



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

TÍTULO: Diseño de tareas para explorar el conocimiento especializado sobre el área de figuras planas de estudiantes para maestro

AUTORIA:

Caviedes, Sofía

Universidad de Los Lagos

Departamento de Ciencias Exactas

sofia.caviedes@ulagos.cl

De Gamboa, Genaro

Universitat Autònoma de Barcelona

Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales

genaro.degamboa@uab.cat

Badillo, Edelmira

Universitat Autònoma de Barcelona

Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales

edelmira.badillo@uab.cat

Climent, Nuria

Universidad de Huelva

Centro de Investigación en Pensamiento Contemporáneo e Innovación para el Desarrollo Social (COIDESO)

climent@ddcc.uhu.es

1. RESUMEN:

El uso de cuestionarios para explorar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas es un área de estudio emergente. Esta comunicación describe el proceso seguido para el diseño de una tarea que forma parte de un cuestionario semiestructurado. Se concluye que el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas puede ser utilizado como una guía para el diseño de la tarea y la concreción del conocimiento que se pretende explorar/construir en estudiantes para maestro.



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

2. ABSTRACT:

The use of questionnaires to explore mathematics teacher's specialised knowledge is an emerging area of study. This paper describes the process followed for the design of a semi-structured questionnaire task. It is concluded that the Mathematics Teacher's Specialised Knowledge model can be used as a guide for the design of the task and the concreteness of the knowledge it is intended to explore/construct in preservice primary teachers.

3. PALABRAS CLAVE: 4-6

Conocimiento especializado del profesor de matemáticas, estudiantes para maestro, área de figures planas, diseño de tareas.

4. KEYWORDS: 4-6

Mathematics Teacher's Specialised Knowledge, preservice primary teachers, area of flat figures, task design.

5. DESARROLLO:

1- Introducción

A partir del trabajo de Shulman (1986, 1987), el conocimiento de los profesores de matemáticas ha venido siendo tema de discusión en distintas instancias académicas que intentan dar respuesta a las demandas del trabajo de enseñar matemáticas. Inspirados en el trabajo de Shulman y Ball et al. (2008), el grupo de investigación SIDM de la Universidad de Huelva (Carrillo-Yañez et al., 2013; Carrillo-Yañez et al., 2018) ha propuesto el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). El modelo consta de dos grandes dominios de conocimiento: el dominio de Conocimiento Matemático (MK) y el dominio de Conocimiento Didáctico del



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

Contenido (PCK). Cada uno de dichos dominios posee distintos subdominios de conocimiento. Tres subdominios referentes al MK: Conocimiento de los Temas (KoT), Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM) y Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM); y otros tres subdominios referentes al PCK: Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM), Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de Matemáticas (KMLS). Además, el modelo incluye categorías de conocimiento asociadas a cada uno de los subdominios, permitiendo un análisis detallado de los conocimientos de los profesores (Flores et al., 2013).

La especificidad de los dominios de conocimiento del modelo MTSK ha permitido su uso como herramienta teórica y analítica en la caracterización del conocimiento de profesores de matemática en ejercicio y en formación (p.e; Aguilar-González, 2016; Caviedes et al., 2022; Ribeiro y Amaral, 2015). Sin embargo, el uso del modelo MTSK en el diseño de cuestionarios para indagar sobre el conocimiento que muestra el profesorado, sigue siendo un área de estudio en desarrollo. En este contexto, surge la pregunta ¿De qué manera el diseño de tareas contextualizadas en cuestionarios puede ser dirigido por el MTSK? En esta comunicación se describe el diseño de una tarea, orientada por el modelo MTSK, para explorar/construir conocimiento sobre el área de figuras planas en estudiantes para maestro (EPM).

2- Uso del MTSK para el diseño de tareas

Algunos de los estudios que han utilizado el MTSK para el diseño y orientación de tareas formativas (p.e., Montes et al., 2019; Policastro et al., 2019) concluyen que el modelo puede servir como guía para la concreción del conocimiento que se quiere construir en los profesores o estudiantes para maestro. Por ejemplo, Montes et al. (2019) señalan que el MTSK puede funcionar como un marco estructurador en un contexto de construcción de conocimiento en el tópico de los polígonos. Igualmente, los autores muestran evidencias de que el modelo facilita la construcción de propiedades y la coordinación de las diferentes definiciones asociadas a los polígonos.



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

En este sentido, el MTSK puede servir como guía para la elección de los elementos que se quieren construir en los profesores y, como una herramienta que permite abordar la complejidad del conocimiento de los profesores (Policastro et al., 2019).

Aunque, de modo general, el MTSK se ha utilizado para estudiar la práctica de los profesores, este estudio considera que es posible asumir el modelo como un referente de los componentes de conocimiento que son deseables en los EPM y, por ello, como una aproximación hacia lo que los EPM deben saber para su futura práctica (Liñan et al., 2014). En este contexto, mediante el diseño de tareas, se busca explorar/construir un conocimiento matemático sobre el área y su medición, pues el conocimiento matemático es determinante para que los profesores puedan proponer preguntas productivas, explicar principios geométricos y responder efectivamente a las inquietudes de los alumnos (Baturó y Nason, 1996; Murphy, 2012).

Diversas investigaciones evidencian que los profesores y EPM no cuentan con el conocimiento necesario sobre los procesos de medición de áreas (Chamberlin y Candelaria, 2018; Livy et al., 2012). Igualmente, tanto profesores como EPM, presentan dificultades respecto al área y su medición, vinculadas, principalmente, con una escasa variedad de procedimientos para la resolución de tareas y una tendencia hacia el uso fórmulas (Baturó y Nason, 1996; Caviedes et al., 2023; Runnalls y Hong, 2020; Simon y Blume, 1994); con la falta de adquisición de propiedades y principios geométricos (Caviedes et al., 2022; Hong y Runnalls, 2020); con la falta de comprensión de las unidades de medida (Chamberlin y Candelaria, 2018); y con la relación que existe entre perímetro y área (Livy et al., 2012). Lo anterior resulta preocupante, pues la falta de un conocimiento matemático en los profesores puede afectar el uso que éstos hacen de distintas herramientas pedagógicas y, por ello, sus métodos de enseñanza (Hill et al., 2004). Para desarrollar una comprensión de los procesos de medición de áreas en los alumnos, es necesario que los profesores proporcionen experiencias de enseñanza-aprendizaje significativas y sostenidas en el tiempo (Sarama y Clements, 2009). Esto requiere de un conocimiento robusto los diferentes procedimientos, propiedades y principios geométricos involucrados en los procesos de medición de áreas (Sarama y Clements, 2009), además de las diferentes



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

representaciones. Por lo tanto, queda en evidencia la necesidad de diseñar tareas que promuevan la emergencia/construcción de tal conocimiento en los EPM.

3- Metodología

Con base en el diseño de tareas formativas para la exploración/construcción de conocimiento especializado en los EPM, se construye un cuestionario semiestructurado de respuesta abierta (Cohen et al., 2007), dirigido a estudiantes que cursan la asignatura de Gestión e innovación en el aula de matemáticas del tercer curso del grado de Educación primaria en la UAB. El cuestionario forma parte de una actividad evaluada en el marco de la asignatura antes mencionada y su validación contempla expertos en el área, es decir, doctores en Didáctica de la Matemática y profesores de matemática en activo. Esto, con el fin de comprobar la claridad del cuestionario, obtener retroalimentación sobre la validez del mismo y los propósitos de la investigación, y eliminar ambigüedades (Cohen et al., 2007). De esta manera, el proceso de validación permite realizar mejoras en los enunciados de las tareas y en el formato global del cuestionario.

El cuestionario consta de un total de ocho tareas y se contextualiza en una tesis doctoral defendida en el año 2022. Se considera que las tareas deben tener una forma, foco y función específica (Grevholm et al., 2009). En este sentido, el foco de las tareas se centra en los conceptos y habilidades relacionadas con el área y su medición. Por ejemplo, el concepto de estructuración espacial o de unidades de medida, y las habilidades relacionadas con el proceso de visualización (y las propiedades y procedimientos involucrados en tal proceso). La función apunta a la necesidad de que los EPM conozcan diferentes formas de resolución para una misma tarea, pues esto les permite tener un conocimiento conectado de la disciplina de las matemáticas y, en particular, del área de figuras planas y sus procesos de medición (p.e., las fórmulas del área del rectángulo y el triángulo, y la relación entre ambas). Igualmente, el conocer diferentes formas de resolución permitiría a los EPM justificar mejor el por qué resuelven tareas matemáticas de una manera determinada y no de

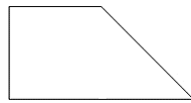
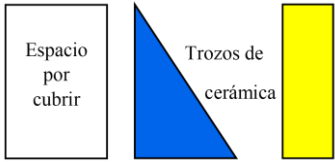


MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

otra (Shulman, 1986, 1987), impactando la propia comprensión de los EPM sobre el uso de distintos procedimientos, y la manera de guiar a los alumnos mediante distintas estrategias que permitan subsanar dificultades en ellos. Por último, la forma de las tareas está dada por un contexto de resolución que involucra el uso de procedimientos diversos y su respectiva justificación. Además, la forma contempla el análisis de respuestas reales de alumnos y definiciones contextualizadas en niveles de Educación primaria.

En este contexto, las primeras cinco tareas del cuestionario exploran/construyen el conocimiento matemático de los EPM mediante distintos procedimientos para su resolución (Tabla 1). Las tareas 1, 2 y 3 responden a contextos de reparto equitativo y de comparación y reproducción de formas (Freudenthal, 1983), con privilegio de procedimientos de naturaleza geométrica (Douady y Perrin-Glorian, 1989). En estas tareas, se prohíbe el uso de fórmulas e instrumentos de medida. Las tareas 4 y 5 responden a un contexto de medida (Freudenthal, 1983) e implican el uso conjunto de procedimientos geométricos y numéricos (Douady y Perrin-Glorian, 1989). Además, se diseña una tarea de clasificación de enunciados y otra de definición del concepto de área (tareas 6 y 7); finalmente, una tarea de interpretación de respuestas de alumnos (Tarea 8).

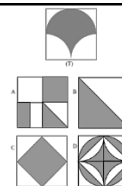
Tabla 1. Tareas del cuestionario que promueven el uso de distintos procedimientos.

Enunciado de cada Tarea	Gráfica de las Tareas
TAREA 1: Un padre quiere repartir un terreno, con la forma que muestra la figura, entre sus seis hijos. Si cada hijo debe recibir la misma porción de terreno. ¿Cómo podría el padre repartir el terreno de forma equitativa? Justifica tu respuesta	 (Elaborada por los autores)
TAREA 2: Camila está haciendo un mosaico de cerámica con distintos colores. Para terminar su mosaico le falta cubrir un espacio rectangular, pero no tienen ningún trozo de cerámica con esa forma. Sólo le queda un trozo con forma rectangular, y otro con forma triangular. ¿Qué puede hacer Camila para cubrir el espacio que falta en su mosaico? Justifica tu respuesta.	 (Adaptado de Puig y Guillén, 1983)



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

TAREA 3: Tomando como referencia la superficie sombreada de la Figura (T): **¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras tienen una superficie sombreada equivalente a la Figura (T)? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.**



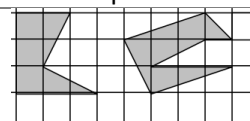
(Elaborada por los autores)

TAREA 4: Observa los triángulos construidos en el geoplano. **¿Cuál es el área de cada triángulo? ¿Cuál tiene mayor área? Justifica tus respuestas utilizando dos o tres procedimientos diferentes.**



(Elaborada por los autores)

TAREA 5: Observa las dos figuras dibujadas en la cuadrícula. **¿Cuál tiene mayor área? ¿por qué? Justifica tus respuestas utilizando dos o tres procedimientos diferentes.**



(Adaptado de Aguilera y Flores, 1998)

En la presente comunicación se describe el diseño de la Tarea 5. Esta tarea se adapta de Aguilera y Flores (1998) y busca explorar aspectos específicos del Conocimiento de los Temas (KoT) y de la Estructura de las Matemáticas (KSM) de los EPM. Se utiliza una caracterización sobre el área y sus procesos de medición elaborada a priori (Caviedes et al., 2021), que permite identificar aquellas categorías de conocimiento del KoT y KSM que interesa hacer emerger en las resoluciones de los EPM. Así, el objetivo de la Tarea 5 es explorar/construir el conocimiento matemático que se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Subdominios y categorías de conocimiento que se busca explorar/emergir de los EPM.

	Categorías de conocimiento	de Descriptores
KoT	Representaciones (Caviedes et al., 2021)	- <i>Escrita</i> : utilizando adjetivos como “igual”, “más delgada” “más ancha”, “el doble”, “la mitad” “la cuarta parte” en relación con las superficies. Se utiliza en los conceptos, términos, proposiciones y propiedades sobre el área. En el enunciado de las tareas, en la justificación de los procesos y en la explicación de los resultados.
		- <i>Manipulativa</i> : utilizando objetos físicos. Se muestra a través de elementos físicos como Tangram, recortables; o bien, por medios tecnológicos (Geogebra u otro)
		- <i>Geométrica</i> : utilizando descomposiciones convenientes para comparar y/o estimar cantidades de superficies; utilizando



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

	cuadrículas y particiones en figuras congruentes (cuadrados y/o triángulos) de las unidades de medida y de las superficies. - <i>Simbólica</i> : usando el conjunto de los $\mathbb{R}^+$ para comparar dos o más superficies; para el conteo de unidades, suma y/o cálculo de áreas.
Propiedades de la media (Sarama y Clements, 2009)	- <i>Conservación</i> : al cortar/descomponer una región dada, y reorganizar sus partes, se puede formar otra figura. Sin embargo, el área sigue siendo la misma. - <i>Transitividad</i> : si la cantidad de área "A" es igual a (menor o mayor que) la cantidad de área "B", y la cantidad de área "B" es igual a (menor o mayor que) la cantidad de área "C", entonces 'área A' es igual a (menor o mayor que) 'área C'. - <i>Acumulación y aditividad</i> : las figuras pueden componerse y recomponerse en regiones de igual área.
Procedimientos de resolución (Caviedes et al., 2021; Douady y Perrin-Glorian, 1989; Freudenthal, 1983; Sarama y Clements, 2009)	- <i>Comparación de superficies</i> : descomponer de forma conveniente, gráfica o mentalmente, dos o más superficies; realizar movimientos de rotación, traslación y superposición de figuras - <i>Medición/cálculo de superficies</i> : medir superficies como un proceso aditivo contando unidades o subunidades que cubren la superficie; medir dimensiones lineales y utilizar fórmulas; calcular áreas de figuras conocidas para obtener áreas de figuras desconocidas por descomposición y sumando áreas.
Justificaciones (Caviedes et al., 2021; Freudenthal, 1983; Sarama y Clements, 2009)	-El acto mental de cortar el espacio bidimensional en partes de igual área sirve de base para comparar áreas. -El cambio en la forma de una superficie no cambia el área de la superficie, pues las figuras pueden descomponerse y reorganizarse manteniendo las mismas partes. -El cuadrado se presenta como la mejor opción para medir áreas de superficies poligonales, debido a la facilidad para iterarlo y para cubrir rectángulos y cuadrados sin solapamientos ni huecos.
Conexiones intraconceptuales	-Conocimiento de las propiedades de los polígonos (p.e., todo polígono puede descomponerse en triángulos). -Movimientos en el plano (p.e., el área de una superficie no cambia por desplazamiento).
Conexiones auxiliares KSM	-Conocimiento de las fracciones como parte-todo. -Conocimiento sobre operaciones de adición, sustracción y/o multiplicación dentro del conjunto de los $\mathbb{R}^+$.
La Tarea 5 solicita a los EPM distintos tipos de resolución, permitiéndoles hacer uso de su conocimiento matemático sobre el área y su medición. En particular, la Tarea 5	



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

permite ver qué hacen los EPM para facilitar o simplificar el cálculo de áreas de polígonos irregulares. Las representaciones de los polígonos cóncavo y conexo promueven la exploración visual tales figuras, por parte de los EPM, lo que vendría a facilitar la identificación de las propiedades de la medida que se pueden utilizar, como la conservación del área, la transitividad, y la acumulación y aditividad; así como la obtención de reconfiguraciones que permiten dar respuesta a la demanda de la Tarea 5. Esto último implica la puesta en juego de un conocimiento matemático asociado a procedimientos de naturaleza geométrica y numérica (Caviedes et al., 2021; Douady y Perrin-Glorian, 1989), por ejemplo, la descomposición y reorganización de superficies, así como el uso de cálculos/fórmulas para cuantificar el área. De manera similar, la justificación de que los cambios en la forma de una figura no alteran su área requiere del uso de representaciones que pueden ser de tipo geométrico y/o manipulativas, pues es necesario realizar transformaciones rígidas que involucran propiedades de los polígonos y un conocimiento sobre transformaciones isométricas. La Tarea 5, también, promueve el uso de un conocimiento matemático sobre las unidades de medida bidimensionales, sus propiedades y características. Así, las descomposiciones realizadas sobre las figuras permiten visualizar que la unidad de medida puede ser fraccionada para facilitar el proceso de medición, haciendo explícito un conocimiento asociado a las fracciones como parte-todo. Este tipo de tareas (y otras similares y de iteración de unidades) corresponden a un paso previo a la comprensión de fórmulas, pues permiten transitar desde el recubrimiento de superficies con unidades bidimensionales, y posterior recuento de éstas, hacia la multiplicación de las dimensiones lineales (Sarama y Clements, 2009).

De lo anterior se desprende que el uso del modelo MTSK posibilita una primera aproximación hacia las conexiones interconceptuales (KSM) que se espera que los EPM pongan en juego en sus resoluciones. En este sentido, la consideración de posibles conexiones permite adecuar tareas que promuevan su emergencia/construcción en las resoluciones de los EPM.

4. Consideraciones finales



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

Este estudio muestra la utilidad del MTSK para conceptualizar tareas que permitan explorar/construir conocimiento especializado en los EPM. La caracterización a priori, de los aspectos disciplinares (KoT) que subyacen a los procesos de medición de áreas, hizo posible seleccionar aquellos procedimientos, justificaciones, representaciones y propiedades, que se querían explorar en las resoluciones de los EPM. En este sentido, el subdominio del KoT y sus categorías permitieron conceptualizar tareas para buscar evidencias del conocimiento sobre el área y sus procesos de medición en los EPM. Por su parte, el subdominio del KSM, y su categoría de conexiones auxiliares, posibilitó una primera aproximación hacia las conexiones interconceptuales que se esperaba que los EPM pusieran en juego en un proceso de resolución, promoviendo su emergencia de dichas resoluciones. De esta manera los subdominios mencionados permitieron reconocer la relevancia de aquellos conocimientos matemáticos que fundamentan el diseño de tareas formativas.

El diseño de tareas orientado por el MTSK muestra que el análisis de un contenido, desde la perspectiva de un conocimiento matemático especializado, permite detallar las categorías de conocimiento que se espera pongan en juego los EPM en una tarea formativa (Montes et al., 2019; Policastro et al., 2019). Esto, a su vez, favorece la sistematización del diseño de herramientas para explorar y/o evaluar dicho conocimiento.

Lo anterior puede tener implicaciones en los formadores de maestros y en el uso que estos dan al modelo MTSK. A partir del diseño presentado, es posible concluir que el modelo MTSK favorece que el foco de una tarea, en un programa de formación de profesores, esté alineado con los conceptos y habilidades matemáticas específicos que los EPM necesitan aprender y aplicar. Esto, porque sus categorías permiten hacer explícito el conocimiento matemático que se pretende construir. De manera similar, el modelo favorece la función específica de tareas, en el sentido que dicha función proporciona a los EPM oportunidades para practicar, aplicar, y reflexionar sobre los conceptos y habilidades matemáticas que están aprendiendo. La identificación de un foco y función específica permitiría optar por la forma de tarea más conveniente,



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

pudiendo estar vinculada al uso de cuestionarios, situaciones de aula presentadas en vídeos, producciones escritas de alumnos, entre otros, aunque cuidando la alineación con el foco.

Agradecimientos

Este estudio se ha realizado con financiamiento de ANID-Chile/2018-72190032, PID2019-104964GB-I00 (MICINN-España) y GIPEAM.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Aguilar González, Á. (2016). *El conocimiento especializado de una maestra sobre la clasificación de las figuras planas: un estudio de casos*. [Tesis Doctoral, Universidad de Huelva]. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/12006>

Aguilera, S., y Flores, P. (1998). Comparación de áreas de figuras por estudiantes de primero de magisterio. Muñoz y otros (Eds.), *VIII Jornadas andaluzas de educación matemática*. THALES. SAEM.

Ball, D., Thames, M., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389–407.

Baturo, A., y Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational studies in mathematics*, 31(3), 235-268. <https://doi.org/10.1007/BF00376322>

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Contreras, L., y Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Hasery M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2985-2994). ERME.

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

Caviedes, S., De Gamboa, G., y Badillo, E. (2021). Mathematical objects that configure the partial area meanings in task-solving. *International Journal in Mathematics*



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

Education, Science and Technology, 1-20.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1991019>

Caviedes, S., De Gamboa, G. y Badillo, E. (2022). Conocimiento movilizado por estudiantes para maestro al comparar áreas de figuras 2D. *Uniciencia* 1(36), 1-20.
<https://doi.org/10.15359/ru.36-1.41>

Chamberlin, M., y Candelaria, M. (2018). Learning from Teaching Teachers: A Lesson Experiment in Area and Volume with Prospective Teachers. *Mathematics Teacher Education and Development*, 20(1), 86-111.

Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed). Routledge.

Douady, R., y Perrin-Glorian, M. J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 387-424.
<https://doi.org/10.1007/BF00315608>

Flores, E., Escudero, D. I., y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). SEIEM.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel.

Grevholm, B., Millman, R., y Clarke, B. (2009). Function, Form, and Focus: The role of Tasks in Elementary Mathematics Teacher Education. En B. Clarke, B. Grevholm, R. Millman (Eds.), *Tasks in Primary Mathematics Education: Purpose, Use and Exemplars* (pp. 1-5). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09669-8>

Hill, H., Rowan, B., y Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), 371-406. <https://doi.org/10.3102/00028312042002371>

Liñan, M., Barrera, V. y Infante, J. (2014). Conocimiento especializado de los estudiantes para maestro: la resolución de un problema con división de fracciones. *Escuela Abierta*, 17(1), 41-63. <https://doi.org/10.29257/EA17.2014.04>

Livy, S., Muir, T., y Maher, N. (2012). How do they measure up? Primary pre-service teachers' mathematical knowledge of area and perimeter. *Mathematics Teacher Education and Development*, 14(2), 91-112.

Montes, M., Climent, N., Carrillo, J., y Contreras, L. (2019). Constructing tasks for primary teacher education from the perspective of Mathematics Teachers' Specialised Knowledge. En T. Uffe, M. van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics*



MEJORA DE LAS EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE: TRANSFORMACIÓN Y RETOS

Murphy, C. (2012). The role of subject knowledge in primary prospective teachers' approaches to teaching the topic of area. *Journal of mathematics teacher education*, 15(3), 187-206. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9194-8>

Policastro, M., Mellone, M., Ribeiro, M. y Fiorentini, D. (2019). Conceptualising tasks for teacher education: from a research methodology to teachers' knowledge development. En T. Uffe, M. van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. ERME. hal-02430487

Ribeiro, M., y Amaral, R. (2015). Early years prospective teachers' specialised knowledge on problem posing. In K. Beswick, T. Muir y J. Wells (Eds.). *Proceedings of 39th Psychology of Mathematics Education conference*, (Vol. 4, pp. 81-88). Hobart: PME.

Sarama, J. y Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203883785>

Simon, M., y Blume, G. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 472-494. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.25.5.0472>

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>