

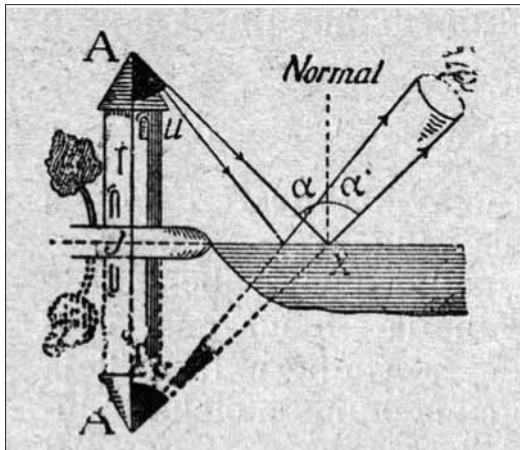
Els calidoscopis com a eines didàctiques

La reflexió de la llum per un mirall pla és un fenomen òptic relativament simple. No obstant això, la reflexió múltiple per dos o tres miralls (calidoscopi) és un fenomen sorprenent i captivador, que permet que ens introduïm en el fascinant món de les simetries matemàtiques.

La reflexió per un mirall

Els miralls han estat emprats des de la més remota antiguitat. Als museus, s'hi conserven antics miralls xinesos, perses, grecs i romans fets de bronze polit. Obres pictòriques com ara la *Venus del mirall*, de Velázquez (1648); *El mirall*, de Frank Dicksee (1896), o *Autoretrat pintant Gala*, de Salvador Dalí

Figura 1. Formació d'imatges en un mirall (Kleiber & Karsten. *Tratado popular de física*. Gustavo Gili Editor, 1919).



(1972), evidencien l'interès que aquest simple instrument ha despertat en els artistes d'èpoques diferents. Però també la literatura ha fet referència als miralls, sovint com a porta cap a una altra realitat, com Lewis Carroll amb *Alicia en el país de les meravelles* i la seva segona part, *A través del mirall*. Més recentment, podem apuntar el mirall que J. K. Rowling anomenà, en anglès, *Erised* (*Desire al revés*, jugant amb la inversió que produeix el mirall) en el primer llibre de la saga *Harry Potter*, que

permetria veure-hi representats els desigs més íntims de la ment de qui el mira.

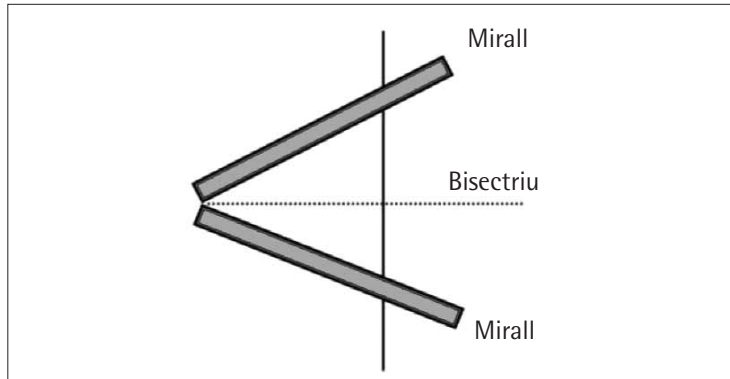
L'òptica geomètrica s'ocupa de la formació d'imatges en un mirall pla. La llei de la reflexió –angle d'incidència igual a angle de reflexió– permet dibuixar les trajectòries de raigs de llum imaginaris que van des d'un punt de l'objecte fins a l'ull, com es pot veure a la figura 1. La línia contínua marca la visió real del punt superior de l'objecte, reflectit al mirall, i la discontinua, la visió aparent del mateix punt, a l'altra banda del mirall. L'efecte conjunt és que l'observador pot veure, a més de la imatge directa de l'objecte, una segona imatge d'aquest, de la mateixa mida, però invertida.

La reflexió per dos miralls

Si jugar amb un mirall pot ser més o menys interessant, des del moment en què disposem de dos miralls, les possibilitats –tant lúdiques com reflexives– augmenten extraordinàriament. El més pràctic és disposar de dos miralls enganxats amb cinta adhesiva, de tal forma que l'angle que es formi entre tots dos es pugui variar de forma contínua (figura 2), com si obríssim un llibre.

De seguida ens podrem adonar que els dos miralls no només reflecteixen la figura inicial, sinó que també reflecteixen les imatges ja formades per la primera reflexió i així successivament, de manera que apareix tot un veritable desplegament d'imatges. Aquí hem d'adonar-nos de la diferència que s'observa en les múltiples imatges que es formen

Figura 2. Disposició de dos miralls sobre un paper formant un cert angle.

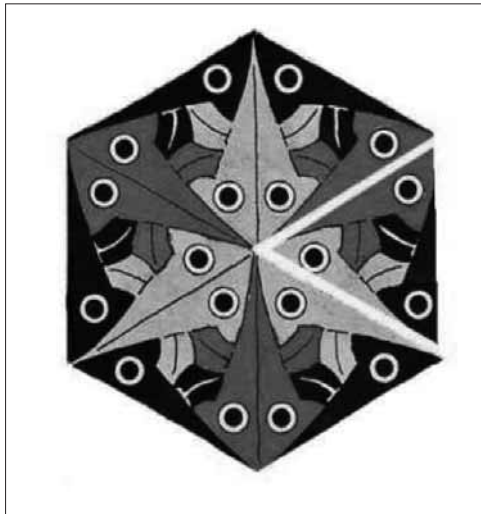


quan l'angle entre els miralls coincideix amb uns valors concrets, exactament quan $\theta = 360^\circ/n$, amb $n = 3, 4, 5\dots$ Per fer

més evident el que passa, es poden posar els miralls sobre un paper que tingui dibuixada una línia recta perpendicular a la bisectriu de l'angle que formen els miralls, i anar-ne variant l'angle. Podem comprovar ara fàcilment l'aparició de polígons regulars per als angles corresponents als divisors enters de 360° .

Si preparem ara un triangle equilàter amb un cert dibuix, podem posar-hi dos miralls i veure'n l'efecte multiplicador, tal com s'ha fet a la figura 3, on s'hi veu l'aparició d'una forma força complexa en forma d'hexàgon regular.

Figura 3. Multiplicació d'un dibuix en ésser disposat entre dos miralls.



El calidoscopi: una simple joguina?

El calidoscopi, tal com el coneixem en l'actualitat, és l'evolució d'un invent, patentat l'any 1817, pel físic escocès Sir David Brewster (Jedburg, 1781-Londres, 1868). Brewster fou un científic amb una gran capacitat d'experimentació i és ben conegut per les seves contribucions a la física de la llum. Segons s'explica, a l'edat de deu anys ja havia construït un telescopi i entre el seu cercle d'amistats hi havia l'escriptor Walter Scott i el pintor J. M. W. Turner. Inventà, també, un aparell per crear imatges tridimensionals, que va presentar a la reina Victòria en una exhibició al Crystal Palace de Londres l'any 1851.

En els dibuixos del disseny original de Brewster, ja hi podem observar alguns dels elements bàsics de les populars joguines d'avui dia, encara que llavors formaven part d'un instrument molt seriós format per un tub de bronze, amb una lent ocular en un extrem, obert per l'altre i disposat sobre un trípode. En el seu interior hi havia dos miralls que formaven un angle variable. La popularitat de l'invent fou instantània, de manera que es desencadenà una veritable febre per posseir calidoscopis, que llavors es consideraren objectes artístics i ara són cotitzades antiguitats.

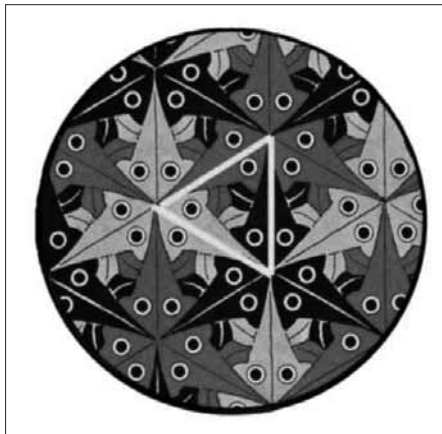
De totes maneres, un dels elements característics dels calidoscopis tal com els coneixem avui en dia, fou un invent de Charles G. Bush (1825-1900). Bush, d'origen prussià, és un personatge enigmàtic que emigrà cap a Amèrica l'any 1847 i s'establí a la ciutat de Boston. Sense formació científica, s'interessà pels instruments òptics (microscopis, telescopis), la fotografia, i també els calidoscopis. Entre els anys 1873 i

1874, Bush patentà diverses modificacions al disseny del calidoscopi, especialment unes càpsules de vidre transparent emplenades de líquid i petits vidrets de color per posar a l'extrem del calidoscopi i que li proporcionen el seu efecte visual dinàmic.

La reflexió per tres miralls

Podem fer un pas més ajuntant tres miralls iguals, formant els costats laterals d'un prisma de base triangular. En aquest cas, podrem veure que les reflexions es multipliquen fins a l'infinit, cobrint tot el pla. Si ho apliquem al mateix motiu emprat en el cas anterior, ara les successives reflexions ens mostren el tram de la figura 4. Aquesta figura pot resultar familiar, ja que es tracta, precisament, d'un fragment de l'obra de M. C. Escher *Baarn IV-'59*, que la podem qualificar, doncs, de calidoscòpica.

Figura 4. El mateix motiu de la figura 3, però ara envoltat amb tres miralls i observat amb un ocular que en limita la visió, ja que la repetició s'estendria fins a l'infinit.



Els tubs de tres miralls són, també, àmpliament emprats en la construcció de calidoscopis, especialment per l'efecte de gran amplitud que produeixen. Una variació molt interessant consisteix a modificar els rectangles que formen les cares, de tal manera que compoquin un tronc

de piràmide, és a dir, que, en lloc de tenir tres miralls inscrits dins d'un cilindre, tinguem els tres miralls dins d'un tronc de con. En aquest cas, segons si es mira per una banda o altra, l'efecte observat és que el pla amb les infinites repeticions es converteix en una superfície esfèrica, aparentment amb volum, còncava o convexa. Un sorprenent i inesperat efecte tridimensional.

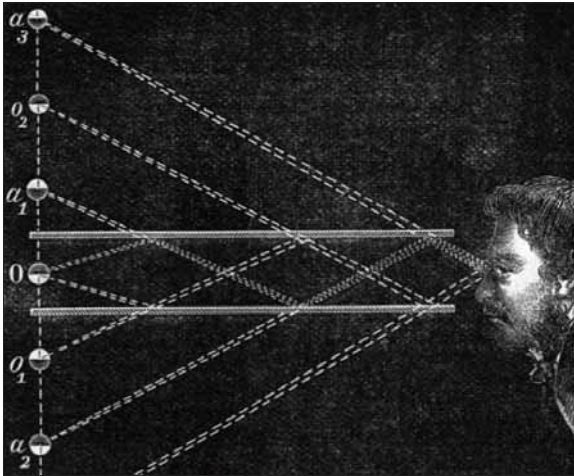
Calidoscopis i simetries

Adicionalment a l'estudi de l'òptica geomètrica, els calidoscopis poden constituir una interessant introducció al món de les simetries matemàtiques. Recordem que el concepte de simetria és a la base de la *teoria de grups*, àmpliament emprada en temes tan distints com la cristal·lografia o la física de partícules elementals.

Potser la millor manera d'introduir el concepte de simetria és, simplement, observar-la en la natura. Molts éssers vius, de mamífers a crustacis, presenten una simetria bilateral aproximada, que és, precisament, la que mostra la reflexió per un mirall, i que per això se l'anomena, també, *simetria especular*.

D'altres éssers vius presenten formes geomètriques regulars, des d'una esfera (com els plomalls de dent de lleó) fins a una estrella pentagonal (com l'estrella de mar) o una espiral (com el nautilus). Aquests éssers ens introdueixen un nou tipus de simetria, la simetria sota rotacions, que és la que manifesten els polígons regulars. Si, quan fem rodar un cert angle, un objecte determinat queda en una posició equivalent, diem que

Figura 5. Un objecte entre dos miralls paral·lels es reflecteix fins a l'infinit (Amadeo Guillemin. El mundo físico. Montaner y Simon, 1883).



l'objecte manifesta una simetria de rotació. Per exemple, per a un triangle equilàter, els girs han de ser de 120° (al voltant del seu centre geomètric). Per a un quadrat, han de ser de 90° ; per a un pentàgon, de 72° , és a dir, girs d'un angle $\theta = 360^\circ/n$, on n és el nombre de costats del polígon regular. I és ara, doncs, el moment de recordar que

aquests són precisament els valors dels angles en què es formaven imatges perfectament simètriques entre dos miralls. Entre els objectes naturals que manifesten aquesta mena de simetria, hi trobem diversos tipus de fulles i flors, garotes tropicals, estrelles de mar, etc. Curiosament, n'hi ha molts que presenten una simetria pentagonal.

Finalment, tenim un tercer exemple de simetria que també és present, en forma aproximada, a la natura. Es tracta de la simetria sota translacions. Seria el cas d'un centpeus (si fos molt llarg) format per segments idèntics i repetits al llarg d'una línia. Aquesta simetria és la que es posaria de manifest si disposéssim un objecte entre dos miralls paral·lels l'un enfront de l'altre, com ens ho il·lustra la figura 5. En els calidoscopis de tres miralls, les cares interiors fan el mateix efecte, amb la complicació, però, de la repetició originada per estar formant

angles de 60° entre elles. L'efecte global és la repetició de la base fins a l'infinit, que, en realitat, és una forma de divisió del pla amb figures geomètriques anomenada tessellació. Aquest tema fou una de les especialitats de M. C. Escher, qui classificà totes les possibles divisions regulars del pla que donen lloc als disset grups de simetries planes, tema, però, que ja seria tota una altra història.

Conclusió

En aquestes pàgines, hi hem volgut destacar les extraordinàries possibilitats didàctiques que presenta l'estudi dels calidoscopis, que poden convertir-se en un centre d'interès transversal on conflueixen aspectes de la física de la llum (lleis de reflexió), de la matemàtica (simetries), de la geometria (figures regulars) i de la tecnologia (construcció dels calidoscopis), però també hi trobem aspectes artístics, històrics o literaris, que, sobretot, poden ser un element que combina adequadament l'aprenentatge i la diversió¹.

HEM PARLAT DE:

- Didàctica les ciències experimentals.
- Materials curriculars i recursos didàctics.

Nota

1. Coincidint amb el seminari La ciència i els infants, s'ha inaugurat al mNACTEC la mostra *Calidoscopi, instants màgics de bellesa irre-*

MONOGRÀFIC

Competències, estratègies i pensament científic i matemàtic

DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS / PRIMÀRIA-ESO

petible, d'Alfons Llobet (L'Obrador) i Joan Serra (L'Art del Vitral), on es presenten calidoscòpis de grans dimensions i on es poden experimentar moltes de les propostes aquí comentades, seguint una guia didàctica elaborada per Marià Baig i Eduard Massó.

Referències bibliogràfiques

BAKER, C. (1999): *Kaleidoscopes. Wonders of Wonder*. C&T Publishing, Lafayette.

BOVA, B. (2004): *Historia de la luz*. Madrid. Espasa.

PENDERGRAST, M. (2003): *Historia de los espejos*. Barcelona. Vergara.

SCHATTSCHEIDER, D. (1990): *M. C. Escher. Visions of Symmetry*. Oxford. Freeman.

WEYL, H. (1952). *Symmetry*. Princeton University Press.

Marià Baig

Universitat Autònoma de Barcelona

baig@ifae.es