Capítulo 2

Aportes para la enseñanza de las Matemáticas

Introducción

En educación matemática, es de amplio consenso la necesidad de ir más allá de la enseñanza de procedimientos y cálculos y llevar a los alumnos y alumnas a una comprensión conceptual que les permita resolver problemas (Felmer *et al*., 2016), a la vez que generar percepciones de autoeficacia que les faciliten seguir con éxito las trayectorias de aprendizaje en esta materia (Zamora-Araya *et al*., 2020). Las matemáticas son un «área que provee de oportunidades únicas para el desarrollo de destrezas que se consideran hoy como un equipamiento importante para desenvolverse en la sociedad actual» (UNESCO/OREALC, 2022, p. 6), tales como la resolución de problemas, las capacidades argumentativas, el pensamiento crítico, la colaboración y la creatividad. Una educación matemática de calidad «se verá favorecida en tanto puedan abordarse de manera conjunta habilidades, contenidos y actitudes propios de la disciplina» (UNESCO/OREALC, 2022, p. 6), ya que la conjunción de estos permitirá una comprensión profunda de las matemáticas elementales (Ma, 2010).

¿Qué se evaluó en las pruebas de Matemáticas del estudio ERCE 2019?

El estudio ERCE 2019 contempló una prueba de Matemáticas que fue administrada en tercer y sexto grado de primaria. En ella, se evaluaron los conocimientos y capacidades del cuerpo estudiantil de la región a partir del análisis de los currículos de los distintos países participantes (UNESCO/OREALC, 2020). Los dominios de contenido corresponden a los bloques temáticos y son: números y operaciones, geometría, magnitudes y medición, estadística, y patrones y álgebra. A continuación, se describe cada uno de ellos (UNESCO/OREALC, 2022):

- Números y operaciones: conocimiento de los conjuntos de los números naturales y de los números racionales positivos (uso, lectura y escritura, e interpretación en diversos contextos); comprensión de las relaciones de orden y de equivalencia en los diferentes conjuntos y de la estructura del sistema numérico decimal; cálculo de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división en esos conjuntos numéricos; aplicación de sus propiedades y relaciones en diversas situaciones problemáticas.
- Geometría: conocimiento de las figuras y cuerpos geométricos, su caracterización, clasificación y construcción; capacidad de establecer relaciones entre ellos y el entorno.
- Magnitudes y medición: conocimiento de distintas magnitudes (longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo), de sus distintas unidades de medida convencionales y no convencionales; capacidad de realizar conversiones y de utilizarlas de acuerdo con el contexto; conocimiento y uso adecuado de distintos instrumentos de medición.
- Patrones y álgebra*:* capacidad de identificar, completar y construir regularidades numéricas y gráficas a partir de objetos del entorno, figuras geométricas y secuencias numéricas; considerar el conocimiento para plantear y resolver ecuaciones simples de una variable.
- Estadística y probabilidad*:* lectura e interpretación de datos estadísticos a partir de su representación en tablas, gráficos, pictogramas y diagramas; habilidad de organizar datos recolectados en tablas, gráficos, y otros; determinación y predicción de la probabilidad de ocurrencia de eventos; registro de resultados de juegos y experimentos aleatorios considerando el azar.

Por su parte, los procesos cognitivos que la prueba de Matemáticas buscó caracterizar contemplaron tres grupos de habilidades: i) reconocimiento de objetos y situaciones, ii) resolución de problemas simples, y iii) resolución de problemas complejos y modelamiento matemático. A continuación, se describe cada uno de estos grupos:

- Reconocimiento de objetos y situaciones: considera las habilidades de identificar, reconocer y conocer conceptos y propiedades matemáticas que permiten explorar y caracterizar objetos y situaciones del entorno cotidiano. Las principales habilidades de este proceso son: identificar, reconocer y conocer.
- Resolución de problemas simples: examina las habilidades de comprender y representar relaciones directas entre conceptos matemáticos que pueden establecerse a partir de la extracción de información explícita. También incluye las habilidades de identificar y aplicar modelos y estrategias conocidos para obtener soluciones en situaciones problemáticas que involucran solo una variable. Las principales habilidades de este proceso son: comprender, aplicar y representar.
- Resolución de problemas complejos y modelamiento matemático: considera las habilidades de experimentar, seleccionar y plantear modelos y estrategias diversas para obtener soluciones en situaciones problemáticas que involucran más de una variable. También incluye las habilidades de analizar y evaluar si las soluciones obtenidas para un problema son adecuadas y pertinentes al contexto, y la habilidad de argumentar a través de relaciones matemáticas. Las principales habilidades de este proceso son: analizar, evaluar, plantear y argumentar.

Resultados de Matemáticas en el estudio ERCE 2019 según niveles de desempeño

El estudio ERCE 2019 definió cuatro niveles de desempeño en cada prueba con el objetivo de ofrecer un informe de resultados más detallado. Cada nivel describe lo que la población estudiantil demostró saber y ser capaz de hacer. Además, estos niveles de desempeño serán utilizados para el monitoreo del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4 de la Agenda 2030 (ODS 4), que propone «garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos». Para ello, el estudio ERCE 2019 es parte de los insumos que permiten realizar el reporte del indicador 4.1.1 del ODS 4: «Proporción de niños y jóvenes: a) en el grado 2 o 3; b) al final de la educación primaria; y c) al final de la educación secundaria baja, que han alcanzado al menos el nivel mínimo de competencia en Lectura y Matemáticas, por sexo». En este indicador, el nivel mínimo de competencias refiere al nivel básico de conocimiento en un dominio. En el caso de América Latina y el Caribe, el MPL se encuentra alineado al nivel II en la prueba de Matemáticas para tercer grado y al nivel III en la prueba de Matemáticas para sexto grado.

A continuación, en las **tablas 1** y **2**, se detallan los niveles de desempeño para cada grado evaluado. Luego, las **figuras 1** y **2** muestran la proporción de estudiantes que se ubica en cada nivel de desempeño en los países participantes de este estudio en tercero y sexto grado de primaria, respectivamente. La línea punteada vertical representa el nivel mínimo de desempeño.

A partir de la **figura 1** es posible apreciar que un poco más de la mitad (52,3%) de quienes se encuentran en tercer grado de la región logra alcanzar al menos el nivel II. Esto significa que son capaces, por ejemplo, de escribir y componer aditivamente números naturales hasta 9.999; identificar elementos de figuras geométricas (vértices, lados, diagonales); leer, interpretar y organizar información en tablas o gráficos simples de barra, e identificar unidades de medida o instrumentos más adecuados para medir magnitudes. Esto implica un gran desafío para el profesorado en cada uno de estos contextos educativos, así como para la región en general.

La situación en sexto grado es aún más preocupante que para tercer grado, ya que la proporción promedio de estudiantes de la región que alcanza el nivel III —el mínimo deseado— es muy baja, solo un 17.4%. En quienes cuyo resultado se ubicó en este nivel son capaces de resolver problemas que requieren interpretar información en diversos formatos, incluyendo tablas y gráficos; recurrir a dos o más operaciones aritméticas; estimar áreas y perímetros; calcular adiciones y sustracciones de fracciones (con el mismo denominador), e identificar relaciones de perpendicularidad y paralelismo en el plano, entre otros. Si bien hay países que se observan en mejores condiciones que el resto, la región enfrenta un gran desafío a la hora de generar estrategias para que las personas en formación, al finalizar su educación primaria, puedan dar cuenta de un aprendizaje matemático profundo.

Tabla 1. Descripción de los niveles de desempeño en Matemáticas de tercer grado de primaria

Nivel	Puntaje	La mayoría de los estudiantes de este nivel mostró evidencia de ser capaz de:
Nivel I (agrupa a quienes están en el más bajo desempeño en la prueba)	Hasta 687 puntos	• Leer números naturales hasta 9.999. • Identificar figuras geométricas básicas (cuadrados, rectángulos, triángulos y círculos) y cuerpos geométricos sencillos (prismas) en objetos del entorno. • Estimar la longitud de objetos del entorno usando unidades de medida no convencionales.
Nivel II (nivel mínimo de desempeño)	Entre 688 y 749 puntos	• Escribir números naturales hasta el 9.999. • Componer aditivamente números naturales hasta 9.999 a partir de la posición de los dígitos en el número. • Determinar términos intermedios faltantes de secuencias de números naturales con patrones de formación simples • Identificar elementos (vértices, lados, diagonales) de figuras geométricas presentadas en situaciones contextualizadas. • Identificar unidades de medida o instrumentos más adecuados para medir magnitudes de un objeto e identificar magnitudes medidas por un instrumento. • Leer, interpretar y organizar información en tablas, gráficos de barra simple o pictogramas sin escala.
Nivel III	Entre 750 y 842 puntos	• Identificar el valor posicional de cifras de números naturales hasta 9.999. • Descomponer aditivamente números naturales hasta 9.999 a partir de la posición de los dígitos en el número. • Ordenar y comparar números hasta 9.999 en situaciones contextualizadas. • Calcular y resolver problemas que involucren una operación (adición, sustracción o multiplicación) o dos operaciones (combinando adición y sustracción) en el ámbito de los números naturales. • Construir secuencias numéricas dado el patrón de formación y el término inicial. • Resolver problemas que involucran los elementos de figuras o cuerpos geométricos (lados, vértices, caras, aristas) o problemas que involucren redes de cuerpos geométricos. • Resolver problemas que involucran medidas (por ejemplo, longitudes y masas) de objetos. • Realizar conversiones de medidas que involucren unidades de longitud. • Realizar operaciones a partir de información presentada en tablas, gráficos de barra simple o pictogramas sin escala.
Nivel IV	Desde 843 puntos	• Identificar la posición de dígitos en números naturales hasta 99.999. • Identificar reglas o patrones de formación de secuencias numéricas (por ejemplo, la operación que permite encontrar el siguiente término). • Resolver problemas que requieren comparar, medir y estimar magnitudes (masa y longitud) de objetos en situaciones cotidianas. • Realizar conversiones de medidas que involucren unidades de masa.

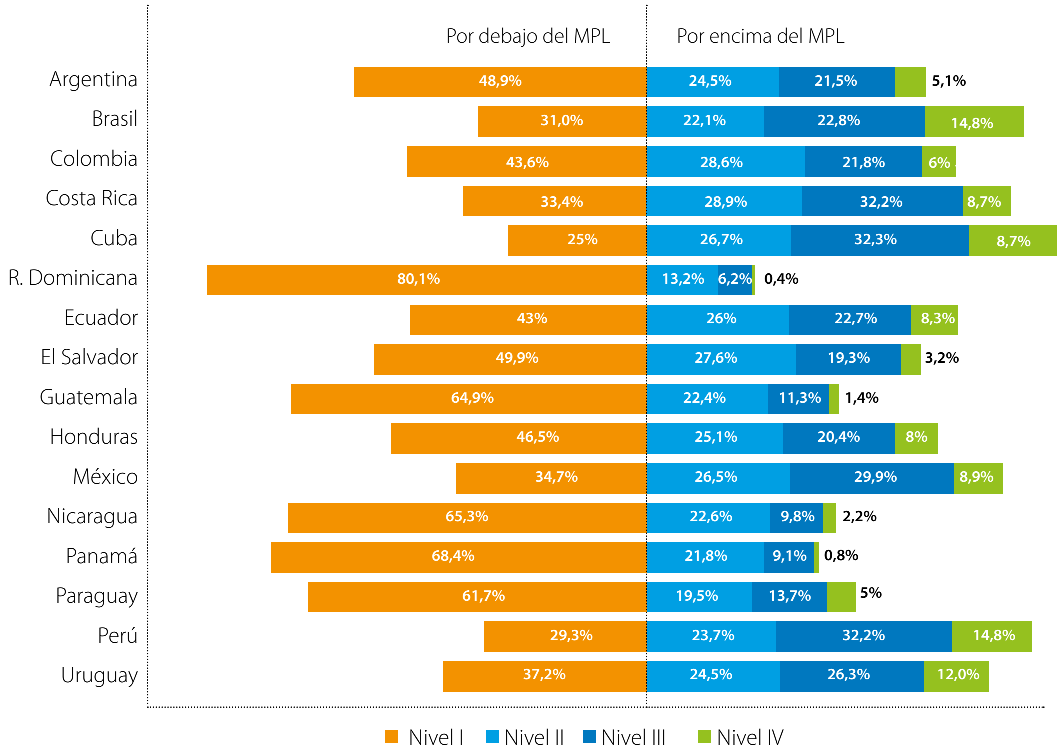
Fuente: Con base en los lineamientos y definiciones técnicas del ERCE 2019.

Tabla 2. Descripción de los niveles de desempeño en Matemáticas de sexto grado de primaria

Nivel	Puntaje	La mayoría de los estudiantes de este nivel mostró evidencia de ser capaz de:
Nivel I (agrupa a quienes son de más bajo desempeño en la prueba)	Hasta 686 puntos)	• Completar secuencias numéricas simples (por ejemplo, adición) o inferir la característica común a los elementos que la componen. • Identificar cuerpos geométricos redondos (cono, cilindro) en objetos del entorno. • Relacionar una representación en perspectiva con sus posiciones relativas en un plano o mapa. • Estimar magnitudes (por ejemplo, longitudes) de objetos en situaciones del entorno utilizando medidas convencionales. • Leer datos presentados en tablas o gráficos con escala.
Nivel II	Entre 687 y 788 puntos	• Resolver problemas simples con números naturales que involucren estimaciones o cálculos (multiplicación o división). • Resolver problemas más complejos (por ejemplo, que involucren una multiplicación o división) relacionados con situaciones de proporcionalidad directa. • Identificar representaciones gráficas de fracciones y/o fracciones equivalentes (con denominador diez). • Completar secuencias gráficas o numéricas complejas (por ejemplo, multiplicación) o identificar reglas o patrones de formación. • Resolver ecuaciones sencillas que utilicen símbolos en lugar de incógnitas. • Relacionar objetos del entorno con polígonos o cuerpos geométricos. • Resolver problemas que requieran utilizar características de cuerpos geométricos (por ejemplo, caras) para proponer soluciones de acuerdo con el contexto. • Calcular perímetros de polígonos regulares e irregulares. • Organizar información en tablas o gráficos con escala.
Nivel III (nivel mínimo de desempeño)	Entre 789 y 877 puntos	• Resolver problemas más complejos que requieren interpretar información e involucran dos o más operaciones, incluyendo multiplicación o división. • Interpretar el significado de variaciones proporcionales en situaciones contextualizadas. • Identificar fracciones equivalentes (con denominador distinto de diez) y calcular adiciones y sustracciones de fracciones con el mismo denominador. • Relacionar números decimales con fracciones propias sencillas o números mixtos sencillos (por ejemplo, con denominador 2) y calcular o estimar adiciones y sustracciones de números decimales. • Definir términos intermedios faltantes de una secuencia presentada en una situación contextualizada, interpretando su patrón de formación • Identificar relaciones de perpendicularidad y paralelismo en el plano. • Resolver problemas complejos que involucren cálculo o estimación de áreas y perímetros de figuras geométricas. • Resolver problemas que involucren medidas (masa volumen y medidas de tiempo) y convertir unidades de medidas. • Resolver problemas que requieren leer e interpretar información de tablas y gráficos o identificar gráficos que representan información entregada en distintos formatos.
Nivel IV	Desde 878 puntos	• Identificar la factorización prima de números naturales. • Resolver problemas que requieran calcular adiciones y sustracciones de fracciones con distinto denominador. • Relacionar números decimales con fracciones propias o impropias. • Seleccionar una ecuación de primer grado en que se utilizan símbolos en el lugar de la incógnita para modelar una situación contextualizada. • Clasificar cuerpos geométricos (conos, cilindros, prismas y pirámides) según sus elementos y características. • Resolver problemas complejos que involucren cálculo de áreas de figuras geométricas con dos o más operaciones. • Discriminar unidades de medida de uso poco frecuente (por ejemplo, hectáreas, decímetros cúbicos, milímetros cuadrados, etcétera) que son apropiadas para medir una magnitud (longitud, masa, superficie, volumen).

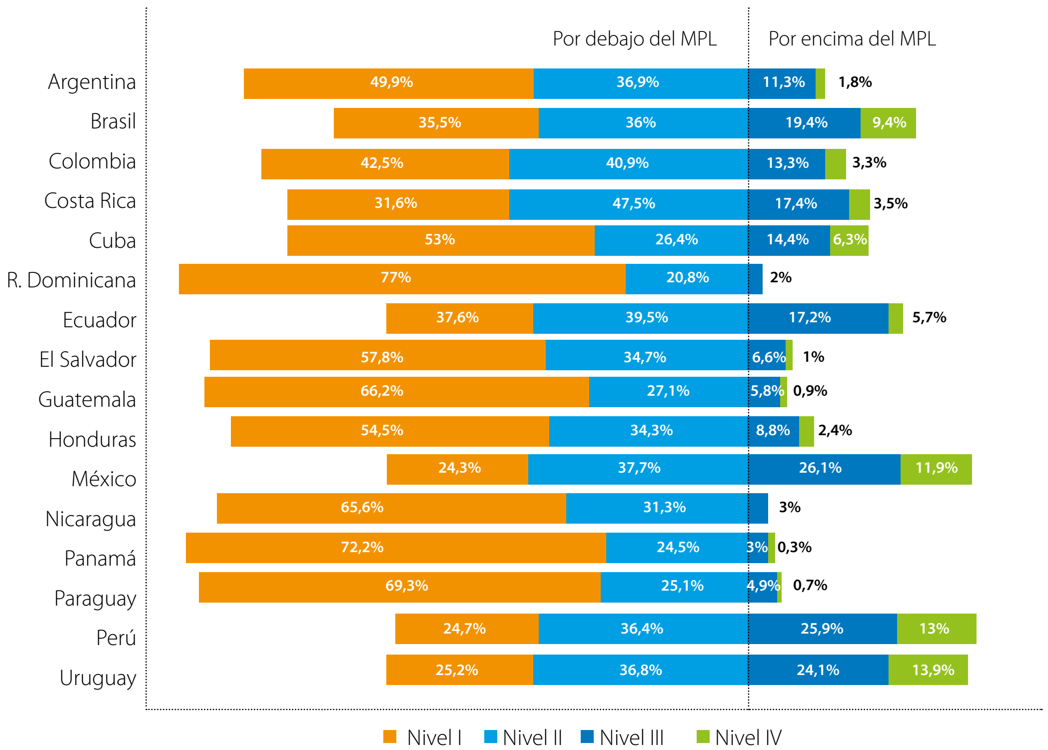
Fuente: Con base en los lineamientos y definiciones técnicas del ERCE 2019.

Figura 1. Distribución de estudiantes de tercer grado de primaria por nivel de desempeño en Matemáticas.



Fuente de datos: UNESCO/OREALC, 2021.

Figura 2. Distribución de estudiantes de sexto grado de primaria por nivel de desempeño en Matemáticas.



Fuente de datos: UNESCO/OREALC, 2021.

Ejemplos de cada nivel de desempeño

Para comprender mejor en qué consiste alcanzar el nivel mínimo deseable en cada grado, se presentan algunos ejemplos de ítems aplicados en la prueba de Matemáticas del estudio ERCE 2019 que la mayoría de las y los estudiantes de cada nivel fue capaz de responder acertadamente.

Ejemplos de ítems de tercer grado

En la **figura 3** se presentan dos ejemplos de ítems de tercer grado correspondientes a los niveles I y II, de modo de poder inferir las características que diferencian estos niveles y proyectar algunas indicaciones para abordar su transición en el aula de Matemáticas y llegar a los niveles mínimos deseados. Ambos ítems pertenecen al dominio «magnitudes y medidas».

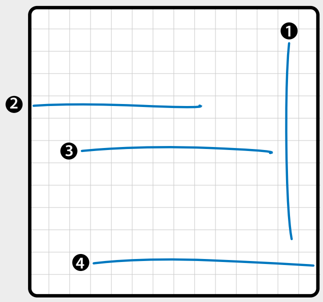
En la pregunta del nivel I, el estudiante debe estimar cuál es la cuerda más larga utilizando un referente externo, en este caso, la cuadrícula. En la pregunta del nivel II, deben identificar qué instrumento de medida es el pertinente para medir una cierta magnitud, en este caso, el tiempo. Si bien los ítems obedecen a indicadores diferentes, sí están relacionados al mismo dominio y eso permite ver relaciones.

En el primer caso, el foco está puesto en la estimación y eso conlleva una evaluación del estudiante de su respuesta, cuestión que también debe hacer en el segundo caso, al evaluar la pertinencia del instrumento de medida. Ambas situaciones permiten saber si el alumnado comprende el tipo de magnitud con la que está trabajando, ya que la estimación se relaciona estrechamente con ello. Es necesario entonces poner el acento en las experiencias previas que tengan las y los estudiantes tanto con la longitud como con el tiempo a la hora de preparar las actividades de aprendizaje.

Figura 3. Ejemplos de ítem de tercer grado de la prueba de Matemáticas, estudio ERCE 2019.

Nivel I

5 **Observa el siguiente dibujo de las cuerdas. ¿Cuál de estas cuerdas es la más larga?**



A) Cuerda 1

B) Cuerda 2

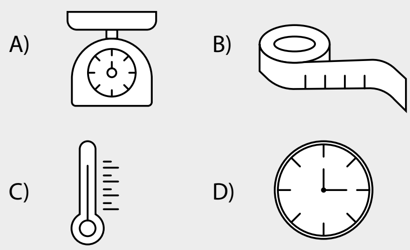
C) Cuerda 3

D) Cuerda 4

Quienes resolvieron correctamente esta pregunta fueron capaces de estimar la longitud de los objetos del entorno usando unidades de medida no convencionales (otros objetos usados como referencias)

Nivel II

9 **Marta quiere saber cuánto demora en cocinarse un pastel. ¿Cuál de los siguientes instrumentos de medición debe usar?**



Quienes resolvieron correctamente esta pregunta fueron capaces de identificar el instrumento de medición más adecuado para medir una cierta magnitud en situaciones cotidianas.

Ejemplos de ítems de sexto grado

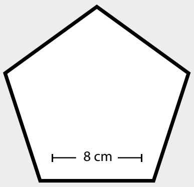
En la **figura 4** se presentan dos ejemplos de ítems de sexto grado correspondientes a los niveles II y III, que, según la propuesta de separación de indicadores por dominio, corresponde al dominio «geometría».

El ítem del nivel II busca que las y los estudiantes determinen el perímetro del pentágono regular, para lo cual han de establecer una estrategia de cálculo, como puede ser una iteración de la medida del lado, o una multiplicación directa. En el caso del ítem del nivel III, ellos y ellas han de calcular el área de un triángulo pequeño dadas las medidas del rectángulo. La diferencia entre estos dos ítems como ejemplos de desempeño en cada nivel, entrega una clara idea de cómo avanzar entre estos: en uno las medidas necesarias para el cálculo del perímetro están dadas o son de inmediato reconocimiento, y en el siguiente nivel dichas medidas deben deducirse de otras a través de las propiedades de la figura en cuestión.

Figura 4. Ejemplos de ítem de sexto grado de la prueba de Matemáticas en el estudio ERCE 2019.

Nivel II

10 **En la siguiente imagen se muestra un polígono regular. ¿Cuál es el perímetro del polígono?**



A) 13 cm

B) 20 cm

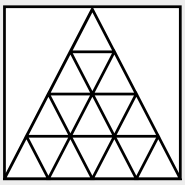
C) 40 cm

D) 64 cm

Quienes resolvieron correctamente esta pregunta fueron capaces de calcular el perímetro de un polígono regular.

Nivel III

10 **En la siguiente figura, dentro de un rectángulo con 16 cm de ancho y 20 cm de alto se han dibujado 16 triángulos iguales. ¿Cuál es el área de cada uno de esos triángulos?**



A) 10 cm^2

B) 14 cm^2

C) 18 cm^2

D) 20 cm^2

Quienes resolvieron correctamente esta pregunta pudieron resolver un problema complejo que requería calcular áreas de rectángulos y triángulos.

¿Cómo avanzar desde el aula hacia niveles superiores de desempeño?

Las Matemáticas son un área clave en el desarrollo de niñas, niños y jóvenes, ya que se trata de un ámbito que «provee de oportunidades únicas para el desarrollo de destrezas que se consideran hoy como un equipamiento importante para desenvolverse en la sociedad actual, tales como la resolución de problemas, el desarrollo de perspectivas múltiples, la argumentación, entre otros» (UNESCO/OREALC, 2022, p. 6). Sin embargo, para que las y los docentes puedan orquestar oportunidades de aprendizaje matemático profundas y significativas en sus estudiantes, se hace necesaria una visión de la actividad matemática basada en la resolución de problemas, además de ejemplos concretos de trayectorias de aprendizaje que les permitan a los y las estudiantes avanzar en sus capacidades y conocimientos (Carrillo *et al.*, 2013).

Con el propósito de desarrollar estrategias para que puedan avanzar en los aprendizajes matemáticos en tercer y sexto grado —según los niveles de desempeño definidos en el estudio ERCE 2019—, en este apartado se presentan los fundamentos de dos ideas claves que lo permiten: el diseño de tareas matemáticas y la gestión de la comunicación en el aula. Ambos componentes son esenciales en un enfoque de la educación matemática centrado en la resolución de problemas. En efecto, variados autores los señalan como componentes indispensables a la hora de generar oportunidades de aprendizaje relevantes para poder construir una comprensión matemática de calidad (Ferrer *et al.*, 2014; Ponte, 2005; NCTM, 2015; Sullivan *et al.*, 2013; Ma, 2010; Smith y Stein, 2011).

La resolución de problemas

En la actualidad, distintos programas curriculares a nivel regional enfatizan la resolución de problemas como una de las habilidades matemáticas clave a desarrollar en la escuela (MINEDUC, 2012; currículo Colombia, currículo Perú). Es posible señalar que la resolución de problemas es una actividad matemática auténtica, en la medida que considera los procesos por los cuales los matemáticos profesionales desarrollan su labor: plantear preguntas, desarrollar métodos analíticos, generar herramientas para determinar soluciones creativas, colaborar entre unos y otros, y contextualizar los resultados en las situaciones que dieron origen al problema (Polya, 1965). Así, y desde el punto de vista escolar, a partir del trabajo disciplinario la resolución de problemas permite generar en los estudiantes competencias de pensamiento crítico, creatividad, comunicación, colaboración, entre otras (Perdomo-Díaz y Felmer, 2017).

¿Qué diferencia la resolución de problemas de otros ejercicios matemáticos?

Resolver problemas significa involucrarse en una tarea para la cual no se conoce un método de solución de antemano. Implica un razonamiento complejo y no algorítmico, así como un análisis de la situación y una exploración de los conceptos, procesos o relaciones matemáticas. Requiere también de interés, motivación y perseverancia en la búsqueda de la solución. Plantear un buen problema hace necesario que este sea abordable y a la vez desafiante, lo que además permite que todas y todos los estudiantes sean capaces de comprometerse con su resolución (Rodríguez *et al.*, 2015).

En este sentido, un problema puede ser entendido como una situación desafiante que presupone el logro de una meta. Se inicia con una interrogante que alguien quiere dilucidar, y supone descubrir una vía para responder a ella. Es muy importante considerar que, si la persona sabe cómo dar respuesta a la interrogante o bien si la respuesta se obtiene de forma inmediata, entonces la situación deja de ser un problema. Además, si el grado de desafío y apertura de la tarea es bajo —como resolver un cálculo— entonces se está frente a un ejercicio matemático y no a un problema (Ponte, 2005).

La resolución de problemas permite a los alumnos y alumnas construir nuevo conocimiento matemático en el proceso de resolución, por medio del razonamiento y la comunicación de sus resultados. Para ello, se deben considerar problemas que surgen en la propia matemática como también en otros contextos, aplicando y adaptando una variedad de estrategias para resolverlos. Además, a ellos y ellas, el resolver problemas les permite monitorear y reflexionar sobre su propio proceso, lo que les ayuda a desarrollar capacidades metacognitivas importantes para su aprendizaje (Cázares *et al.*, 2020). De este modo, la resolución de problemas les permite sentirse capaces de *hacer matemáticas* al enfrentarse a desafíos que son abordables según su edad. Así, al tener éxito en la resolución de un problema, ser validados por sus pares al comunicar sus resultados y ser capaces de argumentar la solución, los alumnos y alumnas generan una percepción de autoeficacia positiva, y se descarta la ansiedad matemática como un elemento modelador de sus prácticas.

Enfoques para incluir la resolución de problemas en la actividad escolar

La resolución de problemas se puede incorporar en la actividad escolar desde tres perspectivas distintas: i) enseñar para resolver problemas, ii) enseñar sobre la resolución de problemas, o iii) enseñar a través de la resolución de problemas.

Enseñar *para* la resolución de problemas consiste en aplicar un conocimiento aprendido a otras situaciones. En este enfoque, el docente se centra en preparar diferentes tareas de distinto nivel de dificultad para que las y los asistentes al curso las resuelvan y transfieran el conocimiento adquirido de un contexto a otro (Flores y Rico, 2015).

Enseñar *sobre* la resolución de problemas implica que ellos y ellas aprenden un modelo y una secuencia de pasos para resolverlos. Si bien hay varios modelos, el más conocido es el desarrollado por Polya (1965), y su adaptación más común involucra cuatro pasos: i) comprender el problema, ii) concebir un plan, iii) ejecutar el plan diseñado, y iv) evaluar lo realizado. A continuación, se presenta una descripción de cada uno de los pasos:

- Comprender el problema: implica, entre otras cuestiones, preguntarse por sus condiciones de realización, identificar los elementos matemáticos principales (números, datos, formas, relaciones, etcétera), tener claridad del lenguaje matemático utilizado y entender qué se busca resolver.
- Concebir un plan: supone pensar en cómo se puede abordar la resolución del problema, pudiendo utilizar diversas estrategias, como ensayo y error, uso de dibujos o tablas, resolver un problema análogo, pero más simple, construir un modelo, etcétera.
- Ejecutar el plan: esta fase es más automática, aunque no necesariamente más sencilla. Requiere una gran capacidad de automonitoreo para identificar la efectividad del proceso y, por tanto, los aciertos o errores que se pueden cometer en el camino.
- Evaluar lo realizado: implica desarrollar una visión retrospectiva de todo el proceso. Es necesario preguntarse si la solución es pertinente y adecuada a las condiciones del problema, si hay otras soluciones factibles, cuál ha sido el elemento clave que ha permitido resolverlo, a qué otros problemas podríamos aplicar la estrategia seguida, etcétera.

Por último, enseñar *a través* de la resolución de problemas requiere que la actividad del aula consista fundamentalmente en resolver problemas (Beltrán y Martínez, 2021). Esta perspectiva implica aprender nociones matemáticas importantes, habilidades, como conjeturar o probar, y actitudes, como la perseverancia, la creatividad o la colaboración, a medida que el alumnado indaga en su solución.

Para desarrollar la resolución de problemas como una habilidad matemática, es muy relevante que la comunidad docente desarrolle un trabajo colaborativo previo al trabajo de aula, para preparar la lección, y posterior a ella, para evaluar la efectividad de la actividad de aprendizaje propuesta. La elección de buenos problemas, su resolución previa y la anticipación de lo que podrían hacer o responder nuestros alumnos y alumnas—ya sean errores posibles o nuevas estrategias de resolución— son pasos clave en una exitosa resolución de problemas en el aula (Piñeiro y Vásquez, 2019).

En la implementación de la clase, es esencial generar un clima de confianza y entusiasmo por resolver los problemas, donde esté garantizado que todos puedan contribuir a su resolución, y que las preguntas que plantean docentes y estudiantes sean clave para perseverar en la búsqueda de soluciones (Donoso *et al*., 2020). A su vez, la discusión entre el colectivo estudiantil permitirá desarrollar la argumentación, lo que favorecerá aprender matemáticas conectando conocimientos y no centrando la actividad en ejercicios rutinarios.

Tareas matemáticas de distinto nivel de complejidad

Para construir un nuevo conocimiento matemático a través de la resolución de problemas, se han de desarrollar tareas o actividades que motiven el aprendizaje (NCTM, 2015). Sin embargo, no todas las tareas ofrecen las mismas oportunidades para aprender matemáticas y sus formas de razonamiento (Stein *et al*., 2009). De hecho, el aprendizaje es mayor en las clases en que las tareas fomentan de manera consistente un pensamiento de alto nivel, y es menor en aquellas en que las tareas son de carácter rutinario, por ejemplo, solo desarrollo de procedimientos (Boaler y Staples, 2008). No obstante, es importante adecuar bien las tareas para que sean abordables por las y los estudiantes, ya que aquellas que implican exigencias cognitivas desmedidas resultan las más complicadas de implementar (Stigler y Hiebert, 2004).

¿Qué es una tarea matemática y qué características debiera presentar?

Si bien el término tarea puede ser polisémico, este refiere a la información que le damos a los y las estudiantes y que les sirve para realizar su trabajo matemático, ya sea en forma de preguntas, situaciones o instrucciones que son tanto el punto de partida como el contexto para su aprendizaje (Sullivan *et al.*, 2013). De acuerdo con estos autores, las tareas matemáticas que permiten desarrollar aprendizajes tienen ciertas características deseables:

- Involucran a los estudiantes en matemáticas relevantes, incentivándolos a dar sentido, comprender y establecer conexiones con otros aspectos de la disciplina.
- Son desafiantes para la mayoría de la clase, en el sentido que, el camino a la solución no es obvio.
- Promueven que reflexionen, tomen decisiones y comuniquen a los demás sus razonamientos.
- Usan contextos o situaciones familiares para las y los estudiantes, donde puedan identificar potencial utilidad o conexiones con sus vidas.

Si bien existen pocas tareas que cumplen con todos estos requisitos a la vez, el desafío está en que el profesorado considere estas características para crear oportunidades de razonar matemáticamente. Para ello, es importante tener presente que las tareas y problemas pueden tener distintos niveles de complejidad, y que pueden ser modificadas —simplificadas o complejizadas— atendiendo a la diversidad de un aula.

Exigencia cognitiva de las tareas matemáticas

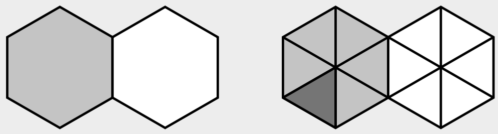
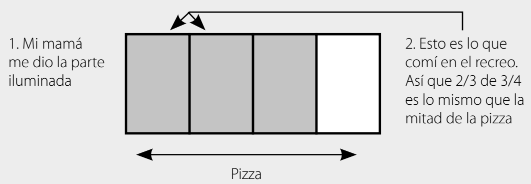
Las tareas matemáticas pueden presentar diversos niveles de demanda cognitiva según el grado de conexión conceptual que requieren para ser desarrolladas (Smith y Stein, 1998; NCTM, 2015; **tabla 3**).

Los ejemplos presentados por Smith y Stein (1998) permiten ver cómo puede evolucionar una misma tarea matemática —en este caso «multiplicar fracciones»— de acuerdo con el nivel de demanda cognitiva. En el nivel de baja demanda, el primer ejemplo permite observar claramente que el estudiante solo requiere recitar la regla, mientras que en el segundo solo necesita aplicarla, sin necesidad de entender por qué se hace de esta manera, o en qué tipo de situaciones se puede aplicar. En cambio, en el nivel de alta demanda alumnos y alumnas necesitan generar una estrategia que dé sentido a la operación señalada, usar representaciones para comunicar su procedimiento y crear una respuesta coherente.

Si bien no existe una correspondencia directa entre estos niveles de complejidad y los procesos de resolución de problemas planteados en el estudio ERCE 2019, sí se puede apreciar en dicho estudio cómo a mayor nivel de desempeño la población estudiantil muestra que es capaz de resolver ítems que presentan mayor exigencia cognitiva. Por ejemplo, algunas tareas procedimentales, como aquellas que no requieren hacer conexiones, solo requerirán de reconocer conceptos y, en cambio, otras corresponderán a problemas simples en los cuales sí hace falta una conexión conceptual para resolverlas. A su vez, los problemas más complejos requieren hacer uso de una diversidad de herramientas matemáticas y cognitivas para llegar a obtener la respuesta, como es el caso del ejemplo del ítem de nivel III en sexto grado presentado anteriormente (**figura 4**).

En definitiva, al plantear tareas matemáticas desafiantes, maestros y maestras les brindan oportunidades de enfocarse en su razonamiento y resolución, así como de facilitar múltiples formas de abordarlas (Pino *et al.*, 2020). Por su parte, el alumnado se motiva por la indagación y asumen la responsabilidad de dar sentido a las ideas matemáticas, usando representaciones para comunicar y justificar sus estrategias a la vez que escuchar el razonamiento de otros (NCTM, 2015).

Tabla 3. Niveles de demanda cognitiva, actividades y ejemplos por nivel

Nivel de demanda cognitiva	Actividad	Ejemplo
Baja demanda cognitiva	Memorización: Tareas que requieren reproducir aprendizajes previos y memorizar hechos, reglas, fórmulas o definiciones.	¿Cuál es la regla para multiplicar fracciones? Posible respuesta: Multiplicas los dos números de arriba y luego los dos de abajo.
	Procedimiento sin conexiones: Tareas que corresponden a algoritmos, en donde el uso del procedimiento está específicamente intencionado o bien es evidente según la enseñanza anterior, las experiencias o el planteamiento de la tarea.	Multiplica 2/3×3/4 Posible respuesta: 6/12
Alta demanda cognitiva	Procedimientos con conexiones: Tareas que implican que la atención de las y los estudiantes se centre en el uso de procedimientos con el propósito de desarrollar niveles profundos de comprensión de los conceptos e ideas matemáticas.	Calcula el producto de × . Usa los diagramas hexagonales, dibuja la respuesta y explica tu solución.  Posible respuesta: Primero determinas la mitad del todo, lo cual será igual a un hexágono (sombreado en gris claro). Luego tomas un sexto de esa mitad. Después dividí el hexágono en seis partes, lo cual equivaldría a seis triángulos. Solo necesitaba un sexto, así que sería un solo triángulo (sombreado en gris oscuro). Luego necesitaría saber qué parte de los dos hexágonos equivaldría a un triángulo, lo cual es 1 de 12. Así que 1/2 de 1/6 es 1/12.
	Hacer matemáticas: Tareas que requieren un pensamiento complejo y no algorítmico, por lo que un acercamiento predecible o bien conocido no es sugerido explícitamente por la tarea, las instrucciones o un ejemplo.	Plantea una situación real que se resuelva con la operación. Resuelve el problema que planteaste sin usar el algoritmo y explica tu solución. Posible respuesta: Mi mamá me dio para el recreo tres cuartas partes de una pizza que habíamos pedido. Solo pude terminar dos terceras partes de lo que me dio. ¿Qué parte de toda la pizza comí? Dibujé un rectángulo para representar toda la pizza. Luego la dividí en cuartos y pinté tres de ellos para representar la parte que mi mamá me dio. Ya que solo comí dos tercios de lo que me dio, eso solo sería dos de las secciones sombreadas. 

Fuente: Adaptado de Smith y Stein, 1998.

Discusión matemática productiva

Hoy en día es claro que el aprendizaje matemático se desarrolla y se logra en la medida en que existe interacción en el aula que promueva la argumentación y la comunicación matemática (Jiménez *et al*., 2010; Solar *et al*., 2017). Hace ya más de veinte años, el influyente trabajo *Estándares y Principios de la Educación Matemática* (NCTM, 2000) señalaba que la comunicación matemática es un proceso clave que permite a la población estudiantil organizar y consolidar su pensamiento matemático, darlo a conocer con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas, analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás, y usar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas. Para ello, el intercambio de ideas y la interacción entre las personas en formación permite clarificar la comprensión de los conceptos trabajados, construir argumentos convincentes sobre cómo y por qué los diversos procedimientos funcionan y cómo se conectan las ideas matemáticas, y desarrollar un lenguaje para expresarlas (NCTM, 2015).

Por otra parte, y a través de una adecuada comunicación matemática, alumnos y alumnas deberían sobrepasar la creencia de que no «hacen» matemáticas porque no pueden «expresarse matemáticamente» (Lee, 2010). Es decir, no saber expresar las relaciones matemáticas que se han desarrollado no implica necesariamente no saber sobre dichas relaciones e ideas. Así, desarrollar un concepto matemático pasa por enseñarles a utilizar el lenguaje matemático que lo permita. Para ello, el profesorado debería explicar o definir los términos empleados, ejemplificar el uso de símbolos y explicitar equivalencias entre distintas expresiones. En definitiva, alumnos y alumnas aprenderán a comunicarse matemáticamente cuando los maestros y maestras les incentiven a detectar el uso incorrecto o los abusos más comunes al usar símbolos o nomenclatura, y a utilizar los términos matemáticos en vez de expresiones en lenguaje natural, haciendo conexiones entre ellas (CIAE, INEE y MINEDUC, 2018).

Desde el punto de vista de la interacción, para el desarrollo de esta comunicación matemática se ha de superar aquellos patrones de interacción basados en hacer preguntas y luego evaluar las respuestas. Muchas veces este tipo de interacción —cerrada— es la que se produce de forma natural en el aula, a menos que se haga un esfuerzo consciente por cambiarlo (Cazden, 1991). En oposición a este tipo de interacción, la comunicación matemática en el aula puede ser desarrollada a través de situaciones comunicativas, es decir, diálogos en los que los estudiantes participen de forma equitativa (NCTM, 2015; Solar *et al*., 2022; Wood, 1998). En estos patrones, el docente valora la diversidad de soluciones para la misma tarea matemática, y resalta la que parece más interesante para las personas en formación, y no la que se espera o desea poner de relieve. Por medio de las preguntas que realiza, profesores y profesoras devuelven el control de la conversación a sus alumnos y alumnas, por lo que son ellos los responsables de reexplicar sus ideas a sus pares. Este tipo de interacción permite a los demás participantes de la clase concentrarse en los aspectos matemáticos relevantes de las reflexiones, los que son explicados por otro estudiante. A la vez, el o la docente les da la oportunidad de entender por ellos mismos las estrategias presentadas.

Para establecer altos niveles de comunicación y que las discusiones matemáticas se desarrollen con éxito, se han de considerar enfoques interactivos dialógicos (Scott *et al*., 2006). En estas situaciones comunicativas, docentes y estudiantes consideran un rango amplio de ideas matemáticas que emergen por medio de preguntas genuinas que permiten explorar y trabajar sobre diferentes puntos de vista dados por el alumnado e intencionados por el equipo educativo. De esta manera, se requieren estrategias factibles de desarrollar en el aula que permitan distanciarse de los enfoques de autoridad, donde el profesorado se concentra sobre un punto de vista específico y se relaciona con los alumnos y alumnas a través de una rutina de pregunta-respuesta con el objetivo de establecer y consolidar ese punto de vista (Mortimer y Scott, 2003).

Es posible establecer diversos niveles comunicativos dialógicos (Cornejo, 2011; Rojas, 2011), donde los maestros y maestras pidan a sus alumnos y alumnas que den a conocer, a través de la explicación, la solución que alcanzaron con su trabajo, lo que enriquece la propuesta, propone nuevas cuestiones, proporciona ayuda, elabora juicios, o contribuye a que emerja una explicación conjunta que sea comprendida y tomada como válida. Todo lo anterior, permite que otros informen soluciones alternativas, las comparen y profundicen en las ideas matemáticas que se busca aprender. En estos contextos, la discusión matemática en el aula es un espacio de enseñanza y aprendizaje en torno a un contenido específico, y no solo un momento de intercambio para mejorar la comunicación general o solo motivar a los y las estudiantes (Quaranta y Wolman, 2003).

De este modo, generar conversaciones sobre conceptos y procedimientos matemáticos permite que surjan conceptos erróneos y ayuda a el/la docente a reconocerlos y abordarlos; ayuda a estudiantes a mejorar su capacidad para razonar lógicamente; da oportunidades de participar en el pensamiento matemático colectivo; y hace que ellos y ellas se interesen por las afirmaciones y posiciones de sus compañeros dentro de una discusión (Chapin *et al*., 2009). La discusión matemática será productiva en la medida que refuerce la comprensión y el razonamiento matemático de las y los estudiantes. Para ello se ha de mantener un clima de respeto y soporte por lo que otros explican, enfocar la discusión en la matemática que desean aprender, proveer de oportunidades equitativas de participación, explicitar las expectativas respecto de la discusión, y explorar algunos desafíos siempre que sean pertinentes a lo que se discute (Chapin *et al*., 2009).

Para gestionar la comunicación matemática en el aula, la selección del problema es crucial, y puede determinar en gran medida el desarrollo de la clase; pero también es muy importante lo que se haga en ese desarrollo y luego en la clausura que institucionalice los saberes aprendidos a partir de la acción del aula (Smith y Stein, 2011). Para estas autoras, una discusión productiva se desarrolla en tres fases: lanzamiento, exploración, y discusión.

En la fase de lanzamiento, se propone el problema a las personas en formación, así como las herramientas matemáticas disponibles para que trabajen en el mismo, y se plantea el tipo de productos que se espera desarrollen. En la fase de exploración las y los estudiantes trabajan con el problema, en parejas o en pequeños grupos, y se les anima a que lo resuelvan de cualquier forma que tenga sentido para ellos, pero siempre explicando su enfoque a los demás miembros de la clase. Finalmente, en la discusión grupal o puesta en común, se hace un resumen de varios de los enfoques generados para la resolución del problema y se presentan a toda la clase para que se discutan.

Sin embargo, no es fácil orquestar la discusión para que el aprendizaje sea profundo y socialmente construido, pues requiere de una estrategia clara por parte del equipo educativo. Para ir más allá de una estrategia de «mostrar y hablar», es decir, de solo dar a conocer las producciones de los estudiantes y explicar de qué tratan, Smith y Stein (2011) proponen un conjunto de prácticas que permite al educador o educadora sacar el mayor provecho posible de la tarea matemática propuesta, de las producciones de los estudiantes al abordarla, y de la discusión grupal sobre los conceptos involucrados en el problema. Las cinco prácticas que permiten utilizar de manera efectiva las respuestas para una discusión matemática son:

- Anticipar: antes de iniciar una clase, se han de anticipar las posibles respuestas de las y los estudiantes frente a la tarea que se les propondrá. Lo anterior implica tener claridad sobre la manera en que interpretarán matemáticamente un problema, sobre las posibles estrategias —correctas e incorrectas— que emplearán para resolverlo y cómo dichas estrategias e interpretaciones pudieran relacionarse con conceptos, representaciones, procedimientos y prácticas matemáticas que al maestro o maestra le gustaría que sus alumnos y alumnas aprendiesen.
- Monitorear: una vez en clase, se ha de supervisar o monitorear el trabajo del alumnado en el desarrollo de las tareas matemáticas. El monitoreo implica más que solo observar y escuchar. Durante ese tiempo, el profesorado también ha de plantear preguntas a un o una estudiante o a un grupo mientras están abordando la tarea, puesto que les brinda la oportunidad de pulir o revisar su estrategia antes de la puesta en común. Se debe reconocer el pensamiento de los niños, ayudarles a que lo clarifiquen, y asegurarse de que todos los miembros del grupo estén compenetrados en la actividad. Esto le permite a el/la docente conocer lo que el alumnado está entendiendo del problema y las ideas matemáticas implícitas.
- Seleccionar: una vez que se generan los espacios de discusión, tal como la puesta en común de las respuestas y resoluciones de un problema se ha de seleccionar qué desarrollos hechos por las y los estudiantes son los más adecuados. Elegir a alumnas y alumnos específicos para que compartan su trabajo con el resto de la clase permite ahondar en conceptos matemáticos particulares, lo que permite conducir mejor la discusión. La selección de determinados asistentes al curso, junto con sus soluciones, estará sujeta a la «meta» matemática de la clase (¿qué espera el docente que los estudiantes comprendan?) y a la evaluación del profesor o profesora respecto de cada contribución a esa meta.
- Conectar: para llegar a una comprensión matemática profunda, la plana docente ha de conectar las respuestas de las y los estudiantes entre ellas y con los conceptos que están en la base de

la meta de aprendizaje. Ellos y ellas pueden ayudar a evaluar las consecuencias de la aplicación de distintas estrategias a los problemas que pueden resolverse (juicios, por ejemplo, sobre la precisión y la eficiencia para resolverlos), así como a reconocer los tipos de patrones de razonamiento matemático que se pueden distinguir más fácilmente. Más que tener una discusión organizada por medio de presentaciones aisladas de las y los estudiantes, el objetivo es que el alumnado construya su comprensión con base en las presentaciones de los demás y de las aclaraciones necesarias que el profesorado pueda hacer, a fin de desarrollar sólidas ideas matemáticas.

- Secuenciar: a partir de la selección realizada, se ha de secuenciar en qué orden se desea que se presenten las respuestas o soluciones. Lo anterior permite orientar la discusión hacia la meta de la clase, y concentrar todos los esfuerzos en comprender de forma profunda lo que se esperaba que los estudiantes aprendieran. Algunos criterios para organizar esta secuencia pueden ser:

1. Comenzar por la estrategia de solución que fue mayoritaria: se presenta primero la estrategia que empleó la mayoría, antes de la utilizada solo por unos pocos estudiantes, de esta forma se hace accesible el comienzo de la discusión a tantos alumnos y alumnas como sea posible.

2. Avanzar desde las estrategias concretas a otras más abstractas: la discusión podría organizarse también según el grado de abstracción de las contribuciones observadas en el monitoreo, desde aquella respuesta que fuese más concreta (por ejemplo, el uso de dibujos) y luego pasar a otras que sean más abstractas (por ejemplo, el uso de expresiones numéricas). Este enfoque resulta útil para establecer conexiones entre distintas estrategias.

3. Comenzar por errores comunes: una tercera opción es analizar primero una equivocación común subyacente en una estrategia utilizada por algunos o algunas asistentes al curso de modo respetuoso, a fin de que la clase supere ese concepto erróneo y así poder trabajar en el desarrollo de formas más eficaces de resolver el problema.

El uso de estas cinco prácticas brindará al cuerpo docente un mayor control en clases, considerando un enfoque de aprendizaje centrado en el o la estudiante. Mediante una cuidadosa planificación, el grado de improvisación que requiere *in situ* se mantiene al mínimo y, en consecuencia, queda en libertad para escuchar y dar sentido a las estrategias que afloran, así como para planificar a conciencia las conexiones entre los diferentes modos de resolver problemas (Smith y Stein, 2011).

En una discusión productiva, las preguntas juegan un rol fundamental en el desarrollo de la comprensión matemática, pues contribuyen a que emerja progresivamente una explicación conjunta que sea comprendida y tomada como válida por toda la clase (Solar y Deulofeu, 2016). Las preguntas adecuadas ayudan a guiar la atención del alumnado hacia las características clave del problema matemático que pudieron haberse pasado por alto en la resolución individual o grupal. Las buenas preguntas obligan a las personas en formación a articular su pensamiento de forma que sea comprensible para otro, lo que actúa como un catalizador para el aprendizaje (Smith y Stein, 2011).

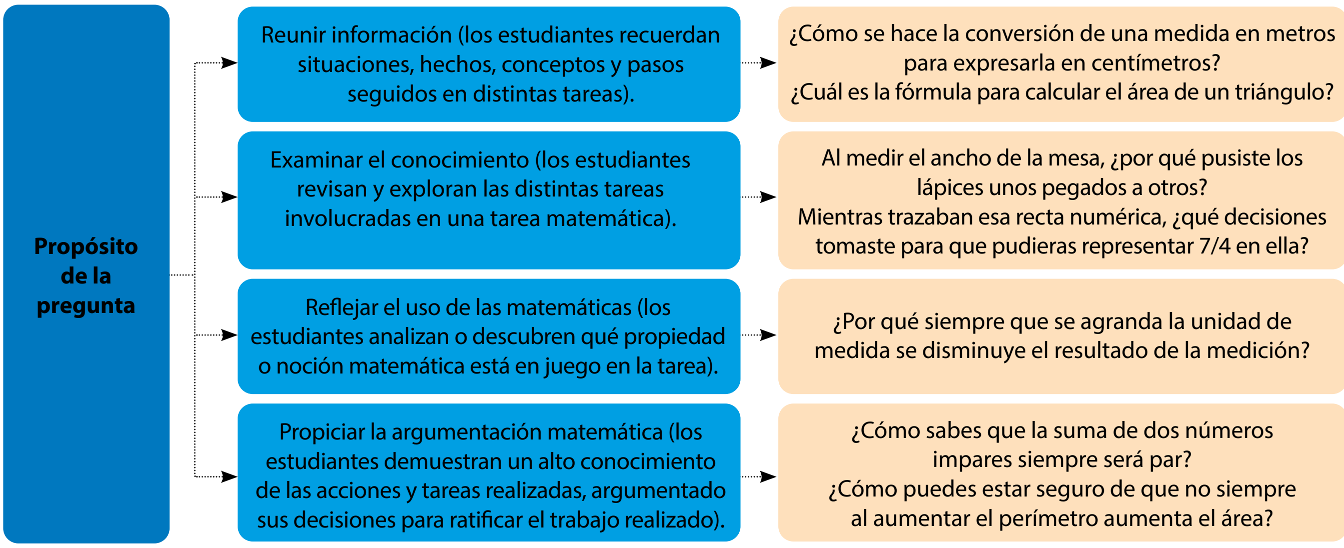
Si bien existen múltiples categorías de preguntas y formas de plantearlas (Boerst *et al*., 2011; Forero, 2008; Radovic y Preiss, 2010), en la **figura 5** se presenta un esquema que permite poner el foco en lo que se espera obtener de las y los estudiantes en cuanto al proceso de razonamiento matemático. A través de los ejemplos planteados en la figura, se puede observar cómo se avanza en su argumentación. Inicialmente, y más allá de la información entregada, lo que se busca es que realicen explicaciones sobre cómo desarrollaron determinado procedimiento o resolución, o sobre relaciones relevantes entre elementos matemáticos. En un nivel mayor lo que se busca es que los estudiantes justifiquen propiedades, y finalmente argumenten diferentes relaciones usando conocimiento matemático.

Recuadro 1 **Material didáctico**

Accede a la cápsula «Discusiones matemáticas productivas en el aula» haciendo clic aquí.

Lo señalado respecto de tareas y discusiones matemáticas, busca entregar a al profesorado un conjunto de herramientas que les permitan gestionar el aprendizaje matemático de sus estudiantes y transitar en la clase a los niveles mayores de logro planteados en el estudio ERCE 2019. Para apoyar este trabajo, a continuación, se informará cómo se han definido las transiciones entre niveles para tercer y sexto grado de educación primaria y los momentos de trabajo

Figura 5. Tipos de preguntas para guiar la atención de las y los estudiantes



Fuente: Elaboración propia.

que se han definido como apoyo a la gestión del aula. Complementariamente, se desarrollarán actividades de aula para las tareas matemáticas seleccionadas en cada una de las transiciones, para tercer y sexto grado.

Organización de las actividades para movilizar el aprendizaje

Este apartado tiene como propósito entregar al profesorado orientaciones didácticas para que sus estudiantes avancen en los niveles de desempeño del estudio ERCE 2019. Se presenta un esquema de secuencias de enseñanza que pueden profundizar y extender. Dichas secuencias comprenden tareas matemáticas sucesivas que tienen como fin abordar un contenido matemático específico. Para diseñar estas secuencias, se han desagregado los indicadores de cada nivel de desempeño para tercer y sexto grado, según el dominio matemático en juego. Es importante señalar que la secuencia propuesta para cada dominio y grado es una de las muchas formas posibles de alcanzar el nivel más alto de desempeño en cada dominio.

Para tercer grado se presenta la secuencia de aprendizaje asociada al dominio «magnitudes y medidas» y para sexto grado, se considerará el dominio «geometría». Así, se proponen tareas matemáticas para transitar, entre el nivel I y II de desempeño, entre el nivel II y III y, finalmente, entre el nivel III y IV. Es decir, en cada secuencia se consideran tres transiciones:

- Transición 1: del nivel I al nivel II de desempeño.
- Transición 2: del nivel II al nivel III de desempeño.
- Transición 3: del nivel III al nivel IV de desempeño.

Luego en cada transición se proponen tres tareas matemáticas clave y se desarrolla una de ellas en una actividad de aula concreta, considerando las variables didácticas y las condiciones matemáticas en que se desarrollan, el momento de la clase en que se implementarán, las posibles anticipaciones de la gestión de aula, y el nivel de demanda cognitiva de las preguntas. En consideración a la importancia de las distintas modalidades de trabajo en el aula, cada actividad contempla tres momentos:

- Primer momento de trabajo individual: tiene como objetivo que el alumnado explore personalmente el problema planteado y ponga en juego sus conocimientos al resolver la tarea sin ayuda de otros.
- Segundo momento de trabajo en duplas: el alumnado compara sus respuestas y resultados con los de sus compañeros, y discuten sus procedimientos, estrategias y técnicas de resolución para llegar a un acuerdo.
- Tercer momento de trabajo en grupo: las y los estudiantes, guiados por el equipo educativo, dan cuenta de sus respuestas y las presentan al grupo con el objetivo de evaluar y reflexionar sobre sus desempeños. En esta etapa, el o la docente sistematiza las ideas fuerza asociadas al desarrollo de la actividad y al cumplimiento de la tarea.

Tal como se mencionó, antes de iniciar una clase o actividad es necesario anticipar algunos aspectos asociados al desempeño estudiantil. Para ello, se deben considerar: las posibles respuestas a la actividad, la formulación de preguntas para promover la discusión, la comprensión matemática y los errores y dificultades del alumnado al abordar la tarea. Estas anticipaciones permiten promover una enseñanza pertinente y adecuada para la mejora del aprendizaje en el aula de matemática.

Transiciones para tercer grado

Como se adelantó, la transición seleccionada para tercer grado está asociada al dominio «magnitudes y medidas» que, según los niveles de desempeño e indicadores del estudio ERCE 2019, se descompone como lo indica la **tabla 4**. Esta secuencia considera el tránsito desde la estimación de longitudes usando unidades de medida no convencionales hacia la resolución de problemas que involucran la medición, comparación y estimación de distintas magnitudes, considerando la realización de conversiones de medidas de longitud y masa.

En lo que al dominio «magnitudes y medidas» se refiere, la **figura 6** presenta tres tareas matemáticas amplias que el profesorado puede concretar según sus propios contextos educativos para transitar del nivel I al nivel II en tercer grado. Esta secuencia considera como punto de partida la estimación de longitudes con unidades de medida no convencionales, avanzando hacia la medición y estimación de longitudes usando medidas convencionales, para luego evaluar los procesos de medición de longitudes realizados por otros, e identificar unidades de medida e instrumentos adecuados para hacerlo.

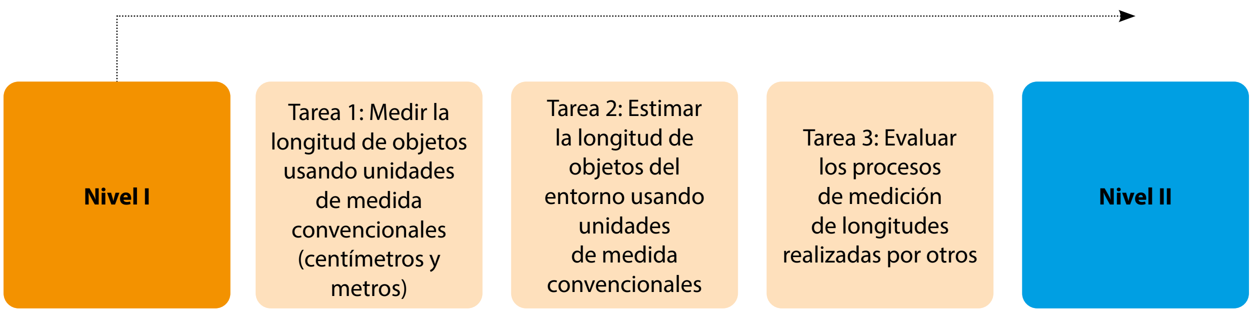
Para esta transición, en los anexos podrá encontrar el desarrollo en profundidad de una actividad asociada a la tarea 1: medir la longitud de objetos usando unidades de medida estándar. En ella se pone énfasis en las características de las unidades de medida, su relación con la naturaleza de los objetos medidos y el uso de distintos instrumentos de medición. Las otras dos tareas propuestas avanzan a un nivel mayor de abstracción, pues solicitan estimar una medida y evaluar la pertinencia de los procesos de medición, cuestiones que

Tabla 4. Niveles de desempeño en el estudio ERCE 2019 para el dominio «geometría» en sexto grado.

Nivel	Habilidades necesarias
Nivel I	• Identificar cuerpos geométricos redondos (cono, cilindro) en objetos del entorno. • Relacionar una representación en perspectiva con sus posiciones relativas en un plano o mapa.
Nivel II	• Relacionar objetos del entorno con polígonos o cuerpos geométricos. • Resolver problemas que requieran utilizar características de cuerpos geométricos (por ejemplo, caras) para proponer soluciones de acuerdo con el contexto. • Calcular perímetros de polígonos regulares e irregulares.
Nivel III	• Identificar relaciones de perpendicularidad y paralelismo en el plano. • Resolver problemas complejos que involucren cálculo o estimación de áreas y perímetros de figuras geométricas.
Nivel IV	• Clasificar cuerpos geométricos (conos, cilindros, prismas y pirámides) según sus elementos y características. • Resolver problemas complejos que involucren cálculo de áreas de figuras geométricas con dos o más operaciones.

Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

Figura 6. Secuencia de tareas para transitar desde el nivel I al nivel II en tercer grado para el dominio «magnitudes y medidas».



Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

son necesarias para que el cuerpo estudiantil analice la relevancia de sus propios procesos de medición utilizando diversos instrumentos de medida.

La actividad presentada puede revisarse en la infografía «¿Cómo transitar entre los niveles de desempeño del estudio ERCE 2019 en Matemáticas?».

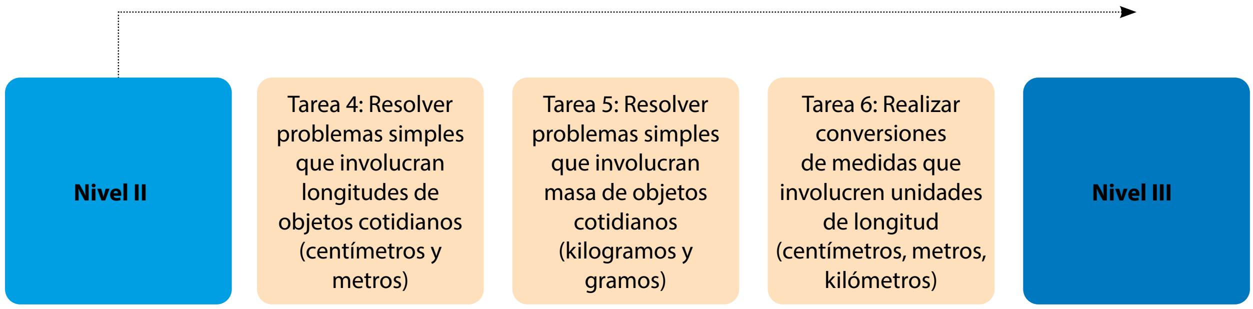
Para la segunda transición, del nivel II al nivel III, en tercer grado en el dominio «magnitudes y medidas», la **figura 7** muestra otras tres tareas matemáticas. En esta secuencia se considera el paso desde la identificación de unidades de medida e instrumentos hacia la resolución de problemas simples y la conversión de unidades de longitud.

En la tarea 3 —resolver problemas simples que involucran longitudes de objetos cotidianos— se profundiza en una propuesta para esta segunda transición, la que involucra la resolución de problemas de longitudes usando las unidades de medida convencionales centímetros y metros. Este conjunto de tres tareas matemáticas descompone el nivel III, lo que permite al alumnado avanzar en la comprensión de las medidas longitudinales, como aquella magnitud más familiar para ellos y ellas. Luego, pasar a masa, cuya medida es indirecta, ya que lo que se mide es el peso, y terminar por realizar conversiones de longitud, lo que implica usar variables auxiliares y comparaciones.

Por último, en la **figura 8** se señalan tres tareas matemáticas propuestas para la tercera transición en el dominio «magnitudes y medidas» en tercer grado: del nivel III al nivel IV. Esta secuencia se basa en la resolución de problemas que involucran longitudes y masas de objetos; primero, para resolver los problemas se debe realizar la conversión de unidades de longitud y luego se avanza en la resolución asociada a la medición, estimación y comparación de magnitudes de longitud y masa.

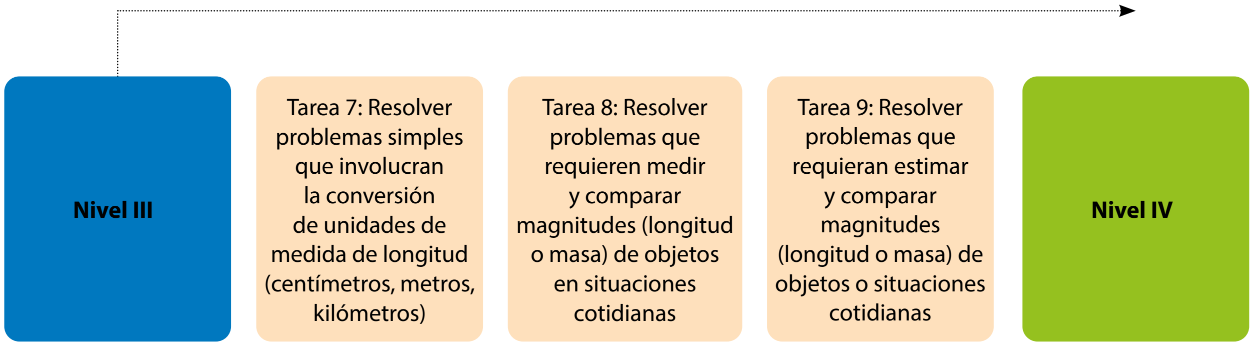
Para esta transición, en los anexos se desarrolla la tarea matemática 8: resolver problemas que requieran medir y comparar magnitudes, y se pone énfasis en aquellos problemas que requieren medir longitudes. Nuevamente, esta descomposición en tres tareas matemáticas permite avanzar al nivel IV, pues se trabaja la conversión, la medición y la estimación de forma separada.

Figura 7. Secuencia de tareas para transitar desde el nivel II a nivel III en tercer grado para el dominio «magnitudes y medidas».



Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

Figura 8. Secuencia de tareas para transitar desde el nivel III al nivel IV en tercer grado para el dominio «magnitudes y medidas».



Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

Ideas clave en las transiciones de tercer grado

En el dominio «magnitudes y medidas» de tercer grado, la principal característica para la transición es el abordaje de los temas matemáticos involucrados en ella a través de la resolución de problemas en temas clave, tales como: la medición, la estimación y evaluación de la longitud de diversos objetos y la conversión entre unidades de medida.

Antes de medir, la actividad de contar y comparar objetos es fundamental. En la historia humana, las personas, al ver que para comparar dos objetos podían usar un tercero como referente, es decir, una unidad de medida, pudieron comparar objetos que no estaban en el mismo lugar, lo cual significó un avance muy importante en sus actividades cotidianas (Galina, 2008). En este sentido, en educación primaria suelen usarse unidades de medida no estandarizadas vinculadas con lo cotidiano —por ejemplo, pies, gomas de borrar, pasos, palos de helado, etcétera— para medir la longitud de los objetos. Este tipo de unidades permite poner el foco en el proceso de medir y centrarse en el atributo o magnitud medida más que en la unidad específica a utilizar para resolver la actividad dada (Reyes *et al*., 2013). Cuando se propone el uso de unidades no estandarizadas y se observan discrepancias en su uso, en el aula se tensiona la necesidad de usar otras unidades que nos permitan comunicar con claridad nuestros resultados.

Es deseable que el equipo educativo identifique si este proceso está logrado o no en los asistentes al curso. Si esto ya está logrado, no siempre es necesario exponerles a completar todo el proceso de medición para avanzar en el conocimiento de este dominio, a saber: comparación, unidades no estándar, unidades estandarizadas, (Reyes *et al*., 2013). El docente ha de considerar las experiencias vividas por las y los alumnos en su vida y la relación que tengan fuera de la escuela con las unidades de medida y el proceso de medición de magnitudes.

Con las tareas propuestas y las actividades de aula que se presentan en los anexos, se espera que ellos y ellas reconozcan las ventajas de tener más de una unidad de medida común para medir magnitudes y que esta unidad se subdivida en diez partes iguales. De esta manera, se empieza a vincular el sistema de numeración decimal con el sistema métrico decimal, para llegar finalmente a conocer y usar unidades de medida de longitud estandarizadas.

Finalmente, para una buena gestión de las actividades propuestas en cada transición y tarea matemática, se sugiere:

- Iniciar cada actividad cuestionando al alumnado sobre las ideas previas que tienen respecto a los contenidos abordados en la actividad y recordar actividades anteriores que hayan abordado este dominio.
- Dejar espacio para que ellos y ellas propongan y experimenten sus propios procedimientos antes de evaluarlos o de corregir sus desempeños.
- Dialogar constantemente con las personas en formación, monitoreando el trabajo realizado e intencionando la discusión entre pares, sin imponer formas de resolver la tarea.
- Terminar las actividades con una recopilación de las ideas matemáticas esenciales abordadas en cada una, para así sistematizar y justificar lo trabajado y aprendido.

Transiciones para sexto grado

La transición seleccionada para sexto grado está asociada al dominio «geometría» que, según los niveles de desempeño e indicadores del estudio ERCE 2019, se descompone como lo indica la **tabla 5.** Esta secuencia considera el tránsito desde la identificación de cuerpos geométricos y polígonos en el entorno y el uso de las posiciones relativas hacia el cálculo de áreas y perímetros de figuras y la resolución de problemas complejos.

En la **figura 9** se señalan tres tareas matemáticas propuestas para transitar del nivel I al nivel II para el dominio «geometría» en sexto grado. La secuencia inicia con la construcción de ideas matemáticas claves relacionadas con el perímetro y su definición para todo tipo de figuras y luego transita hacia el cálculo del perímetro de polígonos regulares e irregulares.

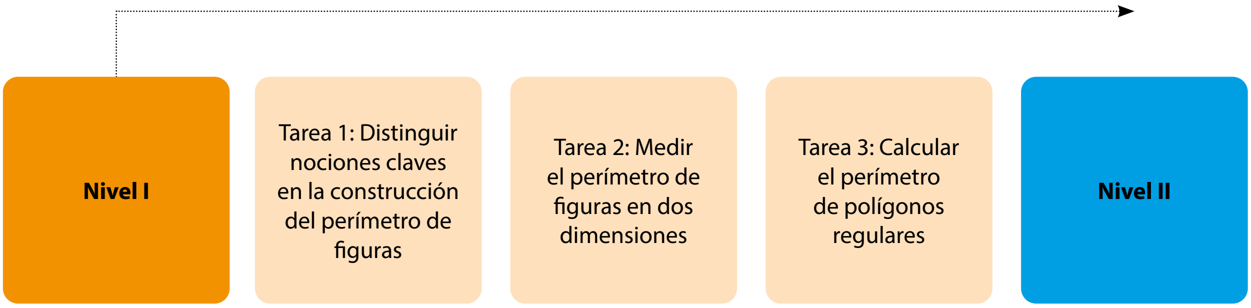
Para esta transición, en los anexos se desarrolla una actividad de aula para trabajar la tarea matemática 1 —distinguir nociones claves en la construcción del perímetro de figuras— con énfasis en el perímetro de las figuras geométricas 2D como medio para comprenderlas. Esto permite transitar de un nivel a otro, ya que la identificación de las características de cuerpos pasa por conocer su forma, y un indicador de aquello

Tabla 5. Niveles de desempeño del estudio ERCE 2019 para el dominio «magnitudes y medidas» en tercer grado.

Nivel	Habilidades necesarias
Nivel I	• Estimar la longitud de objetos del entorno usando unidades de medida no convencionales.
Nivel II	• Identificar unidades de medida o instrumentos más adecuados para medir magnitudes de un objeto o identificar magnitudes medidas por un instrumento.
Nivel III	• Resolver problemas que involucran medidas (por ejemplo, longitudes y masas) de objetos. • Realizar conversiones de medidas que involucren unidades de longitud.
Nivel IV	• Resolver problemas que requieren comparar, medir y estimar magnitudes (masa y longitud) de objetos en situaciones cotidianas. • Realizar conversiones de medidas que involucren unidades de masa.

Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

Figura 9. Secuencia de tareas para transitar desde el nivel I al nivel II en sexto grado para el dominio «geometría».



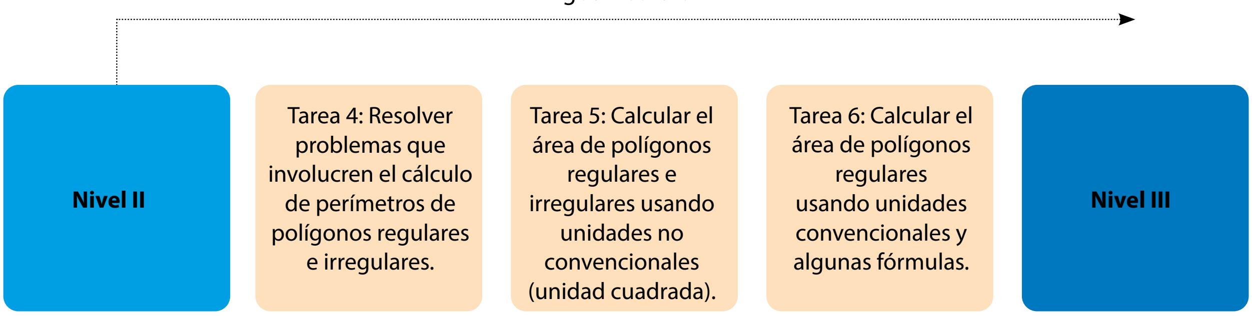
Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

es el perímetro. Además, esto permitirá sentar las bases para la comprensión de la diferencia entre perímetro y área, cuestión que los siguientes niveles exigen ser capaces de explicar.

En la **figura 10** se señalan otras tres tareas para avanzar del nivel II al nivel III en sexto grado, es decir, desde el cálculo de perímetro de figuras regulares e irregulares hacia las ideas centrales asociadas al área de figuras planas.

Para esta transición, en el anexo se considera la tarea matemática 5 —calcular el área de polígonos regulares e irregulares usando unidades no convencionales— que se centra en el cálculo de área por medio de unidades cuadradas. Junto a las otras tareas, se desarrolla una transición al nivel III al ir incorporando la relación entre perímetro y área, aunque de una forma separada. Más adelante, en la transición siguiente, se explorará dicha relación con más detalle.

Figura 10. Secuencia de tareas matemáticas para transitar desde el nivel II al nivel III en sexto grado para el dominio «geometría».



Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

La actividad presentada puede revisarse en la infografía «¿Cómo transitar entre los niveles de desempeño del estudio ERCE 2019 en Matemáticas?»

Finalmente, la tercera transición, del nivel III al nivel IV propone la resolución de problemas asociados a las nociones de área y perímetro y se avanza hacia el establecimiento de relaciones entre ellas. En la **figura 11** se señalan las tareas matemáticas propuestas.

Para esta transición se profundizará en la tarea matemática 9 pues avanza en la profundización de la relación entre perímetro y área. El colectivo estudiantil suele pensar que estas dos magnitudes están directamente relacionadas, y eso lleva a errores conceptuales sobre ellas. Además, las tareas matemáticas que se proponen los preparan para la comprensión de los conceptos de perímetro y área por separado, dejando así las bases establecidas para alcanzar los aprendizajes propuestos en el último nivel.

Ideas clave en las transiciones de sexto grado

Las transiciones propuestas para el dominio «geometría» en este nivel se caracterizan por abordar principalmente las ideas matemáticas de área y perímetro. Es común que el alumnado tenga dificultades al abordar estas ideas (Gómez y Vásquez, 2015; Martínez y Pardo, 2017), que son las primeras en haber sido estudiadas desde el famoso problema de las plazas de Galileo (D'Amore y Fandiño, 2007). Específicamente, una de las dificultades al estudiar estos conocimientos matemáticos se relaciona con la confusión de los conceptos por parte de alumnos y alumnas. Por otra parte, Martínez y Pardo (2017), reportan que estos conceptos se abordan desde la memorización y aplicación de fórmulas, lo que hace que ellos y ellas mecanicen su aplicación y, por lo tanto, carezcan de significado para ellos.

Otra de las dificultades al abordar los conceptos de área y perímetro es la creencia de que la igualdad del área de una figura implica la igualdad de su perímetro (Cayo y Contreras, 2020). D'Amore y Fandiño (2007) advierten que esto se debe a que las y los estudiantes tienen más arraigado el pensamiento numérico que el geométrico, lo que los lleva a pensar que, si dos figuras tienen la misma área, tendrán igual perímetro. Así, Baltar y Comiti (1993) plantean la necesidad de superar la creencia de que la igualdad de área implica igualdad de perímetro, antes de abordar las propiedades relacionadas a las variaciones del área o del perímetro en una misma figura.

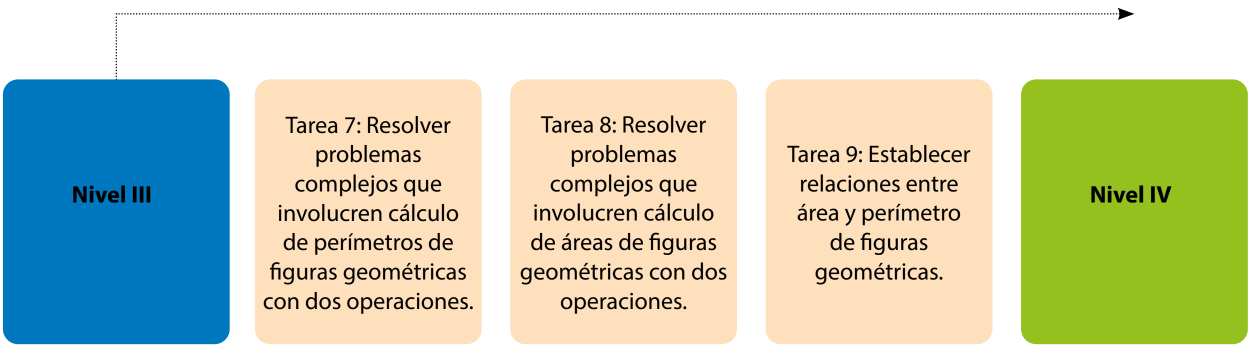
Recuadro 2 **Recurso de apoyo**

Accede a la infografía «Tareas matemáticas para las transiciones para tercer y sexto grado» haciendo clic aquí.

¿Cómo trabajar la brecha de género en el aula de Matemáticas?

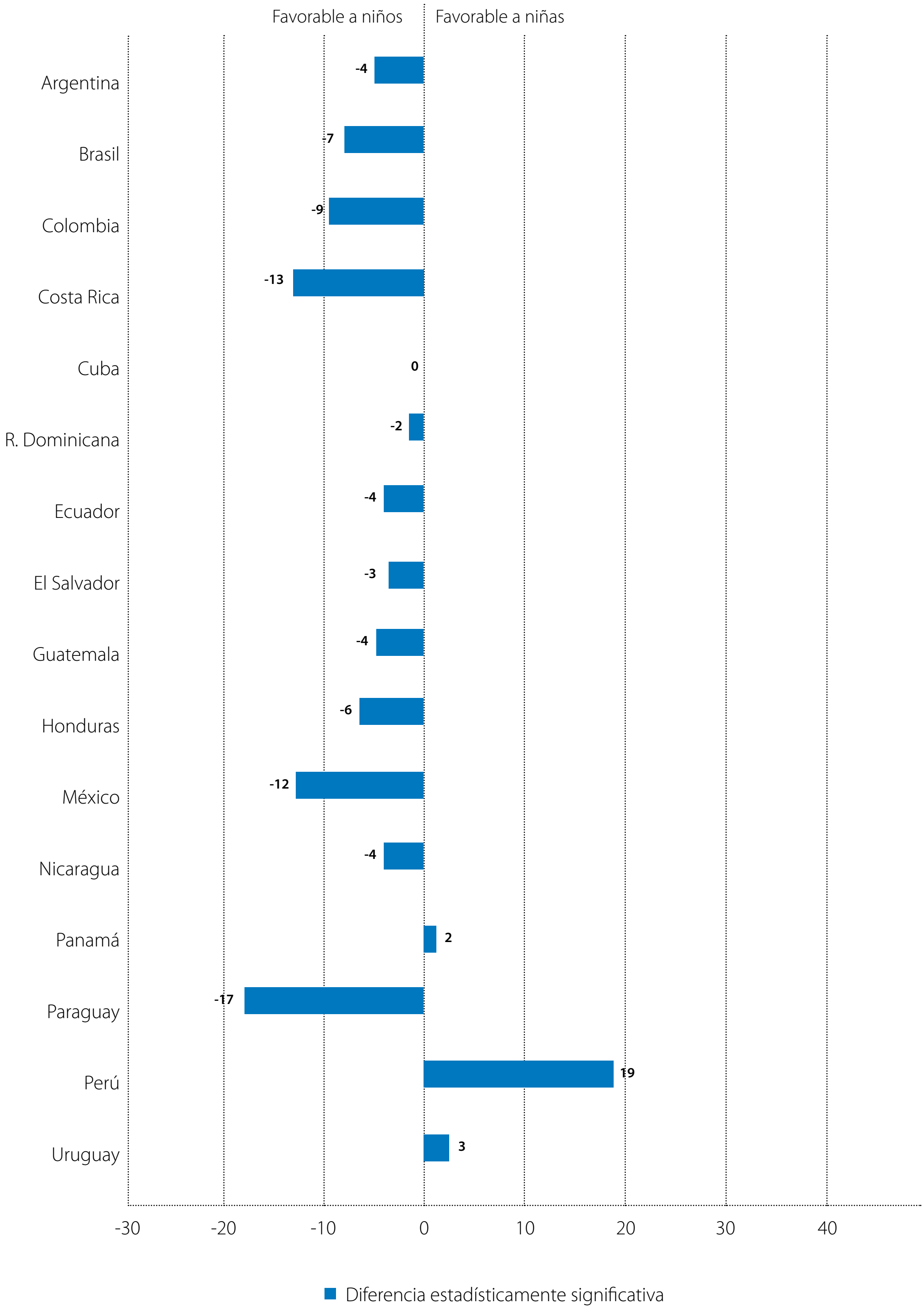
El ODS 4 —educación de calidad— busca garantizar una educación inclusiva y equitativa, donde la figura de las y los docentes, y el enfoque que estos adoptan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es central para determinar la experiencia educativa. Junto con esto, el Objetivo de Desarrollo Sostenible número 5 —igualdad de género— recomienda, para América Latina y el Caribe, facilitar la igualdad de género de niñas y mujeres en el acceso a la educación, ya que esto podría impulsar la economía y las sociedades sostenibles. La **figura 12** da cuenta de los resultados del estudio ERCE 2019 por género en el ámbito de las Matemáticas.

Figura 11. Secuencia de tareas matemáticas para transitar desde el nivel III al nivel IV en sexto grado para el dominio «geometría».



Fuente: Con base en los lineamientos técnicos del ERCE 2019.

Figura 12. Diferencias según sexo de los examinados en Matemática de tercer grado.



Fuente: UNESCO/OREALC, 2021, p. 22.

Como se observa, tanto en los niveles de tercero como sexto básico, la mayoría de los países no presenta diferencias según género en los resultados de Matemáticas. En aquellos países que sí existe una diferencia significativa, estas favorecen a los niños, a excepción de República Dominicana (UNESCO/OREALC, 2021). El escenario descrito en la **figura 12** genera la pregunta respecto de cuáles podrían ser los factores que propician que las niñas obtengan resultados más bajos que los niños en Matemáticas.

A partir del marco ecológico de los factores que influyen en la participación, rendimiento y progreso de niñas y mujeres en áreas de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (UNESCO, 2017), se observa que en el ámbito escolar el profesorado juega un rol fundamental para disminuir las brechas de género en estas áreas. Por otro lado, el estudio ERCE 2019 reveló que diferentes aspectos de la práctica docente están asociados con mejores resultados en las pruebas (UNESCO/OREALC, 2021). Entre estos factores se encuentran las expectativas educativas de las y los profesores, su interés por el bienestar de sus alumnos y alumnas y la organización de la enseñanza.

En particular, resulta fundamental entender el concepto de equidad de género en la educación no solo como la equidad en el acceso a ella, sino también como «una socialización del género que contribuya a la eliminación de las representaciones, imágenes y discursos que reafirman los estereotipos de género en el aula matemática» (Mendoza y Sanhueza, 2018, p. 139). A continuación, se presentan algunas orientaciones para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva de género en el ámbito de la planificación de las clases y las interacciones en el aula y se deja abierta la invitación a la reflexión docente.

¿Cómo incorporar la perspectiva de género en la planificación de clases de Matemáticas?

Según el último estudio ERCE 2019, «los estudiantes alcanzan mayores logros académicos cuando sus docentes desarrollan buenas prácticas de organización de la enseñanza» (UNESCO/OREALC, 2021). Es por esto que la planificación de la enseñanza resulta primordial para abordar las desigualdades de género presentes en el contenido matemático, en las tareas y materiales utilizados, y en las metodologías de aprendizaje.

Sin embargo, a pesar de que niños y niñas comparten las mismas aulas de aprendizaje, sigue existiendo una baja representación de mujeres en áreas profesionales en que la matemática está altamente presente.

Diferentes investigaciones han señalado que los niños tienen un mejor desempeño que las niñas en tareas que involucran habilidades espaciales (Zander *et al*., 2020). Otros estudios han identificado que el desarrollo de este tipo de habilidades —junto con el desarrollo del lenguaje escrito— puede predecir un buen desempeño en matemáticas (Zhang *et al*., 2014); por ello, se ha buscado incluir el uso de material manipulativo y aplicaciones digitales en la enseñanza y se ha observado que esto favorece la motivación de las niñas en cómo desarrollan tareas que involucran la rotación mental de figuras planas y cuerpos geométricos (Zander *et al*., 2020). Los estudios advierten la importancia de generar oportunidades de aprendizaje en que las niñas puedan rotar y explorar a su propio ritmo las figuras geométricas, ya que esto podría representar un formato de instrucción estimulante para compensar la desmotivación y frustración frente a tareas geométricas no manipulativas.

En cuanto a los recursos didácticos, Covacevich y Quintela (2014) consideran fundamental que el profesorado adecue sus prácticas sobre la utilización de los textos escolares en el aula desde una perspectiva de género. Esto implica promover una representación cuantitativa y cualitativa de personajes en los libros de textos y en las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La representación cuantitativa refiere a una representación igualitaria tanto de personajes femeninos como masculinos, mientras que la representación cualitativa, refiere a desafiar los estereotipos de género en cuanto a los contextos socioculturales en los que se sitúan los personajes. Por ejemplo, que los roles de cuidado no estén solo representados por mujeres o niñas, y que los roles científicos no estén solo representados por hombres o niños.

En lo que respecta a las metodologías de aprendizaje, Kogan y Laursen (2014) observaron que las metodologías de aprendizaje activo tienen un impacto positivo en mujeres y grupos minoritarios en la enseñanza de la matemática. Según Braun *et al*. (2017) el aprendizaje activo se entiende como aquellas prácticas en que el estudiantado se involucra en diversas actividades que promuevan el pensamiento de orden superior, entre las cuales pueden encontrarse:

- Pensar y compartir en pareja *(think-pair-share)*: esta técnica supone que el o la docente proporcione una tarea a las y los asistentes al curso que debe ser resuelta de manera individual en un determinado tiempo (*think*/pensar), luego el estudiante debe comparar su resolución con un compañero cercano (*pair*/pareja), para finalmente poner en común la resolución del problema ya sea en grupos o con toda la clase (*share*/compartir). En esta última etapa debe cuidarse que no sean siempre niños quienes compartan.
- Sistema de respuesta en el aula *(clickers)*: sistema de votación en el aula que involucra la participación ya sea mediante algún dispositivo tecnológico o bien con algún tipo de cartas para votar.
- Aprendizaje basado en la indagación: alumnos y alumnas pasan el tiempo de clase trabajando en conjuntos de problemas —individualmente o en grupos— presentando soluciones o pruebas a la clase, y recibiendo comentarios de sus compañeros o compañeras.

Estas metodologías centradas en la población estudiantil han mostrado ser beneficiosas para el desarrollo de habilidades matemáticas, y para estudiantes con diferentes niveles de habilidad (Lerkkanen *et al*., 2016). Se ha de tener en cuenta, sin embargo, que los liderazgos han de ser equilibrados entre niños y niñas, incentivando a estas últimas a tomar este tipo de roles.

¿Cómo incorporar la perspectiva de género en el aula de Matemáticas?

En el informe del estudio ERCE 2019 se observó que «los estudiantes alcanzan mayores aprendizajes cuando sus docentes los apoyan pedagógicamente activando su curiosidad, proveyendo andamiaje e implementando prácticas que permitan profundizar los conocimientos de cada una de las disciplinas evaluadas» (UNESCO, 2021). Desde una perspectiva de género, Evans (1998) sugiere que la generación de actividades y dinámicas poco usuales en el aula que permitan desafiar los roles de género tradicionales podría permitir al alumnado reflexionar sobre las creencias y estereotipos asociados a la matemática.

En esta línea, resulta esencial validar y promover la diversidad en la construcción del conocimiento matemático. Farfán y Farfán (2017) exponen que las niñas tienden a resolver problemas fuera de lo convencional, por lo general utilizando formas gráficas, mientras que los niños tienden a responder con un discurso matemático escolar «estandarizado» mediante el uso de algoritmos. Notar estas diferencias debe llevar al profesorado a generar oportunidades para trabajar de diferentes formas con múltiples representaciones en el desarrollo de las actividades y tareas matemáticas.

Espinoza y Taut (2016, p. 3) exponen que «las prácticas pedagógicas no son neutras respecto del género, pues existen diferencias en las interacciones cotidianas que se presentan en el aula». Diversos estudios observan que las interacciones entre docentes y estudiantes en el aula de Matemáticas son diferentes en cuanto a calidad y cantidad, desfavoreciendo a las niñas (Espinoza y Taut, 2016 y 2020; Ortega *et al*., 2021). A partir de esto, se recomienda que los docentes sean conscientes de la distribución de turnos de palabra que otorgan en clases, que distribuyan equitativamente las interacciones personalizadas, y que planteen preguntas desafiantes y de orden cognitivo superior de forma igualitaria (preguntas que comiencen con un por qué o un cómo). Junto con esto, resulta importante que el cuerpo docente no solo distribuya las interacciones en función del género, sino también en función del rendimiento académico, ya que se ha observado que aquellos estudiantes con bajo rendimiento interactúan menos, lo que podría acrecentar la brecha cuando hablamos de niñas con rendimiento bajo-medio en Matemáticas (Ortega *et al*., 2020).

Finalmente, resulta fundamental el uso de lenguaje no sexista en el aula de clases, pues se ha observado que el lenguaje en el aula suele ser altamente masculinizado (Flores, 2007). En base a esto, se debe promover el uso de un «lenguaje que exprese y que no juzgue» a los estudiantes (UNESCO, 2016, p. 87). Es decir, el profesorado debe comunicarse con sus alumnos y alumnas sin asociar o presuponer ciertas características o habilidades según su género. Esto implica evitar, por ejemplo, asumir que a las niñas no les interesan las matemáticas o que los niños son «naturalmente» mejores para ellas.

Como docente de Matemáticas, ¿qué debo reflexionar para incorporar la perspectiva de género en mis clases?

Espinoza y Taut (2016) exponen que el cuerpo docente presenta prácticas sesgadas de enseñanza, pese a que declaren tener un trato equitativo hacia niñas y niños. Se trata de prácticas de las que no siempre son conscientes. Las autoras advierten que profesores o profesoras:

> A través de sus interacciones diferenciadas en el aula, transmiten a las estudiantes de manera fundamentalmente implícita menores expectativas respecto de su interés, motivación y aprendizaje en la clase de Matemáticas, lo cual impactaría en sus actitudes y patrones de conducta en la sala de clases, generando una profecía autocumplida (pp. 11 y 12).

Por tanto, es recomendable que quienes enseñen Matemáticas participen de procesos de discusión y comprensión de las creencias que poseen respecto a la matemática y a cómo la relacionan con el género de sus alumnos y alumnas.

En esta línea, Levi (2000) identifica tres posibles roles de docentes que declaran su preocupación por la equidad de género en el aula:

- Aquellos que ofrecen igualdad de oportunidades y respetan las diferencias.
- Aquellos que garantizan que niñas y niños tengan las mismas experiencias.
- Aquellos que intentan compensar las diferencias de género.

A continuación, en la **tabla 6**, se detallan características y acciones para cada uno de estos roles.

Cada uno de estos roles tiene ventajas y limitaciones en su actuar, por lo que Levi (2000) expresa que este es un problema complejo que debe abordarse, primero, mediante la reflexión de maestros y maestras sobre sus creencias. Flores (2007) identifica que las representaciones de género de profesores y profesoras presentes en clases de Matemáticas involucran las creencias del profesorado, sus expectativas, actitudes, valores y opiniones respecto a las capacidades y habilidades matemáticas de sus estudiantes. En sintonía, Heyder *et al*. (2019) observan que la brecha de género respecto a la motivación de alumnos y alumnas sobre la matemática podría deberse a las creencias del personal docente sobre sus aptitudes.

Tabla 6. Roles de género en clases de Matemáticas

Rol de género del docente	Características
Ofrecer igualdad de oportunidades y respetar las diferencias	• Ofrecen igualdad de oportunidades y respetan las diferencias en el aula. • Piensan que el mayor problema de la desigualdad de género en Matemáticas es que la sociedad tiende a valorar más las actividades en las que participan los hombres que las mujeres. • Enseñan a los niños a valorar diferentes tipos de habilidades e intereses. • No ponen atención en que los chicos tiendan a participar y destacar en Matemáticas y las chicas elijan otras áreas. • Trabajan por la equidad de género en este sistema de creencias, lo que significa trabajar para aumentar el valor de los campos que suelen estar dominados por las mujeres.
Garantizar que niñas y niños tengan las mismas experiencias	• Tratan a niños y niñas por igual. • Garantizan que las niñas y los niños tengan las mismas oportunidades en el aula. • Controlan las interacciones en el aula para distribuirlas de manera equitativa. • Incluyen el mismo número de nombres femeninos y masculinos en sus tareas. • Rotan a los niños y las niñas en diferentes papeles asignados en las tareas para que todos tengan la misma experiencia. • Controlan su comportamiento y creencias, porque si no lo hacen caen en estereotipos.
Intentar compensar las diferencias de género en la sociedad	• Tratan a las niñas de manera diferente a los niños con la finalidad de compensar las desigualdades de género en la sociedad. • Se esfuerzan conscientemente en promover el interés por las Matemáticas en las niñas. • Eligen específicamente libros con personajes cuyas personalidades, pasatiempos u ocupaciones no coinciden con las normas de género. • Discuten los estereotipos de género y su relación con la elección de profesiones. • Promueven el trabajo en grupos mixtos y desafían los estereotipos de género en el alumnado. • Trabajan para ayudar a los niños a superar las actitudes negativas de la sociedad hacia las áreas en las que los varones no suelen destacar.

Fuente: Con base en Levi, 2000.

Por otro lado, Ramírez *et al*. (2019) observan que, en cuanto a las representaciones sociales de género, las actitudes del profesorado depende de su propia crianza y de su entorno cultural, por lo que resulta primordial generar espacios de reflexión entre maestros y maestras de diferentes edades, trayectorias profesionales y contextos para discutir sobre temas de género presentes en la educación matemática. Se destaca que el género del profesor o profesora parece ser una variable que no marca diferencia positiva o negativa en el aula, lo que lleva a pensar que las representaciones sociales del género en el contexto de la educación matemática son compartidas por todos y todas. También se ha observado que, si bien el cuerpo docente es consciente de las desigualdades de género y evitan generar diferencias en el aula entre niños y niñas, continúan asociando ciertas conductas estereotipadas a sus estudiantes (niños inquietos/niñas tranquilas).

Así, junto con generar instancias de reflexión personales y compartidas, Flores (2007) plantea que una buena estrategia para monitorear los estereotipos de género presentes en el aula es el análisis de las clases entre maestros y maestras. Esta idea puede desarrollarse grabando las clases para luego analizarlas, o bien invitando a algún colega a observar las clases. Ambos escenarios permiten observar desde otro punto de vista el quehacer docente en clases de Matemáticas.

En síntesis, para disminuir el sesgo de género en las clases de Matemáticas, se proponen las siguientes orientaciones:

- Reflexionar entre el profesorado sobre las creencias respecto del género y las matemáticas y sobre las explicaciones que se dan a los resultados diferentes de niños y niñas.
- Ser muy conscientes de dar las mismas oportunidades de participar a niños y niñas, y de que la calidad de las preguntas realizadas a ellos y ellas sea la misma, procurando hacer intervenciones desafiantes en todos los casos (por ejemplo, preguntar ¿por qué? ¿se podría resolver de otra manera?).
- Incluir ejemplos y problemas donde se represente a personas de ambos géneros en situaciones que desafíen los estereotipos.
- Observar clases de otros colegas con tal de verificar si se está dando el mismo número y tipo de oportunidades de participación.
- Utilizar material físico para los aprendizajes que requieren el desarrollo de habilidades espaciales y promover el respeto y la tolerancia por los distintos ritmos de trabajo en la resolución de problemas matemáticos.

Recuadro 3 **Brecha de género**

Accede a la cápsula «¿Cómo abordar la brecha de género en el aula de Matemática» haciendo clic aquí.

Referencias

Baltar, P., y Comiti, C. 1993. Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles. *Petit*, Vol. 34, pp. 5-29.

Beltrán, P., y Martínez, S. 2021. Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma*, Vol. 98, pp. 11-21.

Boaler, J., y Staples, M. 2008. Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School. *Teachers College Record,* Vol. 110, Núm. 3, pp. 608-645.

Boerst, T., Sleep, L., Ball, D. L., y Bass, H. 2011. Preparing Teachers to Lead Mathematics Discussions. *Teachers College Records*, Vol. 113, Núm. 12, pp. 2844-2877.

Braun, B., Bremser, P., Duval, A. M., Lockwood, E., y White, D. 2017. What does Active Learning Mean for Mathematicians. *Notices of the AMS*, Vol. 64, Núm. 2, pp. 124-129. Disponible en https://bit.ly/46B1SFG.

Carrillo, J., Contreras, L. C., y Zakaryan, D. 2013. Avance de un modelo de relaciones entre las oportunidades de aprendizaje y la competencia matemática. *Bolema,* Vol. 27, Núm. 47, pp. 779-804.

Cázares, M. de J., Páez, D., y Pérez, M. G. 2020. Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas. *Educación matemática*, Vol. 32, Núm. 1, pp. 221-240. DOI: 10.24844/em3201.10.

Cazden, C. B. 1991. *El discurso en el aula: El lenguaje de la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona, Paidós.

CIAE, INEE y MINEDUC. 2018. *Manual Promate. Pauta de observación de clases de Matemáticas impartidas por profesores principiantes*. México.

Cayo, H. C., y Contreras, L. C. 2020. Algunos elementos claves del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas para la gestión de las relaciones área-perímetro. *Educación matemática*, Vol. 32, Núm. 2, pp. 39-68.

Cornejo, C. 2011. *Niveles comunicativos del profesorado: un estudio desde las prácticas y las concepciones* [Tesis de Licenciatura en Educación General Básica con mención en Matemática y Ciencias, Universidad de Santiago de Chile].

Covacevich, C., y Quintela, G. 2014. *Desigualdad de género, el currículo oculto en textos escolares chilenos*. Banco Interamericano de Desarrollo. Disponible en https://bit.ly/3FniPaD.

Chapin, S. H., O'Connor, C. y Anderson, N. C. 2009. *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Student Learn*, 2da ed. Grade K-6. Michigan, Math Solutions.

D'Amore, B. y Fandiño, M. 2007. Relaciones entre área y perímetro: Convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 10, pp. 39-68.

Donoso, E., Valdés, R., y Cisternas, P. 2020. Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos. *Páginas de Educación*, Vol. 13, Núm. 1, pp. 82-106. DOI: 10.22235/pe.v13i1.1920.

Espinoza, A. M., y Taut, S. 2016. El rol del género en las interacciones pedagógicas de aulas de matemática chilenas. *Psykhe*, *Revista de la Escuela de Psicología*, Vol. 25, Núm. 2, pp. 1-18. Disponible en https://bit.ly/3Qu3gEe.

—. 2020. Gender and psychological variables as key factors in mathematics learning: A study of seventh graders in Chile. *International Journal of Educational Research*, Vol. 103. DOI: 10.1016/j.ijer.2020.101611.

Evans, J. 1998. «Princesses are not Into War 'n Things, They Always Scream and Run Off»: Exploring Gender Stereotypes in Picture Books. *Reading*, Vol. 32, Núm. 3, pp. 5-11. DOI: 10.1111/1467-9345.00091.

Farfán, C., y Farfán, R.M. 2017. *Matemática educativa y (perspectiva de) género como categoría transversal desde el enfoque socioepistemológico*. XXIV Coloquio internacional de Estudios de Género Ciencia. Disponible en https://bit.ly/3MdOmzq.

Felmer, P., Pehkonen, E., y Kilpatrick, J. 2016. *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives*. Cham, Springer.

Ferrer, M., Fortuny, J. M., y Morera, L. 2014. Efectos de la actuación docente en la generación de oportunidades de aprendizaje matemático. *Enseñanza de las Ciencias,* Vol. 32, Núm. 3, pp. 385-405.

Flores, P., y Rico, L. 2015. *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria*. Madrid, Pirámide.

Flores, R. 2007. Representaciones de género de profesores y profesoras de Matemática, y su incidencia en los resultados académicos de alumnos y alumnas. *Revista Iberoamericana de Educación*, Vol. 43, pp. 103-118. DOI: 10.35362/rie430753.

Forero, A. 2008. Interacción y discurso en la clase de Matemáticas. *Universitas Psychologica*, Vol. 7, Núm. 3, pp. 787-806.

Galina, E. 2008. *Medida, geometría y el proceso de medir*. Argentina, Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba.

Gómez, T., y Vásquez, K. 2015. Área y perímetro de cuadriláteros en estudiantes colombianos. A. Scott, y A. Ruiz (eds.), *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, CIAEM, pp. 1-9.

Heyder, A., Steinmayr, R., y Kessels, U. 2019. Do Teachers' Beliefs About Math Aptitude and Brilliance Explain Gender Differences in Children's Math Ability Self-Concept? *In Frontiers in Education,* Vol. 4, Núm. 34. DOI: 10.3389/feduc.2019.00034.

Jiménez, A., Suárez, N., y Galindo, S. M. 2010. La comunicación: Eje en la clase de Matemáticas. *Praxis y Saber,* Vol. 1, Núm. 2, pp. 173-202.

Kogan, M., y Laursen, S. L. 2014. Assessing Long-Term Effects of Inquiry-based learning: A Case Study From College Mathematics. *Innovative higher education*, Vol. 39, Núm. 3, pp. 183-199. DOI: 10.1007/s10755-013-9269-9.

Lee, J. F. 2010. Exploring Kindergarten Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, Vol. 42, Núm. 1, pp. 27-41

Lerkkanen, M. K., Kiuru, N., Pakarinen, E., Poikkeus, A. M., Rasku-Puttonen, H., Siekkinen, M., y Nurmi, J. E. 2016. Child-centered Versus Teacher-Directed Teaching Practices: Associations with the Development of Academic Skills in the First Grade at School. *Early Childhood Research Quarterly*, Vol. 36, pp. 145-156. DOI: 10.1016/j.ecresq.2015.12.023.

Levi, L. 2000. Research, Reflection, Practice: Gender Equity in Mathematics Education. *Teaching Children Mathematics*, Vol. 7, Núm. 2, pp. 101-105.

Ma, L. 2010. *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales: La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE. UU*. Santiago de Chile, Academia Chilena de Ciencias.

Martínez, M., y Pardo, S. 2017. Concepciones de estudiantes de educación básica sobre perímetro y área. *Eco matemático*, Vol. 8, Núm. 1, pp. 71-80

Mortimer, E., y Scott, P. 2003. *Meaning Making in Secondary Science Classrooms*. Berkshire, Open University Press

Mendoza, I., y Sanhueza, S. 2018. Percepciones de equidad de género en las/os futuras/os profesoras/es. *Revista Ex æquo*, Vol. 37, pp. 129-142. DOI: 10.22355/exaequo.2018.37.09.

Ortega, L., Treviño, E., y Gelber, D. 2021. The Inclusion of Girls in Chilean Mathematics Classrooms: Gender Bias in Teacher-Student Interaction Networks. *Journal for the Study of Education and Development*, Vol. 44, Núm. 3, pp. 623-674. DOI: 10.1080/02103702.2020.1773064.

Perdomo-Díaz, J., y Felmer, P. 2017. El taller RPaula: Activando la resolución de problemas en las aulas. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, Vol. 21, Núm. 2, pp. 425-444.

Pino, L. R., Báez, D. I., Molina, J. G., y Hernández, E. 2020. Criterios utilizados por profesores de Matemáticas para el planteamiento de problemas en el aula. *Uniciencia*, Vol. 34, Núm. 2, pp. 114-137. DOI: 10.15359/ru.34-2.7.

Piñeiro, J. L., y Vásquez, C. 2019. Un estudio exploratorio a las tensiones en los criterios de selección de problemas en profesores de educación primaria. *Educar em Revista*, Vol. 35, Núm. 78, pp. 65-84.

Polya, G. 1965. *Cómo plantear y resolver problemas*. México, Trillas.

Ponte, J. P. 2005. *Gestão curricular em Matemática.* GTI (ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34), Lisboa, APM.

Quaranta, M. E., y Wolman, S. 2003. Discusiones en las clases de Matemática: Qué, para qué y cómo se discute. M. Panizza (coord.), *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Buenos Aires, Paidós.

Radovic, D., y Preiss, D. 2010. Patrones de discurso observados en el aula de matemática de segundo ciclo básico en Chile. *PSYKHE*, Vol. 19, Núm. 2, pp. 65-79.

Ramírez, M., Cabezas, F., Parada Muñoz, E., Quintrileo, C., y Duarte, R. 2019. «Ser femenina, ser delicada, ser madre». Representaciones sociales de género del profesorado: Un estudio cualitativo. *Páginas de Educación*, Vol. 12, Núm. 2, pp. 124-139. DOI: 10.22235/pe.v12i2.1869.

Reyes, C., Dissett, L., y Gormaz, R. 2013. *Geometría: Para futuros profesores de educación básica*. Chile, Ediciones SM.

Rodríguez, L. E., García, L., y Lozano, M. 2015. El método de proyecto para la formulación de problemas matemáticos. *Atenas,* Vol. 4, Núm. 32, pp. 100-112.

Rojas, F. 2011. *Instrumentos discursivos para caracterizar la comunicación del profesor en el aula de Matemáticas y las posibilidades de participación de los estudiantes*. Recife, CIAEM 13.

Smith, M. S., y Stein, M. K. 1998. Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School,* Vol. 3, Núm. 5, pp. 344-349.

—. 2011. *5 Practices for Orchestraiting Productive Mathematicas Discussions*. National Council of Teachers of Mathematics.

Scott, P., Mortimer, E., y Aguiar, O. 2006. The Tension Between Authoritative and Dialogic Discourse: A Fundamental Characteristic of Meaning Making Interactions in High School Science Lessons. *Science Education*, Vol. 90, 605-631.

Solar, H., Goizueta, M., y Howard, S. 2022. Emergencia de patrones de interacción al promover la argumentación en el aula de Matemáticas. *Educación Matemática,* Vol. 34, Núm. 3, pp. 132-162.

Solar, H., Goizueta, M., Howard, S., y Rojas, F. 2017. La argumentación en el aula de Matemáticas. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas,* Vol. 78, pp. 49-56.

Solar, H., y Deulofeu, J. 2016. Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de Matemáticas. *Bolema,* Vol. 30, Núm. 56, pp. 1092-1112.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., y Silver, E. A. 2009. *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*, 2da ed. Nueva York, Teachers College Press.

Stigler, J. W., y Hiebert, J. 2004. Improving Mathematics Teaching. *Educational Leadership,* Vol. 61, Núm. 5, pp. 12-16.

Sullivan, P., Clarke, D., y Clarke, B. 2013. *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning*. Nueva York, Springer.

UNESCO. 2016. *Guía para la igualdad de género en las políticas y prácticas de la formación docente*. Disponible en https://bit.ly/45Dl6ck.

—. 2017. *Cracking the Code: Girls' and Women's Education in Science, Technology, Engineering, and Mathematics*. Paris, UNESCO. Disponible en https://bit.ly/45H7Qn1.

UNESCO/OREALC. 2020. *¿Qué se espera que aprendan los estudiantes de América Latina y el Caribe? Análisis curricular del Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019)*. Disponible en https://bit.ly/45CUIVA.

—. 2021. *Los aprendizajes fundamentales en América Latina y el Caribe: Evaluación de logros de los estudiantes Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019) - Resumen ejecutivo*. Disponible en https://bit.ly/3M9HWBg.

—. 2022. *El estudio ERCE 2019 y los niveles de aprendizaje en Matemáticas ¿Qué nos dicen y cómo usarlos para mejorar los aprendizajes de los estudiantes?* Disponible en https://bit.ly/3S7gf01.

Wood, T. 1998. Alternative patterns of communication in mathematics classes: ¿Funneling or focusing? H. Steinbring, M. G. Bartolini-Bussi y A. Sierpinska (eds.), *Language and communication in mathematics classroom,* National Council of Teachers of Mathematics, pp. 167-178.

Zamora-Araya, J. 2020. Las actitudes hacia la matemática, el desarrollo social, el nivel educativo de la madre y la autoeficacia como factores asociados al rendimiento académico en la matemática. *Uniciencia*, Vol. 34 Núm. 1, pp. 74-87. DOI: 10.15359/ru.34-1.5.

Zander, S., Montag, M., Wetzel, S., y Bertel, S. 2020. A Gender Issue?: How Touch-Based Interactions with Dynamic Spatial Objects Support Performance and Motivation of Secondary School Students. *Computers and Education*, Vol. 143. DOI: 10.1016/j.compedu.2019.103677.

Zhang, X., Koponen, T., Räsänen, P., Aunola, K., Lerkkanen, M. K., y Nurmi, J. E. 2014. Linguistic and Spatial Skills Predict Early Arithmetic Development via Counting Sequence Knowledge. *Child development*, Vol. 85, Núm. 3, 1091-1107. DOI: 10.1111/cdev.12173.