THE MONTY HALL GAME: UNA PROPUESTA DE MOBILE LEARNING PARA EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD

THE MONTY HALL GAME: A PROPOSAL OF MOBILE LEARNING FOR THE LEARNING OF PROBABILITY

Sergio García Escrich <sergio.garciaescrich@estudiante.uam.es>
Estudiante de Doctorado en Educación.
Universidad Autónoma de Madrid
Benjamín García Gigante <benjamin.garcia@uam.es>
Profesor Titular de Universidad de Didáctica de la Matemática. Departamento de Didácticas Específicas.
Universidad Autónoma de Madrid
Melchor Gómez García <melchor.gomez@uam.es>
Profesor de Tecnología Educativa.
Universidad Autónoma de Madrid

Resumen
La probabilidad es uno de los contenidos más complejos de aprender en Educación Primaria y Secundaria, debido al elevado grado de abstracción que requiere su asimilación. En este sentido, la experimentación y las paradojas se presentan como una manera de aproximar el conocimiento probabilístico al alumnado a través de la resolución de problemas. Por ello, en este artículo, presentamos un análisis didáctico del problema de Monty Hall, una de las paradojas sobre probabilidad más conocidas, revisando los contenidos que en él se trabajan y realizando una propuesta didáctica de experimentación del dilema que plantea, a través del Mobile Learning, para Educación Primaria y Secundaria, mediante la aplicación The Monty Hall Game, desarrollada por Physical Code.
Palabras Clave*: Probabilidad, Mobile Learning, Educación Primaria, Educación Secundaria, Resolución de problemas.*

Abstract
Probability is one of the most complex contents for learning in Primary and Secondary Education due to the high degree of abstraction that it requires to be assimilated. In this sense, experimentation and paradoxes are presented as a way to approximate the probabilistic knowledge to students through problem solving. Therefore, in this paper it is shown a didactic analysis of the Monty Hall problem, one of the best-known paradoxes of probability, reviewing the contents therein working and performing an experimental didactic proposal of the dilemma through Mobile Learning, for Primary and Secondary Education, by The Monty Hall Game app, developed by Physical Code.
Keywords*: Probability, Mobile Learning, Primary Education, Secondary Education, Problem Solving.*

1. Introducción

El problema de Monty Hall, también conocido como la paradoja o el dilema de Monty Hall, es, muy posiblemente, el problema matemático-recreativo de probabilidad más conocido que existe junto con *El dilema de los tres prisioneros*, propuesto por Martin Gardner en 1959. Debe su nombre a Monty Hall, presentador del concurso televisivo *Let's Make a Deal*, emitido entre 1963 y 1986 en EEUU (Batanero, Fernandes y Contreras, 2009). En este concurso se presentaban tres puertas al concursante, de las cuales dos ocultaban cabras y una, un coche. El concursante comenzaba eligiendo una puerta, tras lo cual, el presentador, conocedor de lo que se ocultaba detrás cada una de ellas, abría una tras la que había una cabra, preguntando al concursante si deseaba mantener su elección inicial o cambiarla por la otra puerta que seguía cerrada. Este dilema motivó que, a partir de 1975, muchos matemáticos tratasen de encontrar una estrategia ganadora, lo que le dio al concurso la fama de la que goza hoy día (Batanero, *et.al*., 2009).

En la actualidad, la solución a este dilema es harto conocida y, en lo que a Educación respecta, varios autores han escrito sobre este problema como recurso didáctico para la enseñaza de la probabilidad. Sin embargo, la Educación está en continuo cambio y la irrupción de las TIC en la enseñanza y el progresivo aumento de su impacto educativo es prueba de ello (Osorio, Suárez y Uribe, 2013). Por ello, el presente artículo se centra en un tratamiento didáctico del problema de Monty Hall mediante Mobile Learning a partir de la aplicación *The Monty Hall Game*, desarrollada por Physical Code y disponible para dispositivos móviles con sistema operativo Android. El objetivo principal es ofrecer, a la comunidad educativa, una propuesta pedagógica sobre la enseñanza de la probabilidad a través de las TIC para Educación Primaria y Secundaria, a fin de contribuir al desarrollo de las Competencias del alumnado a través de la resolución de problemas, dado que las paradojas constituyen un estimulante para la reflexión y el desarrollo del pensamiento matemático (Mason, Burton y Stacey, 1988; Agnelli y Peparelli, 2011), con miras a la adquisición posterior de contenidos de mayor complejidad, como los modelos probabilísticos (Serrano, Ortiz y Rodríguez, 2009).

Para abordar nuestro cometido, comenzaremos con una revisión de los contenidos y aspectos relacionados con la probabilidad, implícitos en el problema, que continuaremos con la introducción de nuestra propuesta justificando el porqué de la aplicación móvil seleccionada para la misma, sus aportaciones al aprendizaje del alumnado y las ventajas didácticas deducidas del trabajo con ella. Tras ello, procederemos con la descripción de la propuesta didáctica propiamente dicha, finalizando con las proyecciones que tanto el problema de Monty Hall como el planteamiento metodológico presentado en este artículo pueden tener tanto en la investigación del aprendizaje de la probabilidad como en la de la implementación de las TIC en la Educación Matemática.

2. Contenidos probabilísticos implícitos en el problema de Monty Hall

No podríamos empezar esta revisión de contenidos presentes en el problema de Monty Hall sin comenzar citando la probabilidad condicionada, pues es el contenido en el que está basada la resolución del dilema que plantea (Batanero, *et. al*., 2009; Contreras, 2011). Este contenido, a pesar de que su significado es fácil de entender, es uno de los más difíciles de aplicar, razón por la que no se trata hasta el segundo ciclo de Educación Secundaria (MEC, 2007; Batanero, 2013). Sin embargo, para abordar este problema no es necesario conocer nada acerca de la probabilidad condicionada ni de su modelo, pues podemos resolverlo intuitivamente a partir de la reflexión sobre el conteo, contenido base del cálculo de probabilidades y del propio aprendizaje de las matemáticas, como muestra el ejemplo que presentamos a continuación:

Teniendo en cuenta que de las tres puertas presentadas, una oculta el coche del premio y las otras dos, cabras, la probabilidad de elegir al inicio la puerta del coche es de 1/3 y de 2/3 la de elegir una de las que ocultan una cabra, es decir, el doble que la de elegir la puerta que oculta el coche (pues hay dos puertas de este tipo). Tras conocer de la mano del presentador una de las puertas que contiene una cabra, lo más probable es que la puerta que hayamos escogido inicialmente contenga la otra cabra, por tanto, considerando esto, cambiando la puerta seleccionada inicialmente ganaremos el coche.

Por tanto, de acuerdo con este razonamiento, manteniendo la puerta escogida inicialmente tendremos una probabilidad de ganar de 1/3 (la probabilidad que teníamos de elegir la puerta del coche al inicio del juego) y de 2/3 la de perder. Sin embargo, cambiando la puerta escogida inicialmente, la probabilidad de ganar será de 2/3 y de 1/3 la de perder.

Esta resolución intuitiva muestra cómo el problema de Monty Hall contribuye al desarrollo del pensamiento matemático, que se sustenta en la reflexión sobre la propia experiencia y los conocimientos que se poseen para resolver situaciones problemáticas que se nos presentan en la práctica (Mason, *et*. *al*., 1988), y que tan importante resulta para el desarrollo de la Competencia Matemática. Al mismo tiempo, con ello, sentamos las bases para el trabajo formal de la probabilidad condicionada, que ya se ha puesto en práctica a través de esta resolución aunque no se haya hecho una referencia explícita al modelo, pues la mejor manera de aprender matemáticas es a través de las conclusiones obtenidas de aplicar lo que ya sabe a nuevas situaciones (Isoda y Katagiri, 2012). A continuación presentamos un ejemplo de solución formal aplicando la probabilidad condicionada (Batanero, *et*, *al*., 2009):

Identificados los siguientes sucesos:

A: El jugador selecciona al inicio la puerta que contiene el coche.

B: El jugador selecciona al inicio una puerta que contiene una cabra.

C: El jugador gana el coche.

Calculamos la probabilidad de ganar el coche P(C):

$$P(C) = P((C \cap A) \cup (C \cap B) = P(C \cap A) + P(C \cap B) = P(C/A)P(A) + P(C/B)P(B)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que, por aplicación de la Regla de Laplace, $P(A) = 1/3$ y $P(B) = 2/3$, pues hay una sola puerta que oculta un coche y dos, que ocultan cabras, calculamos la probabilidad de ganar en función de la estrategia del jugador:

<u>Jugador que nunca cambia</u>: En este caso ($P(C/A) = 1$ y $P(C/B) = 0$. Por lo tanto, $P(C) = 1/3$.

<u>Jugador que siempre cambia</u>: En este caso $P(C/A) = 0$ y $P(C/B) = 1$. Por donde, $P(C) = 2/3$.

Además de la probabilidad condicionada, el problema de Monty Hall también nos permite trabajar los siguientes aspectos:

- <u>El concepto de probabilidad</u>: De acuerdo con la experiencia docente, la Regla de Laplace distorsiona la percepción que el alumnado tiene de la probabilidad y le dificulta la comprensión de su significado. Por ello, el problema de Monty Hall puede mostrar a los alumnos que la probabilidad expresa la tendencia de un suceso a ocurrir tras repetir un mismo experimento aleatorio un gran número de veces.
- <u>La Ley de los Grandes Números</u>: En línea con lo anterior, se puede aprovechar el problema de Monty Hall, también, para hacer ver a los alumnos que la probabilidad de un suceso solo la podemos conocer tras repetir un experimento aleatorio un gran número de veces, así como la ruptura y rechazo de las creencias de que una mayor probabilidad de que ocurra un suceso es sinónimo de que, de verdad, ocurra y de que los experimentos aleatorios tienen "memoria" y tienen en cuenta los resultados que se han dado en cada una de sus repeticiones (Serrano, *et. al.*, 2009), pues el azar es imposible de predecir.
- <u>Los errores en la comprensión de la probabilidad condicionada</u>: En la búsqueda de la resolución del problema existen concepciones erróneas cuyo factor común es la interpretación que se hace del significado de la apertura de la puerta por parte del presentador en el cálculo de probabilidades. Algunos de ellos son los siguientes (Batanero *et. al*., 2009; Contreras, 2011):
    - Considerar que la apertura de la puerta no cambia en absoluto la probabilidad de ganar, independientemente de si elegimos mantener la puerta escogida al inicio o cambiarla, que sigue siendo de 1/3 (Falacia del eje temporal).
    - Comprender erróneamente el espacio muestral considerando que, tras la apertura de la puerta, la probabilidad de ganar es de 1/2, pues solo quedan dos puertas cerradas. Este error se debe a la tendencia de excluir la puerta abierta del cálculo al conocer ya qué había detrás de la misma.

Sin embargo, para comprender todos estos conceptos, podría no ser suficiente tratarlos desde un razonamiento abstracto, pues ello obliga al alumnado a considerar axiomas y posturas determinados cuyo significado podría no llegar a entender (Borovcnik, 2012). Por tanto, para que estos conceptos resulten comprensibles para el alumnado y su aprendizaje adquiera significatividad, se hace necesario un trabajo experimental del problema.

3. *The Monty Hall Game*: Experimentar con el problema de Monty Hall

Uno de los motivos por los que el estudio de la probabilidad constituye uno de los contenidos más complejos del área de Matemáticas en Primaria y Secundaria, reside en el hecho de que, muchas veces, no se dispone de los medios suficientes para comprobar, empíricamente, las probabilidades de cada suceso ni los postulados ni teoremas que rigen ciertas situaciones en las que interviene el azar (Borovcnik, 2012). En este sentido, la tecnología se presenta como una posible vía para desarrollar un trabajo experimental con problemas de probabilidad, con el diseño de applets y aplicaciones que simulan la situación presentada en ellos (Osorio, *et. al*, 2013), como sucede en el caso del problema de Monty Hall.

En este caso, el trabajo experimental se desarrollará con la aplicación *The Monty Hall Game*, desarrollada por Physical Code, disponible para dispositivos móviles con sistema operativo Android. La elección de asentar la propuesta de trabajo experimental con el problema de Monty Hall en esta aplicación móvil se justifica en los siguientes motivos:

- A diferencia de los applet, el trabajo con esta aplicación móvil no requiere de la conexión a Internet, pues se ejecuta desde la memoria del propio dispositivo donde está instalada. Ello potencia la ubicuidad, característica por excelencia del aprendizaje móvil (Mobile Learning), al poder utilizar la aplicación en cualquier momento y lugar (Kukulska-Hulme y Traxler, 2008).
- Al trabajar con Android, sistema operativo basado en Linux, trabajar con la aplicación implica estar utilizando software libre gratuito. Así, incorporamos recursos didácticos que no suponen ningún coste para el aula y, al ser de código abierto, los podemos adaptar a nuestras necesidades particulares. Con ello, además, el alumnado aprende valores relacionados con la necesidad de compartir y con la apreciación positiva hacia el trabajo colaborativo y hacia las aportaciones propias y ajenas.
- Su manejo es muy intuitivo y ofrece funciones que aportan bastantes aspectos positivos para el aprendizaje de la probabilidad.
- Además, al mostrarse toda la información de la aplicación en inglés, nos permite diseñar propuestas de aprendizaje que desarrollan la Competencia Matemática, la Competencia de Tratamiento de la Información y la Competencia Digital, así como la Competencia Lingüística.

3.1. ¿Qué ventajas didácticas aporta el trabajo con la aplicación?

Del trabajo de la probabilidad a través de esta aplicación móvil basada en el problema de Monty Hall se derivan una serie de ventajas didácticas que son las que detallamos a continuación, las cuales, además, constituyen los objetivos de la propuesta pedagógica que describiremos más adelante:

- Utilizar la experimentación como vía para la comprensión de la probabilidad (Osorio, *et. al*., 2013).
- Estudiar la probabilidad a partir de la resolución de problemas, induciendo al alumnado a trabajar de acuerdo al *principio del Régimen de Competencias* (Gee, 2004), por el cual el alumno construye su propio conocimiento a partir de la reflexión sobre aquello que ya conoce y sobre la propia práctica planteada (Batanero, 2013), desarrollando así su pensamiento matemático (Mason *et. al*., 1988; Isoda y Katagiri, 2012).
- Desarrollar la Competencia de Tratamiento de la Información y la Competencia Digital a través del empleo de los dispositivos móviles y del análisis de la información que ofrecen los datos proporcionados por la aplicación *The Monty Hall Game* durante las fases de experimentación.
- Fomentar la Competencia Social y Ciudadana a través del trabajo colaborativo en grupos, que constituye una de las metodologías que mayor significatividad aportan al aprendizaje de las Matemáticas (Isoda y Katagiri, 2012; Osorio, *et. al*., 2013), al mismo tiempo que maximiza los efectos del trabajo con los dispositivos móviles (Kukulska-Hulme y Traxler, 2008).
- Promover una Educación Matemática para la que el procedimiento sea más importante que la solución (García, 2009), considere el atascamiento durante la resolución como una oportunidad para aprender (Mason *et. al*., 1988) y en la que el docente abandone su rol tradicional de poseedor del conocimiento para pasar a ser un guía del aprendizaje del alumnado (García, 2009; Isoda y Katagiri, 2012).
- Aportar un enfoque ubicuo al aprendizaje del alumno, pues al trabajar con dispositivos móviles, éste puede desarrollarse tanto dentro como fuera del aula (Kukulska-Hulme y Traxler, 2008).

- Desarrollar un aprendizaje motivante para el alumnado a partir del juego, y en el que la investigación se erige como conductor principal de la construcción de su propio aprendizaje.
- Desarrollar la Competencia Lingüística con la lectura de mensajes en inglés.

3.2. ¿Qué aporta *The Monty Hall Game* al aprendizaje de la probabilidad?

La aplicación *The Monty Hall Game* presenta una interfaz sencilla con tres opciones que proponen distintas maneras de experimentar con el juego, poniendo de relieve, cada una de ellas, aspectos concretos de la probabilidad. No obstante, a pesar de destacar más sus diferencias que sus semejanzas, motivo por el cual vamos a realizar un análisis de cada una de ellas para mostrar con detalle sus aportaciones al aprendizaje, hay que mencionar que todas muestran la frecuencia absoluta y relativa acumuladas de los juegos ganados, lo que, a pesar de no hacer referencia explícita a estas categorías, favorece la visión de la vinculación existente entre estadística y probabilidad.

Las tres modalidades que comprende esta aplicación móvil son las siguientes:

- *One game*: Nos permite realizar un único experimento con el juego. Esta opción resulta útil para familiarizar al alumno con el problema y el dilema que plantea, así como para mostrarle cómo un solo ensayo no es suficiente para poder saber qué estrategia es la que más probabilidades nos ofrece de ganar, al no existir convergencia entre la frecuencia relativa y la probabilidad en un experimento repetido reducidas veces (Batanero *et. al*., 2009).
- *Ten games*: Permite realizar diez repeticiones del experimento. Aquí, el alumno puede verificar con cuál de las dos estrategias (cambiar la puerta o mantenerla) hay mayores probabilidades de ganar, aunque las frecuencias absoluta y relativa acumuladas (cuya fluctuación se observa durante toda la batería de diez partidas) no le permiten ver las diferencias de probabilidad concretas existentes entre ambas.
- *Auto-games*: Se trata de un modo automático en el que la propia aplicación juega el número de partidas (entre 1 y 2.147.483.647) aplicando la estrategia para todas ellas (cambiar la puerta, no cambiarla o cambiar y no cambiar de manera aleatoria) que se desee. Lo interesante aquí, pues, es observar lo que sucede con las frecuencias absolutas y relativas acumuladas de juegos ganados y, también, de los perdidos (que, a diferencia de las opciones anteriores, en esta ocasión sí se muestran), en función del número de partidas y la estrategia empleadas. Ello permite al alumno conocer la probabilidad de ganar con cada estrategia, así como comprender la noción y el significado de la probabilidad en relación con la Ley de los Grandes Números, ya que solo podrá ver cómo la probabilidad tiende a 2/3 (66,666…% en términos de frecuencia relativa acumulada) en caso de cambiar siempre de puerta, y a 1/3 (33,333…%) en caso de no cambiarla, solo si el número de partidas jugadas es elevado. Por su parte, con una estrategia aleatoria, la probabilidad siempre tiende hacia 1/2 (50%).

Por último, las tres opciones y, en especial, *Auto-games*, posibilitan, al alumnado, reflexionar sobre la relevancia de la frecuencia absoluta en el cálculo de probabilidades, pues, en efecto, la fracción que expresa la probabilidad de un suceso guarda estrecha relación con el número fraccionario resultante de la frecuencia absoluta del suceso cuya probabilidad se estudia partida entre las veces que se ha repetido el experimento al que pertenece dicho suceso. Sin embargo, si intentamos que nuestros alumnos traten de obtener la fracción 1/3 o 2/3 (en función de la estrategia que estemos trabajando) a partir de la reducción de una fracción tomada de esta manera que acabamos de describir, tras haber repetido el experimento un gran número de veces, es muy probable que nos encontremos, durante la reducción, con una fracción irreducible cuyos números continúen siendo grandes, sin aportarnos el significado esperado. Ello es una prueba más de que la probabilidad es una tendencia y no el producto de un resultado concreto, así como de la necesidad de la frecuencia relativa acumulada para conocer la tendencia probabilística de los resultados que obtenemos (Borovcnik, 2012).

4. Aplicación didáctica en el aula

Como acabamos de observar, la aplicación móvil *The Monty Hall Game* trata varios contenidos de manera simultánea y de distinta complejidad que conviene organizar y secuenciar para hacerlos comprensibles para el alumnado y facilitarle su asimilación. A pesar de que la mayoría de los contenidos presentes en el problema de Monty Hall estén incluidos en el currículum de Educación Secundaria (MEC, 2007; Batanero *et. al.*, 2009; Batanero, 2013), el hecho de que ya en el tercer ciclo de Educación Primaria se comience el estudio del cálculo de probabilidades, trabajando desde la intuición (MEC, 2006; MECD, 2014), hace que consideremos adecuado el trabajo de este problema a partir de este ciclo. En esta línea, de acuerdo con Isoda y Katagiri (2012), el aprendizaje de las Matemáticas adquiere mayor significatividad para el alumnado resolviendo problemas sin conocer los principios en los que éstos están basados, pues ello le obliga a desarrollar razonamientos intuitivos a partir de la reflexión sobre la propia experiencia que contribuye, asimismo, al desarrollo del pensamiento matemático (Mason, *et. al*., 1988; Isoda y Katagiri, 2012). Además, al tener el problema de Monty Hall un carácter de juego, los alumnos no concebirán la tarea insuperable, sino que, al tratarse de una situación novedosa para ellos, la percibirán como un desafío atractivo que tratarán de experimentar cuanto antes (Contreras, *et. al*., 2011).

De hecho, la inclusión del Mobile Learning en el tratamiento de la probabilidad a través del problema de Monty Hall pretende aprovechar esa predisposición para experimentar, al mismo tiempo que se incorpora el elemento interactivo con la finalidad de hacer más atractivo el aprendizaje (Kukulska-Hulme y Traxler, 2008; Osorio, *et. al*., 2013). No obstante, para optimizar el trabajo con la tecnología, sería conveniente trabajar con un modelo 1 a 1, donde cada alumno cuente con un dispositivo móvil, que podría ser proporcionado bien por el Centro o por él mismo (Bring Your Own Device) (Nakano *et. al*., 2014), pues es el mejor esquema que se considera para la práctica de iniciativas de Mobile Learning.

Comenzando con la descripción de nuestra propuesta, independientemente de si vamos a poner en práctica el problema de Monty Hall en el tercer ciclo de Educación Primaria o en Educación Secundaria, resultaría interesante comenzar planteando el dilema a los alumnos preguntándoles qué estrategia consideran más conveniente utilizar para lograr el coche. Con ello, les haríamos partícipes del debate que el concurso despertó en su momento y, al mismo tiempo, presentaríamos la aplicación *The Monty Hall Game* como una herramienta para descubrir con cuál de las dos opciones es más probable ganar. Para realizar esta investigación, teniendo en cuenta que los alumnos querrán ver todo lo que ofrece el software, podríamos optar por seguir la secuencia que las tres opciones de la aplicación, anteriormente descritas, presentan en la interfaz de inicio.

Así, iniciando el trabajo con la modalidad "One game", se pedirá a los alumnos que realicen una partida con cada una de las dos estrategias (cambiar la puerta elegida al inicio y mantenerla) en el orden que deseen, anotando en un papel si han ganado o han perdido. Finalizadas ambas partidas, se contabilizará el número de alumnos que hayan ganado las dos partidas, que hayan ganado solo una de ellas (anotando la estrategia utilizada con la que han logrado vencer) y aquellos que no han ganado ninguna. El objetivo que perseguimos con esta primera tarea es familiarizar al alumnado con la dinámica del juego y centrar su atención en la imposibilidad de predecir la probabilidad de ambas estrategias al haber realizado el experimento una sola vez (pues no existe convergencia entre las frecuencias relativas del resultado obtenido con la probabilidad real de cada una de las estrategias).

Con la finalidad de despejar las dudas con las que se ha terminado la primera actividad con respecto a la probabilidad que cada estrategia tiene de ganar, se propondrá a los alumnos continuar con la modalidad "Ten games", en la que jugarán un total de diez partidas consecutivas. A fin de evitar la prolongación de la actividad más de lo debido haciendo que cada alumno repita dos veces la batería de diez juegos para cada una de las estrategias, dividiremos la clase en dos grupos, asignando a cada uno de ellos la estrategia que deberá aplicar para todos los juegos. Obtenidos los resultados, pediremos que levanten la mano aquellos alumnos que han logrado ganar el coche el 50% o más de las veces (redondeo del punto medio de la diferencia de las frecuencias relativas correspondientes a la probabilidad de ganar para cada una de las estrategias), indicándoles, asimismo, el significado de dicho porcentaje. En este caso, lo más seguro, salvo excepciones, es que los alumnos con la mano levantada coincidan con aquellos que han optado por la estrategia del cambio de puerta.

Ahora, los alumnos habrán comprobado que la estrategia de cambiar la puerta escogida inicialmente es la que mayores probabilidades ofrece de ganar, pero debemos resaltarles que elegir la estrategia "ganadora" no es sinónimo de que, en efecto, se gane, pues ellos mismos habrán perdido juegos a pesar de haber optado por el cambio de puerta.

En este momento, aprovecharíamos, también, para preguntarles si son capaces de afirmar cuál es la probabilidad exacta de ganar con cada una de las estrategias. Con la excusa de ayudarles a encontrar una respuesta, preguntaremos a todos los alumnos el número y porcentaje de juegos que han logrado ganar. Sin embargo, el objetivo que perseguimos con ello es mostrarles que, a pesar de haber distinguido la estrategia con la que es más probable ganar, la variedad de los datos impide determinar el grado de probabilidad para cada una de las estrategias, ya que, aun habiendo repetido más veces el experimento que en la actividad anterior, todavía no existe convergencia entre la probabilidad real de cada una de las estrategias y las frecuencias relativas acumuladas obtenidas. Asimismo, se espera que sean los propios alumnos los que deduzcan que, para responder a la nueva pregunta, deberán recurrir al modo "Auto-games".

Para trabajar esta modalidad, debido a la complejidad de la pregunta planteada y de las pruebas que deberán hacer, variando el número de juegos a realizar por la máquina para cada una de las estrategias, para hallar la respuesta, es recomendable organizar al alumnado en pequeños grupos de trabajo. El objetivo es que cada uno de los equipos planifique su investigación coordinándose en la realización de las pruebas.

Una vez que todos los grupos consideren conocer ya la respuesta, la expondrán ante el resto de sus compañeros, explicando brevemente el procedimiento que han utilizado para obtenerla. El resto de grupos indicará si está o no de acuerdo con el resultado de sus compañeros, exponiendo, a continuación, la conclusión a la que han llegado o el proceso que han seguido para alcanzarla. En caso de que ninguno de ellos haya averiguado que cambiando de puerta tendemos a ganar el 66,666…% (frecuencia relativa correspondiente a la probabilidad de 2/3) y el 33,333…% (frecuencia relativa correspondiente a la probabilidad de 1/3) si no la cambiamos, se concedería más tiempo para la investigación, proporcionando a nuestro alumnado alguna indicación que le ayude a salvar las dificultades que haya encontrado para hallar la respuesta. Por el contrario, si la hubiesen averiguado, es necesario que les mostremos los números fraccionarios correspondientes a los porcentajes de las frecuencias relativas halladas, dado que la aplicación no los ofrece, subrayando que son estos números los utilizados para expresar probabilidades, haciendo una introducción a la Regla de Laplace.

Aunque con esto podríamos dar por concluido el trabajo de la probabilidad a través del problema de Monty Hall, al menos en Primaria, para finalizar esta reflexión sobre la probabilidad desarrollada durante todo el proceso de experimentación con la aplicación, podríamos plantear a nuestros alumnos si son capaces de encontrar una explicación acerca de por qué cambiando la puerta escogida inicialmente tenemos el doble de probabilidades de ganar que si no lo hacemos. El objetivo primordial consiste en que los alumnos encuentren una solución de carácter intuitivo al problema (Batanero, *et.al*., 2009; Contreras, 2011), similar a la que mencionamos anteriormente.

5. Proyección del tratamiento del problema de Monty Hall y futuras aportaciones

Una vez conocido el problema de Monty Hall y habiendo analizado, a través de la experimentación, los contenidos que nos aporta sobre probabilidad, podemos continuar con su trabajo en Educación Secundaria para el estudio de otros aspectos de la probabilidad propios de esta etapa. Ejemplos de ello son el aprendizaje del modelo de la probabilidad condicionada o el estudio de situaciones probabilísticas que, para resolverse, requieran de todo el conocimiento probabilístico de los alumnos a fin de que aprendan otros más avanzados y complejos.

En este sentido, el problema de Monty Hall resulta de utilidad para que los alumnos descubran por sí mismos el concepto de la probabilidad condicionada y su modelo a partir de una resolución empírica basada en el trabajo con diagramas de árbol u otras representaciones gráficas de carácter similar, o bien, en caso de que ya conozcan este concepto, para plantearles una situación en la que interviene la probabilidad condicionada sin que los alumnos sepan que éste es el concepto que subyace en la resolución formal de este problema (Batanero, *et. al*., 2009; Contreras, 2011). Asimismo, para profundizar en el aprendizaje de la probabilidad, podemos realizar modificaciones en las reglas originales del juego para que los alumnos calculen de qué manera influyen esas modificaciones en la probabilidad de ganar el coche (Casás, 2006).

Con esto concluimos este estudio didáctico del problema de Monty Hall a través del Mobile Learning, en dónde hemos podido observar cómo la tecnología y, en particular, los dispositivos móviles, pueden contribuir al aprendizaje de la probabilidad a partir de la experimentación con sucesos en los que interviene el azar, haciendo, con ello, más comprensible la probabilidad y dotando de mayor significatividad al aprendizaje del alumno. Se abren, así, nuevos horizontes hacia la investigación en nuevos tratamientos didácticos de este célebre dilema, en el estudio de la probabilidad y en la inclusión de las TIC en la enseñanza de las Matemáticas.

Referencias bibliográficas

AGNELLI, H. y PEPARELLI, S. (2011). Las paradojas, un vehículo para superar obstáculos en el aprendizaje de la probabilidad. *Revista de Educación Matemática*.

BATANERO BERNABEU, C.; FERNANDES, J. A. y CONTRERAS GARCÍA, J. M. (2009). Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas. *SUMA*, 62, 11-18.

BATANERO, C. (2013). *La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación?* En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, & F. Viseu, (Eds.) (2013). *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

BOROVCNIK, M. (2012). Multiple perspectives on the concept of conditional probability. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 5-27.

CASÁS FERREÑO, N. (2006). El curioso incidente entre las Matemáticas y la Literatura. *SUMA*, 53, 13-18.

CONTRERAS GARCÍA, J. M. (2011). *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. Tesis doctoral leída en la Universidad de Granada.

GARCÍA GIGANTE, B. (2009). *Videojuegos: medio de ocio, cultura popular y recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Tesis Doctoral leída en la UAM.

GEE, J.P. (2004). *Lo que nos enseñan los videojuegos sobre el aprendizaje y el alfabetismo*. Málaga: Aljibe.

ISODA, M. y KATAGIRI, S. (2012). *Mathematical thinking. How to develop it in the classroom*. Singapore: World Scientific.

KUKULSKA-HULME, A. y TRAXLER, J. (2008). *Mobile Learning. A handbook for educators and trainers*. Milton: Open & flexible learning series.

MASON, J.; BURTON, L. y STACEY, K. (1988). *Pensar Matemáticamente*. Madrid: Labor y Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.

MEC (2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Madrid: Autor.

MEC (2007). Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Madrid: Autor.

MECD (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Madrid: Autor.

NAKANO, T.; GARRET, P.; VÁSQUEZ, A. y MIJA, A. (2014). La integración de las TIC en la Educación Superior: Reflexiones y aprendizajes a partir de la experiencia PUCP. *En Blanco y Negro. Revista sobre Docencia Universitaria*. Vol. 4, Núm. 2, 65-76.

OSORIO ANGARITA, M. A.; SUÁREZ PARRA, A. y URIBE SANDOVAL, C. C. (2013). Revisión de alternativas propuestas para mejorar el aprendizaje de la Probabilidad. *Revista virtual Universidad Católica del Norte*, 38, 127-142.

SERRANO, L.; ORTÍZ, J.J. y RODRÍGUEZ, J.D. (2009). *Capítulo 8*: *La simulación como recurso didáctico en la enseñanza de la probabilidad*. En Luis Serrano (Ed.), Tendencias actuales de la investigación en Educación Estocástica. Málaga: Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Educación y Humanidades (Melilla). Universidad de Granada.

Cita Recomendada

GARCÍA ESCRICH, Sergio; GARCÍA GIGANTE, Benjamín; GÓMEZ GARCÍA, Melchor (2015). The Monty Hall Game: una propuesta de Mobile Learning para el aprendizaje de la probabilidad. En Revista Didáctica, Innovación y Multimedia, núm. 32 http://dim.pangea.org/revista32.htm

Sobre los autores

Sergio García Escrich <sergio.garciaescrich@estudiante.uam.es>
Graduado en Magisterio en Educación Primaria y Máster en Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación y Formación por la Universidad Autónoma de Madrid (UAM). Actualmente realiza su tesis doctoral como estudiante del Programa de Doctorado en Educación en la misma Universidad.

Benjamín García Gigante <benjamin.garcia@uam.es>
Profesor Titular de Universidad de Didáctica de la Matemática. Universidad Autónoma de Madrid, Departamento de Didácticas Específicas. Investigación en el área de Didáctica de las Matemáticas y Tecnología Educativa, en especial el uso del videojuego como recurso para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Melchor Gómez García <melchor.gomez@uam.es>, @melchor, http://www.youtube.com/melchorgomez
Profesor de Tecnología Educativa de la Universidad Autónoma de Madrid. Especialista en mobileLearning, Redes Sociales aplicadas a la educación, contenidos digitales y entornos web formativos.
Participa y dirige investigaciones centradas en la innovación educativa y la integración de las tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje y formación de profesorado. Ha publicado diferentes libros y artículos de investigación centrados en el uso de las TIC en el aula. Director del grupo de investigación DIMTE de la Universidad Autónoma de Madrid, y coordinador del grupo DIM-Madrid (Didáctica, Internet y Multimedia Madrid), en el que participan más de doscientos profesionales educativos.

REVISTA CIENTIFICA DE OPINIÓN Y DIVULGACIÓN de la Red "Didáctica, Innovación y Multimedia", dirigida a profesores de todos los ámbitos y demás agentes educativos (gestores, investigadores, creadores de recursos). Sus objetivos son: seleccionar buenas prácticas y recursos educativos, fomentar la investigación sobre el uso innovador de las TIC en los entornos formativos y compartir conocimientos y experiencias.