

Universitaria de Magisterio de Valencia, 1983, *Cursos a distancia para el perfeccionamiento del profesorado*:

- *El cálculo matemático*
- *Resolución de problemas elementales*
- *Movimiento en el plano*
- *Geometría elemental*
- *Clasificación de figuras y sólidos*

Otros.

Navarro Brotons, Víctor, Ed. a cargo de, (Valencia, 18-19 abril 1980, *Actas del Simposio: La Historia de la Ciencia y la Enseñanza*.

GEOLOGIA. Cuaderno de Ciencias Naturales 1.

GEOLOGIA. Cuaderno de Ciencias naturales 2.

Grup d'Estudi i Didàctica de la Natura CADEC, Alacant. (Gráficas Estilo, Alacant, 1983).

Un grupo de profesores de Ciencias Naturales, proponen en estos manuales, un método para la enseñanza activa e individualizada de la Geología y Biología de BUP y F.P., combinando teoría con trabajos prácticos y planteamiento de cuestiones que los alumnos deben resolver.

LA ESPAÑA POSIBLE DE LA SEGUNDA REPUBLICA. LA OFERTA A EINSTEIN DE UNA CATEDRA EXTRAORDINARIA

Sanchez Ron, J.M. y Glick, T.F., 1983, (Editorial de la Universidad Complutense, Madrid).

La intención de los autores «no es sólo el clarificar un episodio en la biografía de los científicos más importantes en la historia de la ciencia, sino también el profundizar en la relación, compleja y polifacética, de la sociedad española con la ciencia en las primeras décadas del siglo XX».

SELECCIONES BIBLIOGRAFICAS TEMATICAS

UNA SELECCION BIBLIOGRAFICA DE APLICACIONES DE LA MATEMATICA DETERMINISTA.

Parte I: Algebra y geometría elemental.

INTRODUCCION

Es frecuente encontrar en los textos de matemática estocástica una amplia panorámica de sus aplicaciones en diversos campos. No ocurre lo mismo con la matemática determinista, si se exceptúan ciertos aspectos de la mecánica clásica. De ahí el interés de una selección bibliográfica comentada de sus aplicaciones más relevantes. Se trata, en suma, de contribuir al empleo de métodos más activos en la enseñanza de las matemáticas generales, como son los basados en el comentario de textos y en la realización de proyectos. Muchas de las lecturas seleccionadas requieren conocimiento del inglés técnico con el que deberán familiarizarse los futuros profesionales.

A pesar del carácter no exhaustivo de esta selección, razones de espacio han aconsejado efectuar una clasificación de las aplicaciones en dos partes, según las técnicas empleadas sean las propias del álgebra (y geometría elemental) o del análisis. Una tercera parte contendrá una selección de lecturas adicionales. El lector interesado podrá encontrar una selección más amplia en el libro «Aspectos y aplicaciones de la ma-

temática actual», de próxima publicación.

1. LAS ESTRUCTURAS FUNDAMENTALES DEL ALGEBRA.

1. Un problema que surge en el diseño de cámaras fotográficas de alta velocidad se resuelve en Noble (1967, pp. 79-86), recurriendo a la doble consideración de los números complejos como cuerpo y como espacio vectorial. Se utilizan también elementos de álgebra, geometría y teoría de números.
2. Los tres capítulos de la matemática que se han revelado más fructíferos en la física moderna son, sin duda, la teoría de campos, el cálculo matricial y la teoría de grupos. De las aplicaciones de esta última se trata, sin demasiada profundidad, en un artículo de F. Dyson que se encuentra en el libro de Kline (1974, pp. 277-284) bajo el título de «Matemáticas en las ciencias físicas». El mencionado libro incluye otros artículos motivadores, con aplicaciones a la biología y ciencias sociales, cuyo estilo, poco matemático, los margina de esta selección.
3. En algunas sociedades primitivas existen reglas sociales que dificultan el matrimonio entre parientes muy próximos. A Weil y R. R. Bush han formulado, de forma axiomática, tales reglas,

construyendo con ello un modelo antropológico formal en el que juega un importante papel cierto grupo finito. Véase Kemeny. Snell y Thompson (1971, pp. 460-470), libro que es de referencia obligada para aquellos que busquen aplicaciones elementales de la teoría de la probabilidad y de la teoría de juegos.

4. Algunos ejemplos de los métodos usados por los diseñadores de timbres, basados en la descomposición de un grupo simétrico en sus clases laterales, se hallan en Fletcher (1956).

2. MATRICES Y SISTEMAS LINEALES

1. El cálculo de las tensiones y fuerzas en ciertas estructuras mecánicas se ve muy facilitado recurriendo al cálculo matricial. Un ejemplo simple se resuelve en Noble (1967, pp. 206-210).
2. Como es bien sabido, las leyes de Kirchhof (que establecen la anulación de la suma de las intensidades en los nodos y de la suma de las diferencias de potencial a lo largo de cada bucle en un circuito eléctrico) permiten resolver, al menos en teoría, los problemas relativos a circuitos que contienen resistencias y generadores de corriente. En los problemas simples basta resolver el sistema lineal formado por las ecuaciones de los distintos bucles. Ello es inviable en los casos complicados (en particular si se considera la corriente alterna).

En Noble (1967, pp. 214-218) se ofrece un método para estos casos, basado en la distinción entre las propiedades individuales de las resistencias y de sus interconexiones, llegándose a establecer el sistema de ecuaciones lineales de Kron para el análisis de los bucles de un circuito eléctrico.

3. La astronomía actual contempla como problema relevante la determinación de la posición de las estrellas por solapamiento de fotografías. El empleo de notación matricial permite clarificar la estructura de un complicado sistema de ecuaciones lineales asociado. Se busca la solución mínimo cuadrática (el sistema, en general, no es compatible). Teniendo en cuenta la convexidad de la función objetivo, basta resolver el sistema lineal que resulta de anular el gradiente. En la práctica y dado que tales sistemas poseen del orden de 5.000 ecuaciones y otras tantas incógnitas, se debe recurrir al ordenador. Véase Noble (1967, pp. 225-232).
4. Es por todos conocida la utilidad del análisis dimensional en física. En los casos más complejos es necesario recurrir a la noción de rango de una matriz para obtener un procedimiento sistemático de cálculo. En Noble (1967, pp. 234-237) se ilustran el método anterior con dos aplicaciones; una, al flujo de fluidos y otra, al calentamiento o enfriamiento de fluidos que circulan por tubos sometidos a cambios de temperatura.
5. El cálculo del rango de una matriz presenta también interesantes aplicaciones en química. En Noble (1967, pp. 239-245) se encuentran dos de ellas; una, en el análisis estequiométrico (para lograr la descripción de un proceso químico mediante el menor número posible de reacciones); la otra, en la determinación de las reacciones independientes en ciertas clases de sistemas químicos (problema de gran interés en química-física). Tales problemas abordan habitualmente el cálculo del rango de matrices cuyos elementos sólo se conocen de forma aproximada.
6. En química hay que considerar, con relativa frecuencia, reacciones en las que intervienen compuestos distintos. La cinética química pretende describir la variación de las concentraciones de los distintos compuestos a lo largo del tiempo. El problema es,

en términos generales, altamente complicado. Noble (1967, pp. 251-265) se limita a estudiar el caso de reacciones monomoleculares con tres componentes. Se plantea la resolución de un sistema de tres ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes (que son las incógnitas del problema). Dado que experimentalmente pueden estimarse las concentraciones, así como sus variaciones, debería ser posible el cálculo de los elementos de la matriz del sistema. Los problemas que surgen en la práctica se resuelven gracias al análisis matricial.

7. La planificación de las economías, tanto de mercado como dirigidas, se lleva a cabo mediante el modelo interindustrial de Leontieff: una vez conocidos los coeficientes tecnológicos intersectoriales, para lo que se construye, periódicamente, las tablas input-output, el problema se reduce a la resolución de un sistema de ecuaciones lineales. El problema teórico de mayor interés relativo a dicho modelo, consistente en probar que el sistema posee solución única no negativa, fue resuelto por Hawkins y Simon y puede encontrarse en Goberna y Pastor (1979, pp. 104-119). Como lectura adicional sobre el tema cabría citar el artículo de Oscar Lange, «algunas observaciones sobre el análisis factor-producto», incluido en Nemchinov (1973, pp. 235-272).

3. VALORES Y VECTORES PROPIOS

1. Supóngase que, en un circuito eléctrico alimentado por un generador, se conoce la intensidad generada en función del tiempo. Para determinar la intensidad que circula, en cada instante, por los diversos elementos del circuito, se plantea en Noble (1967, pp. 102-110) un sistema de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes cuya solución se obtiene algebraicamente, recurriendo a la teoría de los valores propios, por diagonalización.
2. En Goult (1978, pp. 163-176) se aplica la teoría de los valores propios de endomorfismos a la

física, en dos direcciones: 1) cálculo de tensores cartesianos (el de inercia y el de tensión), y, 2) estudio de sistemas mecánicos vibrantes y no amortiguados. El último tópico puede encontrarse también en Noble (1967, pp. 259-263).

3. La investigación genética sobre la prolongación de un rasgo hereditario en generaciones sucesivas recurre a la teoría de la diagonalización. Puede consultarse Rorres y Anton (1978, pp. 111-125).
4. En el estudio demográfico de la parte femenina de una población interesa conocer su evolución, incluso en el límite. Se conoce su distribución en intervalos de edad en un momento dado, así como las tasas de natalidad y de mortalidad (ésta última por intervalos). Para conocer la distribución en el límite, por intervalos, es obvio que cabe recurrir a los procesos de Markov. No obstante, es factible el cálculo directo, sin más que recurrir a las operaciones con matrices, los valores y vectores propios y los límites de sucesiones. Pueden consultarse los libros de Noble y Daniel (1977, pp. 39-43) y de Rorres y Anton (1978, pp. 127-142). En el último se encuentra otra aplicación del mismo modelo a una explotación ganadera (pp. 143-154).
5. La teoría de los valores y vectores propios tiene numerosas aplicaciones a través del análisis de datos en los campos más diversos. En general, se parte de la observación de J caracteres estadísticos cuantitativos sobre I individuos. Una representación inmediata da lugar a una nube de I puntos en R^J . Se plantea el problema de elegir un subespacio F de R^J , de forma que la proyección de la nube sobre él conserve la máxima información. En el «análisis de componentes principales», F es el subespacio asociado a los mayores valores propios de la matriz de covarianzas de la nube. Una sencilla introducción teórica, con aplicación al análisis de los resultados de las elecciones legislativas españolas de marzo de 1979, estudiando la relación entre partidos políticos y provincias, puede encontrarse en Romero (1981). Para una amplia-

ción se puede recurrir a Benzecri (1976). Diversas aplicaciones en el área de las ciencias sociales pueden encontrarse en Tatsuoka (1971).

6. En los problemas relacionados con las cadenas de Markov regulares tiene especial relevancia las nociones de valor y vector propio de una matriz. En Noble (1967, pp. 256-258) se observa cómo la búsqueda de una distribución estable en el consumo de leche de una población conduce, de forma natural, a considerar los vectores propios de la matriz de transición.

4. GEOMETRIA ELEMENTAL

1. En geología se ha aplicado un modelo matemático sencillo para describir el mecanismo de aparición de fallas. Ciertas paradojas surgidas en su aplicación, aconsejan efectuar un refinamiento del modelo. Véase Noble (1967, pp. 158-172).
2. Según Goodwin (1970), «para el análisis de la producción, la herramienta más conveniente es la noción de vector». Tal afirmación se ve corroborada a lo largo del citado libro que, básicamente, utiliza nociones relacionadas con el espacio euclídeo estándar R^n : operaciones algebraicas con vectores, combinaciones convexas de puntos, producto escalar de vectores, transformaciones lineales, etc. Para hacerse una idea del aparato matemático empleado por Goodwin, basta leer sus diez primeras páginas, si bien los modelos que desarrollan en los sucesivos capítulos son todos de fácil comprensión para los lectores familiarizados con la geometría de R^n .
3. En cualquier trabajo experimental en el que se trate de relacionar dos magnitudes mediante una función matemática, se suele seleccionar una familia de curvas (generalmente polinómicas y, preferentemente, rectas) cuya forma se adapte, con cierta precisión, a la nube formada por la representación gráfica en el plano de las observaciones efectuadas. La obtención de la curva específica suele basarse en la minimización de una función con-

vexa que depende de los parámetros definidores de la curva (tal función es la suma de los errores cuadráticos de las observaciones). Otro enfoque, técnicamente más sencillo, se basa en la resolución de un problema de geometría en el espacio euclídeo estándar, llegándose a establecer un método matricial para el ajuste. Véase Rorres y Anton (1978, pp. 155-165).

4. Bien conocido es el papel central de las formas bilineales y cuadráticas en la moderna concepción de la geometría elemental. El cociente de Rayleigh es una interesante propiedad de las formas cuadráticas, que rebasa el marco teórico. En Rezza (1977, pp. 442-445) se ilustra su aplicación a circuitos de resistencias lineales que presentan n-puertas, obteniéndose una acotación de la potencia disipada en algunos casos particulares.
5. El análisis convexo suele considerarse, modernamente, como una parte de la geometría elemental. En Burillo (1981) se establece un modelo axiomático para la microeconomía neoclásica, lo que permite precisar los conceptos de bien, precio, productor, consumidor y equilibrio económico. El productor, buscando el máximo beneficio, se ve obligado a resolver problemas de programación convexa, mientras que las acciones del consumidor se analizan a través del concepto de función de utilidad, cuyo tratamiento matemático requiere el concurso de los teoremas de separación de conjuntos convexos. Todos estos aspectos se encuentran desarrollados en Debreu (1973). Otras aplicaciones de la geometría de los conjuntos convexos a la teoría económica (sobre todo modelos lineales de producción y modelos de equilibrio dinámico) pueden encontrarse en Gale (1960) y Nikaido (1970).

5. PROGRAMACION LINEAL

1. La utilidad de la programación lineal en la planificación de la economía socialista se pone de manifiesto en el artículo de Kantorovich titulado «Ulterior desarrollo de los métodos matemáticos y prospección acerca de su aplica-

ción a los planes económicos», incluido en Nemchinov (1973).

2. En Rorres y Anton (1979, pp. 81-94) se desarrolla un modelo para la administración de bosques. El problema que se plantea es el de decidir la tala, o no, de los árboles en cada momento, teniendo en cuenta su tamaño y su valor, según los tipos. La solución se obtiene a través de la programación lineal.
3. Las aplicaciones sencillas de la programación lineal cuentan con una extensa bibliografía. Para ilustrar sus usos puede utilizarse el popular libro de Gass (1972), libro que, por otro lado, deja mucho que desear en el aspecto matemático. En pp. 23-28 se hace una descripción de las distintas aplicaciones de la programación lineal (sobre todo a la economía), mientras que en pp. 291-334 se desarrollan con más detalle, los modelos para la programación y control de inventarios, relaciones interindustriales, elaboración de dietas (con gran repercusión en la explotación ganadera) y problemas de redes (relevantes desde el punto de vista económico: conducción de fluidos, sistemas ferroviarios y de carreteras, etc).

BIBLIOGRAFIA

- Benzecri, J.P., 1976, *L'Analyse des données*. (Dunod: Paris)
- Burillo Lopez, P.J., 1981, *Convexidad y Optimización. Aplicaciones a la microeconomía*. Conferencia del ciclo «Las matemáticas en la resolución de problemas reales». ICE. Universidad de Valencia.
- Debreu, G., 1983, *Teoría del valor*. Bosch.
- Fletcher, T.J., 1956, Campanological Groups. *Amer. Math. Monthly*, 63, 619-626.
- Gass, S.I., 1972, *Programación lineal*. CECSA.
- Goberna, M.A.; Pastor, J.; 1979, Diversos artículos contenidos en «Investigaciones Didácticas. ICE», nº 4. Valencia.
- Goodwin, R.M., 1970, *Elementary Economics from the Higher Standpoint*. (Cambridge: Univ. Press.)

- Labor.
- Noble, B., 1967, *Applications of Undergraduate Mathematics in Engineering*. MAA.
- Noble, B.; Daniel, J.W.; 1977, *Applied linear Algebra*. Prentice-Hall.
- Reza, F., 1977, Los espacios lineales en la ingeniería. Reverté.
- Romero Villafranca, R., 1981, *Algu-*

- Goult, R.J., 1978, *Applied Linear Algebra*. Ellies Horwood.
- Kemeny, J.G.; Snell, J.L.; Thompson, G.L.; 1971, *Introducción a las matemáticas finitas*. CECSA.
- Kline, M., 1974, *Matemáticas en el Mundo moderno (selecciones del Scientific American)*. Blume.
- Nemchinov, 1973, *El uso de las matemáticas en la economía. nas aplicaciones del análisis ma-*

- tricial al análisis de datos. Conferencia del ciclo «Las matemáticas en la resolución de problemas reales». ICE. Universidad de Valencia.
- Rorres, CH.; Anton, H.; 1979, *Aplicaciones de álgebra lineal*. Limusa.
- Tatsuoka, M., 1971, *Multivariate Analysis*. Wiley.

M.A. GOBERNA y J. PASTOR

PRESENTACION DE REVISTAS

EDUCATION IN CHEMISTRY

Esta publicación de la Royal Society of Chemistry inglesa (RSC) es de gran interés para el profesor de Química —sobre todo, de niveles medios— que está preocupado por la investigación en la enseñanza de su materia. Anualmente presenta seis números que aparecen los meses impares y en cuanto a su estructura se pueden citar las siguientes secciones:

— **Column**, sección breve que contiene cortas reseñas sobre informes de interés para el profesorado, temáticas a introducir en la enseñanza o trabajos realizados por equipos promocionados por la RSC, así p.e. en el nº 5 del año 1983 aparece un título («Science education 11-16) relativo al trabajo del grupo Secondary Science Curriculum Review (SSCR) que está efectuando una revisión de los currícula de los cursos de ciencias para todos los alumnos de 11 a 16 años. Por lo general, estas reseñas finalizan con las direcciones de los grupos de trabajo donde se puede enviar documentación por los demás profesores. Esta sección «Column» contiene entre 7 u 8 reseñas como p.e.: ASE at Manchester, The state of the industry, Government rewards education-industry partnerships, Alternatives in Chemical education; Units of measurement; Chevron Oil science competition; Science education 11-18.

Letters to the editor como indica su nombre está destinada a la exposición de cartas sobre temáticas profesionales, respuestas individuales, etc... y tiene

por motivo esencial el establecimiento de debates sobre artículos publicados en esta revista, así p.e. un tema últimamente muy debatido es la facilidad de lectura (readability) en libros de texto de Química.

El núcleo central de la revista lo constituye un conjunto de 6 o 7 *trabajos de investigación* (generalmente didáctica), de historia de la Química, descripción de métodos de investigación o artículos de fondo que no resultan excesivamente específicos, así p.e. el nº 1 del año 1983 contiene los siguientes artículos:

- Early automation in the chemical laboratory (J.T. Stock)
- The meaning of words and the teaching of chemistry (Cassels y Johnstone)
- Pinacol-more than a simple rearrangement (D.A. Partridge)
- Band theory of conductors, semiconductors and insulators (J. Duffy)
- Towards a new periodic classification (F.M. Akeroyd)
- A low cost electronic method for investigating paramagnetism (Bowmer, Lower y Thompson)

Finalmente hay dos secciones destinadas a reseñaciones sobre libros de texto aparecidos en el mercado (*Brooks*), así como materiales para equipamientos (*Equipment*). Una última sección fija titulada *Diary* ofrece noticias actuales sobre symposia, conferencias, encuentros, meetings, etc... que se están realizando o van a realizarse en el futuro

con las direcciones a las que uno puede dirigirse para inscribirse o recibir mayor información.

Para ultimar esta reseña sobre Education in Chemistry, señalar la existencia de una sección de aparición variable titulada *SIFT* (Source Information For Teachers) de gran interés para los investigadores y profesores puesto que contiene una relación de los artículos más interesantes respecto de la enseñanza de las ciencias que han aparecido en otras revistas como Chem. Eng. News, Eur. J. of Sci. Educ., J. Chem. Educ., J. Res. Sci. Teach., New Sci., etc.

La suscripción puede realizarse dirigiéndose a The Royal Society of Chemistry, Burlington House, London W1V 0BN England, Tel. 01-7349864, Telex nº 268001. El precio de la suscripción anual es de 42 libras esterlinas.

C. FURIÓ

REVISTA MAINA DE LA ESCUELA UNIVERSITARIA DE FORMACION DEL PROFESORADO DE EGB DE PALMA DE MALLORCA

Desde 1979 la Escuela Universitaria de EGB de las islas Baleares edita una revista, «Maina», de formato grande: 29,5 x 22 cm, de buena presentación, no común en este tipo de publicaciones, y rica en contenido, con unas secciones que en cierto modo responden a las áreas de trabajo del citado centro do-