

Entendre-hi + amb la ciència

# ¿Ha quadrat el cercle un matemàtic de Lviv?

Tres matemàtics han produït la millor solució fins ara d'un puzzle geomètric: com descompondre un quadrat en parts que es puguin rearmar per formar un cercle amb la mateixa àrea. El descobriment beu d'una tradició sorgida fa un segle a Lwów, l'actual ciutat ucraïnesa de Lviv. De fet, un dels autors es va formar en aquesta ciutat.

Tot i que s'hi assembla, això no és la quadratura del cercle, en el sentit literal. Aquest problema secular està definit d'una manera diferent i no té solució possible, com es va demostrar el 1882.

Tal com es va formular a l'antiga Grècia, aquest problema consisteix a construir un quadrat amb la mateixa àrea que un cercle, fent servir regla i compàs. «Per als grecs, les eines de dibuix eren fonamentals. La quadratura del cercle és un de diversos problemes que van proposar sobre què es podria construir o no amb aquestes eines», explica Ignasi Mundet, investigador del Centre de Recerca Matemàtica.

Quadrar el cercle va ser un repte obert fins al 1882, quan el matemàtic alemany Ferdinand von Lindemann va demostrar que era impossible. La raó arrela en la naturalesa del nombre pi, que defineix les propietats del cercle i estableix unes relacions impossibles de manejar amb regla i compàs.

## UN PUZLE

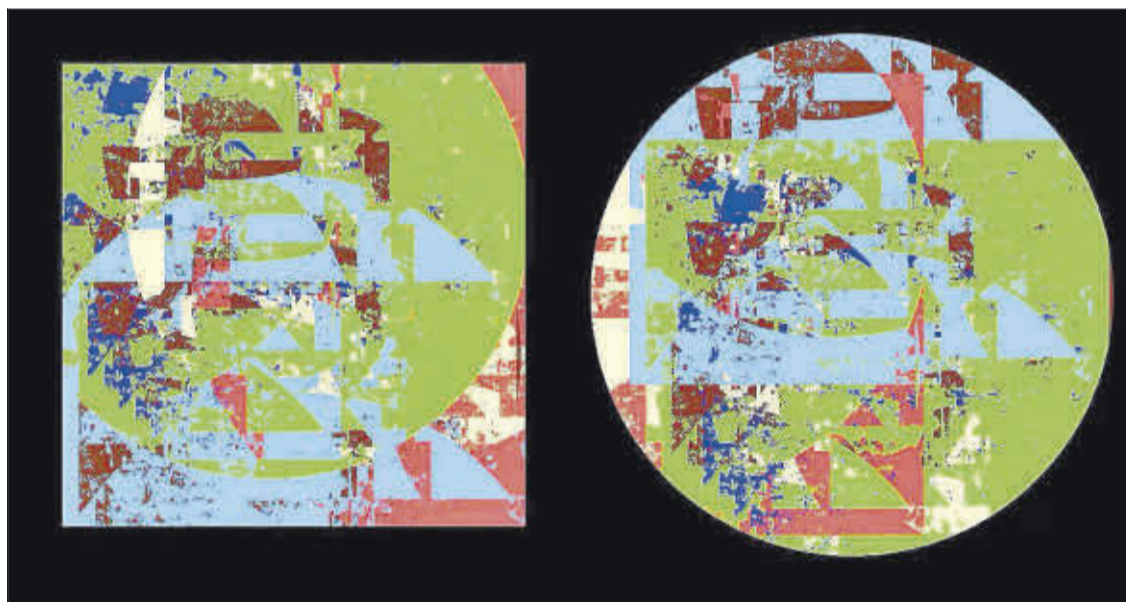
Si es passa a una definició més genèrica, es plantegen altres vies per quadrar el cercle. Per exemple, per mitjà d'un puzzle: trencar un quadrat en una quantitat finita de peces que, rotades i trasllades, formin un cercle amb la mateixa àrea. Aquesta formulació la va plantejar el 1925 el matemàtic polonès Alfred Tarski. «Des del punt de vista matemàtic, no hi ha cap relació entre una qüestió i una altra, més enllà que totes dues parlen de cercles i quadrats», explica Mundet. L'any anterior, Tarski havia fet una troballa desconcertant, juntament amb un altre matemàtic, Stefan Banach, professor en una ciutat llavors pertanyent a Polònia (Lwów) i avui a Ucraïna (Lviv). La paradoxa de Banach i Tarski afirma que es pot agafar una bola i partir-la en un nombre finit de

*Uns matemàtics fan un pas endavant a construir un cercle a partir d'un quadrat partit en trossos. El seu descobriment arrela en troballes de l'Escola Matemàtica de Lwów, una tradició matemàtica sorgida fa un segle a la ciutat ucraïnesa de Lviv, d'on ve un dels autors.*



MICHELE CATANZARO

Andras Mathe



Simulació simplificada de la tècnica de quadratura del cercle desenvolupada per uns matemàtics.

Viquipèdia



Edifici on es trobava el Cafè Escocès de Lviv, llar de matemàtics, fotografiat el 2012.

trossos, que es poden recombinar per formar no una, sinó dues boles idèntiques a la primera. ¿Com pot un volum multiplicar-se per dos? El truc és que els trossos no són peces regulars. Es poden imaginar com una espècie de núvols de punts pels quals la definició habitual de volum falla.

Successivament, explica Mundet, Banach va demostrar que aquesta paradoxa no passava si es consideraven figures planes en lloc de tridimensionals. Un exemple senzill d'això és que si hi ha dos polígons de la mateixa àrea se'n pot armar sempre un amb les peces d'un altre. Segons Mundet, era

natural que Tarski es preguntés si es podia fer el mateix amb un cercle i un quadrat.

La resposta a aquesta pregunta no va arribar fins al 1990, quan l'hongarès Miklós Laczkovich va demostrar que sí que era possible. El problema d'aquesta solució és que requereix un nombre desco-

munal de peces i que no diu res de la forma que han de tenir.

Aquí entra en joc Oleh Pikhurko, matemàtic de Lviv que treballa a la Universitat de Warwick (Regne Unit) i fa uns anys que posa cara a aquestes peces. La seva última publicació representa un pas més en la definició de les seves propietats matemàtiques.

El nombre de peces necessàries continua sent astronòmic, però simulacions a l'ordinador suggereixen que en un futur es podrien reduir a una quantitat més manejable, apunta Andras Mathe, coautor del treball. El que mai serà possible és fabricar un puzzle, ja que la forma d'aquestes peces no és ni contínua ni regular, cosa que fa impossible construir-les físicament.

## L'Escola de Lwów

Quan va plantejar la seva paradoxa, Banach ja havia establert les bases de l'escola de Lwów, un grup d'investigadors que van influir en la matemàtica i la física del segle successiu. El grup va organitzar una tertúlia al Cafè Escocès de la ciutat, les conclusions de la qual s'anotaven al mític Quadern Escocès. En aquest objecte de culte es van formular alguns problemes clau per al futur d'aquesta disciplina.

Aquest gresol de coneixement va ser arrasat per la Segona Guerra Mundial. Primer, els nazis van assassinar o van deportar alguns membres de la tertúlia. Després, les tropes estalinistes en van expulsar d'altres per ser polonesos, després de l'annexió a Ucraïna d'aquesta part de Polònia. L'actual ciutat de Wrocław en va acabar acollint la majoria.

És una «història de crueltat històrica que la guerra d'Ucraïna podria posar d'actualitat», afirma Antonio Durán, investigador de la Universitat de Sevilla i autor de *Pasiones, piojos, dioses... y matemáticas* (Destino, 2009), sobre l'escola de Lwów. Pikhurko reivindica la seva filiació d'aquesta escola. «Banach va ser professor a la universitat en l'època soviètica i devia influir molts matemàtics ucraïnesos. Lviv continua sent forta en aquests àmbits i sempre ha mantingut contactes forts amb els matemàtics polonesos», diu. ■



Compartim les preguntes sobre el món on vivim que la ciència pot respondre.

Escaneja el codi QR per escriure'ns.