

## SELECCIONES BIBLIOGRÁFICAS TEMÁTICAS

### BIBLIOGRAFÍA SOBRE EL MODELO DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE

Ángel Gutiérrez y Adela Jaime.  
*Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia.*

Este modelo de razonamiento matemático fue presentado por primera vez en 1957 por los esposos Dina van Hiele-Geldof y Pierre Marie van Hiele. Permaneció casi completamente ignorado en el mundo occidental (con la excepción de Holanda, país natal de sus autores) hasta que hace aproximadamente 12 años I. Wirszup presentó en EEUU un informe sobre el currículo de matemáticas elementales de la Unión Soviética, que estaba basado en el modelo de van Hiele y que era notablemente mejor que el norteamericano. Por lo que respecta a España, se está despertando actualmente interés por este modelo. La presente relación bibliográfica va dirigida a aquellos que deseen iniciarse o profundizar en su estudio.

Con el fin de hacer más clara la lectura de las recensiones, vamos a empezar haciendo un breve resumen de los elementos básicos que configuran el modelo. El modelo de razonamiento de van Hiele tiene dos componentes centrales: Los «niveles de pensamiento» y las «fases de aprendizaje».

Los niveles de razonamiento, que forman la parte descriptiva del modelo, corresponden a los distintos tipos de razonamiento geométrico que podemos observar en los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que van desde el razonamiento intuitivo de los niños de pre-escolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las facultades de Ciencias. Estos niveles, que unas veces aparecen numerados de 0 a 4 y otras de 1 a 5, son:

**Nivel 1 (reconocimiento):** Los estudiantes perciben las figuras de forma global, sin reconocer explícitamente sus componentes.

**Nivel 2 (análisis):** Los estudiantes ya son capaces de reconocer y manejar las

componentes y propiedades de los objetos, pero no saben combinarlas.

**Nivel 3 (clasificación):** Los estudiantes ya pueden combinar elementos y propiedades de figuras para clarificarlas o deducir experimentalmente nuevas propiedades.

**Nivel 4 (deducción):** Los estudiantes pueden desarrollar una actividad deductiva formalizada, comprender y realizar demostraciones, etc.

**Nivel 5 (rigor):** Este nivel, un tanto controvertido, supone el conocimiento profundo de las características de un sistema axiomático y la capacidad para manejar y relacionar varios sistemas diferentes.

Las fases de aprendizaje, que representan la componente prescriptiva de la teoría, suponen una recomendación a los profesores de cómo pueden organizar la actividad en sus clases para que los alumnos sean capaces de acceder al nivel de razonamiento inmediatamente superior al que tienen actualmente. Estas fases son:

**Información:** Supone la toma de contacto de los estudiantes con el nuevo campo de estudio, sus materiales, objetivos, etc., también sirve para que el profesor descubra el nivel de conocimientos previos de los alumnos sobre este tema.

**Orientación dirigida:** En esta fase los estudiantes realizan actividades, bajo la orientación del profesor, cuyo fin es llegar a conocer las componentes y propiedades principales del tema objeto de estudio.

**Explicitación:** En esta fase se unen las experiencias realizadas antes al vocabulario apropiado mediante un proceso de discusión de los estudiantes sobre las estructuras que acaban de descubrir.

**Orientación libre:** Es la fase de afianzamiento y profundización de los conocimientos. Los estudiantes resuelven actividades de investigación en las cuales deben utilizar los conocimientos recién adquiridos en situaciones nuevas.

**Integración:** Esta fase tiene como ob-

jetivo proporcionar a los estudiantes una visión global de los nuevos conocimientos. Su finalidad no es enseñar cosas nuevas a los estudiantes, sino proporcionarles una integración de los dominios de conocimientos que ya tienen.

Las referencias incluidas a continuación pueden dividirse en dos tipos: las que ofrecen una descripción del modelo (en sus facetas teórica o de aplicación a la enseñanza de las matemáticas) y las que informan sobre investigaciones dirigidas a analizarlo o aplicarlo. Naturalmente, algunas de estas publicaciones abordan simultáneamente ambos aspectos.

Al repasar la lista, se puede observar la escasez de publicaciones de los propios esposos van Hiele; los motivos principales son la antigüedad de muchos de sus escritos (que los hace difíciles de conseguir) y que la mayoría están en holandés, lo cual ha hecho aún más restringido su uso. En este sentido, es muy de agradecer la recopilación y traducción al inglés hecha en Fuys, Geddes, Tischler (1984) así como la traducción al castellano de Hiele (1986) hecha por profesores de las F.E. de Magisterio de Andalucía.

Burger, W.F. y Shaughnessy, J.M., 1986, Characterizing the van Hiele levels of development in geometry, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 17, pp. 31-48.

Shaughnessy, J.M. y Burger, W.F., 1985, Spadework prior to deduction in geometry, *The Mathematics Teacher*, Vol. 78, pp. 419-428.

Ambos artículos tienen como origen una investigación realizada en EEUU por los autores a partir de entrevistas con alumnos de enseñanza primaria y secundaria, en las que se planteaban cuestiones sobre triángulos y cuadriláteros. En ambos artículos se realiza una exposición del método y del tipo de preguntas empleadas en la investigación. También se analizan los resultados de cada tipo de actividad.

Las conclusiones referentes a la enseñanza de la geometría se presentan con

con más detalle en el segundo de los artículos, donde se especifica, en concreto, la necesidad de:

1. Enseñar geometría informal en enseñanza secundaria.
2. Desarrollar actividades que promuevan el ascenso de nivel.
3. Introducir más geometría en la enseñanza primaria y secundaria.

En esta investigación se detectan carencias de conocimientos básicos, se observa que profesores y alumnos razonan a menudo a niveles diferentes, con la consecuente incomprensión mutua, y se comprueba que puede darse un retroceso en el nivel, tras un período sin estudiar geometría.

En el primer artículo, los autores dan una respuesta afirmativa a las tres preguntas siguientes:

1. ¿Son útiles los niveles de van Hiele para describir los procesos de pensamiento en geometría?
2. ¿Pueden caracterizarse operativamente los niveles a partir del comportamiento de los estudiantes?
3. ¿Puede desarrollarse un procedimiento de entrevistas que muestre los niveles predominantes de razonamiento sobre tareas geométricas específicas?

También en este artículo, Burger y Shaughnessy manifiestan su opinión sobre una dinamicidad en los niveles, presentándose éstos de forma más continua de lo que se podría esperar a partir de las descripciones habituales.

Crowley, M.L., 1987, The van Hiele model of the development of geometric thought, en N.C.T.M., 1987, *Learning and teaching geometry, K-12*. (N.C.T.M.: Reston, EEUU), pp. 1-16.

El resumen de las ideas básicas de la teoría de niveles de van Hiele que da inicio al artículo puede resultar útil para el lector que quiera disponer de una presentación general y resumida del modelo, pues se especifican brevemente los niveles, las fases de desarrollo del aprendizaje y las propiedades más destacadas del modelo de razonamiento de van Hiele. Si bien son varios los artículos de la presente relación que proporcionan resúmenes con una información similar, en éste se trata con más detalle de lo usual.

El artículo continúa señalando tipos de actividades adecuadas para ser realizadas por los estudiantes, que aparecen ordenadas para los niveles del 0 al 3 (1 al 4 en la nomenclatura de la introducción). El hecho de que no se especifique el concepto al que corresponde cada actividad de un nivel dado puede lle-

var a confusión, pues se puede pensar en algún momento (en los niveles 0 y 1 principalmente) que la asignación de nivel en los ejercicios propuestos hace referencia siempre al concepto de polígono en general o a algún tipo de polígono en particular, con lo que las actividades propuestas no corresponderían al nivel mencionado; sólo se puede realizar una lectura adecuada determinando cuál es el concepto que se estudia en cada caso.

Dreyfus, T. y Thompson, P.W., 1985, Microworlds and van Hiele levels, en Streefland, L., ed., 1985, *Proceedings of the 9th International Conference of the PME*, Vol. 1. (OW&OC: Utrecht, Holanda), pp. 5-11.

En esta comunicación los autores informan de los resultados obtenidos en una experiencia (desarrollada en EEUU con estudiantes de edades equivalentes a 6° de EGB) de enseñanza de los números enteros (números negativos, operaciones en  $\mathbb{Z}$  y la estructura de grupo) y del concepto de variable mediante un micromundo centrado en el ordenador.

El programa de ordenador interpreta los números como transformaciones en la posición de una tortuga sobre una recta numérica, de forma que un número positivo  $n$  provoca que la tortuga (situada mirando hacia la derecha, en dirección positiva) avance  $n$  pasos en la dirección actual y un número negativo  $-n$  provoca que la tortuga dé media vuelta, avance  $n$  pasos y dé otra media vuelta.

A lo largo del artículo se presentan las características de comportamiento que los autores asocian a cada nivel de razonamiento: En el nivel 0 los niños no distinguen entre posición absoluta y transformación; en el nivel 1 adquieren la idea de número como transformación; en el nivel 2 manejan las operaciones con movimientos, es decir la suma y la inversión; por último, en el nivel 3 el trabajo está relacionado con la estructura algebraica de  $\mathbb{Z}$ .

Freudenthal, H., 1971, Geometry between the devil and the deep sea, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 3, pp. 413-435.

Freudenthal, H., 1973, *Mathematics as an educational task*. (D. Reidel: Dordrecht).

No pretendemos ofrecer aquí una reseña de este interesante e importante libro, sino que sólo nos referiremos a una parte de su capítulo XVI, dedicado a la Geometría, cuyo contenido

coincide parcialmente con el artículo citado en primer lugar. En ambos se aborda el problema de la enseñanza de la geometría, con los contrastes ofrecidos entre la enseñanza «tradicional» y la de las «matemáticas modernas» o entre la enseñanza formal y la informal (= no formal). En particular, Freudenthal ofrece aquí su visión de la «organización local» de la geometría como forma de enseñanza, que encaja con los niveles de razonamiento propuestos por los van Hiele.

Uno de los puntos de coincidencia de ambas publicaciones es la descripción de algunos cursos de geometría basados en la manipulación de materiales, en especial del realizado por Dina van Hiele con estudiantes de 7° grado (12 años). La descripción que se hace aquí del curso es más reducida que la que podemos encontrar en otras publicaciones, en particular en Fuys, Geddes y Tischler (1984), pero adquiere una dimensión diferente al estar completada con las opiniones de Freudenthal e inmersa en el contexto de una presentación de distintos tipos de enseñanza, apareciendo como modelo de la enseñanza basada en la exploración por el estudiante, de su entorno, y en la experimentación.

Fuys, D., 1985, Van Hiele levels of thinking in geometry, *Education and Urban Society*, Vol. 17 (4), pp. 447-462.

El artículo empieza describiendo de forma superficial los niveles de van Hiele, continúa presentando y comentando brevemente las tres principales investigaciones desarrolladas en EEUU (que están recogidas en esta relación) y termina con un comentario más detallado de una de ellas, la puesta en práctica por el autor en el Brooklyn College con estudiantes de 6° y 9° cursos, y una discusión de los resultados de este estudio, al cual corresponden también las siguientes referencias.

Fuys, D., Geddes, D. y Tischler, R., 1984, *English translations of selected writings of van Hiele*. (School of Educ., Brooklyn College, City Univ. of N. York: Brooklyn, N. York).

Esta publicación forma parte del proyecto de investigación llevado a cabo por el equipo del Brooklyn College, y ha sido realizada con el fin de poder consultar directamente los trabajos de los esposos van Hiele. Está formada por las siguientes traducciones:

1. *The didactics of geometry in the lowest class of secondary school*, por D.

van Hiele-Geldof. Se trata de la tesis doctoral de su autora, leída en 1957, y es la fuente más destacada de información sobre sus métodos de enseñanza de la geometría. Empieza discutiendo algunos aspectos teóricos y planteando los objetivos de su investigación. A continuación, describe el «experimento didáctico», de un curso de duración, realizado por Dina con niños de 12 años, los contenidos geométricos, los métodos de enseñanza y la forma de aplicación de las teorías psicológicas en vigor en ese momento (principalmente la psicología de la Gestalt). Para entender mejor este curso hay que situarse en el contexto de la fecha de su realización, pues algunas de las actividades expuestas pueden parecer hoy demasiado sencillas para los niños de esa edad. La memoria continúa con la presentación y análisis de diversos protocolos, en los cuales se puede observar la transición de los estudiantes de unos niveles a otros.

2. *Didactics of geometry as learning process for adults*, por D. van Hiele-Geldof. Éste es el último artículo escrito por Dina, que fue publicado en 1958 después de su muerte. En él completa el trabajo de su tesis doctoral haciendo una clarificación de los niveles en relación con el comportamiento de los estudiantes, lo cual constituye también una referencia interesante para los investigadores de este tema.

3. *The child's thought and geometry*, por P.M. van Hiele. Ésta es la traducción al inglés del artículo «La pensée de l'enfant et la géométrie», publicado en 1959 en el Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 198, pp. 199-205. Parece que este artículo es el que atrajo la atención de los pedagogos e investigadores soviéticos hacia el modelo de van Hiele cuando se disponían a revisar, al principio de los años 60, el currículo de geometría de la URSS. En el artículo, P.M. van Hiele describe con detalle las características de los niveles, así como de las fases o etapas de progresión de un nivel al siguiente, componente ésta que se olvida a veces, pero que es imprescindible para realizar una aplicación adecuada de la teoría a la práctica educativa.

Fuys, D., Geddes, D. y Tischler, R., 1985, *An investigation of the van Hiele model of thinking in geometry among adolescents* (final report). (School of Educ., Brooklyn College, City Univ. of N. York: Brooklyn, N. York).

Fuys, D. y Geddes, D., 1984, *An investigation of Hiele levels of thinking in geometry among 6th and 9th graders* (paper presented at the Amer. Educat. Research Ass.). (ED245934; ERIC: EE.UU.).

La segunda referencia es un resumen parcial del proyecto de investigación ya mencionado en los párrafos precedentes, mientras que la primera es la memoria final de dicho proyecto; existe una versión posterior, revisada, de esta memoria que ha sido publicada en 1988 por el N.C.T.M. en el n° 3 de la serie «J.R.M.E. Monographs».

En la memoria del proyecto de investigación se analizan con detalle los objetivos de esta investigación, que eran:

- Evaluar el nivel de razonamiento de estudiantes de 6° y 9° grados (equivalentes a 6° de EGB y 1° de BUP, respectivamente).
- Analizar el currículo de geometría para esos niveles, a partir de algunas series de libros de texto de matemáticas.
- Observar el comportamiento de los profesores ante el modelo de van Hiele, en concreto, la posibilidad de instruirles en la identificación de los niveles de van Hiele.

Esta memoria resulta de gran interés, pues en ella se presenta de forma clara el proceso seguido para la consecución de los diversos objetivos del proyecto y hay profusión de resultados interesantes, tanto en relación con el estudio del modelo de van Hiele en sí como de cara a sus implicaciones en la enseñanza.

Es destacable que varios de los puntos de atención de esta investigación no se han abordado en otros estudios y que el relacionado con la forma de determinar el razonamiento de los estudiantes se presenta de forma original: En las entrevistas, el profesor va dirigiendo al estudiante y haciéndole sugerencias, con el fin de facilitar su avance hasta el nivel más alto posible; es decir que se intenta medir el nivel «potencial» de razonamiento de los estudiantes, frente a las mediciones del nivel «actual» que se hacen habitualmente.

Además de la exposición de las conclusiones y resultados obtenidos, nos parece interesante destacar algunos contenidos de este texto que pueden ser de gran utilidad, como son el diseño de tres unidades de enseñanza (relativas a propiedades de cuadriláteros, relaciones de ángulos en los polígonos y áreas de los cuadriláteros) en las cuales se tienen en cuenta las fases de aprendizaje de van Hiele y una relación de descrip-

tores, acompañados de ejemplos, de cada uno de los cinco niveles de van Hiele.

Gutiérrez, A., Fortuny, J.M. y Jaime, A., 1988, *Van Hiele levels and visualization in three dimensions*, comunicación presentada en el *Topic Group of Visualization in the 6th I.C.M.E.*, preprint.

Este trabajo está integrado por dos propuestas diferentes. Una es un test de evaluación de los niveles de van Hiele en la geometría de los sólidos, este test es escrito, pero se intenta eliminar el problema de la representación plana de figuras espaciales mediante la utilización de modelos de cartulina que pueden ser manipulados por los estudiantes.

La segunda aportación de la comunicación es la propuesta de una forma de asignación de niveles de razonamiento a los estudiantes alternativa a las utilizadas hasta ahora. En vez de asignar un solo valor como nivel de razonamiento de un estudiante, medimos su grado de adquisición de cada uno de los cuatro niveles, ya que normalmente los estudiantes no presentan una adquisición completa de los primeros niveles de razonamiento y una ausencia total de los superiores, sino que en algún nivel se puede observar un grado intermedio de adquisición aunque no tengan completamente adquirido el tipo de razonamiento del nivel inferior.

Gutiérrez, A. y Jaime, A., 1987, Estudio de las características de los niveles de van Hiele, en Bergeron, J.C., Herscovics, N. y Kieran, C., eds., 1987, *Proceedings of the 11th International Conference of the PME*, Vol. 3. (Los autores: Montreal), pp. 131-137.

En esta comunicación damos cuenta de los resultados de una investigación realizada en la E.U. de Magisterio de Valencia. Según nuestras noticias, éste representa el primer trabajo realizado en España sobre los niveles de van Hiele, si bien en la actualidad se observa un creciente interés por el tema.

La meta de la investigación era doble: 1) Diseñar tests que, además del trillado tema de los polígonos, abordaran otros campos apenas estudiados desde esta óptica, como son la geometría espacial y la medida de magnitudes; 2) Estudiar la globalidad (o localidad) y la discretitud (o continuidad) de los niveles que integran el modelo de razonamiento de van Hiele. En el texto de la comunicación se plantean los proble-

mas objeto de estudio, se resume el método de trabajo seguido y se exponen e interpretan los resultados obtenidos.

Este trabajo y la referencia anterior ofrecen dos formas muy diferentes de entender la medición de los niveles de van Hiele y reflejan la evolución de la forma de pensar de sus autores. Precisamente por esa diversidad de concepciones, pueden ser interesantes para quien desee entrar en el terreno de la experimentación del modelo de van Hiele.

Hiele, P.M., 1986, *Structure and insight*. (Academic Press: N. York).

A lo largo de este libro, P.M. van Hiele aborda una variedad de temas, entre los que se encuentran algunos capítulos dedicados a comentar su modelo de enseñanza y aprendizaje. En primer lugar, se hace una descripción del modelo, comparando su forma primitiva con la desarrollada posteriormente, al añadir un nivel (el primero del modelo actual); esto puede crear un cierto grado de confusión en el lector, ya que en algunas ocasiones no es fácil saber si van Hiele se está refiriendo a la versión primitiva de los niveles o a la modificada.

También se describen las etapas de paso de un nivel al siguiente, si bien en este libro no quedan claros algunos puntos importantes, como los referentes a si la estructura de las etapas es la misma para los diferentes niveles o a si en algún momento pueden coincidir varias etapas.

En resumen, éste es un libro con una organización algo confusa que, a pesar de ello, debe ser tenido en cuenta pero que, en nuestra opinión, no es en absoluto adecuado para tomarlo como punto de partida para el estudio de la teoría de van Hiele.

Hiele, P.M., 1987, A method to facilitate the finding of levels of thinking in geometry by using the levels in arithmetic (paper presented at the *Conference on learning and teaching geometry: Issues for research and practice* (Syracuse Univ., Syracuse, EEUU, 1987), preprint.

En esta conferencia, P.M. van Hiele expone algunas ideas sobre la adquisición del conocimiento aritmético, utilizando una transferencia de su teoría sobre los niveles de adquisición del conocimiento geométrico. Quizá sea por la imposibilidad de realizar una explicación detallada, pero, a partir de la exposición hecha en esta conferencia, re-

sulta forzada la traducción de niveles geométricos a aritméticos ya que, por ejemplo, no se presenta de forma convincente una «visión» en aritmética para el nivel inferior, así como tampoco aparece nítido el segundo nivel (descriptivo). No está claro que la teoría de los niveles de razonamiento pueda soportar su traslado desde el contexto geométrico, a otro tan diferente como es el aritmético sin perder buena parte de las características que la hacen tan interesante y útil. Hay opiniones en el sentido de que este intento podría dar lugar a una teoría general y difusa que pierda buena parte de su interés y eficacia.

Van Hiele hace notar también que en la escuela se alcanza un nivel aritmético con algunos años de anterioridad al correspondiente nivel geométrico, y considera que la causa puede estar en que el estudio de la geometría comienza con posterioridad al de la aritmética y a que los problemas utilizados en geometría no son los más convenientes; no obstante, esto no explica su afirmación de que los niños superan los dos primeros niveles aritméticos (visual y descriptivo) antes de la edad escolar.

Por último, van Hiele considera que se puede comenzar antes el estudio de la geometría y abordarla de tal forma que aritmética y geometría se interrelacionen.

Hiele, P.M. y Hiele-Geldof, D., 1958, A method of initiation into geometry at secondary schools, en Freudenthal, H., ed., 1958, *Report on methods of initiation into geometry*, (J.B. Wolters: Groningen), pp. 67-80.

Éste es uno de los textos que han servido de base para la mayoría de las investigaciones realizadas sobre el tema; en él se presentan de forma breve y clara las bases que sustentan dicha teoría: la metodología de enseñanza, la discontinuidad del proceso de aprendizaje y la existencia de diversos niveles en el mismo. Los autores también señalan y justifican la importancia de la utilización de material concreto y de la manipulación, sobre todo en los primeros niveles de razonamiento.

En este artículo, los esposos van Hiele realizan, en primer lugar, una breve descripción del «experimento didáctico» de iniciación a la geometría llevado a cabo por D. van Hiele en 1955-56 y después exponen sus ideas sobre el proceso de aprendizaje de la geometría, enlazando la actividad desarrollada en el aula con el modelo teórico, que jus-

tifica los contenidos y métodos utilizados en cada momento.

Hoffer, A., 1981, Geometry is more than proof, *The Mathematics Teacher*, Vol. 74, pp. 14-15.

En este artículo Hoffer propugna la necesidad de desarrollar una geometría informal antes de llegar a presentar la geometría formalizada y perfectamente estructurada (exigencia, por otra parte, en la que coinciden los seguidores del modelo de van Hiele). Plantea la existencia de diversos tipos de destrezas que hay que desarrollar mediante actividades geométricas exploratorias e informales: visual, verbal, de dibujo, lógica y de aplicación.

Después de una breve descripción de cada una de dichas capacidades, el artículo establece relaciones entre los cinco niveles de van Hiele y cada una de las destrezas anteriormente mencionadas; estas relaciones se presentan, por una parte, de forma descriptiva y, por otra, mediante ejemplos de actividades apropiadas para cada nivel y cada destreza.

Hoffer, A., 1983, Van Hiele based research, en Lesh, R. y Landau, M., eds., 1983, *Acquisition of mathematics concepts and processes* (Academic Press: N. York), pp. 205-227.

Además de una exposición de la teoría de van Hiele y de una breve mención de los hallazgos más importantes realizados por los educadores soviéticos a comienzos de los años sesenta, descritos por Pyshkalo, en este libro se comentan las principales investigaciones desarrolladas en EEUU sobre la teoría de van Hiele, en particular los tres principales proyectos, dirigidos por Burger, Geddes y Usiskin (reflejados todos ellos en esta bibliografía).

La generalización del modelo de van Hiele, que es uno de los aspectos en estudio actualmente, sólo ha sido definida (en lo que nosotros conocemos) por Hoffer, en el artículo que nos ocupa, y por Lovett, 1983). Hoffer propone considerar cada uno de los niveles de van Hiele en términos de «categorías» y define las fases de aprendizaje a partir de los «functores» correspondientes; esto le permite extender el modelo de van Hiele a campos estructurados distintos de la geometría.

El artículo finaliza proponiendo diversos aspectos del modelo de van Hiele sobre los que investigar en el futuro.

Lovett, J., 1983, *An interpretative des-*

cription of the van Hiele model of thinking in geometry (paper presented at the Psychology of Mathematics Education Workshop). (Chelsea College: Londres).

La primera mitad de la conferencia está dedicada a una exposición, clara y más profunda de lo usual, de los puntos fundamentales de la teoría de van Hiele en su origen histórico, su contexto educativo y del modelo en sí.

Después, Lovett aborda la generalización del modelo. Presenta una caracterización de los tres primeros niveles aplicable a cualquier disciplina y señala algunas implicaciones para la enseñanza en cada uno de ellos.

A continuación, aunque muy superficialmente, se menciona la posibilidad de comparación del modelo de van Hiele con otros modelos y trabajos, en particular con el desarrollado por Skemp.

En sus conclusiones, el autor señala la necesidad de investigación empírica para contrastar la exposición teórica del modelo; se recalca también que la aceptación del modelo de van Hiele podría originar implicaciones profundas en el diseño curricular, la enseñanza en las aulas y la formación de profesorado de matemáticas.

La lectura de esta publicación es interesante para cualquier estudioso del tema, sobre todo en lo que concierne a la generalización que realiza de la teoría, ya que, éste es uno de los puntos de interés preferente en las experiencias que habría que realizar en el futuro.

Lunkenbein, D., 1983, Observations concerning the child's concept of space and its consequences for the teaching of geometry to younger children, en Zweng, M. et al., eds., 1983, *Proceedings of the 4th I.C.M.E.* (Birkhäuser: Boston), pp. 172-174.

Es probable que este artículo no resulte especialmente interesante para un estudio de la teoría general de van Hiele, pero lo hemos incluido en la relación porque hace referencia a una experimentación en geometría espacial en la cual el proceso de evolución de los estudiantes confirma el modelo de van Hiele (si bien los investigadores no tenían como fin específico una comprobación de dicha teoría).

La mencionada experiencia está encaminada a conseguir el estímulo de los procesos de desarrollo de la representación espacial, la formación de conceptos geométricos y la estructuración gradual del concepto de poliedro, con-

siderando dichos procesos como formados por el reconocimiento de propiedades de objetos geométricos y de sus elementos constituyentes, así como por la concepción de relaciones entre objetos geométricos y/o entre sus elementos constitutivos.

Una parte del estudio, sobre la forma en que los estudiantes «ven» los sólidos, obtiene conclusiones de corte piagetiano, en cuanto que señalan que la comprensión que tienen los niños en las primeras edades de los dibujos topológicos se va perdiendo con los años, produciéndose un decantamiento hacia las propiedades euclídeas. Por otra parte, algunas de las consecuencias para la enseñanza de la geometría apuntadas en el artículo están relacionadas con las ideas de van Hiele, aunque no se indica explícitamente.

Mathematics Resource Project, 1978, *Didactics and mathematics. The art and science of learning and teaching mathematics.* (Creative Publications: Palo Alto, EEUU), pp. 61-66.

El Mathematics Resource Project fue un proyecto dirigido por A. Hoffer con el objetivo principal de desarrollar materiales útiles a los profesores de matemáticas en sus clases. Por la fecha de aparición se observa que ésta es una de las primeras publicaciones de EEUU que hace referencia a la teoría de van Hiele y aconseja una enseñanza acorde a dicho modelo. La instrucción ha de tener en cuenta el nivel de pensamiento del alumno y, además de enriquecer ese nivel, debe promover el avance hacia el nivel siguiente.

También coincide con, o sigue a, van Hiele al afirmar que no es necesario realizar un estudio de la geometría en el orden tradicional, a saber: conceptos básicos (puntos, líneas, etc.) en primer lugar, geometría plana a continuación y geometría espacial en último lugar.

En relación con la percepción espacial, en el artículo se propone la realización de actividades acordes con los niveles de van Hiele, acompañadas de otras actividades de estilo piagetiano que pueden proporcionar datos sobre el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Mayberry, J., 1981, *An investigation of the van Hiele levels of geometric thought in undergraduate pre-service teachers* (8123078; University Microfilm: Ann Arbor, EEUU).

Mayberry, J., 1983, The van Hiele le-

vels of geometric thought in undergraduate pre-service teachers, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 14, pp. 58-69.

La primera de estas referencias es la tesis doctoral de su autora. El objetivo de dicha tesis, tal como se plantea en su título, es estudiar dos características de los niveles de van Hiele: globalidad y discretitud. El texto comienza con su sección en la que se hace una descripción de los cinco niveles y se recopilan algunas referencias destacadas de escritos de los esposos van Hiele; además, se hace una comparación entre esta teoría y otras teorías de enseñanza y/o aprendizaje.

La segunda parte de la tesis consiste en la descripción estadística de la experiencia realizada (centrada en un grupo de futuros profesores de matemáticas) y la exposición e interpretación de los resultados. En los anexos se presentan, además de la bibliografía, los diversos tests empleados por la autora (sobre los conceptos de cuadrado, triángulos rectángulo e isósceles, círculo, paralelismo, semejanza y congruencia). Pueden representar una fuente de inspiración para quien desee diseñar un test de evaluación de los niveles de sus alumnos, pues, a pesar de lo limitado de algunos temas, hay bastante variedad de tipos de cuestiones.

Por lo que respecta al artículo reseñado, contiene un resumen de la mencionada tesis doctoral. En realidad, salvo en la descripción de los tests empleados, con la lectura del artículo se puede obviar la lectura de la tesis pues en él se proporciona casi la misma información, pero resumida.

Olson, A.T., Kieren, T.E. y Ludwig, S., 1987, Linking logo, levels and language in mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 18, pp. 359-370.

El planteamiento teórico de este artículo lo hace especialmente interesante, pues no consiste en la simple descripción de un experimento y de sus resultados. En él se aborda el aprendizaje del lenguaje Logo, pero no desde la perspectiva habitual de las cosas que se pueden dibujar en la pantalla del ordenador, sino desde la óptica de la capacidad de los usuarios para manejar la potente herramienta que tienen entre las manos; esta capacidad puede ir desde la simple escritura de comandos en modo directo hasta la creación y utilización de complejas estructuras de tipo recursivo. De acuerdo con las carac-

Si bien la exposición que se presenta de la teoría es completa, y en su momento fue una gran novedad, actualmente el mayor interés del artículo reside en el resumen que hace de los informes realizados por Pyshkalo y Stolyar acer-

ca de las investigaciones soviéticas; no es frecuente encontrar en la literatura existente sobre el modelo de van Hiele descripciones o comentarios de las investigaciones soviéticas (y, en caso de hacerlo, es muy brevemente, p.e. Hof-

fer (1983)). Sin embargo, conviene tenerla en cuenta a la hora de elaborar un currículo de geometría adaptado a la teoría de van Hiele.

## REVISTA DE REVISTAS

Servicio de Documentación Bibliográfica del Centro Didáctico de Ciencias Experimentales. Colegio de Licenciados. Barcelona. Rambla de Catalunya 8, pral. 08002 Barcelona.

Selección bibliográfica realizada por Albaladejo, C., Caamaño, A., Rubio, M.L.

Selección de artículos sobre la enseñanza de las ciencias publicados de Enero a Diciembre de 1987 en las siguientes revistas:

Ambix ..... Amb.  
American Biology Teacher, The ..... Am. Bio. Tea.  
American Journal of Physics ..... Am. J. Phy.  
Apuntes de Educación ..... Ap. Ed.  
Australian Science Teacher Journal ..... Aus. Sc. Tea.

British Journal of History of Science ..... B. J. His. Sc.  
Ciencia ..... Cien.  
Cuadernos de Pedagogía ..... Cuad. Ped.  
Chem Matters ..... Chem Matt.  
Chem 13 News ..... Chem 13 N.  
Education in Chemistry ..... Ed. Chem.  
Enseñanza de las Ciencias ..... Ens. Cien.  
Feuilles d'épistémologie appliquée et de didactique des sciences ..... F. Epis. A. Did. Sc.  
Guix ..... Guix.  
History of Science ..... His. Sc.  
Infancia y aprendizaje ..... Inf. Apr.  
International Journal of Science Education ..... I. J. Sc. Ed.  
Investigación y Ciencia ..... Inv. Cien.  
Journal of Biological Education ..... J. Bio. Ed.  
Journal of Chemical Education ..... J. Chem. Ed.  
Journal of College Science Teaching ..... J. Coll. Sc. Tea.

Journal of Research in Science Teaching ..... J. R. Sc. Tea.  
Mundo Científico ..... Mun. Cien.  
Perspectiva Escolar ..... Pers. Esc.  
Physics Teacher, The ..... Phy. Tea.  
Revue Française de Pédagogie ..... Rev. Fr. Ped.  
Science & Children ..... Sc. Chil.  
Science Education ..... Sc. Ed.  
Science Teacher, The ..... Sc. Tea.  
School Science Review, The ..... Sch. Sc. Rev.  
Studies in Science Education ..... St. Sc. Ed.

Los artículos aparecen clasificados en cuatro apartados: didáctica, investigación didáctica, currículo y selecciones bibliográficas.

La referencia bibliográfica se indica del siguiente modo: autor/es, abreviatura de la revista, volumen, número y página. Como todos los artículos corresponden a 1987, el año se ha omitido.

### DIDÁCTICA

autor	título	revista	vol.	nº	pág.
Alvarez, I. M.	Vivir la nutrición	Cuad. Ped.		148	8
Autores varios	Monográfico "Naturaleza y Educación"	Pers. Esc.		116	
Autores varios	Pequeños tecnólogos	Cuad. Ped.		144	46
Averbuj, E.	Las respuestas de las nubes	Cuad. Ped.		146	22
Bent, D.E., Bent, H.A.	Descriptive chemistry	J. Chem. Ed.	64	3	249
Black, P., Solomon, J.	Can pupils use taught analogies for electric current?	Sch. Sc. Rev.	69	247	249
Blackshaw, J. K.	The use of animals in school laboratories	Aus. Sc. Tea.	33	3	7
Bodner, G.H.	The role of algorithms in teaching problem solving	J. Chem. Ed.	64	6	513
Borghi, L. et al.	Computer simulation and laboratory work in the teaching of mechanics	Phy. Ed.	22	2	117
Byrne, M.S., Johnstone, A.H.	Can critical-mindedness be taught?	Ed. Chem.	24	3	75

### DIDÁCTICA

autor	título	revista	vol.	nº	pág.
Carro, R.	Biología humana. L'observació del creixement i el desenvolupament físic a partir de l'estudi de l'aparell locomotor	Pers. Esc.		113	33
Celario, G.	The formalisation problem in teaching school physics	Phy. Ed.	22	2	112
Chioppello, E.L.	Body levers	Sc. Tea.	54	1	39
Comalat, M.A., Berrocal, J.C.	El temps atmosfèric i la premsa	Guix		111	23
Deason, E.	Learning physics with information technology	Phy. Ed.	22	4	213
Driver, R., Miller, R.	Beyond processes	St. Sc. Ed.	14		33
Buit, R.	Should energy be illustrated as something quasi-material?	I. J. Sc. Ed.	9	2	139
Fields, S.	Introducing science research to elementary school children	Sc. Chil.	25	1	19
Frank, D.V. et al.	Should students always use algorithms to solve problems?	J. Chem. Ed.	64	6	514
Frozer, H.J., Servant, D.H.	Aspects of stoichiometry - where do students go wrong?	Ed. Chem.	24	3	73