reinterpretats per aquesta disciplina, que en conseqüència, passa a tenir un caràcter tecnològic** (en el sentit d'aplicació tècnica de sabers aliens). Tan sols és problemàtic el coneixement matemàtic de l'alumne i és aquest l'únic que ha de ser estudiat per la didàctica, és a dir, modelitzat i teoritzat per contrastar-lo amb els «fets didàctics» empírics (per exemple, amb el tipus d'errors comesos per l'alumne).

El nou punt de vista de la *didàctica fonamental*, iniciat per Brousseau al principi dels anys setanta, **amplia radicalment la problemàtica didàctica considerant en primer lloc com a problemàtic el saber matemàtic en si mateix i no tan sols el coneixement matemàtic de l'alumne**. Això significa que per tal d'estudiar els fenòmens lligats a l'aprenentatge de, per exemple, l'àlgebra elemental, i abans de modelitzar (per explicar) els diversos tipus d'errors que comet l'alumne en la utilització i interpretació del llenguatge algebraic elemental, **és necessari partir d'un model episte-**

2. Certament, el seu objecte d'estudi ha evolucionat des de la pura *activitat cognitiva del subjecte en el procés d'aprenentatge*, descrita pels models de la psicologia educativa i els models d'aprenentatge, fins a la *gènesi i construcció dels coneixements matemàtics de l'alumne*.

3. Aquesta és l'accepció clàssica de les anomenades *didàctiques específiques* entre les quals es compta, a més de la didàctica de les matemàtiques, la didàctica de les ciències físico-químiques, entre d'altres. Vegeu, per exemple, Gil i altres (1991).

mològic, més o menys explícit, de la mateixa àlgebra elemental. Aquesta necessitat és absoluta, com es posa de manifest quan no s'explicita el model epistemològic de referència; llavors s'utilitza de manera no conscient un model implícit, ingenu, imposat per la cultura i que, com a tal, condiciona totalment la investigació didàctica. En el cas de l'àlgebra elemental, el model ingenu habitual és aquell que la interpreta com una mena **d'aritmètica generalitzada**⁴ però, tal com hem mostrat en un altre lloc, és preferible utilitzar per a l'àlgebra elemental un model que la interpreta com una eina generada en el desenvolupament del patró d'anàlisi-síntesi (cf. Gascón, 1992).

El nou objecte d'estudi de la didàctica de les matemàtiques, que engloba el de la didàctica clàssica, és la *producció i la comunicació dels coneixements matemàtics*, la qual cosa situa aquesta disciplina en el marc d'una epistemologia ampliada de les matemàtiques (cf. Chevallard, 1990 i Gascón, 1992). L'èmfasi es posa, doncs, en el pol del coneixement matemàtic (dins la relació didàctica ternària coneixement-alumnes-professor) en el marc d'un enfocament unitari i sistemàtic de la didàctica on l'objecte bàsic d'estudi és el *sistema didàctic*.

Un dels trets específics de la didàctica fonamental és la hipòtesi que **els «fets didàctics», una vegada interpretats com a «fenòmens», poden ser utilitzats per contrastar i modificar els models del desenvolupament del saber matemàtic i per reinterpretar tots aquells conceptes que la didàctica clàssica importava d'altres disciplines científiques.** D'aquesta manera es rebutja el caràcter merament tecnològic i es reivindica **un caràcter científic, fonamental, per al saber didàctic.** Això significa postular un nou camp de coneixements l'existència de *fenòmens didàctics* no reduïbles a simples fenòmens psicològics, socials o matemàtics i, en conseqüència, la necessitat de teories didàctiques autònomes.

Des d'aquesta perspectiva és fàcil comprendre la funció dels didàctics dins la comunitat matemàtica. D'una banda, comparteixen amb els epistemòlegs i els historiadors de les matemàtiques la responsabilitat d'elaborar i contrastar models del saber matemàtic; aquesta funció és essencial per tal de possibilitar la integració cultural del *saber matemàtic*. D'altra banda, han de produir sabers científics —relatius al *procés didàctic*— per fonamentar la construcció dels mitjans d'ensenyament (*enginyeria didàctica*) que responguin a problemes tècnics predeterminats on els efectes es preveuen o es calculen d'acord amb aquests sabers didàctics (cf. Brousseau, 1989). Per a l'acompliment d'aquestes funcions els didàctics han d'estar integrats dins la comunitat matemàtica a la qual han de dirigir-se en primera instància, sobre la qual han d'actuar i davant la qual són responsables (cf. Brousseau, 1991). En aquest sentit els didàctics poden fer un paper de «pont» entre els professors i els productors dels coneixements matemàtics.

4. Vegeu, per exemple, Booth (1984), i Gallardo i Rojano (1988).

2. Cap a una escissió definitiva dels professors de matemàtiques?

Fèlix Klein (1927) ja parlava d'una *discontinuitat* entre les matemàtiques que s'ensenyen a la universitat i les necessitats del professor de matemàtiques. Atès que el professor de matemàtiques no pot realitzar per ell mateix el lligam necessari entre les matemàtiques que ha estudiat i les matemàtiques que ha d'ensenyar (a nivell primari o secundari) ha d'acceptar una modalitat d'ensenyament «tradicional» sobre la qual els seus coneixements matemàtics no exerceixen ni la més petita influència.

Aquesta discontinuitat afectava més les institucions (escola i universitat) i no tant la comunitat matemàtica, ja que els productors no eren encara reclosos a la universitat;⁵ però l'augment espectacular de les necessitats de professors de matemàtiques de tots els nivells (especialment d'ensenyament primari i secundari), fruit de la confluència de múltiples factors socials, culturals i econòmics, ha canviat radicalment la situació. Actualment, a l'estat espanyol, hi ha més de 140.000 professors que poden ser considerats com a *professors de matemàtiques* a nivell no universitari; d'entre els quals tan sols el 10 % són llicenciats universitaris, mentre el 90 % restant són diplomats.⁶ A més, d'entre els llicenciats cada vegada és més petita la proporció de llicenciats en matemàtiques al costat d'un percentatge creixent de llicenciats en d'altres disciplines (biologia i química, principalment), fenomen relacionat amb la creixent fuga de científics, i especialment de matemàtics, del sistema educatiu no universitari.

Aquesta situació possibilita que avui dia sigui cada vegada més perceptible **una perillosa separació entre els professors de matemàtiques de nivell no universitari i els matemàtics productors**. La distància creix al mateix temps que disminueix la consciència de pertànyer a una mateixa comunitat, i tots els indicis semblen apuntar cap a una escissió traumàtica dels professors de matemàtiques de la que hauria de ser la seva comunitat de referència: separació legal dràstica entre l'ensenyament universitari i el no universitari, nous plans d'estudi de les escoles d'FP i EGB amb una desaparició quasi absoluta dels continguts matemàtics, creació de facultats d'educació amb preeminència dels departaments de caire psicopedagògic, reforma dels plans d'estudi de les llicenciatures de matemàtiques (i creació de nous estudis de matemàtiques) sense una preocupació específica per a la formació professional docent dels futurs professors de matemàtiques,...

Des del punt de vista de la *didàctica fonamental*, la integració dels professors dins la comunitat matemàtica és essencial per al bon funcionament del *sistema d'ensenyament de les matemàtiques*. Aquesta integració requereix d'una condició mínima relativa al tipus de formació dels futurs professors de matemàtiques: **consisteix a situar l'educació matemàtica com a nucli al voltant del qual s'ha d'articular el gruix de la formació del professor**; cap tipus de formació pedagògica, psicològica

5. Tal com indica Dieudonné (1987), abans de 1940 el nombre de llocs de treball a l'ensenyament universitari era molt reduït (menys de 100 a França) i fins a 1920 alguns matemàtics de la categoria de Weierstrass, Grassmann, Killing i Montel van ser, durant tota o part de les seves carreres, professors d'ensenyament secundari. Aquesta situació s'ha mantingut fins no fa gaire dècades als països petits amb poques universitats com, per exemple, Catalunya.

6. Segons dades del MEC relatives al curs 85/86, citades a Rico i Sierra (1991).

ni presumptament didàctica pot suplir una dèbil formació matemàtica del futur professor de matemàtiques de qualsevol nivell educatiu. Atès que el professor ha de *recontextualitzar i repersonalitzar* els coneixements matemàtics a ensenyar (que han estat prèviament *descontextualitzats i despersonalitzats* pels productors), ha de simular a la classe una microsocietat científica; això suposa que ha de dissenyar *situacions* específiques l'adaptació a les quals provoca l'aprenentatge (cf. Brousseau, 1986). Aquesta responsabilitat requereix uns amplis coneixements matemàtics i una formació didàctica bàsica —necessàriament recolzada en la formació matemàtica— que li permeti, entre altres coses, controlar i administrar les lleis que governen aquestes transformacions dels sabers matemàtics.

La qüestió de *quina formació matemàtica i didàctica* concreta han de rebre els futurs professors dels diferents nivells educatius és oberta i no la tractarem aquí. Direm només que en les *Segones Jornades de Matemàtiques i Didàctica de les Matemàtiques*⁷ vàrem discutir aquest problema de manera monogràfica. Volem assenyalar, però, que l'estudi científic de les lleis que regeixen les transformacions dels sabers matemàtics, estudi que constitueix una dimensió essencial de la didàctica, està començant a desvetllar molts aspectes d'aquest problema; en particular, el coneixement d'algunes lleis que governen la *transposició didàctica* —de les *matemàtiques sàvies* a les *matemàtiques ensenyades*— permet superar la desconexió secular entre formació matemàtica i formació didàctica.

3. Els matemàtics productors i la didàctica de les matemàtiques

Dins la gran família dels matemàtics, els productors formen la «família nuclear» al voltant de la qual s'estructura tota la comunitat matemàtica extensa. La funció principal dels matemàtics productors és, naturalment, desenvolupar el saber matemàtic; però l'exercici d'aquesta funció comporta responsabilitats culturals i socials ineludibles.

Mentre que des d'un punt de vista ingenu aquestes responsabilitats podien ser considerades relativament independents de l'activitat matemàtica genuïna, la didàctica fonamental, en qüestionar i problematitzar els models implícits del saber matemàtic i l'activitat que els genera, ha aportat una visió més rica i integradora dels diversos aspectes d'aquesta activitat matemàtica. En efecte, un dels pressupòsits bàsics de la didàctica fonamental implica que l'*enginyeria matemàtica*, és a dir, **els treballs de reorganització i remodelació del saber matemàtic** (ja sigui per afavorir noves investigacions, per facilitar aplicacions diverses o per possibilitar el seu ensenyament) **és una part important de l'activitat dels matemàtics productors**. Fins i tot, la necessària *vigilància epistemològica*, que ha de garantir que les transformacions de les *matemàtiques sàvies*⁸ per esdevenir *matemàtiques ensenyables* no provoquin canvis inadmissibles, és responsabilitat última de la comunitat dels matemàtics productors.

7. Que es van celebrar a Bellaterra durant la segona setmana de febrer de 1993.

8. Entre aquestes transformacions es troben les citades remodelacions del saber matemàtic que són produïdes conscientment, però les que escapen més fàcilment a la vigilància epistemològica són precisament les que es produeixen de manera no conscient.

Atès que, en realitzar aquests treballs s'han d'abordar inevitablement múltiples problemes de didàctica fonamental, resulta que **el desenvolupament de la didàctica de les matemàtiques és una condició imprescindible per tal que la comunitat dels matemàtics productors pugui fer seriosament una part essencial de la seva activitat.** En l'elaboració de llibres de text, per exemple, i a mesura que es va superant la utilització acrítica del model axiomàtico-deductiu com si fos l'únic possible, comencen a fer-se palpables els problemes de didàctica fonamental.

Així doncs, encara que la didàctica de les matemàtiques ha de ser considerada una disciplina autònoma en el sentit explicat anteriorment, no és possible fer una separació estricta entre el seu objecte d'investigació i el de les matemàtiques; podríem dir, en particular, que *l'enginyeria matemàtica és una part essencial de l'enginyeria didàctica.* Aquest és el principal argument epistemològic per propugnar que els didàctics restin, d'una manera efectiva i no tan sols nominal, al si de la comunitat matemàtica.

Donaré, per acabar, un argument de tipus històric que apunta en la mateixa direcció i està relacionat amb l'estat actual de la didàctica de les matemàtiques com a disciplina i amb la situació actual de l'ensenyament de les matemàtiques analitzada en la secció anterior. Atesa l'enorme complexitat dels fenòmens lligats a la difusió dels coneixements matemàtics i la conseqüent dificultat per incidir-hi, cal fer un gran esforç investigador si no volem que la qualitat de la formació matemàtica i científica dels joves es degradi d'una forma irreversible. Només els matemàtics productors, com a comunitat científica prestigiosa i fortament involucrada en la qüestió, té el crèdit necessari per llançar el crit d'alarma davant la societat i reclamar el canvi cultural i els mitjans que proporcionin un fort impuls a la didàctica de les matemàtiques. No ha estat casual que la comunitat matemàtica francesa, al si de la qual s'ha desenvolupat un nucli molt important de didàctics, hagi estat una de les primeres a acollir-los i a coresponsabilitzar-se d'una manera efectiva en el desenvolupament inicial d'aquesta disciplina. És molt significativa, en aquest sentit, la declaració institucional feta per la secció *Mathématiques Fondamentales et Appliquées* (23e section) del *Conseil National des Universités* (CNU) de França. Textualment diu: «... la didactique des mathématiques, bien qu'elle puisse être considérée comme relevant d'une démarche scientifique spécifique, doit rester au sein de la communauté mathématique. Ceci entraîne que les mathématiciens doivent être amenés à juger des candidats relevant de cette discipline, sur des postes publiés en 23e section avec la mention "Didactique des mathématiques". Il invite les Commissions de Spécialistes des Universités à s'entourer des avis de personnalités (éventuellement étrangères) pour juger les candidats didacticiens à des postes d'enseignant-chercheur».⁹

En resum, propugno la necessitat ineludible d'una crexient reestructuració de la comunitat matemàtica extensa, basada en una adequada distribució i complementació de les funcions dels diversos tipus de matemàtics. L'actual tendència dispersiva i les seves nefastes conseqüències no podran ser modificades a menys que se superin

9. Text aprovat per unanimitat menys 1 vot en contra i 8 abstencions. Publicat per la *Gazette des mathématiciens* (núm. 45) en el mes de juny de 1990.

els prejudicis culturals relatius a les matemàtiques i al seu ensenyament. Aquests prejudicis: idealitzen la tasca dels productors, considerant-los els únics integrants de la comunitat matemàtica i usurpant-los responsabilitats culturals i socials inseparables de la seva funció de productors; *trivialitzen el paper dels didàctics*, rebaixant l'anàlisi didàctica a l'exercici d'una reflexió fonamentada únicament en l'experiència i el sentit comú; i *menyspreen la feina dels professors*, negant la necessitat d'una formació professional docent.

Vilallonga de Ter, agost de 1992

Referències bibliogràfiques

- Booth, L. (1984): *Algebra: Children's Strategies and Errors*, NFER-Nelson.
- Brousseau, G. (1986): «Fonaments et méthodes de la didactique des mathématiques», *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 7.2., 33-115.
- Brousseau, G. (1989): *La tour de Babel*, «Études en Didactique des Mathématiques», article occasionnel n. 2, IREM de Bordeaux.
- Brousseau, G. (1991): «¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?» (segunda parte), *Enseñanza de las ciencias*, 9(1), 10-21.
- Chevallard, Y. (1990): *Didactique, anthropologie, mathématiques*, Postfaci a la segona edició de *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, Ed. La pensée sauvage, Grenoble.
- Dieudonné, J. (1987): *Pour l'honneur de l'esprit humain. Les mathématiques aujourd'hui*, Hachete, Paris.
- Gallardo, A. i Rojano T. (1988): «Áreas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmético-algebraico», *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 9, 2, 155-188.
- Gascon, J. (1992): *Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: del patrón de análisis-síntesis a la génesis del lenguaje algebraico*. Pendiente de publicación.
- Gil, D. et al. (1991): *La enseñanza de las ciencias en la educación secundaria*, ICE/Horsori, Barcelona.
- Klein, F. (1927): *Matemática elemental desde un punto de vista superior*, Biblioteca matemática, Madrid.
- Rico, L. i Sierra, M. (1991): «La comunidad de educadores matemáticos», a Ángel Gutiérrez Rodríguez (ed.) *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*, Síntesis, Madrid.