



Diseño epistémico de métodos de votación: lecciones matemáticas para la democracia

Marc Jiménez-Rolland

Frecuentemente nos encontramos en circunstancias en las que debemos tomar decisiones como grupo. En ocasiones esto se debe a que conseguir ciertas metas deseables exige esfuerzos colectivos que ningún individuo podría obtener por cuenta propia; además, el valor de algunos resultados a menudo se incrementa a medida que crece el número de personas dispuestas a participar. Otras veces decidimos en conjunto porque se trata de asuntos que nos conciernen a todos. Sin embargo, es común que existan desacuerdos entre los miembros del grupo. Esto sucede con mayor frecuencia en grandes grupos con puntos de vista poco homogéneos. La coordinación colectiva puede verse obstaculizada si hay diferencias de opinión sobre algunos hechos relevantes para la toma de decisiones; por ejemplo, puede existir disenso en torno a cómo son las cosas, qué cursos de acción son viables y cuáles serán sus consecuencias. Para tomar

decisiones adecuadas a menudo se requiere resolver satisfactoriamente esta clase de desacuerdos.

Estas desavenencias pueden ser algo más que un mero obstáculo para la acción colectiva. Cuando se postergan o no se resuelven de manera satisfactoria, pueden generar conflictos, ocasionando la exclusión de alguno(s) de sus miembros o incluso produciendo la disolución del grupo. Para evitar estas situaciones se requiere que las personas lleguen a cierta clase de acuerdo sobre qué es lo que piensan colectivamente. De este modo, parte de lo que se busca al manejar estos desacuerdos es llegar a *decisiones colectivas que sean vinculantes*, asegurando la aquiescencia de los miembros del grupo. Por supuesto, la mera existencia de un consenso no garantiza que el grupo logre coordinarse para resolver los problemas que enfrentan. Adicionalmente, se requiere que lo que piensan se ajuste a la situación. Así, frente a esta clase de desacuerdos al interior de un grupo no solo importa que las decisiones colectivas aseguren su estabilidad o su sobrevivencia, sino que también debe considerarse la calidad epistémica de las opiniones del grupo. En especial, resulta crucial que el grupo se *represente adecuadamente los hechos*, de modo que las acciones colectivas que emprendan vayan bien encaminadas.

Los miembros de un grupo pueden acordar que cierto punto de vista represente su opinión de dos maneras epistémicamente significativas. En primer lugar, pueden recurrir a la *deliberación* con el fin de propiciar la convergencia entre sus opiniones. Este puede ser un proceso arduo y prolongado; especialmente si se brinda a todas las personas la misma oportunidad de participar. Alternativamente, los miembros del grupo pueden efectuar una *votación* por medio de la cual, sobre la base de un acuerdo previo, se extraerá una opinión colectiva a partir de sus puntos de vista individuales (Broncano-Berrocal y Carter, 2021: 9). Estas maneras de llegar a acuerdos no constituyen alternativas excluyentes, sino que pueden complementarse. Puesto que el tiempo y los recursos de los que se dispone para la toma de decisiones colectivas son limitados, al recurrir a estos procedimientos debe considerarse también su *eficiencia*, en términos del esfuerzo, los recursos y el tiempo invertidos.

Debido a su capacidad para obtener una respuesta colectiva a partir de la opinión de todos los miembros del grupo en un tiempo razonable y con un costo moderado, los sistemas de votación suelen ser la opción habitual para la toma de decisiones dentro de las grandes sociedades, especialmente al seleccionar representantes o al ratificar decisiones administrativas a través de

referendos. Muchos aspectos de los sistemas electorales en las sociedades democráticas han adquirido prominencia en tiempos recientes, especialmente tras la controvertida elección presidencial de los Estados Unidos de América en noviembre de 2020. Este proceso suscitó acalorados debates en torno a la seguridad electoral para evitar manipulaciones maliciosas por parte de agentes externos. Se discutió también la manera en que trazar los límites entre distritos electorales puede generar una distribución inicua del poder del voto. Se ha cuestionado la pertinencia de agrupar las opciones del voto a través de un sistema de partidos, y si estos deberían incluir a más de dos opciones. También se ha debatido cómo el financiamiento puede afectar los resultados del proceso electoral, así como las decisiones de los representantes electos. Aunado a esto, muchos encuentran escandaloso el sistema de elección indirecta a través del Colegio Electoral, que otorgó a Donald Trump la presidencia en 2016 pese a obtener varios millones de votos menos que su contrincante. A estas preocupaciones se suman inquietudes persistentes en torno a la falta de participación ciudadana en los procesos electorales, a las regulaciones en el registro de votantes, a la periodicidad de las elecciones, a la nominación de las opciones de votación, entre muchas otras (Maisel, 2016; Brewer y Maisel, 2021). Todos estos asuntos requieren atención urgente. Aunque lo que discutiré a continuación no se vincula directamente con ninguno de ellos, también es relevante para el diseño de instituciones electorales al interior de sociedades democráticas. Me ocuparé del tema aparentemente mucho más trivial de cómo se cuentan los votos para llegar a una decisión colectiva. Argumentaré que podemos seleccionar sistemas electorales a partir de su capacidad para producir mejores resultados epistémicos bajo constreñimientos democráticos.

El punto puede presentarse más claramente desde una perspectiva altamente idealizada. Michael Dummett, quien buscaba “tender un puente entre la teoría de la elección social [...] y las personas preocupadas de manera práctica por el diseño de procedimientos de votación” (Fara y Salles, 2006: 352), señaló que es importante “convencer a las personas de que diseñar un sistema de votación equitativo requiere pensar mucho. (La mayoría no lo creen. Piensan que es cosa fácil)” (Fara y Salles, 2006: 356). Varios de los desafíos que se presentan en la búsqueda de procedimientos de votación imparciales y equitativos han salido a la luz al representarlos a través de modelos formales. A partir de ellos podemos reconocer que, frente a problemas de decisión colectiva de cierta complejidad, distintos métodos de votación pueden considerarse igualmente de-

mocráticos. Ante esta situación, es posible investigar cuáles de esos métodos producen mejores resultados epistémicos sobre asuntos fácticos. Siguiendo el programa que Rohit Parikh denominó ‘software social’, podemos aplicar estas lecciones al diseño de instituciones electorales al formular “teorías que nos digan cómo construir un procedimiento social que produzca un resultado deseado de una manera eficiente y confiable, al menos cuando tal cosa es posible” (2002: 190; véase Eijck y Verbrugge, 2019).

Con este fin, comenzaré ilustrando la intrincada relación entre democracia y métodos de votación mediante un sencillo ejemplo. Luego mostraré cómo el uso de modelos idealizados ha permitido descubrir algunas propiedades fascinantes de los métodos de votación; varios de estos descubrimientos muestran que, frente a problemas de cierta complejidad, no hay una respuesta clara acerca de cuál es el resultado de una elección democrática. Frente a esto, siguiendo una influyente intuición del marqués de Condorcet, sugiero que deberíamos tomar en cuenta un rasgo epistémico instrumental de varios métodos de votación: su capacidad para generar respuestas correctas ante varias situaciones. Esta intuición ofrece lecciones importantes para el diseño de instituciones electorales. Concluyo identificando algunas limitaciones y oportunidades de este enfoque.

Cómo contar los votos en una democracia

Es un lugar común afirmar que en una democracia auténtica las decisiones deben tomarse de acuerdo con la voluntad del pueblo. A veces se asume que el grado de democracia de una sociedad depende de qué tanto las decisiones colectivas se efectúen de acuerdo con el mandato popular. Sin embargo, no siempre es claro qué es lo que piensa un grupo de personas. Suele asumirse que, mediante un proceso de elecciones justas en las que los votantes sean sinceros, es posible identificar *la voluntad popular* simplemente al contar los votos. En muchas ocasiones, esto es un error. Existen distintos métodos de votación ‘democráticos’, distintas maneras equitativas de convertir las contribuciones de los miembros de un grupo en decisiones colectivas, que pueden dar lugar a diferentes resultados a partir de la misma información inicial.

Para ilustrar la intrincada relación entre democracia y elecciones, imaginemos la siguiente situación. Un grupo de 19 personas debe elegir a uno de entre

tres candidatos, A, B y C, para ocupar un cargo. Asumiremos que cada miembro del grupo tiene un orden de preferencias completo sobre estas opciones y que dicho orden se mantiene constante. La distribución de las preferencias de nuestro grupo se presenta en la Tabla 1.

<i>PUESTO</i>	<i>1^{er} lugar</i>	A	B	C
	<i>2^{do} lugar</i>	C	C	B
	<i>3^{er} lugar</i>	B	A	A
	9	6	4	
NÚMERO DE INDIVIDUOS				

Tabla 1. Orden de preferencias hacia los candidatos A, B y C.

Se busca una manera de identificar al candidato que el grupo considera idóneo para el cargo. Presumiblemente, el método para seleccionarlo debería ser imparcial y equitativo. Ningún candidato debería tener ventaja solo por su identidad y ninguno de los votantes debería influir más que cualquier otro para determinar el resultado. En principio, parecería que la decisión del grupo puede extraerse a partir de lo que piensa la mayoría. ¿Cuál es el resultado ‘democrático’ de esta elección? En esta situación y para este problema, cualquiera de los tres candidatos puede ser seleccionado para ocupar el cargo por voluntad popular, dependiendo del método de votación que se emplee. Para ver que esto es así, consideremos varias maneras de contabilizar estos votos para obtener un resultado.

Regla 1. El candidato con un mayor número de votos en primer lugar es el ganador.

La aplicación de esta regla puede parecernos una manera natural e intuitiva de elegir al ganador; captura lo que comúnmente se conoce como *mayoría relativa* o *pluralidad* (el ganador es quien obtiene más votos que cualquiera de los otros candidatos). Para obtener el resultado de esta elección podemos solicitar a los votantes llenar una boleta en la que indiquen cuál consideran que es el mejor candidato para ocupar el cargo. En la situación que describimos, obtendríamos los resultados que se presentan en la Tabla 2.

<i>1^{er} lugar</i>	A	B	C
9	6	4	
Resultado			

Tabla 2. Resultados de votación usando la Regla 1.

Aunque ninguno de los candidatos ha obtenido una *mayoría absoluta* (ninguno tiene más de 50% de los votos), A claramente ha obtenido más votos (47.4%) que B o que C (quienes consiguieron 31.6% y 21% de los votos, respectivamente). Puesto que A obtuvo una ventaja considerable frente a las otras alternativas, parece natural pensar que seleccionarlo para ocupar el cargo es *la voluntad popular*. Sin embargo, podría ofrecerse un caso similar a favor de la elección de B, si usamos:

Regla 2. Se descarta al candidato con menos votos en el primer lugar hasta que uno de los candidatos restantes obtenga más de la mitad de los votos en la primera posición de preferencias.

Esta regla se asemeja a una forma muy común de realizar una elección por *mayoría con segunda vuelta*. Para obtener el resultado, al igual que en el procedimiento anterior, en la primera ronda se solicita a los votantes que indiquen en una boleta cuál consideran que es el mejor candidato para ocupar el cargo. Nuevamente obtenemos el resultado que aparece en la Tabla 2. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurría con la Regla 1, en este caso no podemos determinar el resultado de la elección con solo esta información. La primera vuelta solo nos permite descartar a C, que ha obtenido menos votos que los otros candidatos. A continuación, cada votante debe llenar una nueva boleta indicando cuál de los candidatos restantes considera idóneo para el cargo. Si, como asumimos al inicio, el orden de sus preferencias se mantiene constante, obtendremos el resultado que aparece en la Tabla 3.

<i>1^{er} lugar</i>	A	B
9	10	
Resultado		

Tabla 3. Resultados de la segunda ronda de votación usando la Regla 2.

Ahora ambos candidatos difieren por solo un voto. Sin embargo, en contraste con lo que ocurría al aplicar la Regla 1, en este caso B ha obtenido una *mayoría absoluta* (52.6%) de los votos. En ese sentido, parece claro que la voluntad popular respalda su elección.

Aunque he descrito el procedimiento para implementar la Regla 2 como si involucrara dos etapas, en las que los votantes deben llenar dos boletas, podríamos llegar al mismo resultado con una sola elección que empleara una boleta distinta, en lo que se conoce como *voto preferencial o aprobatorio*.¹ Si pidieramos a los votantes que indiquen el orden en que consideran que cada candidato es el mejor para ocupar el cargo, obtendríamos como resultado la Tabla 4.

<i>1^{er} lugar</i>	A	B	C
<i>2^{do} lugar</i>	C	C	B
<i>3^{er} lugar</i>	B	A	A
9	6	4	

Resultado

Tabla 4. Resultados de una boleta completa de votación usando la Regla 2.

La Regla 2 nos indica cómo convertir esta información en un resultado electoral. Para visualizar el procedimiento, primero eliminaremos a C, pues ha conseguido el menor número de votos en primer lugar. Con ello obtenemos la Tabla 5.

<i>1^{er} lugar</i>	A	B
<i>2^{do} lugar</i>		B
<i>3^{er} lugar</i>	B	A
9	6	4

Resultado

Tabla 5. Primera etapa del conteo de resultados de boleta completa usando la Regla 2.

¹ Para que estos procedimientos sean equivalentes debe asumirse que el mismo número de votantes participan en todo el proceso y que sus preferencias iniciales se mantienen constantes.

A continuación, debemos desplazar al siguiente candidato en el orden de preferencia para ocupar el lugar de C. Como resultado, obtendremos la Tabla 6.

<i>1^{er} lugar</i>	A	B	B
<i>2^{do} lugar</i>	B	A	A
9	6	4	
Resultado			

Tabla 6. Segunda etapa del conteo de resultados de boleta completa usando la Regla 2.

Al igual que el procedimiento que involucraba dos rondas de votación, este procedimiento arroja a B como el ganador con 10 votos contra los 9 emitidos en favor de A. En cierta forma, lo que este procedimiento muestra es que, si dejáramos fuera de la contienda a C (quien obtuvo menos votos en primer lugar), una comparación únicamente entre los candidatos punteros nos mostraría que B es el preferido por el grupo. No obstante, desde otra óptica, podría pensarse también que C ha sido seleccionado como el ganador en esta elección, si usamos:

Regla 3. Se descarta al candidato con más votos en el último lugar hasta que uno de los candidatos restantes obtenga más de la mitad de los votos en la primera posición de preferencias.

Como ocurría con la Regla 2, parece natural describir a este procedimiento como una elección por *mayoría con segunda vuelta*. Sin embargo, en vez de comparar a los candidatos punteros, esta regla impone un veto sobre el candidato más votado en el peor puesto. Si pensamos en este procedimiento como involucrando dos etapas, en la primera se solicitaría a los votantes que indicaran en la boleta cuál consideran que es el peor candidato para ocupar el cargo. Obtendríamos la Tabla 7.

<i>3^{er} lugar</i>	B	A
9	10	
Resultado		

Tabla 7. Resultados de la primera ronda de votación usando la Regla 3.

Puesto que A ha obtenido más votos en contra, ha sido vetado y queda fuera de la elección. Ahora debe llenarse una nueva boleta donde se pide a los miembros del grupo indicar cuál de los candidatos restantes consideran que es el mejor para ocupar el cargo. Si el orden de sus preferencias se mantiene constante, obtendremos como resultado la Tabla 8.

<i>1^{er} lugar</i>	B	C
6	13	
Resultado		

Tabla 8. Resultados de la segunda ronda de votación usando la Regla 3.

En este caso, C es el ganador. Y no solo ha obtenido una mayoría absoluta, sino que tiene una ventaja abrumadora con respecto a su competidor: ha obtenido 68.4% de los votos contra 31.6% de los votantes que eligieron a B. Como ocurría con la Regla 2, en vez de usar un procedimiento en dos etapas, podríamos implementar esta regla a través de una sola elección con una boleta distinta. Invito a la o el lector a completar los detalles. En un sentido importante, puede pensarse que la Regla 3 es una manera de determinar cuál es el candidato que el grupo considera idóneo. En esta situación, parece claro que el grupo rechaza a A, pues más de la mitad de los votantes (52.6%) consideran que es la peor de las tres opciones. Al dejarlo fuera, la competencia entre las opciones restantes arroja un resultado claro.

Como este ejemplo ilustra, para un número importante de problemas de decisión colectiva, bajo ciertas circunstancias, la elección de cualquier resultado podría describirse como *la voluntad popular*. Uno podría pensar, como lo hizo Frege, que esto se debe a una imperfección del lenguaje, por introducir la expresión ‘la voluntad del pueblo’ ‘como nombre propio sin que antes se le haya asegurado una referencia [...], pues es fácil establecer que, por lo menos, no hay una referencia universalmente aceptada de esta expresión’ (1892/2016: 265). En la siguiente sección presentaré razones para suponer que este asunto no se reduce a la ausencia de una convención lingüística. Después mostraré que podemos sacar provecho de esta situación para el diseño epistémico de sistemas electorales en una sociedad democrática.

Modelos matemáticos de métodos de votación

A pesar de lo que podría sugerir el ejemplo presentado en la sección anterior, en algunos casos no parece haber ningún misterio en torno a qué es lo que piensa un grupo sobre cierto asunto. Al consultar las opiniones de sus miembros de manera equitativa e imparcial podemos obtener una respuesta clara. Esto sucede, por ejemplo, cuando existe *unanimidad*: cuando todos los miembros sostienen la misma opinión. En estas circunstancias, sin importar cómo se vea el asunto, es completamente claro qué es lo que piensa el grupo. Los métodos de votación convergen al representar de la misma manera la opinión de un grupo en *certas situaciones*: cuando la opinión de todos (o casi todos) sus miembros coincide. Sin embargo, debido a la diversidad de puntos de vista de las personas, a medida que el número de integrantes de un grupo es mayor, este escenario se vuelve más improbable. Incluso así, cuando solo existen dos alternativas, no parece haber ningún problema en identificar lo que piensa el grupo con la opción que tiene más de la mitad de los votos. Si ambas alternativas tienen la misma cantidad de votos, también parece claro que el grupo está indeciso. Para *cierto tipo de problemas*, los métodos de votación coinciden en un criterio para determinar la opinión del grupo: ante elecciones binarias, lo que piensa el grupo puede identificarse con la opinión de más de la mitad de sus miembros. Sin embargo, no es poco común que los grupos se encuentren en *situaciones distintas* y enfrenten *otra clase de problemas*. Esto plantea un inconveniente práctico: debemos establecer criterios generales para acordar qué representa lo que piensa el grupo a partir de la opinión de sus miembros.

Podemos ampliar nuestra comprensión de los métodos de toma de decisiones colectivas empleando modelos matemáticos; “un modelo se puede concebir como una versión imaginaria y simplificada de la parte del mundo que es objeto de estudio, una que sí admite cálculos exactos” (Gowers, 2014: 17). Como sucede al estudiar sistemáticamente otros fenómenos, estos modelos emplean idealizaciones: de manera deliberada simplifican o distorsionan algunos aspectos de aquello que se pretende estudiar con el fin de hacerlo más manejable o comprensible. Esto puede hacerse de diversas maneras, ya sea despojando en nuestro modelo al sistema que nos proponemos estudiar de algunos rasgos que consideramos que no son relevantes para comprenderlo, mediante lo que se conoce como ‘idealización aristotélica’ o ‘minimalista’.

También pueden introducirse en el modelo distorsiones deliberadas con respecto al sistema objetivo, con el fin de simplificar los cálculos requeridos para hacer predicciones, a través de lo que suele llamarse ‘idealización galileana’. Estos tipos de idealizaciones son compatibles con la búsqueda de representaciones más precisas de los fenómenos bajo escrutinio: a través de una serie de refinamientos, podemos introducir detalles suplementarios sobre nuestros modelos o eliminar algunas de sus distorsiones. Estas estrategias teóricas tienen mucho que las recomienda (Capellen y Dever, 2019: chaps. 1 and 12). Especialmente, han resultado fructíferas para investigar propiedades muy generales de los métodos de votación. Como lo ha expresado elocuentemente Steven J. Brams:

[...] las matemáticas pueden usarse para iluminar [...] rasgos esenciales de la democracia. [...] Al hacer precisas las propiedades que uno desea que un [...] procedimiento satisfaga, y al clarificar las relaciones entre estas propiedades, el análisis matemático puede robustecer los fundamentos intelectuales sobre los que están construidas las instituciones democráticas. (2008: xiii)

Esta aproximación formal ha resultado extremadamente provechosa para investigar los criterios que deberíamos tomar en cuenta al elegir un método de votación dentro de una democracia.²

Desde este enfoque, puede considerarse a los métodos de votación como funciones de agregación que toman combinaciones de votos individuales como insumos y producen elecciones colectivas como resultados (e.g., List, 2011: 269-272; 2012; 2013: §2.1; Pacuit, 2019). En un modelo muy simple para un problema de elección binaria, puede representarse a un *grupo* a través del conjunto $N=\{1, 2, \dots, n\}$, con $n \leq 2$. Sea $A=\{-1, 1\}$ el conjunto de las *alternativas* entre las que sus miembros deben elegir. Podemos representar el *voto* de cada individuo $i \in N$ como $v_i = -1$ si i elige la primera alternativa y $v_i = 1$ si elige la se-

² Por su relevancia para comprender aspectos de las sociedades contemporáneas y su accesibilidad a partir de herramientas matemáticas rudimentarias, el estudio de los métodos de votación ha ganado terreno en el currículo de los programas académicos de ciencias sociales y humanidades, como lo muestra la proliferación de libros de texto sobre el tema dirigidos a estas audiencias (e.g., Brams, 2008; Brown, 2015: 277-296; Hodge y Klima, 2018; Taylor y Pacelli, 2008; Teixeira de Almeida, Costa Morais y Nurmi, 2019; Thomas, 2009: 147-171. Gill y Gainous, 2002 ofrece una presentación compacta, dirigida a una audiencia con formación estadística previa).

gunda. Llamemos a cada serie ordenada $\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ un *perfil de votación*. Representaremos la *decisión colectiva* a través de $v=-1$ cuando el grupo prefiere la primera alternativa, $v=1$ cuando prefiere la segunda y $v=0$ cuando hay un empate. Ahora podemos caracterizar a cada *método de votación* como una función que asocia un valor a la decisión colectiva para cada perfil posible, de modo que $v=f(v_1, v_2, \dots, v_n)$. De esta manera, podemos representar un método en el que el miembro 2 es un dictador como aquel en el que, para cualquier perfil de votación, $f(v_1, v_2, \dots, v_n)=v_2$. De manera más general, cualquier función que asocie todos los perfiles con v_i será una *dictadura*. También podemos caracterizar un método de *imposición* de la primera alternativa como aquel en el que, para cualquier perfil, $(v_1, v_2, \dots, v_n)=-1$; en general, cualquier función que asocie v con una $a \in A$ será *impositivo*. De manera más interesante, podemos representar a un método de elección por *mayoría simple* como aquel en el que, para cualquier perfil, $f(v_1, v_2, \dots, v_n)=-1$ si y solo si $v_1+v_2+\dots+v_n < 0$; $f(v_1, v_2, \dots, v_n)=1$ si y solo si $v_1+v_2+\dots+v_n > 0$; y, finalmente, $f(v_1, v_2, \dots, v_n)=0$ si y solo si $v_1+v_2+\dots+v_n = 0$.³

Aunque ejercicios de modelación como este puede parecer muy simples e incluso pueriles, permiten apreciar algunos rasgos importantes de los métodos de votación. De entrada, podemos usar este modelo para determinar cuántos métodos de votación existen para este problema de elección. Bajo nuestra representación, el número de funciones de agregación depende de cuántos perfiles constituyan insumos admisibles y de cuántas elecciones colectivas podemos asociar a cada uno: “si hay x combinaciones admisibles de insumos individuales y y resultados colectivos admisibles, habrá y^x posibles procedimientos de decisión” (List, 2011: 272). En nuestro ejemplo, el número de perfiles depende de cuántos individuos pertenezcan al grupo N y del número de alternativas entre las que pueden elegir. Si N contiene 4 miembros, puesto que cada miembro puede elegir entre dos alternativas, habrá 16 perfiles de votación o combinaciones admisibles de votos individuales. Dado que la decisión colectiva involucra 3 posibles resultados (la primera o la segunda alternativa, y empate), en esta situación tendremos 3^{16} métodos de votación distintos: ¡más de 43 millones! No solo es sorprendente que existan tantos métodos para este

³ Tomo el ejemplo de List (2013: §2.1); para otros modelos, ilustrados con una amplia variedad de ejemplos, véase Hodges y Klima (2018: chaps. 1-3)

sencillo problema en un grupo con solo 4 miembros; también es fascinante que solo uno de estos métodos sea el de mayoría simple.⁴

Otra ventaja de representar a los métodos de votación a través de modelos matemáticos es que nos permite hacer demostraciones generales sobre ciertas propiedades de estos métodos. Notablemente, Kenneth May demostró en 1952 que la elección por mayoría simple es el único método de votación que satisface los requisitos de *anonimidad* (si dos votantes intercambian sus votos eso nunca altera el resultado), *neutralidad* (si todos los votantes cambian su voto por la alternativa contraria, el resultado de la elección cambia –a menos que fuese un empate–) y *monotonía* (la alternativa seleccionada por el grupo no puede dejar de serlo por solo añadir votos en su favor –a menos que fuese un empate–).⁵ Estas propiedades abstractas parecen alinearse con principios normativos deseables, los cuales incorporan expectativas procedimentales que asociamos con la toma de decisiones colectivas democrática. También se ha demostrado que, bajo ciertas distribuciones de preferencias, cualquier método de votación obtendrá el mismo resultado incluso para problemas más complicados.⁶ Estas demostraciones avalan las intuiciones presentadas en el primer párrafo de esta sección, y permiten generalizarlas.

Otros resultados sobresalientes de la modelación matemática de los métodos de votación no parecen tan alentadores. Se trata de ‘resultados de imposibilidad’, los cuales muestran que, bajo ciertas condiciones y para algunos problemas, ningún método puede satisfacer simultáneamente una serie de propiedades deseables que a menudo se consideran requisitos para que un sistema electoral pueda considerarse democrático. Sin entrar en detalles, mencionaré dos ejemplos emblemáticos. Primero, el teorema de Arrow muestra que, para cualquier problema que involucre ordenar más de tres opciones (de preferencias, grados de creencia, múltiples criterios o jerarquías de valores), ningún método de agregación garantiza que se satisfaga una serie de condiciones procedi-

⁴ Dicho de otra manera: “todas las reglas razonables son extensionalmente equivalentes [...] en el caso de solo dos alternativas” (Goodin y Spiekermann, 2018: 33). Intuitivamente, otros métodos distintos del de mayoría simple podrían calificarse como ‘democráticos’ para este problema de elección (e.g., los que requieren unanimidad sobre una de las alternativas y declaran empate en caso contrario).

⁵ Hay presentaciones sencillas del teorema de May en Hodge y Klima (2018: 5-9), List (2013: §2.2) McLean (2018: 207-208) y en Taylor y Pacelli, (2008: 4-5 y 209-211).

⁶ El teorema del votante mediano fue demostrado por Duncan Black en 1948. Como señala Iain McLean, “al igual que el teorema de May, el teorema del votante mediano ofrece un poderoso argumento a favor de la democracia” (2018: 208).

mentales plausibles.⁷ En segundo lugar, el teorema de Gibbard-Satterthwaite muestra que, para elecciones entre tres o más alternativas, ningún método mínimamente democrático de votación (que no sea dictatorial ni excluya alguna de las opciones) es no manipulable, en el sentido de que no ofrezca incentivos para votar de manera insincera con fines estratégicos.⁸

Estos resultados confirman que situaciones como la descrita en la sección previa no son meras curiosidades anecdóticas. Para problemas de cierta complejidad, los criterios procedimentales para calificar un método de votación como democrático no seleccionan a un único sistema electoral. Esto puede significar que, para esta clase de problemas, ningún método de votación es ‘plenamente democrático’. Podría aseverarse que las elecciones ‘democráticas’ a secas están reservadas para problemas binarios. Alternativamente, quizá los resultados de imposibilidad muestran que distintos métodos de votación son igualmente (in)adecuados para determinar cuál es la opinión del grupo o la voluntad popular. Frente a esto, a veces se sugiere que la selección de alguno de estos métodos es un asunto meramente convencional. A continuación, presentaré un enfoque alternativo.

La intuición de Condorcet y el diseño epistémico de sistemas de votación

El estudio metódico de los sistemas electorales tuvo uno de sus momentos estelares justo antes del comienzo de la Revolución francesa. El epicentro de esta discusión se produjo en la Académie royale des sciences, donde Jean-Charles de Borda y Marie-Jean-Antoine Nicolas de Caritat, marqués Condorcet, deba-

7 Este teorema fue demostrado por Kenneth Arrow en 1951. Como señala McLean, implica que “los alentadores resultados de May y Black no se extienden al caso de múltiples personas o múltiples opciones en más de una dimensión. [...] No hay salida fácil. Todo sistema, se haya ensayado o no, o incluso si no ha sido inventado, debe violar alguna de las condiciones de Arrow” (2008: 209). Hay explicaciones accesibles de este teorema en Gill y Gainous (2002: 393), Taylor y Pacelli (2008: 28-31 y 211-221), McLean (2018: 208-209), Hodge y Klima (2018: chap. 6), List (2013: §3.1) y Thomas (2009: 167). Un resultado limitativo similar, especialmente relevante para la toma de decisiones sobre asuntos fácticos, se conoce como el ‘dilema discursivo’ (Pettit, 2001; List y Pettit, 2004; List, 2006) o el ‘trilema democrático’ (List, 2011: 275-280, 294-297).

8 Este teorema fue independientemente demostrado por Allan Gibbard en 1973 y por Mark A. Satterthwaite en 1975. Hay exposiciones accesibles en Taylor y Pacelli (2008: 222-230), Hodge y Klima (2018: chap. 6), y List (2013: §3.3).

tieron sobre el método de votación idóneo para elegir a las autoridades de esta institución.⁹ Aunque muchos aspectos de este episodio resultan de interés,¹⁰ merece atención especial el hecho de que Condorcet desarrolló una nueva manera de plantear la cuestión de qué criterios tomar en cuenta para seleccionar un método de votación dentro de una democracia. Recientemente, este enfoque ha adquirido prominencia (e.g., Dietrich y Spiekermann, 2013; 2020; Goodin y Spiekermann, 2012; 2018; Jiménez-Rolland, 2018; Jiménez-Rolland, Macías-Ponce y Martínez-Álvarez, 2020; Landemore, 2013; List y Goodin, 2001).

Condorcet reconoció que, aunque pueden aplicarse con otros fines, los métodos de votación suelen emplearse para resolver desacuerdos fácticos. De este modo, sugirió que también podemos estudiar algunos de sus rasgos “bajo la premisa de que realmente hay una [opción] mejor que debe estimarse, o que asumir la existencia de tal [opción] proporciona una manera productiva de pensar acerca de los problemas de elección grupal” (Young, 1995: 60).¹¹ Esto ofrece bases para la evaluación de métodos de votación desde “una concepción epistémica, basada en resultados, de la democracia en lugar de una puramente procedural: el objetivo de la toma de decisiones democrática es ‘rastrear la verdad’, no [solo] representar de manera equitativa las opiniones o preferencias de las personas” (Dietrich y Spiekermann, 2020: 386). La fascinante intuición con la que inició este programa de investigación se conoce como el teorema del jurado de Condorcet.¹² Este resultado consiste en mos-

-
- 9 De acuerdo con Iain McLean, esta fue la segunda de las cuatro ocasiones en las que se descubrió (y se perdió) la teoría de las votaciones (1990: 99). En una etapa anterior, Ramón Lull, en el siglo XIII, y Nicolás de Cusa, en el siglo XV, desarrollaron mecanismos para la elección de autoridades eclesiásticas que son similares a los procedimientos estudiados por Condorcet y Borda, respectivamente (McLean, 1990; véase también Colomer, 2004: 65-67 y List, 2013: §1.3).
- 10 Para un panorama de los desarrollos en el estudio de los métodos de votación durante este periodo, véase Black (1958: 156-184).
- 11 Para una amplia discusión de este supuesto metafísico, véase Goodin y Spiekermann (2018: 37-45).
- 12 Aunque era conocida, la aproximación de Condorcet tardó mucho en ser apreciada. En una influyente historia de la teoría de la probabilidad del siglo xix, se dice sobre el *Essai* de Condorcet que “sus resultados parecen de escaso valor [...] Las conclusiones generales que extrae [...] no parecen ser de gran importancia; equivalen a poco más que el muy obvio principio de que los votantes deben ser hombres ilustrados para asegurar nuestra confianza en su decisión” (Todhunter, 1865: 375). En otra exposición a inicios del siglo xx, se dice que su “...libro por mucho tiempo admirado sobre la probabilidad de las decisiones tomadas por la mayoría reposa en su totalidad sobre [una] confusión. Ninguno de sus principios es aceptable, ninguna de sus conclusiones se aproxima a la verdad. [...] En esta serie de cálculos estériles, que seguirá siendo, como bien dijo Stuart Mill, el escándalo de las matemáticas, Condorcet solo dio un sabio consejo: el de elegir para integrar las asambleas a hombres verdaderamente ilustrados” (1907: 311-318).

trar, modelando probabilísticamente la capacidad de los miembros del grupo de identificar la respuesta correcta, que la fiabilidad de un grupo se incrementa a medida que aumenta el número de sus miembros y que los grandes grupos (cuyo número de miembros tiende a infinito) son infalibles.

En su versión original, este resultado se presentó al analizar problemas binarios, bajo las siguientes idealizaciones: (i) que la probabilidad de que cada votante elija la opción correcta es independiente de la elección de cualquier otro votante, y (ii) que todos los votantes tienen la misma probabilidad, mayor a $\frac{1}{2}$, de elegir la opción correcta. Tanto por el tipo de problemas al que se aplica como por las idealizaciones bajo las que se presenta, podría pensarse que este resultado es trivial. Sin embargo, se han explorado diversas extensiones del teorema para otros tipos de problemas, así como para varios conjuntos de condiciones (Dietrich y Spiekermann, 2013; 2020; Goodin y Spiekermann, 2012; 2018; Jiménez-Rolland, 2018: 165-168; List y Goodin, 2001). Como los teoremas de May y Black, este resultado ofrece pronósticos halagüeños para un amplio rango de métodos de votación: “casi sin importar cuál regla de agregación democrática usemos (de entre aquellas que han sido discutidas, al menos), la democracia es una buena rastreadora de la verdad” (Goodin y Spiekermann, 2018: 35).

Adoptar este enfoque para la evaluación de métodos de votación nos ofrece una salida al *impasse* con el que concluimos la sección anterior. Además de examinar si poseen ciertos rasgos procedimentales, podemos investigar cuáles métodos de votación producen mejores resultados epistémicos sobre asuntos fácticos. Incluso si distintos métodos exhiben propiedades ‘democráticas’, existe una manera no arbitraria de afirmar que uno ofrece una mejor representación de lo que piensa un grupo, en virtud de su capacidad para identificar el resultado correcto frente a un problema de decisión. Esta selección de un método de votación obedece a rasgos de *diseño epistémico*: se realiza a partir del reconocimiento de las capacidades de los miembros de un grupo, con el fin de capitalizar a partir de ellas para obtener resultados colectivos epistémicamente mejores. De este modo, comprender:

[...] las circunstancias epistémicas de la democracia [...] nos permite reconocer conjuntos de situaciones bajo los cuales esta forma de organización política optimiza o deteriora la obtención de bienes epistémicos. [... Esto] ofrece lecciones nada despreciables sobre cómo diseñar nuevos mecanismos de organiza-

ción colectiva y cómo optimizar los existentes. [...] Permite] acotar precisamente bajo qué condiciones es ventajoso optar por tipos específicos de procedimientos de toma de decisión colectiva, sacando el mayor provecho de sus rasgos epistémicos. (Jiménez-Rolland, 2018: 177-178. Cursivas añadidas)

Sumados a los rasgos procedimentales de los métodos de votación, podemos emplear “criterios para la evaluación de su valor epistémico instrumental, esto es: maneras de determinar la capacidad de un método de votación para rastrear el resultado correcto, asumiendo que uno existe” (Jiménez-Rolland, Macías-Ponce y Martínez-Álvarez, 2020: 1). Este enfoque permite seleccionar métodos de votación por medio de criterios *comparativos*. Por ejemplo, podemos investigar qué tan rápido se incrementa la probabilidad de que un método seleccione la alternativa correcta al aumentar el tamaño del grupo.¹³ También podemos examinar cuál es el umbral de competencia inicial de la población que diversos métodos requieren para mejorar su capacidad de elegir el resultado correcto (Jiménez-Rolland, Macías-Ponce y Martínez-Álvarez, 2020: 6).

Tanto el tipo de desacuerdos que enfrenta un grupo como la competencia epistémica de sus miembros pueden variar de maneras importantes. La evidencia empírica disponible sugiere que, como individuos, hacemos malas evaluaciones de cómo la agregación de juicios mejora la calidad epistémica de los resultados: nuestras intuiciones sobre el ‘milagro de la agregación’ suelen estar sistemáticamente equivocadas (Mercier, Dockendorff, Majima, Hacquin y Schwartzberg, 2020). Asimismo, nuestra capacidad para evaluar la fiabilidad de las opiniones de un grupo no siempre rastrea las condiciones bajo las cuales la conformidad grupal tiende a producir resultados correctos (Mercier y Morin, 2019). Es por ello que resulta más prometedor seleccionar métodos de votación examinando modelos matemáticos. En ausencia de un resultado teórico robusto que demuestre la superioridad de un único método, el enfoque del diseño epistémico recomienda examinar el comportamiento de distintos métodos ante diversos problemas y en diferentes circunstancias.¹⁴ Puesto que esta puede ser una tarea muy laboriosa, en un trabajo previo sugerimos que “el uso de simu-

13 Esto es especialmente importante cuando las votaciones se realizan en grupos de tamaños modestos, como empresas, pequeñas comunidades o asambleas (Goodin y Spiekermann, 2012; 2018: chap. 16; Teixeira de Almeida, Costa Morais y Nurmi, 2019).

14 La investigación más amplia de este enfoque hasta el momento se presenta en Goodin y Spiekermann (2018); en Jiménez-Rolland, Macías-Ponce y Martínez-Álvarez (2020) se presentan criterios generales aplicados a la elección de un método de toma de decisiones para el problema de ubicar a tres candidatos

laciones computacionales puede proporcionar orientación para [...] seleccionar el mejor procedimiento de toma de decisión colectiva, si hay alguno, para cada situación” (Jiménez-Rolland, Macías-Ponce y Martínez-Álvarez, 2020: 1). Como señalan Robert E. Goodin y Kai Spiekermann, a través de estos modelos podemos “ver qué pasa” cuando variamos las múltiples condiciones interrelacionadas que podrían afectar el desempeño epistémico global del gobierno democrático moderno” (2018: v).

Conclusiones

Como hemos visto, frente a varios tipos de problemas y en diversas circunstancias, muchas maneras de agregar las opiniones de los miembros de un grupo para tomar una decisión colectiva pueden considerarse ‘democráticas’. Suele pensarse que, en estos casos, la selección de una de estas manifestaciones imperfectas de la democracia es un asunto meramente convencional. En su lugar, he argumentado que podemos servirnos de la intuición de Condorcet para seleccionar métodos de votación a partir de su capacidad para producir buenos resultados epistémicos. Concluiré señalando algunos de los obstáculos que enfrenta el enfoque del diseño electoral epistémico, así como varias oportunidades que ofrece.

En el trasfondo de las discusiones teóricas en torno a la reforma de sistemas electorales a menudo se encuentran preocupaciones estratégicas sobre sus consecuencias políticas para los agentes involucrados (Colomer, 2004: cap. 1).¹⁵ Cuando se proponen cambios, los promotores intentan obtener ventajas de estas modificaciones. Una preocupación en torno al diseño epistémico de sistemas electorales es que (1) podría proporcionar esta clase de incentivos estratégicos, al manipular los resultados de una elección, o bien (2) podría no ofrecer incentivos a los agentes que están en posición de hacer esta clase de reformas. Frente al primer aspecto de esta inquietud, es preciso señalar que –siempre y cuando el método de votación sea acordado antes de realizar eleccio-

en tres puestos. En estos trabajos se comparan los resultados de unos cuantos métodos formulados explícitamente.

¹⁵ A esto deben sumarse las dudas y dificultades que el proceso mismo de reforma electoral introduce, como se hizo patente con la adopción del sistema de voto preferencial, que se usó por primera vez en la ciudad de Nueva York para la elección de autoridades locales el 22 de junio de 2021. Este sistema usa un método similar a la Regla 3 de nuestro ejemplo.

nes – el diseño epistémico no discrimina en favor de un resultado específico, sino que apunta a maximizar la capacidad del grupo de tomar decisiones correctas (cualesquiera que estas sean). El segundo aspecto de esta inquietud sugiere que, sin importar cuáles sean las metas de los agentes, debemos pensar al diseño epistémico de sistemas electorales como algo que se promueva desde una perspectiva institucional, con el fin de mejorar la calidad de la democracia y de sus resultados.

Otro grupo de inquietudes se relacionan con la perspectiva altamente idealizada desde la cual se evalúan los métodos de votación. Puede pensarse que los modelos matemáticos empleados para representar estos métodos asumen condiciones que, o bien las sociedades nunca satisfacen, o bien no pueden investigarse empíricamente. Si bien es cierto que estas representaciones idealizadas a menudo se basan en “un problema de decisión muy interpretado y artificial que es improbable que ocurra en contextos de la vida real” (Dietrich y Spiekermann, 2013: 97), existen remedios bien conocidos para mejorárlas introduciendo detalles suplementarios o eliminando distorsiones. Incluso si no somos capaces de determinar con precisión cómo un modelo puede aplicarse ante una situación específica, podemos usarlos para guiar la investigación empírica de algunos de sus parámetros. Es importante mencionar que los mismos principios empleados para evaluar el desempeño epistémico de sistemas electorales permiten identificar situaciones en las que la agregación de juicios

[...] podría no mejorar la fiabilidad epistémica del grupo en absoluto. Podría incluso disminuirla. [...] En estos casos] la estrategia epistémicamente mejor podría no ser la más ampliamente incluyente (*i.e.* la democracia) [...] Si los costos epistémicos de incluir individuos con menos habilidades relevantes exceden los beneficios epistémicos, entonces la estrategia epistémicamente mejor podría ser una estrategia excluyente, *i.e.* no democrática (Ancell, 2017: 170).

El diseño epistémico de métodos de votación no pretende ser una panacea para todos los desacuerdos que surgen al interior de un grupo. Para la obtención de algunos bienes sociales y epistémicos no basta tener opiniones, sino que es importantes tener conversaciones; es por eso que otras formas de

participación política siguen siendo importantes para las democracias.¹⁶ Sin embargo, puesto que exigen mayor compromiso y esfuerzo por parte de los ciudadanos, suelen recurrirse a ellas con menos frecuencia y tienden a ser menos representativas de amplios sectores de la población. Además, como ha sugerido persuasivamente Robert B. Talisse (2019), pueden invadir otras esferas de la vida comunitaria que no se estructuran políticamente, estropeando algunos de los bienes sociales que esperamos de la democracia.

Si albergamos la esperanza de encontrar soluciones a algunos de los grandes problemas que enfrentamos en la actualidad –como el cambio climático, la desigualdad económica, las injusticias sistémicas raciales y de género, entre muchos otros–, debemos encontrar procedimientos que nos permitan tomar decisiones acertadas sin romper nuestros vínculos sociales, dentro de los márgenes temporales de los que disponemos con nuestros recursos limitados. El diseño epistémico de sistemas de votación puede contribuir a esta meta: nos permite construir instituciones electorales que propicien la obtención de resultados colectivos más inteligentes, sin comprometer su carácter democrático.

Referencias

- Ancell, A. (2017). “Democracy isn’t that smart (but we can make it smarter): On Landemore’s *Democratic Reason*”. *Episteme*, 14(2): 161-175.
- Bertrand, J. L. F. (1907). *Calcul des Probabilités*. (2^{ème} ed.). Paris: Gauthier-Villars.
- Black, D. (1958). *The Theory of Committees and Elections*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Brams, S. J. (2008). *Mathematics and Democracy. Designing Better Voting and Fair-Division Procedures*. New Jersey: Princeton University Press.
- Brewer, M. D. y Maisel, L. S. (2021). *Parties and Elections in America: The Electoral Process*. (9th ed.). Maryland: Rowman & Littlefield.
- Broncano-Berrocal, F. y Carter, J. A. (2021). “Deliberation and group disagreement”. En Broncano-Berrocal, F. y Carter, J. A. (eds.), *The Epistemology of Group Disagreement* (pp. 9-45). New York: Routledge.

16 Fernando Broncano-Berrocal y Adam Carter (2021) exploran formas en las que procedimientos agregativos y deliberativos pueden promover la obtención de otros bienes epistémicos como la evidencia, la comprensión y la justicia epistémica.

- Brown, J. I. (2015). *Mathematics for the Liberal Arts*. Florida: CRC Press.
- Cappelen, H. y Dever, J. (2019). *Bad Language*. New York: Oxford University Press.
- Colomer, J. M. (2004). *Cómo votamos. Los sistemas electorales del mundo: pasado, presente y futuro*. Barcelona: Gedisa.
- Dietrich, F. y Spiekermann, K. (2013). “Epistemic democracy with defensible premises”. *Economics and Philosophy*, 29(1): 87-120.
- Dietrich, F. y Spiekermann, K. (2020). “Jury theorems”. En Fricker, M., Graham, P. J., Henderson, D. y Pedersen, N. J. L. L. (eds.), *The Routledge Handbook of Social Epistemology* (pp. 386-396). New York: Routledge.
- Eijck, J. van y Verbrugge, R. (2019). “Formal approaches to social procedures”. En Zalta, E. (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/win2020/entries/social-procedures/>>.
- Fara, R. y Salles, M. (2006). “An interview with Michael Dummett: From analytical philosophy to voting analysis and beyond”. *Social Choice and Welfare*, 27: 347-364.
- Frege, G. (1892/2016). “Sobre sentido y referencia” (C. Ulises Moulines, trad.). En Frege, G. *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas* (pp. 249-275). México: UNAM-IIF.
- Gill, J. y Gainous, J. (2002). “Why does voting get so complicated? A review of theories for analyzing democratic participation”. *Statistical Science*, 17(4): 383-404.
- Goodin, R. E. y Spiekermann, K. (2012). “Epistemic aspects of representative government”. *European Political Science Review*, 4(3): 303-325.
- Goodin, R. E. y Spiekermann, K. (2018). *An Epistemic Theory of Democracy*. Oxford: Oxford University Press.
- Gowers, T. (2014). *Matemáticas: una breve introducción*. (2^a ed.) (D. Otero-Piñeiro, trad.). Madrid: Alianza Editorial.
- Hodge, J. K. y Klima, R. E. (2018). *The Mathematics of Voting and Elections: A Hands-On Approach* (2nd ed.). Rhode Island: American Mathematical Society.
- Jiménez-Rolland, M. (2018). “Conocimiento y justificación en la epistemología democrática”. En Estany, A. y Gensollen, M. (eds.), *Democracia y conocimiento* (pp. 153-182). México: UAB-UAA-IMAC.

- Jiménez-Rolland, M., Macías-Ponce, J. y Martínez-Álvarez, L. F. (2020). "Using simulation in the assessment of voting procedures: An epistemic instrumental approach". *Simulation*. DOI: 10.1177/0037549720923031
- Landemore, H. (2013). *Democratic Reason. Politics, Collective Intelligence and the Rule of the Many*. New Jersey: Princeton University Press.
- List, C. y Goodin, R. E. (2001). "Epistemic democracy: Generalizing the Condorcet jury theorem". *Journal of Political Philosophy*, 9(3): 277-306.
- List, C. (2006). "The discursive dilemma and public reason". *Ethics*, 116: 362-402.
- List, C. (2011). "The logical space of democracy". *Philosophy and Public Affairs*, 39(3): 262-297.
- List, C. (2012). "The theory of judgment aggregation: An introductory review". *Synthese*, 187(1): 179-207.
- List, C. (2013), "Social choice theory". En Zalta, E. (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/social-choice/>>.
- List, C. y Pettit, P. (2004). "Aggregating sets of judgments: Two impossibility results compared". *Synthese*. 140: 207–235.
- Maisel, L. S. (2016). *American Political Parties and Elections. A Very Short Introduction*. (2nd ed.). New York: Oxford University Press.
- McLean, I. (1990). "The Borda and Condorcet principles: Three medieval applications". *Social Choice and Welfare*, 7: 99-108.
- McLean, I. (2018). "Electoral systems". En Fisher, J., Fieldhouse, E., Franklin, M. N., Gibson, R., Cantijoch, M. y Wlezien, C. (eds.), *The Routledge Handbook of Elections, Voting Behavior and Public Opinion* (pp. 207-219). New York: Routledge.
- Mercier, H. y Morin, O. (2019). "Majority rules: How good are we at aggregating convergent opinions?". *Evolutionary Human Sciences*, 1: e6, DOI: 10.1017/ehs.2019.6
- Mercier, H., Dockendorff, M., Majima, Y., Hacquin, A.-S. y Schwartzberg, M. (2020). "Intuitions about the epistemic virtues of majority voting". *Thinking & Reasoning*, DOI: 10.1080/13546783.2020.1857306
- Pacuit, E. (2019). "Voting methods". En Zalta, E. (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/fall2019/entries/voting-methods/>>.
- Parikh, R. (2002). "Social software". *Synthese*, 132: 187–211.

- Pettit, P. (2001). "Deliberative democracy and the discursive dilemma". *Philosophical Perspectives*, 11(1): 268-299.
- Talisse, R. B. (2019). *Overdoing Democracy. Why We Must Put Politics in Its Place*. New York: Oxford University Press.
- Taylor, A. D. y Pacelli, A. M. (2008). *Mathematics and Politics. Strategy, Voting, Power and Proof*. New York: Springer.
- Teixeira de Almeida, A., Costa Morais, D. y Nurmi, H. (2019). *Systems, Procedures and Voting Rules in Context. A Primer for Voting Rule Selection*. Cham: Springer.
- Thomas, C. (2009). *Mathematics for Liberal Arts Majors*. New York: McGrawHill.
- Todhunter, I. (1865). *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to That of Laplace*. Cambridge: McMillan & Co.
- Young, P. (1995). "Optimal voting rules". *Journal of Economic Perspectives*, 9(1): 51-64.