

Un salt de puenting o bungee jumping segur



Un salt de puenting o bungee jumping segur de Luisa Herreras Blanco i Josep Olivella Busoms està subjecte a una llicència de Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada 4.0 Internacional de Creative Commons

Introducció

La primera força variable que comença a treballar l'alumnat de secundària és la força elàstica. Presentem una activitat contextualitzada en un salt de bungee que consta de tres parts. En primer lloc estudiem l'elasticitat d'una corda dissenyant experiments per comprovar les hipòtesis de l'alumnat sobre les variables de les que pot dependre l'elasticitat d'una corda mitjançant l'ús d'un model senzill. A continuació proposem una anàlisi d'un model de salt amb ajuda de sensors o d'una gravació de vídeo. Aquesta anàlisi permet estudiar la seguretat en un salt de bungee. Per últim, es proposa un exercici d'aplicació.

Guia per al professorat

Temporització i nivell proposat

La durada prevista d'aquesta activitat és de 4 hores, aproximadament una hora per a cada apartat.

Està dirigida principalment a primer de batxillerat, però també es pot treballar a quart d'ESO, amb una metodologia més guiada.

Orientacions

És important que l'alumnat faci hipòtesis i prediccions del que espera obtenir. Els canvis conceptuals són possibles si treballen sobre les seves idees inicials.

L'alumnat hauria de conèixer la llei de Hooke i l'energia elàstica.

Proposta de treball a l'aula

Primerament es dóna a l'alumnat un model de saltador i se'ls proposa que facin hipòtesis sobre les variables de les que pot dependre l'elasticitat d'una corda.

A continuació se'ls demana que dissenyin possibles experiments per comprovar les seves hipòtesis a partir de la comparació de les constants d'elasticitat calculades.

Una vegada que han trobat de què depèn l'elasticitat d'una corda, fan un experiment amb diferents saltadors i una determinada corda d'una longitud concreta per determinar mitjançant un full de càlcul el valor de la constant d'elasticitat amb la que treballaran posteriorment.

En la segona part, analitzaran un salt del model de saltador. Es pot fer amb un sensor de distància o amb l'enregistrament d'un vídeo del salt del model de saltador per a la seva posterior anàlisi. Prèviament es demana a l'alumnat que faci una predicció dels gràfics posició - temps, velocitat - temps i acceleració - temps.

A continuació han d'analitzar els punts més significatius del moviment i els trams entre ells de les gràfiques obtingudes interpretant diverses magnituds cinemàtiques, dinàmiques i energètiques, per poder donar una resposta a si el salt del model és o no és segur i emocionant.

Per últim, es proposa un exercici numèric d'aplicació per a la situació real del context.

Material

- ✓ Un model de saltador: el que hem fet servir és de 20 g i ha estat dissenyat amb un rodets de fotos amb dos forats en la superfície lateral pels quals farem passar un filferro al que lligarem una goma elàstica de 50 cm del núm. 1.
- ✓ Diferents gomes elàstiques (de diferents números i gruixos) de diferents llargades. La utilitzada per a la segona part ha estat de 50 cm del núm. 1, encara que varia la constant d'elasticitat amb la marca. En aquest cas $K = 0,16 \text{ N/m}$.
- ✓ Saltadors de diferents masses (es poden afegir boles, plastilina... a l'interior del rodets de fotos).
- ✓ Regla o cinta mètrica.
- ✓ Dinamòmetre o sensor de força.
- ✓ Sensor de posició. El que hem utilitzat és de la marca Vernier, perquè el de Multilog, que és més utilitzat en els centres, no permet detectar tant bé un model de saltador tan petit.
- ✓ Gravació de vídeo, en cas de no disposar d'un sensor de distància adient.

Full de l'alumnat

Un salt de puenting o bungee jumping segur

Amb la crisi que ens afecta, un grup d'amics hem decidit crear una empresa d'esports d'aventura i com que el pare d'un de nosaltres té una grua que ja no fa servir hem pensat utilitzar-la per fer salts de puenting o bungee jumping.

Com podem aconseguir un salt emocionant i segur?

Primerament simularem un salt amb un model de laboratori i valorarem els límits d'aquest model.

De què depèn l'elasticitat d'una corda?

Material

- Cordes elàstiques de diferent naturalesa (diferents gruixos)
- Dinamòmetres o sensors de força
- Regla
- Model de saltador amb diferents masses

El primer que heu d'investigar és com són les cordes que s'utilitzen en aquests salts.

- Quines característiques penseu que han de tenir aquestes cordes?

Podem suposar que aquestes cordes segueixen la llei de Hooke (la força elàstica o força recuperadora d'una corda elàstica és proporcional a l'allargament de la mateixa) per als allargaments que es produeixen en el salt.

Volem fer una anàlisi més profunda de les variables de les que depenen aquestes cordes.

- De què creieu que depèn l'elasticitat d'una corda?

Anem a comprovar-ho amb una corda elàstica i un model de saltador.

Mesurarem l'elasticitat d'una corda a partir de la seva constant d'elasticitat.

- Com podríeu fer per investigar si l'elasticitat depèn de cadascuna de les variables que heu suposat?
- Dissenyau possibles experiments en els quals comproveu les vostres hipòtesis sobre l'elasticitat d'una corda. Penseu que heu de triar cadascuna d'aquestes variables i fixar-ne les altres.

- Resumiu el que fareu en aquesta taula:

Experiment	Magnitud que varieu	Magnituds que manteniu constants

Primerament anem a estudiar si l'elasticitat depèn de la longitud de la corda.

- Com són els valors de la constant d'elasticitat que heu obtingut?

Ara feu el mateix per a dues cordes de diferent naturalesa.

- Com són ara els valors de la constant d'elasticitat?
 Com podríeu aconseguir una corda de diferent naturalesa si només teniu un tipus de corda?

I per últim, feu el mateix per a dos saltadors de diferent massa.

- Com són en aquest cas els valors de la constant d'elasticitat que heu obtingut?
 Resumint, de quines variables depèn l'elasticitat d'una corda?

Com que els saltadors del projecte que estem dissenyant seran diferents, anem a trobar el valor de la constant d'elasticitat de la corda que farem servir, a partir de la llei de Hooke.

Trieu un tipus de corda d'una longitud concreta. En el nostre cas, una corda del núm. 1 de 50 cm.

- Trobeu el valor de la constant d'elasticitat en aquest cas utilitzant un full de càlcul a partir del gràfic força elàstica - allargament de la corda.

Quins són els moments més emocionants del salt?

Material

- Sensor de posició o vídeo d'un model de salt de bungee.
- Programa d'anàlisi de dades del sensor o del vídeo tipus Multilab o Vernier.
- Model de saltador (20 g).
- Corda utilitzada en l'últim experiment (50 cm del núm. 1).

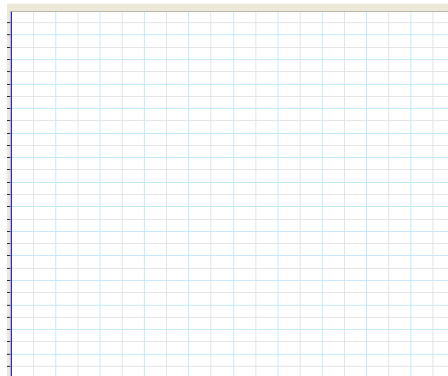
Com és una mica complicat fer aquests experiments, hem dissenyat un dispositiu que simula un saltador.

- Feu diferents diagrames de les forces que actuen sobre el saltador al llarg del seu salt.

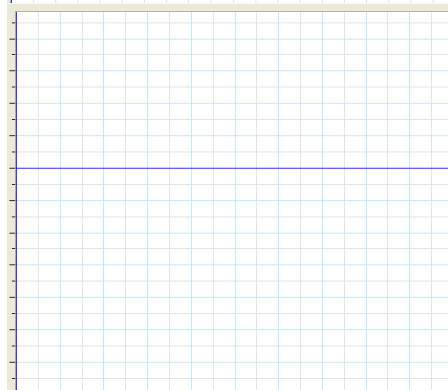
En el punt anterior heu analitzat quines són les forces que actuen sobre un saltador de puenting en diferents moments del salt. Per poder fer una predicció de com seran els gràfics del moviment d'aquest salt haureu de tenir en compte els diagrames de forces que heu dibuixat.

- Intenteu predir quins són els punts del salt on hi ha un canvi en la velocitat, l'acceleració, les forces sobre el saltador, els diferents tipus d'energia...
- Feu una predicció qualitativa dels gràfics posició - temps, velocitat - temps i acceleració - temps del saltador que creieu que obtindreu.

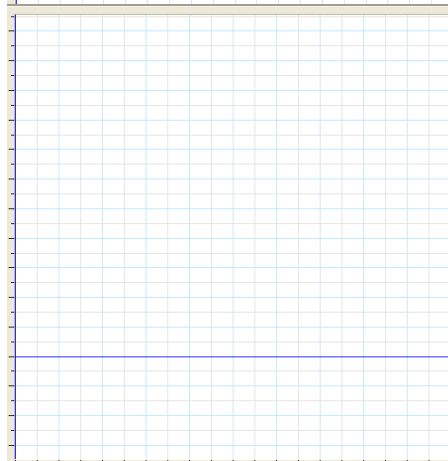
Gràfic posició-temps



Gràfic velocitat-temps



Gràfic acceleració-temps



Feu servir un programa d'anàlisi de vídeos (Multilab o LabQuest) per obtenir el gràfic posició - temps.

A partir d'aquest gràfic trobeu els gràfics velocitat - temps i acceleració - temps.

- Quants punts i trams es poden diferenciar en el salt? Assenyaieu aquests punts en els gràfics anteriors. Fixeu-vos només en el primer bot, fins que arriba a baix.
- Compareu els gràfics que heu trobat amb els de les prediccions que havíeu pensat.

Es compleixen les mesures de seguretat?

Hem de tenir en compte segons la legislació vigent unes mesures de seguretat.

Una persona és capaç de suportar una acceleració de fins a $3,5\cdot g$. A partir d'aquest valor pot perdre el coneixement, trencar-se algun lligament i patir altres problemes de salut. L'acceleració límit que suporta com a màxim una persona que va a una atracció com a l'Hurakan Condor és de 3 vegades la gravetat ($3\cdot g$), encara que els conductors de Fórmula 1 arriben a acceleracions superiors

En aquest apartat trobarem les característiques dels punts més significatius dels gràfics obtinguts.

Per poder fer una anàlisi més acurada disposeu de la següent pauta que us pot ajudar a l'hora de llegir les dades dels gràfics que heu obtingut.

- En quin moment s'assoleix la màxima acceleració en el salt de bungee que esteu estudiant?
- El vostre model compleix les mesures de seguretat legals perquè el saltador no tingui problemes de salut?
- Què podríeu fer si no es compleixen les mesures de seguretat?
- En el salt de jumping de les atraccions, quina diferència hi ha entre les cordes que es fan servir amb un nen i amb una persona adulta?



També és emocionant la velocitat que s'arriba a assolir en un salt de bungee.

- En quin moment s'assoleix la màxima velocitat?

Des de quina alçada podem deixar caure el nostre saltador perquè el salt sigui emocionant, és a dir, arribi just per sobre del terra?

En aquest apartat farem un estudi energètic del salt per poder completar la resposta a una de les preguntes inicials que ens havíem plantejat. Suposarem que no hi ha dissipació d'energia.

- Perquè el vostre saltador quedi a 30 cm per sobre del terra, des de quina alçada hauria de caure? Comproveu-ho amb el vostre model de saltador.

Síntesi

- Feu un resum qualitatiu en la taula de les variables dinàmiques que caracteritzen aquests trams (velocitat, acceleració, forces que actuen sobre el cos i força resultant) i digueu cap a on actuen, si augmenten o disminueixen i el seu sentit en cada cas. La taula la trobareu al final del protocol de l'activitat.

- A la vista del que has treballat en aquest apartat fes un resum energètic en la taula següent en els punts i trams que has considerat anteriorment.

Punt o tram	Velocitat (zero, augmenta, disminueix, constant, màxima, mínima)	Acceleració (zero, augmenta, disminueix, constant, màxima, mínima)	Forces (compareu les intensitats de les forces)	Energia cinètica (zero, augmenta, disminueix, constant, màxi, mín)	Energia potencial gravitatòria (zero, augmenta, disminueix, constant, màx, mín)	Energia potencial elàstica (zero, augmenta, disminueix, constant, màx, mín)	Energia mecànica (zero, augmenta, disminueix, constant, màx, mín)
A							
A-B							
B							
B-C							
C							
C-D							
D							

Aplicació

Aquest diumenge voleu comprovar si la recerca que heu fet és vàlida en el vostre cas.

Suposeu que disposeu d'una corda de 48 metres de longitud i voleu saltar des d'una altura de 98 metres.

El primer que fareu és saber si la corda és l'adequada.

El noi que saltarà, que té una massa de 70 kg, es penja de la corda i comprova que s'allarga en l'equilibri 12 metres.

- Si el saltador es deixa caure sense velocitat inicial, és prudent utilitzar aquesta corda per saltar des del pont indicat? Per respondre la pregunta feu una estimació de la longitud màxima que tindrà la corda quan es deixi caure el saltador i recordeu de no tenir en compte la resistència amb l'aire.
- On s'assoleix la màxima velocitat? Calculeu-la i expresseu el resultat en km/h.
- A quina acceleració màxima arribarà el saltador? Es veurà afectada la seva salut?
- Quina és la màxima força que ha de suportar l'enganxament de la corda amb el pont?

Per seguretat es decideix utilitzar dues cordes iguals en paral·lel.

- Quina longitud màxima arribaran a tenir les dues cordes?
- Quina serà l'acceleració màxima de la saltadora en aquestes condicions?
- Serà convenient utilitzar una corda doble per realitzar un salt més segur?

Soluciones

- Quines característiques penseu que han de tenir aquestes cordes?

Les cordes han de ser elàstiques perquè el temps de frenada sigui el més llarg possible per tal de disminuir l'acceleració i la força sobre el saltador en el moment del bot.

- De què creieu que depèn l'elasticitat d'una corda?

Hipòtesis possibles:

- . De la longitud de la corda.*
- . De la naturalesa de la corda (més o menys gruixuda).*
- . De la massa del cos que es pengi.*

- Com podríeu fer per investigar si l'elasticitat depèn de cadascuna de les variables que heu suposat?

Variant cadascuna de les magnituds proposades i mantenint constants les altres.

- Dissenyau possibles experiments en els quals comproveu les vostres hipòtesis sobre l'elasticitat d'una corda. Penseu que heu de triar cadascuna d'aquestes variables i fixar-ne les altres.

L'elasticitat la trobarem a partir de la constant d'elasticitat de la goma elàstica. Per trobar K , es pot fer a partir d'un dinamòmetre o d'un sensor de força.

És important que els alumnes s'adonin que treballarem en el punt d'equilibri de l'estirament de la corda en tots aquests experiments (mòdul del pes igual al mòdul de la força elàstica). En aquest punt, el pes i la força que fa la corda sobre el cos són iguals en mòdul.

Dependència de la longitud de la corda: dues cordes de igual naturalesa i diferent longitud de la que pengen dos cossos de massa diferent.

Dependència de la naturalesa de la corda (més o menys gruixuda): dues cordes de diferent naturalesa, igual longitud i igual massa del saltador.

Dependència de la massa del cos que es pengi: una corda en la que variarem la massa del cos que penja.

En els dos primers cassos es troba que K varia. En el tercer cas no.

- Resumiu el que fareu en aquesta taula:

Experiment	Magnitud que varieu	Magnituds que manteniu constants
<i>Dependència de la longitud de la corda</i>	<i>Longitud de la corda</i>	<i>Massa del cos i naturalesa de la corda</i>
<i>Dependència de la naturalesa de la corda</i>	<i>Naturalesa de la corda</i>	<i>Massa del cos i longitud de la corda</i>
<i>Dependència de la massa del cos</i>	<i>Massa del cos</i>	<i>Naturalesa de la corda i longitud de la corda</i>

- Com són els valors de la constant d'elasticitat que heu obtingut?

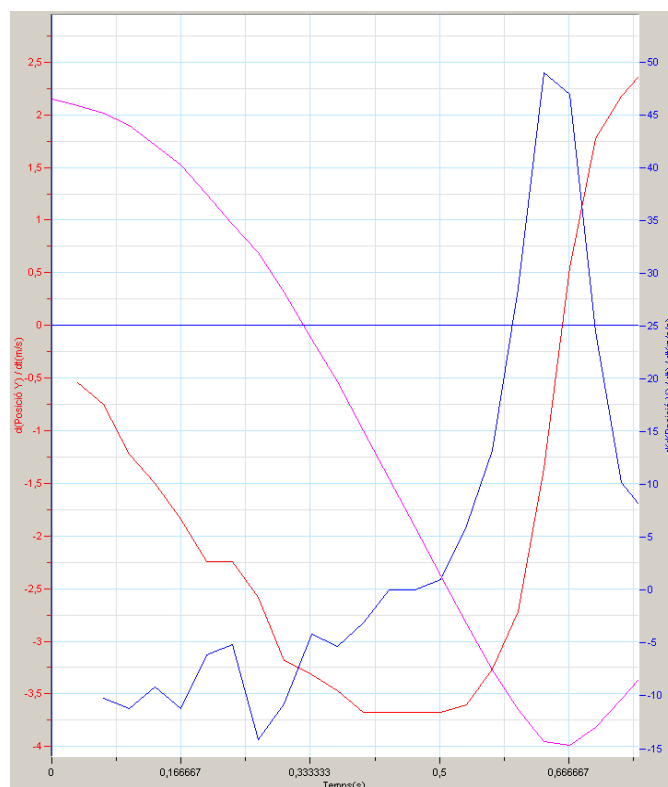
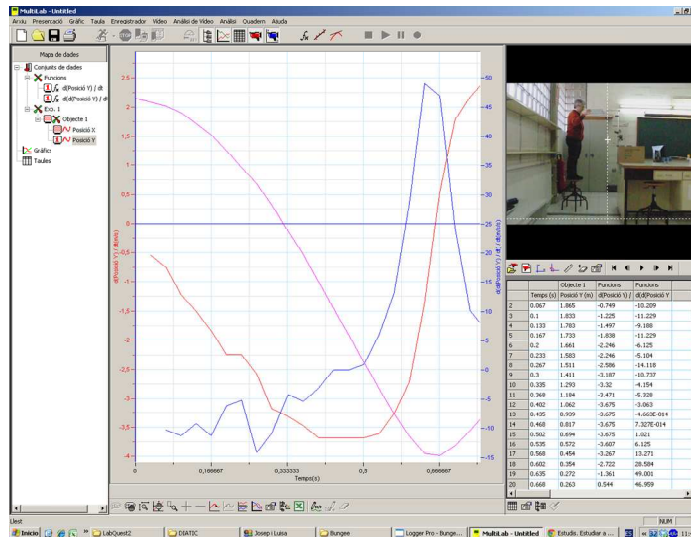
Diferents valors de K per diferents longituds de la corda.

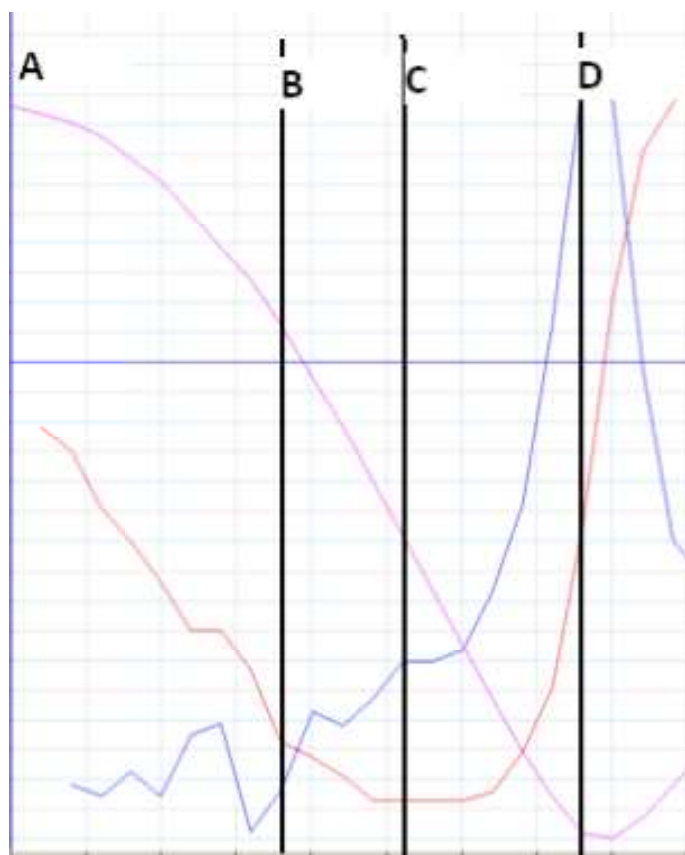
- Com són ara els valors de la constant d'elasticitat?
Diferents valors de K .
- Com podríeu aconseguir una corda de diferent naturalesa si només teniu un tipus de corda?
Doblant-la. Aquesta és la solució si només teniu un tipus de corda.
- Com són en aquest cas els valors de la constant d'elasticitat que heu obtingut?
Igual valor de K .
- De quines variables depèn l'elasticitat d'una corda?
De la naturalesa de la corda i de la seva longitud.
- Trobeu el valor de la constant d'elasticitat en aquest cas utilitzant un full de càlcul a partir del gràfic força elàstica - allargament de la corda.
*Hem de suposar que en el tram en el que treballem la constant d'elasticitat és constant, per tant ajustarem a una línia de tendència lineal els punts força elàstica - allargament de la corda que representem per trobar a partir del pendent el valor de la constant elàstica. En el nostre cas hem trobat:
 $K = 0,16 \text{ N/m}$.*

Quins són els moments més emocionants del salt?

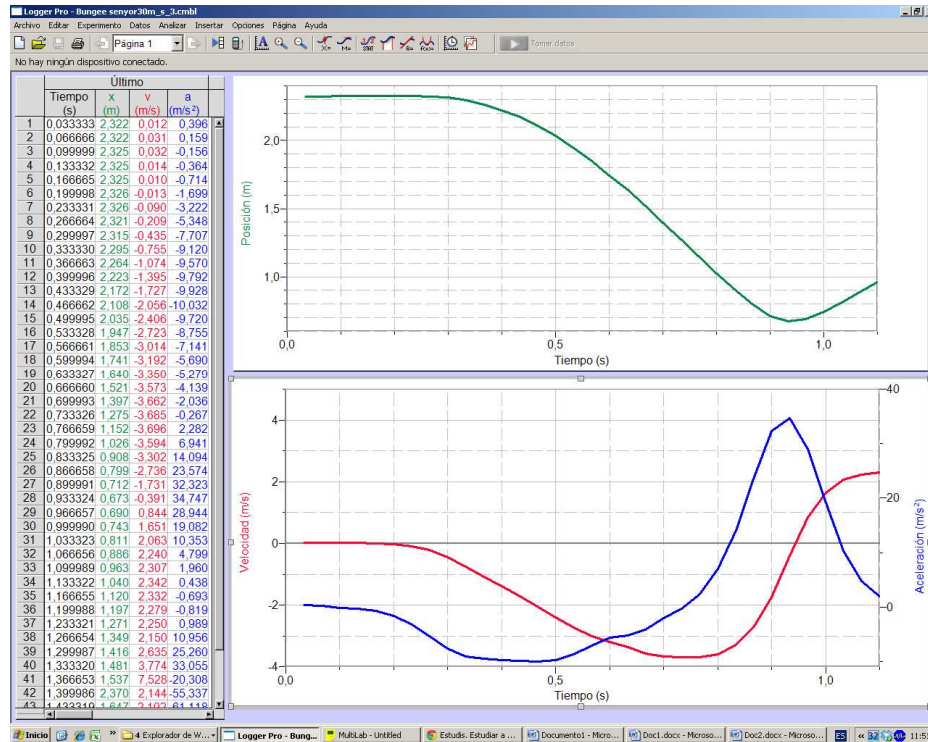
- Feu diferents diagrames de les forces que actuen sobre el saltador al llarg del seu salt.
Sobre un esquema de saltador s'han de tenir en compte diferents moments:
 - . Entre la sortida (A) i quan comença a estirar-se la corda (B): només actua la força de la gravetat.
 - . Entre el punt B i el punt de bot (D), màxim allargament actuen dues forces: la força de la gravetat i la força elàstica de la corda.
 - . Com la força elàstica va augmentat amb l'allargament de la corda arriba un moment en què la força elàstica és igual al pes (C) i a partir d'aquest punt és major la força elàstica.
- Intenteu predir quins són els punts del salt on hi ha un canvi en la velocitat, l'acceleració, les forces sobre el saltador, els diferents tipus d'energia...
Es poden considerar els següents punts i intervals importants:
 - . El punt de sortida A.
 - . El tram AB.
 - . El punt B, punt on la corda comença a estirar-se.
 - . Tram B-C.
 - . Punt C, punt d'equilibri, on la velocitat és màxima.
 - . Tram C-D.
 - . Punt D, punt més baix on arriba el saltador, on la corda està estirada al màxim, la velocitat és nul·la i l'acceleració és màxima.
- Feu una predicció qualitativa dels gràfics posició - temps, velocitat - temps i acceleració - temps del saltador que creieu que obtindreu.
Cada alumne farà la seva predicció.
- Quants punts i trams es poden diferenciar en el salt? Assenyaleu aquests punts en els gràfics anteriors. Fixeu-vos només en el primer bot, fins que arriba a baix.

Obtindrem uns gràfics com aquests si hem treballat amb un vídeo (càmera ràpida i una freqüència de 30 fotogrames per segon) i l'hem analitzat amb el programa Multilab. Haurem de fer servir l'eina derivada de la gràfica posició y - temps i derivada de la gràfica anterior, per obtenir els gràfics y-t, v-t i a-t. És interessant que els alumnes distingeixin els quatre punts més significatius i vegin les característiques de cadascun d'ells (posició, velocitat i acceleració). La gràfica de color rosa és la de la posició - temps, la vermella velocitat - temps i la blava acceleració - temps.





Si treballem amb un sensor Vernier de distància per crear els gràfics, podem arribar a obtenir les gràfiques següents.
La gràfica verda és la de posició - temps, la vermella velocitat - temps i la blava acceleració - temps.



- ☑ Compareu els gràfics que heu trobat amb els de les prediccions que havíeu pensat.

Cada alumne farà la seva comparació en funció de les seves prediccions.

Es compleixen les mesures de seguretat?

- ☑ En quin moment s'assoleix la màxima acceleració en el salt de bungee que esteu estudiant?

En el punt més baix, en el bot.

- ☑ El vostre model compleix les mesures de seguretat legals perquè el saltador no tingui problemes de salut?

No, perquè l'acceleració és de 4,8·g segons podem observar al gràfic a-t.

- ☑ Què podríeu fer si no es compleixen les mesures de seguretat?

Com l'acceleració és directament proporcional a K i a l'allargament, hauríem de trobar un compromís entre variar K i variar l'allargament:

$$a = (F_{\text{elàstica}} - \text{Pes}) / m = (k \cdot \Delta L - mg) / m$$

- ☑ En el salt de jumping de les atraccions, quina diferència hi ha entre les cordes que es fan servir amb un nen i amb una persona adulta?

Es posen més cordes quan la persona té més pes, això fa que K augmenti i l'allargament disminueixi.

- ☑ En quin moment s'assoleix la màxima velocitat?

En el punt d'equilibri C, on l'acceleració és nul·la.

- Feu un resum qualitatiu en la taula de les variables dinàmiques que caracteritzen aquests trams (velocitat, acceleració, forces que actuen sobre el cos i força resultant) i digueu cap a on actuen, si augmenten o disminueixen i el seu sentit en cada cas.

Punt+ o tram	Velocitat	Acceleració	Forces	Energia cinètica	Energia potencial gravitatòria	Energia potencial elàstica	Energia mecànica
A	0 mínima	$g \downarrow$	Pes \downarrow	0	E_{pgA} màxima	0	E_{mA}
A-B	Augmenta \downarrow	$g \downarrow$	Pes \downarrow	augmenta	disminueix	0	constant
B	$v_B \downarrow$	$g \downarrow$	Pes \downarrow	E_{cB}	E_{pgB}	0	constant
B-C	Augmenta \downarrow	Disminueix \downarrow	$P > F_{el} \downarrow$	augmenta	disminueix	augmenta	constant
C	$v_C \downarrow$ màxima	0	$P = F_{el}$	E_{cC} màxima	E_{pgC}	E_{peIC}	constant
C-D	Disminueix \downarrow	augmenta \uparrow	$F_{el} > P \uparrow$	disminueix	disminueix	augmenta	constant
D	0	$a_D \uparrow$	$F_{el} >> P \uparrow$	0	E_{pgD} mínim	E_{peID} màxima	constant

Des de quina alçada podem deixar caure el nostre saltador perquè el salt sigui emocionant, és a dir, arribi just per sobre del terra?

- Perquè el vostre saltador quedi a 10 cm per sobre del terra, des de quina alçada hauria de caure? Comproveu-ho amb el vostre model de saltador.

Aquesta pregunta es pot respondre a partir de la gràfica o a partir de càlculs. En aquest cas aplicarem el principi de conservació de l'energia mecànica en els punts A i D:

. Variació d'energia potencial gravitatòria + variació d'energia potencial elàstica = 0

. Una vegada que obtenim la llargada de la corda amb les dades del model, hem de sumar 10 cm de seguretat.

- A la vista del que has treballat en aquest apartat fes un resum energètic en la taula següent en els punts i trams que has considerat anteriorment.

Veure la taula anterior.

Aplicació

- Si el saltador es deixa caure sense velocitat inicial, és prudent utilitzar aquesta corda per saltar des del pont indicat? Per respondre la pregunta feu una estimació de la longitud màxima que tindrà la corda quan es deixi caure el saltador i recordeu de no tenir en compte la resistència amb l'aire.

Primerament hem de trobar el valor de K amb les dades que ens donen:

Com $F_{elàstica} = \text{Pes}$ obtenim $K = 57,2 \text{ N/m}$.

Aplicant el principi de conservació de l'energia mecànica: $\Delta E_{mg} + \Delta E_{meI} = 0$ entre els punts A i D.

S'obté que la corda tindrà una llargada de 96 m. És menor que 98 m, però és massa justa aquesta altura per ser segura.

- On s'assoleix la màxima velocitat? Calculeu-la i expresseu el resultat en km/h. Al punt d'equilibri C.

Aplicant el principi de conservació de l'energia entre els punts A i C:

$$\Delta E_{mg} + \Delta E_{mei} + \Delta E_c = 0$$

Obtenim una velocitat de 34,15 m/s = 122,94 km/h.

- A quina acceleració màxima arribarà el saltador? Es veurà afectada la seva salut?

Com l'acceleració màxima és al punt més baix D, a partir del resultat de l'apartat A: $\Delta L_D = 48 \text{ m}$

A continuació aplicant la segona llei de Newton per trobar l'acceleració en D:

$$a = (F_{elàstica} - \text{Pes}) / m = (K \cdot \Delta L - mg) / m$$

El resultat és una acceleració de 29,4 m/s² = 3·g, per tant no té perquè perjudicar la seva salut.

- Quina és la màxima força que ha de suportar l'enganxament de la corda amb el pont?

Aplicant la llei de Hooke amb l'allargament del punt D, ja que aquesta és la màxima força que suportarà l'enganxament:

$$F_{el} = 2.744 \text{ N}$$

- Quina longitud màxima arribaran a tenir les dues cordes?

Com que ara K serà el doble: 114,34 N/m, obtenim una longitud de 78,74 m.

- Quina serà l'acceleració màxima de la saltadora en aquestes condicions?

L'acceleració serà de 4,1·g

- Serà convenient utilitzar una corda doble per realitzar un salt més segur?

Segons el valor de l'acceleració obtinguda, aquest salt no serà segur.