

## La actividad matemática en un aula con estudiantes sordos y oyentes<sup>1</sup>

Yinzú Nairouz y Núria Planas (Universitat Autònoma de Barcelona)

*Fecha de recepción: 05 de febrero de 2016*

*Fecha de aceptación: 01 de junio de 2016*

---

### Resumen

Explicamos el desarrollo y algunos resultados de una investigación en un aula de matemáticas de una escuela que acoge estudiantes sordos en Bogotá, Colombia. Examinamos la actividad matemática en un grupo de estudiantes con distintos grados de compromiso auditivo durante la resolución de una tarea aritmética. Con base en el análisis del video de clase y de transcripciones de momentos de la actividad, generamos tres temas que informan sobre aspectos comunicativos y matemáticos del trabajo en el grupo, que son además aspectos constatados para otros grupos y sesiones de clase. Los temas son: 1) referencia al contexto extra-matemático del enunciado; 2) uso tentativo de razonamientos inductivos y deductivos; y 3) ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico. A raíz de la discusión de los temas, señalamos implicaciones para la enseñanza de las matemáticas con estudiantes sordos y oyentes.

### Palabras clave

Actividad matemática en clase, comunicación, estudiantes sordos y oyentes, bilingüismo, enfoque etnográfico, implicaciones para la enseñanza.

---

### Title

**The mathematical activity in a classroom with deaf and hearing students**

### Abstract

We explain the conduction and some results of an investigation in a mathematics class of a school for deaf students in Bogotá, Colombia. We examine the mathematical activity within a group of students, with different levels of auditory processing, during their resolution of an arithmetic task. Drawing on the analysis of the video and transcripts of some moments of the activity, we generate three themes regarding communicational and mathematical issues of the work in the group, which in turn have been found for other groups and lessons. The themes are: 1) reference to the extra-mathematical context of the wording; 2) tentative use of inductive and deductive reasoning; and 3) conceptual and lexical ambiguity around technical vocabulary. From the discussion of the themes, we come to implications for mathematics teaching to deaf and hearing students.

### Keywords

Mathematical activity in classroom, communication, deaf and hearing students, bilingualism, ethnographic approach, teaching implications.

---

---

<sup>1</sup> Este artículo reporta resultados del trabajo de tesis doctoral de Yinzú Nairouz, quien es doctoranda del Programa de Recerca en Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona bajo supervisión de Núria Planas.



### 1. Introducción

En este artículo tratamos la comprensión del aprendiz de matemáticas sordo y de los aspectos sociales y culturales involucrados en su actividad matemática en interacción con otros participantes en clase. Disponemos de datos tras haber finalizado un estudio sobre la actividad matemática en un aula con participantes sordos y oyentes. Desde una perspectiva capacitadora, la persona sorda es alguien sin acceso al uso de algunos recursos comunicativos, que son dados por supuesto para el caso de la persona oyente, por lo que en su actividad matemática aprende a elaborar y potenciar en direcciones particulares los recursos a los que sí tiene acceso. Esta apreciación es extensible a personas con distintos grados de compromiso auditivo, para quienes el uso de la lengua ordinaria en combinación con la lengua de señas representa una experiencia de bilingüismo y de biculturalidad. Bajo estas circunstancias, los recursos sociales (e.g. interacción con otras personas y grupos), los culturales (e.g. interpretación de gestos y movimientos) y los lingüísticos (e.g. combinación de lenguas) influyen en el desarrollo y la comunicación de la actividad matemática en los entornos de aula. Estas apreciaciones también proporcionan un marco adecuado para entender la actividad de los alumnos oyentes, especialmente cuando comparten la práctica de clase con alumnos sordos y, en consecuencia, están en contacto directo con una lengua y una cultura distintas a las que están acostumbrados.

La pregunta que ha guiado la investigación queda formulada así: *¿Cómo se produce la actividad matemática y su comunicación en entornos colaborativos de aula con estudiantes sordos y oyentes?* A fin de dar respuesta, hemos recogido y analizado datos en un aula de matemáticas de séptimo grado cuyos estudiantes tienen distintos grados de compromiso auditivo, y donde el español oral y el escrito se combinan con la lengua de señas en el transcurso de la actividad. En lo que sigue, resumimos consideraciones teóricas para la delimitación de nuestra perspectiva e indicamos los métodos que se inician con una experimentación de clase. Luego presentamos tres temas emergentes derivados del análisis de la actividad matemática y su comunicación. Acabamos con implicaciones para la enseñanza de las matemáticas en aulas con diversidad relativa al grado de compromiso auditivo.

### 2. Aproximación al aprendizaje de matemáticas sordo

Hace más de una década, desde la psicología Nunes (2004) dio visibilidad a la complejidad cultural de la educación matemática con estudiantes sordos en un trabajo dirigido a familias y profesorado. Se combatía así el riesgo de la entrada de enfoques médicos en el área y se problematizaban enfoques con énfasis exclusivo en la dimensión cognitiva del aprendiz (e.g. Chausard, 1976, referenciado en Austin y Howson, 1979). No obstante, el discurso en el trabajo de Nunes seguía centrado en las dificultades del estudiante sordo durante su aprendizaje matemático y en las posibles implicaciones de ubicar estudiantes “no sordos” y otros con “discapacidades auditivas” en una misma aula. Años más tarde, Healy y Powell (2013) afirman la necesidad de un giro en la investigación de grupos de estudiantes que hasta entonces se venían conceptualizando, y a la práctica considerando, con discapacidad. Healy y Powell distinguen entre discapacidad o deficiencia, diferencia y desventaja: junto con la diferencia que socialmente se le atribuye, el estudiante sordo está sujeto a la desventaja producida por los modos en los que se construye una identidad de discapacidad para quienes no se asemejan a un ideal establecido por una cultura, una lengua y un tiempo histórico.

Para la última década, Planas y Valero (2016) han indicado el auge de los enfoques sociales y culturales en la investigación en educación matemática que examinan cuestiones de exclusión e inclusión de grupos de estudiantes según sus condiciones culturales, sociales, históricas y lingüísticas. Para el grupo de estudiantes sordos, en nuestro estudio argumentamos que el giro hacia lo social permite explicar aspectos involucrados en la creación de obstáculos a la participación en clase, y más en particular en la percepción de oportunidades reducidas de aprendizaje matemático. Planas y Valero no mencionan el caso de la exclusión del alumnado sordo, pero sí dan cuenta del estudio de casos de

exclusión con respecto a una diversidad de dimensiones combinadas de la identidad del estudiante: lengua, edad, extracción social, género y etnicidad, entre otras. A pesar de que el grupo de estudiantes sordos no ha sido todavía objeto prioritario de estudio en la literatura del área, hay trabajos como el realizado en México y Brasil por Healy, Becerra, Fernandes y Botelho (2016) que están contribuyendo a situar esta línea de interés en el mapa de investigación. En palabras de Healy et al. (2016, p. 142):

En el área de diversidad lingüística y aprendizaje matemático, la investigación ha tendido a considerar la diversidad en relación con las lenguas habladas por delante de las lenguas en general y de los recursos lingüísticos expresados mediante otras modalidades, tales como las lenguas de señas, los signos y los gestos. Este escenario está empezando a cambiar, al menos respecto a aquellas expresiones visuales-gestuales-somáticas descritas como gestos, con una atención en aumento durante los últimos años para con las funciones cognitivas y comunicativas involucradas en las actividades matemáticas... y con el correspondiente reconocimiento de la naturaleza multimodal de la comprensión matemática... [Nuestra traducción]

De acuerdo con estas reflexiones, interpretamos el estudiante sordo como miembro de una identidad lingüística minoritaria y minorizada en una sociedad dominada por la cultura oyente y la oralidad. Compartimos esta aproximación con Healy y sus colegas (2016), y con otros investigadores que se han adentrado en esta línea de interés, algunos de cuyos trabajos pasamos a discutir.

### 3. Estudios sobre desempeño matemático de estudiantes sordos

Hemos hallado pocos trabajos donde el foco del análisis sea el alumno sordo en su interacción con alumnos sordos y oyentes durante la resolución de tareas matemáticas en clase, o bien donde el foco sea la percepción que el profesor de matemáticas tiene sobre su enseñanza en estos entornos de aula. En esta sección nos referimos a tres estudios sobre la actividad matemática de alumnos sordos y a un cuarto estudio sobre la percepción de profesores del área acerca de la actividad matemática de estos alumnos. Son estudios que comparten una perspectiva capacitadora del aprendiz sordo, aun cuando se concluye sobre dificultades de escolarización, de aprendizaje y de enseñanza.

Empezamos con el estudio de Blatto-Vallee, Kelly, Gaustad, Porter y Fonzi (2007), que enlaza directamente con los resultados documentados por Nunes (2004). Estos autores tomaron datos durante la resolución con papel y lápiz de problemas matemáticos en siete aulas de varios niveles educativos. La población total fue de 305 estudiantes, siendo oyentes más de un centenar y el resto con distinto grado de compromiso auditivo. Mediante el análisis de las respuestas escritas, se pretendía probar que las representaciones visuales y espaciales de unos y otros estudiantes eran de una complejidad similar. Esto se probó y se contrastó con la diferencia de rendimiento en un cuestionario individual que se había proporcionado a los mismos estudiantes, con problemas matemáticos verbales de aritmética. Una elevada cantidad de los estudiantes sordos con un rendimiento bajo en el cuestionario tuvo una alta participación en las sesiones de clase e introdujo representaciones matemáticas decisivas en la resolución de varios problemas. Esta diferencia no se documentó con la misma frecuencia ni medida para los estudiantes oyentes. Una conclusión de Blatto-Vallee y sus colegas es que el entorno comunicativo donde se desarrolla la actividad matemática del estudiante sordo tiene un papel esencial en su participación y rendimiento. Otra conclusión es que las tareas cuyos enunciados incorporan representaciones gráficas son a priori más adecuadas para la actividad matemática del estudiante sordo, en comparación con enunciados estrictamente verbales sin diagramas ni esquemas de soporte.

El segundo estudio que comentamos es el de Hyde, Zevenbergen y Power (2003), con 77 estudiantes sordos e hipoacúsicos de distintas edades escolares a quienes se solicitó que completaran



un cuestionario escrito con 24 tareas aritméticas de enunciado verbal. Se pretendía comparar el rendimiento de estos estudiantes con el del grupo de estudiantes oyentes, además de identificar estrategias usadas por los primeros. Todas las tareas incluían estrategias aditivas o substractivas con números cuya suma era menor que 10. Tras el análisis de las respuestas individuales a las tareas, se seleccionaron unos pocos estudiantes para indagar mediante entrevistas cómo se habían pensado los problemas y su resolución. Se concluyó la existencia de dificultades lingüísticas relativas a la complejidad sintáctica de los enunciados, al uso de las formas gramaticales pasivas y a la falta de familiarización con términos matemáticos y otros propios del lenguaje ordinario. Para las tareas con un lenguaje formal sin evocación de contexto cotidiano, se detectaron dificultades en la comprensión de términos como *twice*, que resultaron ser polisémicos y conceptualmente ambiguos para varios estudiantes. Para las tareas con enunciados de contexto cotidiano, se examinaron términos como *lost*, para los cuales se detectó un fenómeno similar de polisemia y otro asociado de ambigüedad léxica. A pesar de que la ambigüedad léxica quedó probada para ambos tipos de enunciados –formales y cotidianos–, se documentó un ligero mejor desempeño de los estudiantes en la resolución de tareas aritméticas de contexto cotidiano. Una implicación del estudio fue la recomendación para la práctica educativa de enunciados con contextos cotidianos y construcciones gramaticales sencillas.

El tercer estudio es el de Goldin-Meadow, Shield, Lenzen, Herzig y Padden (2012), quienes examinaron la relación entre seña y gesto en la comunicación de la resolución de tareas aritméticas con estudiantes sordos. A diferencia de los estudios anteriores, este trabajo explora la comunicación de las tareas por delante de la resolución. Goldin-Meadow y sus colegas consideraron señas a los movimientos de la mano que eran reconocibles en la lengua de señas americana (ASL por sus siglas en inglés), mientras que consideraron gestos los señalamientos en la pizarra y los movimientos de la mano que no son señas de ASL. Se propuso un cuestionario con tareas escritas del tipo  $6+5+8 = \_+8$  a 40 estudiantes sordos usuarios de ASL, de entre 9 y 12 años, de cuatro escuelas para sordos, y se les pidió que explicaran su solución en ASL en la pizarra. Más tarde, el investigador presente en la clase explicó la resolución en ASL a los estudiantes, a saber, encontrar la respuesta que encaja en el espacio en blanco para que los dos lados de la igualdad coincidan. Se concluyó sobre la frecuencia de determinadas parejas seña-gesto (e.g. colocar la mano en V para señalar y agrupar dos cantidades y luego dar en señas el resultado) de los estudiantes sordos en su actividad matemática. Al respecto, se documentaron abundantes prácticas de combinación y asociación de lengua y señas.

El cuarto estudio es el de Kelly, Lang y Pagliaro (2003), quienes examinaron prácticas relacionadas por profesores de matemáticas en la enseñanza de la resolución de tareas de contexto cotidiano y de ejercicios rutinarios en clases con estudiantes sordos. A diferencia de los tres estudios anteriores donde el objeto del análisis fueron los estudiantes sordos en su actividad matemática, aquí se investigaron percepciones de profesores de estudiantes sordos acerca de prácticas que manifestaran considerar adecuadas en su enseñanza. Se realizó una encuesta con 133 profesores de distintos niveles escolares y, del análisis de las respuestas, se concluyó que se priorizaban ejercicios rutinarios antes que tareas inspiradas en problemáticas cercanas. Esta opción se veía adecuada por conllevar menor exigencia de lectura y comprensión de enunciados verbales. En concreto, varios profesores escribieron acerca de la dificultad atribuida al alumnado sordo en la comprensión y manejo de enunciados verbales extensos en lengua inglesa. Estas percepciones limitadoras acerca del estudiante sordo en su desempeño matemático contrastan con los resultados hallados ese mismo año por Hyde et al. (2003). Por otra parte, cabe señalar que la mayoría de profesores del estudio no había recibido formación para la enseñanza de las matemáticas a grupos de estudiantes con distintos grados de compromiso auditivo.

#### 4. Diseño del estudio y métodos de análisis

La experimentación se realizó en un colegio privado de Bogotá, dirigido a la escolarización de estudiantes sordos con inclusión de oyentes. Este colegio se define como una institución de educación



para entender lo que se pide. Básicamente la información consiste en los horarios y precios, para la fecha, del billete en el sistema de transporte público masivo *Transmilenio* de Bogotá.

Para todas las sesiones y entornos examinados, las conversaciones se representaron en tablas de tres columnas. La primera columna indica el participante; la segunda columna aporta la transcripción literal cuando se ha utilizado el castellano oral, la glosa cuando ha habido lengua de señas y ambas cuando se han simultaneado castellano oral y lengua de señas; si ha habido glosa, la tercera columna contiene su traducción. La glosa se indica en mayúscula; se utiliza una línea superior seguida de un superíndice <sup>int</sup> si hay un rasgo no manual para una interrogación, la terminación IX indica un adverbio de lugar sobre ubicación o dirección de la seña, mientras que las repeticiones del signo + reflejan la cantidad de veces que una seña se utiliza. Esta es una opción verbalizada de representación de los canales viso-gestuales de la lengua de señas y de los canales audio-vocales de la lengua oral (Tovar, 2003). Con esta opción limitamos el registro de la pluralidad de variedades locales de señas, gestos y expresiones orales dentro del aula. No obstante, la opción de glosas, con un nivel medio de representación y un nivel alto de facilidad de lectura, reproducción y economía de símbolos, es adecuada de acuerdo con el propósito de análisis cualitativo de acciones comunicativas y matemáticas.

Para empezar la reducción de datos, se creó un instrumento a modo de espiral para cada grupo y puesta en común. Dicha espiral incluye el resumen temporalmente ordenado sobre un plano cartesiano de acciones comunicativas (e.g. señala sobre la hoja de trabajo un apunte anotado) y matemáticas (e.g. realiza representación gráfica en sustitución de operación) identificadas en el análisis preliminar durante el visionado de los datos. Este instrumento permitió fijar la mirada en aspectos de la comunicación relativa a la resolución de la tarea, informando de un modo descriptivo y general sobre el escenario comunicativo y la actividad matemática. Para la descripción del escenario comunicativo se tuvieron en cuenta los tipos de recursos utilizados en la interacción: lenguas, artefactos, gestos y movimientos (no asociables a la lengua de señas local) y participantes. Todos estos aspectos se piensan como recursos porque se espera que contribuyan a iniciar o continuar procesos orientados a la resolución de la tarea matemática. Para la descripción de la actividad matemática, se tuvieron en cuenta momentos en la aproximación a la tarea de naturaleza mayormente organizativa, heurística, operacional o argumentativa. Estos tipos de actividad se fijaron para orientar el análisis de las acciones matemáticas con especial atención a los cambios entre modos de razonamiento.

Tras el análisis descriptivo del escenario comunicativo y de la actividad matemática, por grupo y por puesta en común, se procedió a realizar el análisis principal, ya de carácter más relacional y explicativo, con foco en la construcción comunicativa de la actividad matemática de los estudiantes. Dado un escenario comunicativo, puede considerarse su posible impacto en la generación de acciones matemáticas y cambios en los modos de razonamiento. De ahí que el estudio de las acciones comunicativas se vincule con el estudio de las acciones matemáticas desarrolladas por los alumnos. Aunque la vinculación entre unas y otras acciones no sea automática *stricto sensu*, ciertas acciones comunicativas pueden hacer incrementar la calidad de la actividad matemática. Con base en este supuesto, se aplicó un análisis inductivo que implicó la formulación de temas emergentes a partir de la discusión de relaciones entre secuencias de acciones comunicativas y matemáticas. La creación de temas se anticipó con la creación de temas provisionales sobre aspectos de la actividad matemática, que se generaron en un intento de sintetizar lo que pareció relevante respecto a la participación y al desempeño en varios momentos de al menos dos sesiones de clase. De acuerdo con nuestro enfoque etnográfico, la relevancia de un tema no es realmente tanto un asunto de frecuencia numérica sino de incidencia en el desarrollo de la actividad matemática. El procedimiento de indagación y tres de los temas se ilustran en la próxima sección mediante datos de GA.

## 5. Análisis y discusión de resultados

Habiendo realizado un análisis preliminar de acciones matemáticas y comunicativas fácilmente identificables en los datos de video, para indagar más en profundidad la actividad matemática en el seno de GA, primero caracterizamos los rasgos del escenario comunicativo en el que se produjo dicha actividad y, a continuación, caracterizamos momentos de la actividad matemática entre los estudiantes de GA y entre ellos y otros participantes del aula tales como la primera autora.

### 5.1. Escenario comunicativo de la actividad matemática

En este apartado relatamos los resultados del análisis del uso de recursos para la comunicación durante la actividad matemática desarrollada por GA en torno a la tarea de la Figura 1. Estos resultados informan sobre el escenario comunicativo en el cual los estudiantes interactúan. Conviene dar cuenta de este escenario para entender uno de los contextos principales donde se produce la participación y la actividad matemática. Los siguientes párrafos se organizan mediante la detección de aspectos relativos al uso de lenguas, de artefactos, de gestos y movimientos, y de intercambios.

El primer recurso que se examinó para dar cuenta del escenario comunicativo fue el uso de las lenguas de los estudiantes. Durante la identificación de datos del problema y de búsqueda de estrategias de resolución, se observa un dominio del castellano oral. Todos los estudiantes de GA conocen la lengua de señas colombiana, pero a excepción de Óscar, tienden a no introducirla en la discusión. Destaca apenas una conversación en castellano oral y lengua de señas donde se considera la validez de razonamientos matemáticos esgrimidos para una opción de la tarea. En la comunicación a toda la clase de algunos de estos razonamientos y durante la explicación de cálculos, se combinan castellano oral y lengua de señas a iniciativa de la investigadora presente. Hay, en síntesis, un escenario oralizado con dominio del castellano y escasa presencia de la lengua de señas. Esto puede deberse a motivos de distinta índole: desde la mayor asociación de la lengua oral con el trabajo académico en el aula hasta la mayor frecuencia en la participación de estudiantes oyentes.

En cuanto al uso de gestos y movimientos, hay sonrisas y miradas de acuerdo que sugieren la implicación de los estudiantes en la resolución del problema. En varias ocasiones se señalan con el dedo aspectos escritos en la hoja de trabajo, se utilizan los dedos para el conteo, o bien se simula una tabla de multiplicar visual “en el aire”. Hacia el final del trabajo en grupo, dos estudiantes se levantan de su silla y buscan compartir su resolución con otros participantes, lo cual indica de nuevo un cierto grado de implicación. Encontramos, sin embargo, evidencias de obstaculización a la participación en los gestos de solicitud de silencio que interrumpen las señas de Óscar en tres ocasiones. Hay, en síntesis, un uso abundante de gestos, algunos de los cuales son decisivos para fijar matemáticamente la atención, mientras que otros indican quién debe dejar de intervenir o bien quién debe ceder el turno. La interrupción de la participación del alumno que solo utiliza señas puede ser debida a razones no relativas al valor dado a la lengua de señas en el aula. Puede estar ocurriendo, por ejemplo, que otros estudiantes de GA interpreten que los contenidos que Óscar está enseñando no aportan avances sustanciales a la resolución de la tarea, de modo que lo que se rechace sea la intervención en sí misma.

En cuanto al uso de artefactos, destaca el papel de la ficha material del problema, donde los estudiantes añaden marcas, anotan números y cálculos y elaboran dibujos y diagramas. Los contenidos de la ficha, que es una única a compartir entre los cuatro estudiantes de GA, se consultan a medida que se identifican datos del problema y se consideran estrategias de resolución para la primera opción de la tabla. Solo se recurre a consultar todas las opciones de la tabla durante la puesta en común. Hay, pues, un uso de la ficha de la tarea que facilita la participación de quien físicamente la sostiene, Gabriel, y del segundo alumno que se halla más cerca, Juan. Los alumnos están dispuestos con sus pupitres en círculo sin una mesa en medio que permita mostrar la ficha a todos con la misma facilidad. Estamos



ante un recurso de acceso limitado o al menos dificultado para Luis y Óscar. Una vez más, el hecho de que esto se dé así puede deberse a varias razones: puede ocurrir que se hagan cargo de la lectura del problema unos alumnos porque se les suponga menos autonomía lectora a los otros.

En cuanto a los intercambios entre participantes, durante toda la sesión de clase, se observa que la interacción de proximidad dentro de GA domina por delante de la interacción fuera del grupo, con mayor participación de dos de los estudiantes, Gabriel y Juan, en ambos entornos. Hay interacción con la investigadora y el profesor sobre todo durante la realización de cálculos de división, variable en función de la disponibilidad y cercanía física al grupo. Por su lado, la interacción con la intérprete se centra en la identificación de datos del problema y en la comprensión del contexto del enunciado. En estas situaciones se alternan, en distintos grados, la comunicación oral y la comunicación gestual mediante señas y gestos, en procesos de comunicación donde debe darse por supuesta la selección de unos u otros recursos según el código que se considera adecuado para el contenido que se narra.

El escenario comunicativo apunta a dos situaciones especialmente relevantes para el desarrollo de la actividad matemática. En primer lugar, se detectan formas de exclusión del estudiante sordo profundo, Óscar, en el trabajo en grupo. La lengua dominante en la interacción dentro de GA es el castellano en su modalidad oral. Además, hay una única ficha del problema, que está en manos de Gabriel y visualmente no orientada hacia Óscar. A esto se suma que tres veces se interrumpen las señas iniciadas por Óscar con contenidos sobre la tarea. Se trata de una exclusión con matices ya que al acercarse al grupo el profesor, que es sordo, se prima la lengua de señas y este estudiante consigue intervenir sin ser interrumpido. En segundo lugar, se detecta la priorización del canal visual en sustitución del canal oral (algo también encontrado en Rosich, 1998). Esto acostumbra a suceder durante la interacción en el grupo cuando se calcula y razona por escrito mediante el soporte de la ficha. El canal visual se utiliza sobre todo para señalar contenidos y llamar la atención sobre partes de lo producido. Varios gestos van dirigidos a señalar contenidos representados en la ficha o bien escritos en las hojas de trabajo, sin que estos contenidos sean hablados o bien comunicados en lengua de señas.

### 5.2. Momentos del desarrollo de la actividad matemática

Tras haber abordado el contexto comunicativo de la actividad matemática, ahora abordamos el desarrollo de esta actividad mediante la explicación de momentos del desempeño de los estudiantes de GA. Entendemos que las condiciones de la comunicación y las de la actividad matemática son inseparables por tratarse de procesos mutuamente constituyentes en cualquier situación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así pues, los estudiantes desarrollan su actividad matemática bajo influencia de las condiciones de la comunicación. La presentación primero del escenario comunicativo y luego de la actividad matemática sirve meramente para organizar la discusión de resultados.

#### 5.2.1. Referencia al contexto extra-matemático del enunciado

Se buscó intencionadamente una tarea matemática que se alejara de las situaciones académicas habituales en la escuela mediante la presentación de una situación de la vida diaria. En el análisis de la actividad matemática de GA, destaca el papel que los estudiantes dan al contexto extra-matemático del enunciado en varias acciones matemáticas. Se establecen relaciones basadas en el uso de este contexto cuando se asignan unidades a datos numéricos que se están pensando como variables. Esto ocurre, para empezar, con la relación que se establece entre precio y hora. En general, hay un uso del contexto extra-matemático en la detección de unidades de medida adecuadas para determinadas magnitudes. Sin embargo y a diferencia de lo que se esperaba, no hay evidencias de una interpretación crítica de la situación. Los estudiantes no proyectan sus experiencias con el Transmilenio, ni opinan sobre precios y horarios. La conversación en castellano oral de la Tabla 1 ilustra este uso limitado del contexto a

formas reconocibles de la matemática escolar. Se observa cómo se pasa de la mención de unidades y magnitudes (e.g. “Esto son los pesos”) a la toma de decisión sobre operaciones (e.g. “Toca restar”).

Participante	Conversación
Juan	Este es el resultado, este es el número.
Gabriel	Esto son los pesos.
Juan	Exacto, el valor. Y acá nos dicen cuánto pagaron las personas que se montaron en cada opción.
Gabriel	En la primera. No, ya va. ¿En cuál estamos multiplicando? Bueno, entonces ahora falta multiplicarla en valle. En dónde se subieron más personas. Son mil cuatrocientos, ¿cierto? Toca restar, ¿cierto?

Tabla 1. Transcripción con mención de unidades, magnitudes y operaciones

No se proyectan experiencias personales que contribuyan a aportar significados no académicos a la tarea, ni que contribuyan a vincular los usos cotidiano y académico del castellano oral y de la lengua de señas. Ahora bien, sí hay un uso del contexto extra-matemático con potencial en la validación matemática de la actividad durante el trabajo en grupo. Al menos en dos conversaciones se recurre a este contexto para refutar un resultado numérico y la operación de resta que ha llevado hasta él. No solo se rechazan resultado y operación, sino que se aporta una idea sobre la capacidad de transportar personas para explicar el rechazo. La conversación de la Tabla 2 ilustra este momento. Vuelven a ser Juan y Gabriel, dos estudiantes con dominio del castellano oral, los que guían la discusión.

Participante	Conversación/Glosa	Traducción
Gabriel	Allí se subieron más personas. En esta.	
Juan	En esta, sí. Entonces sería en valle [Llama a Yinzú].	
Gabriel	Ya. En valle [Llama a Yinzú].	
Juan	En valle.	
Yinzú	QUÉ HACER <sup>int</sup> ¿Qué hicieron?	¿Qué hicieron?
Juan	En valle se subieron más personas.	
Yinzú	CUANTO <sup>int</sup> ¿Cuántas?	¿Cuántas?
Juan	[Señala sobre su hoja] $\begin{array}{r} 7.140.000 \\ - 1.700 \\ \hline 7.139.300 \text{ personas} \end{array}$ $\begin{array}{r} 7.140.000 \\ + 1.400 \\ \hline 7.141.400 \text{ personas} \end{array}$	
Yinzú	SIETE MILLONES DE PERSONAS <sup>int</sup> Okay. ¿Siete millones de personas?	¿Siete millones de personas?
Gabriel	No, no puede ser.	
Yinzú	MUCHO Son muchas.	Son muchas.
Gabriel	No, no caben.	

Tabla 2. Transcripción con mención al contexto extra-matemático en una validación



Lo que se diseñó para reforzar la participación matemática de los estudiantes (i.e. una tarea acerca de un transporte público que los ciudadanos de Bogotá utilizan con frecuencia para desplazarse), no tuvo el efecto esperado. Hay referencias a aspectos del contexto cotidiano, pero las acciones matemáticas que se requerirían para argumentar la validez de determinados razonamientos se ven subsumidas por la búsqueda de operaciones y la ejecución de cálculos en la ficha del problema. Por otra parte, el escenario comunicativo con predominio de la oralidad da idea de por qué la participación fue desigual entre los estudiantes de GA. En la Tabla 2, por ejemplo, se observa que Juan y Gabriel se ciñen al castellano oral cuando la investigadora aúna la lengua de señas con la oralidad.

### 5.2.2. Uso tentativo de razonamientos inductivos y deductivos

Otro tema emergente del análisis de la actividad es el uso de razonamientos, mayormente inductivos y deductivos, orientados a realizar cálculos, que no acaban completándose y que a menudo se mezclan. Los estudiantes de GA ensayan distintas operaciones aritméticas; comienzan con un acercamiento inductivo donde multiplican, considerando un caso particular a fin de aproximarse al total, pero descartan la estrategia tal como se lee en la Tabla 3. En este momento se observa un acercamiento inductivo en cómo Juan y Gabriel formulan hipótesis numéricas para su contrastación con datos del enunciado. Se trata de acercamientos incompletos en la medida en que el proceso de ensayo y error no converge hacia cantidades con sentido en el contexto de la tarea.

Participante	Conversación
Gabriel	Digamos diez personas a mil setecientas. ¿Cuánto es?
Juan	¿Diez personas?
Gabriel	Por mil setecientas. Epa, son dos ceros. Con esto no podemos alcanzar la meta.
Juan	¿Ciento ochenta...?

Tabla 3. Transcripción con parte de un acercamiento inductivo

Así como abundan acercamientos inductivos a lo largo del trabajo en grupo, encontramos también acercamientos deductivos basados en señalar y verificar cantidades. En un segundo ensayo que sigue a la conversación de la Tabla 3, los estudiantes piensan una cantidad y deciden empezar a restar para llegar hasta ella. Acaban, sin embargo, descartando la estrategia. Al restar del total el equivalente al billete de una persona, obtienen un número que confunden con la cantidad de personas, sin asociarlo con un valor en pesos menor del total inicial de dinero. La estrategia sugiere que se buscaba ir reduciendo persona a persona de modo que la respuesta fuera el número de veces que cabría el precio del billete hasta obtener cero (ver Tabla 2). Esto se piensa sin tener en cuenta que la operación se realiza con cantidades relativas a una misma magnitud; con base en esta confusión se explica que se rechace la estrategia iniciada. Unos y otros ensayos, ya sean inductivos o deductivos, sirven para comprender por qué no funcionan las sucesivas estrategias y para descartar ciertas operaciones.

En esta sesión y para GA, se observan varios momentos donde no solo se mezclan acercamientos inductivos y deductivos, sino que además se cambia el énfasis de operaciones a resultados numéricos y de resultados numéricos a operaciones sin una conversación que prepare o explique el cambio. En este sentido hablamos de razonamientos con carácter tentativo ya que durante su desarrollo no se avanza hacia una conclusión final mediante una inferencia explícita. Este tipo de discontinuidad se observa en la Tabla 4, con uno de los pocos momentos en los que participan los cuatros estudiantes.

Participante	Conversación/Glosa	Traducción
Juan	Me da cero, bajo el otro cero ¿O cómo?	
Luis	MISMO AMBOS MIL SETECIENTOS +++	Es el mismo monto. En ambos. Mil setecientos, mil setecientos, mil setecientos.
Óscar	MIL SETECIENTOS +++++	Mil setecientos, mil setecientos, mil setecientos, mil setecientos, mil setecientos.
Juan	MIL SETECIENTOS	Mil setecientos.
Gabriel	Mil setecientos. Siete... ¡Ah! No, espera, once, diez, nueve, ocho.	
Juan	¿Cuántos?	
Gabriel	Ocho... No, espera, ¿cuántos es que le está quitando?	
Juan	Siete.	
Gabriel	¡Ah! No, espera, once, diez, nueve, ocho, siete, seis, cinco, cuatro.	

Tabla 4. Transcripción con parte de un acercamiento inductivo-deductivo

### 5.2.3. Ambigüedad conceptual y léxica con vocabulario técnico

Durante el análisis de momentos destinados a cálculos, emergió el tercer tema que presentamos y que fue detectado también en puestas en común. Se trata de un tema identificado en la literatura (e.g. Hyde, Zevenbergen y Power, 2003) y que indica la necesidad de aprender a manipular vocabulario específico. El vocabulario técnico de la matemática escolar no siempre se enseña de un modo preciso antes de que se requiera su uso en clase. A menudo hay términos cuyos significados académicos se aprenden a medida que surgen sin haber sido objeto explícito de enseñanza. Esto es habitual con términos que son palabras frecuentes fuera de la disciplina tales como “quitar” o “mitad”, cuya interpretación técnica en clase de matemáticas no siempre se deriva de extender el significado común.

Nuestros datos apuntan a la compleja relación entre vocabulario común y técnico. Veamos, por ejemplo, el momento en que varios de los cálculos involucran números menores a 20; se hace uso del conteo con los dedos y se dibujan marcas sobre la hoja para contar hacia atrás de 14 a 7. En este momento se mencionan ciertos términos como si fueran por sí solos explicativos de la actividad. Cuando pretenden hallar la mitad de la cantidad total de pesos, Gabriel y Juan relacionan buscar la mitad primero con “quitar” y luego con “restar”. Con esta relación se refieren a la operación de restar sin precisar el significado de mitad. El significado matemático de mitad alude a un tipo destacado dentro de la clase de equivalencia parte-todo. Si se tiene clara la noción de mitad como tipo de clase de equivalencia, entonces adquiere sentido la mitad como resultado de la división de una cantidad entre dos. Interpretamos que la dificultad por conceptualizar la mitad tiene que ver con plantear una operación inadecuada: se propone “buscar la mitad” mediante la resta de una parte respecto de un total. La cuestión es que no se identifica que la parte a restar es la misma cantidad desconocida que la mitad a hallar. Si pensamos que el total es  $a$  y la parte a restar es  $b$ , tenemos que se busca la mitad de  $a$  mediante la resta  $a-b$  sin incorporar la condición  $a-b=b$ . En los intentos por identificar  $b$ , se proponen dos cantidades obtenidas durante la resolución de las primeras dos opciones en la tabla del problema, que son las últimas que se han escrito en la ficha y que están escritas en la pizarra. En la Tabla 5 no hay evidencias de que se estén seleccionando candidatos para  $b$  de un modo argumentado.



Participante	Conversación/Glosa	Traducción
Yinzú	<u>MITAD CUAL</u> int ¿Cómo busco la mitad?	¿Cómo busco la mitad?
Juan	Debe quitarle.	
Yinzú	<u>QUITAR QUE</u> int ¿Quitarle qué?	¿Quitarle qué?
Juan	RESTAR Restando.	Restando.
Gabriel	RESTAR Restando.	Restando.
Yinzú	<u>MITAD CUAL</u> int Pero, ¿Cómo sé cuál es la mitad?	¿Cómo sé cuál es la mitad?
Gabriel	RESTAR Se resta.	Se resta.
Yinzú	<u>RESTAR QUE</u> int ¿Se resta qué?	¿Se resta qué?
Gabriel	TOTAL El total. ¿El total?	El total.
Juan	Cuatro mil doscientos.	
Yinzú	TOTAL IX-izq <u>HACER</u> int Con el total, ¿qué hago?	Con el total, ¿qué hago?
Gabriel	¿Se resta? Ese por...	
Juan	Cuatro mil doscientos.	
Gabriel	No, por cinco mil cien, bobo.	

Tabla 5. Transcripción con referencias a “quitar” y “restar”

En la discusión Juan comenta que resolvió el problema restando, pero más tarde rectifica diciendo que restó y dividió. Esto sugiere dos posibilidades. La primera posibilidad es que el estudiante no haya considerado el algoritmo de la división como un todo, sino que perciba las restas parciales como operaciones separadas. La segunda posibilidad es que Juan comprenda la división como una resta abreviada. Por otro lado, tal como se observa en la Tabla 6, Luis propone bajar dos ceros que faltaban operar en el dividendo directos al cociente para agilizar la operación.

Participante	Conversación/Glosa	Traducción
Luis	Da cinco mil cien.	
Yinzú	<u>FALTA</u> int ¿Qué falta ahora?	¿Qué falta ahora?
Juan	Bajarle otro cero. CINCO MIL CIEN ++ ¡Ah! Cinco mil cien, da cinco mil cien.	Cinco mil cien, da cinco mil cien.
Luis	CINCO MIL CIEN	Cinco mil cien.
Yinzú	<u>POR QUE</u> int ¿Cómo saben? ¿Por qué?	¿Por qué?

Otros	Da cinco mil cien, porque sobran los ceros.	¿Cómo sé cuál es la mitad?
Juan	Si le bajas los ceros va a seguir lo mismo.	Se resta.
Yinzú	MONTAR PERSONAS CUANTO <sup>int</sup> Entonces, ¿cuántas personas se montaron?	¿Cuántas personas se montaron?
Juan	CINCO MIL CIEN	Cinco mil cien.
	Cuatro mil doscientos.	
Gabriel	Yo ya sabía.	

Tabla 6. Transcripción con referencias a “mitad”

La operación realizada por Gabriel y Juan en la hoja de trabajo (ver Figura 2) muestra que no se consideró el método propuesto por Luis en la discusión con la clase para agilizar la división ni para operar con cantidades menores. Es así como una vez alcanzado el cero en el resto y quedando pendientes por operar solo los ceros en el dividendo, Gabriel y Juan deciden continuar utilizando el algoritmo y realizar multiplicaciones y restas entre ceros con repetición.

Figura 2. Producción escrita de Gabriel con ayuda de Juan

## 6. Consideraciones finales e implicaciones para la enseñanza

Al inicio del artículo, explicábamos que el propósito de nuestra investigación es llegar a construir conocimiento sobre cómo se produce la actividad matemática y su comunicación en entornos colaborativos de aula con estudiantes sordos y oyentes. Hemos proporcionado datos para una sesión de clase y un grupo de estudiantes durante la resolución de una tarea. Con base en el análisis de estos datos, hemos discutido cuatro resultados (un escenario y tres temas), que son representativos de resultados encontrados para otras sesiones y grupos. Cuando se leen como un todo, estos resultados proporcionan una idea del escenario comunicativo y de la cultura matemática del aula:

- El escenario comunicativo en el cual se produce la actividad matemática se configura de un modo que facilita la participación de quienes se expresan mediante la lengua oral y la comunicación de quienes utilizan canales visuales de producción escrita en papel.
- La referencia al contexto extra-matemático evocado en el enunciado de la tarea ofrece elementos para dar sentido e iniciar la comprensión de la tarea, pero en general se recurre a este contexto para validar cálculos y aspectos procedimentales de la resolución.
- El uso de razonamientos inductivos y deductivos en el desarrollo de estrategias de resolución se sucede a menudo de manera intercalada y tentativa, sin que se lleguen a completar inferencias y confundiendo las características propias de unos y otros razonamientos.
- La ambigüedad conceptual y léxica con términos y expresiones matemáticas como ‘mitad’, ‘buscar la mitad’, ‘restar’, ‘quitar’ y ‘dividir’ no se resuelven durante el trabajo en grupo ni se atienden explícitamente en la interacción con otros participantes del aula.



El desarrollo incompleto de razonamientos inductivos y deductivos, o bien la ambigüedad conceptual con los términos de resta y división, son cuestiones que podrían haber aparecido en una investigación con solo estudiantes oyentes y en un aula sin lengua de señas. Sabemos que toda actividad matemática está mediada por el escenario comunicativo (Morgan, Craig, Schuette y Wagner, 2014), pero no sabemos hasta qué punto y para qué aspectos en concreto esto es así, se amplifica o disminuye en el caso de nuestra experimentación y de nuestra aula. Además de la introducción de entrevistas, en una próxima investigación que dé continuidad a la actual, deberemos valorar otras opciones de experimentación didáctica y de distribución del trabajo en clase. Nuestra experimentación puede no haber favorecido siempre la participación de todos los estudiantes ni el desarrollo de razonamientos matemáticos mediante la lengua de señas.

Dada la actividad matemática que se privilegia en el escenario descrito, no podemos dejar de mencionar a Óscar, el alumno sordo profundo de GA. Es probable que este estudiante experimente, junto a sus compañeros, las mismas dificultades de modelización de la tarea, de separación entre razonamiento inductivo y deductivo, de búsqueda de la mitad de una cantidad..., pero tiene menos oportunidades de participar en la discusión de grupo a raíz del dominio de la oralidad. Óscar sigue con atención lo que se explica cuando la investigadora se acerca al grupo e introduce la lengua de señas. Apenas hemos iniciado el camino hacia una comprensión amplia de la actividad matemática en aulas con estudiantes sordos y oyentes. No obstante, nos atrevemos a proponer unas pocas implicaciones para la enseñanza que habrán de servir para que a estudiantes como Óscar se les ofrezcan más y mejores oportunidades de aprendizaje matemático. Las dos primeras implicaciones son generales y las tres últimas específicas para la selección y organización de tareas en clase de matemáticas:

- En la medida de lo posible, el profesor de matemáticas en un aula con alumnos sordos y oyentes debe conocer o estar familiarizado con la lengua de señas local, con una suficiencia que le permita interpretar y compartir lo que un alumno sordo le comunica en clase.
- Las dinámicas de agrupación en clase deben tratar de integrar en un mismo equipo estudiantes con distintos grados de compromiso auditivo que posibiliten la participación mediante distintos grados de combinación de oralidad y lengua de señas.
- Las tareas matemáticas deben tratar de incorporar, en su modalidad escrita, distintas submodalidades de expresión textual, gráfica, diagramática, etc., que de manera variable aporten información complementaria, intercambiable o bien no sustituible.
- La modalidad escrita con cuadernos, pizarras, libros de texto..., debe alternarse con la modalidad digital mediante las tecnologías disponibles en un trabajo que facilite el acceso y la construcción de representaciones visuales, así como la transformación entre representaciones.
- Ambas modalidades, la escrita y la digital, deben incluir abundantes imágenes y dibujos esquemáticos que pueden alternar información oral, habiendo de ser reconocidos estas imágenes y dibujos como formas de definir y explicar conceptos e ideas matemáticas.

Nuestra visión de la educación matemática nos lleva a pensar que estas implicaciones para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes sordos son válidas y recomendables para todos los grupos de estudiantes. No hay duda sobre los aportes de potenciar la multimodalidad en la enseñanza dado que toda comunicación es necesariamente multimodal y no solo lingüística; intervienen los gestos, los movimientos del cuerpo, los sonidos... Tener estudiantes sordos que recurren a la lengua de señas en el aula de matemáticas es una ocasión valiosa para recordar esto y aprender, como profesores, a representar de más maneras los conceptos y significados matemáticos del currículo que debemos enseñar. Se trata en definitiva de desarrollar una mirada multimodal desde la enseñanza para favorecer el desarrollo de esta mirada en el aprendizaje, lo cual enlaza con las palabras de Healy et al. (2016, p. 142) sobre el “reconocimiento de la naturaleza multimodal de la comprensión matemática”.

## Bibliografía

- Austin, J. L. y Howson, A. G. (1979). Language and mathematical education. *Educational Studies in Mathematics*, 10 (2), 161-197.
- Blatto-Vallee, G., Kelly, R. R., Gaustad, M. G., Porter, J. y Fonzi, J. (2007). Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 12 (4), 432-448.
- Goldin-Meadow, S., Shield, A., Lenzen, D., Herzig, M. y Padden, C. (2012). The gestures ASL signers use tell us when they are ready to learn math. *Cognition*, 123, 448-453.
- Healy, L. y Powell, A. B. (2013). Understanding and overcoming “disadvantage” in learning mathematics. En Clements, M. A., Bishop, A. J., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Leung, F. K. S. (eds.) *Third International Handbook of Mathematics Education*, 69-100. Springer: Nueva York.
- Healy, L., Becerra, E., Fernandes, S. H. A. y Botelho, J. L. (2016). Mathematics in the hands of deaf learners and blind learners: Visual-gestural-somatic means of doing and expressing mathematics. En Barwell, R. et al. (eds.) *Mathematics Education and Language Diversity. The 21 ICMI Study*, 141-162. Springer: Nueva York.
- Hyde, M., Zevenbergen, R. y Power, D. J. (2003). Deaf and hard of hearing students’ performance on arithmetic word problems. *American Annals of the Deaf*, 148 (1), 56-64.
- Kelly, R. R., Lang H. G. y Pagliaro, C. M. (2003). Mathematics word problem solving for deaf students: A survey of practices in grades 6-12. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 8 (2), 104-119.
- Morgan, C., Craig, T., Schuette, M. y Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: An overview of research in the field. *ZDM*, 46 (6), 843-853.
- Nunes, T. (2004). *Teaching mathematics to deaf children*. Londres: Whurr.
- Planas, N. y Valero, P. (2016). Tracing the socio-cultural-political axis in understanding mathematics education. En Gutiérrez, Á., Boero, P. y Leder, G. C. (eds.) *Second Handbook of the Psychology of Mathematics Education. The journey continues*. Sense Publishers: Róterdam.
- Rosich, N. (1998). *Els nivells de pensament geomètric i resolució de problemes geomètrics amb alumnus sords i oients: Implicacions pedagògiques*. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona.
- Tovar, L. A. (2003). La necesidad de planificar una norma lingüística en lengua de señas para usos académicos. *Lengua y Habla*, 8 (1), 97-132.

**Yinzú Nairouz** es estudiante del Programa de Doctorado en Educación de la Universidad Autónoma de Barcelona. Su línea de investigación es la actividad matemática en el aula de alumnos con distintos grados de compromiso auditivo.

**Núria Planas** es profesora de la Universidad Autónoma de Barcelona. Se ha especializado en el estudio de aspectos culturales, sociales y políticos involucrados en la educación matemática, con interés en el aprendizaje matemático en contextos multilingües.

