

Entender + con la ciencia

¿Ha cuadrado el círculo un matemático de Lviv?

Tres matemáticos han producido la mejor solución hasta la fecha de un puzzle geométrico: cómo descomponer un cuadrado en partes que se puedan rearmar para formar un círculo con la misma área. El descubrimiento bebe de una tradición surgida hace un siglo en Lwów, la actual ciudad ucraniana de Lviv. De hecho, uno de los autores se formó en esa ciudad.

Aunque se le parezca, eso no es la cuadratura del círculo, en el sentido literal. Este problema secular está definido de una manera distinta y no tiene solución posible, como se demostró en 1882.

Tal y cómo se formuló en la antigua Grecia, ese problema consiste en construir un cuadrado con la misma área que un círculo, empleando regla y compás. «Para los griegos, las herramientas de dibujo eran fundamentales. La cuadratura del círculo es uno de diversos problemas que propusieron sobre qué se podría construir o no con ellas», explica Ignasi Mundet, investigador del Centre de Recerca Matemàtica.

Cuadrar el círculo fue un reto abierto hasta 1882, cuando el matemático alemán Ferdinand von Lindemann demostró que era imposible. La razón arraiga en la naturaleza del número pi, que define las propiedades del círculo y establece unas relaciones imposibles de manejar con regla y compás.

UN PUZLE

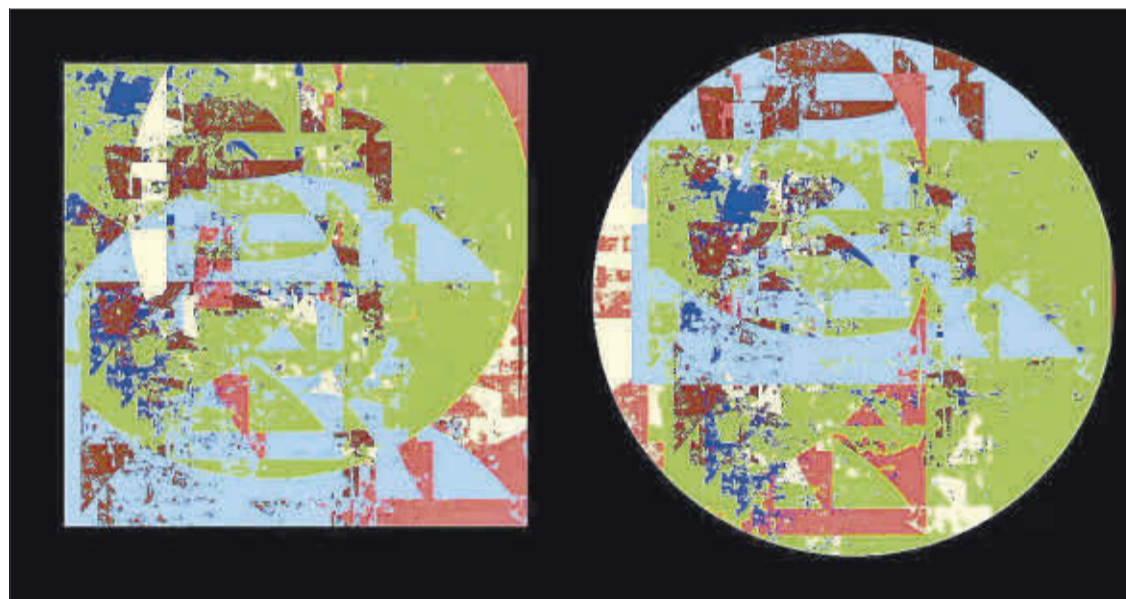
Si se pasa a una definición más genérica, se plantean otras vías para cuadrar el círculo. Por ejemplo, por medio de un puzzle: romper un cuadrado en una cantidad finita de piezas que, rotadas y trasladadas, formen un círculo con la misma área. Esa formulación la planteó en 1925 el matemático polaco Alfred Tarski. «Desde el punto de vista matemático no hay ninguna relación entre una cuestión y otra, más allá de que ambas hablan de círculos y cuadrados», explica Mundet. El año anterior, Tarski había hecho un hallazgo desconcertante, junto con otro matemático, Stefan Banach, profesor en una ciudad entonces perteneciente a Polonia (Lwów) y hoy a Ucrania (Lviv). La paradoja de Banach y Tarski afirma que se puede coger una bola y partirla en un número finito de

Unos matemáticos dan un paso adelante en construir un círculo a partir de un cuadrado partido en trozos. Su descubrimiento arraiga en hallazgos de la Escuela Matemática de Lwów, una tradición matemática surgida hace un siglo en la actual ciudad ucraniana de Lviv, de la cual viene uno de los autores.



MICHELE CATANZARO

Andras Mathe



Simulación simplificada de la técnica de cuadratura del círculo desarrollada por unos matemáticos.

Wikipedia



Edificio en el cual se hallaba el Café Escocés de Lviv, hogar de matemáticos, fotografiado en 2012.

trozos, que se pueden recombinar para formar no una, sino dos bolas idénticas a la primera. ¿Cómo puede un volumen multiplicarse por dos? El truco es que los trozos no son piezas regulares. Se pueden imaginar como una especie de nubes de puntos por las cuales la definición habitual de volumen falla.

Sucesivamente, explica Mundet, Banach demostró que esta paradoja no ocurría si se consideraban figuras planas en lugar de tridimensionales. Un ejemplo sencillo de ello es que si hay dos polígonos de la misma área se puede siempre armar uno con las piezas de otro. Según Mundet, era natural que

Tarski se preguntara si se podía hacer lo mismo con un círculo y un cuadrado.

La respuesta a esta pregunta no llegó hasta 1990, cuando el húngaro Miklós Laczkovich demostró que sí era posible. El problema de esa solución es que requiere un número descomunal de piezas y

que no dice nada de la forma que deben tener.

Allí entra en juego Oleg Pikhurko, matemático de Lviv que trabaja en la Universidad de Warkick (Reino Unido) y lleva unos años poniéndole cara a esas piezas. Su última publicación representa un paso más en la definición de sus propiedades matemáticas.

El número de piezas necesarias sigue siendo astronómico, pero simulaciones al ordenador sugieren que en un futuro se podrían reducir a una cantidad más manejable, apunta Andras Mathé, coautor del trabajo. Lo que nunca va a ser posible es fabricar un puzzle, ya que la forma de esas piezas no es ni continua ni regular, lo que hace imposible construir las físicamente.

La Escuela de Lwów

Cuando planteó su paradoja, Banach ya había sentado las bases de la escuela de Lwów, un grupo de investigadores que influyó en la matemática y la física del siglo sucesivo. El grupo organizó una tertulia en el Café Escocés de la ciudad, cuyas conclusiones se anotaban en el mítico Cuaderno Escocés. En este objeto de culto se formularon algunos problemas clave para el futuro de esa disciplina.

Este crisol de conocimiento fue arrasado por la Segunda Guerra Mundial. Primero, los nazis asesinaron o deportaron a algunos miembros de la tertulia. Luego las tropas estalinistas expulsaron a otros por ser polacos, tras la anexión a Ucrania de esa parte de Polonia. La actual ciudad de Wrocław acabó acogiendo a la mayoría de ellos.

Es una «historia de crueldad histórica que la guerra de Ucrania podría poner de actualidad», afirma Antonio Durán, investigador de la Universidad de Sevilla y autor de *Pasiones, piojos, dioses... y matemáticas* (Destino, 2009), sobre la escuela de Lwów. Pikhurko reivindica su filiación de esa escuela. «Banach fue profesor en la universidad en la época soviética y debió influenciar a muchos matemáticos ucranios. Lviv sigue siendo fuerte en esos ámbitos y siempre ha mantenido contactos fuertes con los matemáticos polacos», concluye. ■



Compartimos las preguntas sobre el mundo en que vivimos que la ciencia puede responder. Escanea el código QR para escribirnos.