

# SISTEMAS LINEARES NA ENGENHARIA: CONCEITO, SIGNIFICADOS E SITUAÇÃO DIDÁTICA

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza  
*Instituto federal do espírito santo - Brasil*

**RESUMO:** Sistemas lineares são importante ferramenta de decisão nas engenharias. Foi estudado tal conceito e produção de significados de 190 estudantes das engenharias, por meio de análise qualitativa e quantitativa, à luz, principalmente, de teorias sócio-históricas e da didática da Matemática. 74% dos estudantes não responderam/responderam erradamente sobre o que era um sistema linear, 2% reconheceram corretamente sistemas lineares em sua forma analítica e somente 48% dos estudantes resolveram corretamente o exercício proposto. Em seguida, propôs-se uma situação didática em Engenharia – estudo do fluxo de trânsito - que supriu a insuficiência ou deficiência da produção de significados do conceito de sistemas lineares estudados de maneira desligada de suas aplicações, suprimindo, assim, um lapso de aprendizagem de anos escolares anteriores em mais de 90%.

**PALAVRAS CHAVE:** Sistemas lineares, conceito, produção de significados, solução de problemas, didática.

## PROBLEMA E OBJETIVOS

Sistemas lineares é um conteúdo escolar aplicado em problemas da matemática de Ensino Superior e são exigidos em contextos educacionais e científicos por envolverem a solução de problemas.

No contexto das engenharias, seu uso é requerido, por exemplo, no estudo do fluxo ramificado de gás; controle de escoamento de veículos em entroncamentos de vias; controle da elaboração de produtos que demandem diferentes etapas e insumos.

Em nível educacional, a solução de problemas, geralmente, está no final de etapas pedagógicas, que se iniciam com a construção do conceito científico, quando se quer valorizar a produção de significados pelo estudante. É o que diz Vygotsky (2008), ao declarar que o desenvolvimento de um conceito científico geralmente começa com sua definição verbal e com a aplicação em operações não-espontâneas, pois necessitam de atitude mediada em relação ao seu objeto.

Nesse sentido, vale conhecer os significados que futuros engenheiros formaram desse conceito, como os manipulam matematicamente e se os aplicam na solução de problemas, uma vez que seu estudo teve início em níveis escolares anteriores.

*Dada essa relevância, estudou-se o conceito de equações e sistemas lineares de estudantes das Engenharias, verificou-se o reconhecimento analítico e a correta aplicação dessas ferramentas em exercícios de fixação e*

---

*de aplicação. Posteriormente, verificou-se a eficiência de uma situação didática própria da Engenharia e investigou-se o desempenho desses estudantes.*

O interesse pela investigação de uma situação didática vem de encontro ao reforço no triângulo didático – matemática, aprendiz e professor, defendido por Schoenfeld (2012). Para ele, essa relação deve ser revista com base em atividades de sala de aula voltadas para aspectos sociais/culturais, como aqui se sugeriu.

## APOIO TEÓRICO

Procurou-se na teoria de Vygotsky apoio teórico por explorar o pensamento, o signo, a linguagem e os significados de conceitos escolares em um contexto sócio-histórico. Ele explica o processo de internalização, passagem de funções elementares para superiores e as relações entre pensamento e linguagem. Esse processo consiste na interiorização de formas culturalmente presentes de comportamento, fazendo com que atividades externas e funções interpessoais, transformem-se em conteúdos internos.

Nessa teoria, a construção do psiquismo é realizada a partir do social e, assim sendo, adultos ou pessoas mais experientes contribuem significativamente para a interiorização das funções psíquicas. A participação do outro, serve «*para movimentar os processos de desenvolvimento dos membros imaturos da cultura*». (OLIVEIRA, 1997, p.60)

Além de Vygotsky, buscou-se apoio teórico para a solução de problemas nos estudos de Johnson-Laird (1992) e Pólya (1946). Para esses teóricos, a solução de um problema deve cumprir quatro estágios:

1. Compreensão das condições iniciais e o objetivo exposto, verificar restrições/condições.
2. Selecionar um método adequado.
3. Executar o plano traçado sem erros.
4. Avaliar a validade da resposta obtida, bem como buscar outra maneira mais simples.

Pelo lado da didática, procurou-se suporte em Brousseau (1997, 1998, 2007) que analisou o saber matemático, a mediação do professor e a atividade mental do estudante em meio às interações sociais. Para ele, o professor de Matemática deve recontextualizar o conteúdo a fim de relacioná-lo a uma situação que lhe seja conhecida. Sua proposta é a de colocar o sujeito ativamente buscando por si mesmo as soluções e, por isso mesmo, sendo visto como um pesquisador.

As situações didáticas foram classificadas por Brousseau em quatro tipos:

1. Ação (tomar decisões para a solução do problema).
2. Formulação (explicitar as estratégias usadas).
3. Validação (provar que o que diz é verdadeiro em certo sistema).
4. Institucionalização (sintetizar a construção do conhecimento explicitando um significado socialmente estabelecido).

## MÉTODO

O estudo qualitativo, com respaldo quantitativo, contou com a análise dos conceitos de 190 estudantes de Engenharia de duas instituições de ensino brasileiras. Todos declararam já terem estudado esses conteúdos em séries passadas.

A coleta de dados se deu por meio de um questionário aplicado em aulas de Álgebra Linear, que explorou a compreensão de equações e sistemas lineares, seus reconhecimentos analíticos, bem como o desempenho na sua aplicação em exercícios de fixação e de aplicação.

---

A implementação da situação didática foi realizada à luz dos pressupostos teóricos de Brousseau (1997) que desenvolveu teoria das situações didáticas com o intuito de compreender as relações existentes entre alunos, professores e o meio em que ocorre o aprendizado. Para Brousseau, os conhecimentos estão associados a determinados tipos de situação e são melhor trabalhados por meio da interação entre as pessoas ali envolvidas. Na teoria brousseauiana, o estudante é visto como um pesquisador (formula hipóteses, constrói e manipula modelos, participa ativamente no processo de aprendizagem). Visando aplicar os pressupostos de Brousseau no contexto de uso dos objetos da Álgebra Linear, foram estudados fluxos de veículos em cruzamentos de vias brasileiras, e propostas respectivas otimizações pelos estudantes.

A análise dos dados contou com a teoria de Bardin (1998, pp.31-38) que afirma que as relações entre as estruturas semântico-linguísticas, psicológicas e sociológicas envolvidas são passíveis de análises em seus conteúdos.

## RESULTADOS

Do primeiro questionamento - *como você reconhece uma expressão como sendo de uma equação linear?* – nenhum estudante respondeu de forma completa. Para que uma expressão seja considerada uma equação linear, é preciso cumprir com cinco exigências: todas as variáveis devem estar elevadas a um, não pode haver argumentos trigonométricos, logarítmicos ou exponenciais e não pode existir produto de variáveis (POOLE, 2004). As respostas com base em aspectos da expressão analítica e geométrica deixaram pistas de que os estudantes tinham alguma noção sobre o reconhecimento da expressão.

Em relação ao segundo questionamento - *o que você entende por um sistema linear?* – foram criadas quatro categorias: não respondeu (29%), respondeu erradamente (45%), respondeu com base geométrica (2%), respondeu corretamente (24%). Destaca-se que 74% dos estudantes apresentaram problemas conceituais nesse quesito.

O terceiro e quarto questionamentos exploraram o reconhecimento analítico de equações e sistemas lineares. O correto reconhecimento dessas ferramentas matemáticas não parece estar esclarecido para muitos estudantes. 67% não souberam responder ou erraram o reconhecimento de duas ou mais equações lineares e 74% em relação ao reconhecimento de sistemas lineares. Esse resultado parece estar em sintonia com o que foi apresentado pelos estudantes nos questionamentos anteriores.

No que diz respeito ao exercício de fixação, desejou-se conhecer a interpretação dada pelos estudantes ao resolverem um sistema linear. Constatou-se que 50% dos estudantes souberam resolver o sistema linear corretamente, e metade destes o interpretaram incorretamente, ou seja, não cumpriram com a quarta etapa descrita por Johnson-Laird quando da solução de problemas – a de verificar a resposta encontrada. O mesmo ocorreu com Schoenfeld (1996) ao perguntar aos alunos quantos veículos com capacidade de 36 pessoas são necessários para transportar 1128 soldados: 29% disseram «31, resto 12», 18% responderam «31», e somente 23% declararam «32», corretamente.

O índice dos que não souberam resolver ou encontraram respostas erradas foi o mesmo (50%). Esse resultado reforça o cenário de altas reprovações em Álgebra Linear. Apesar desse índice negativo, outros 50% da amostra resolveu o problema, demonstrando um resultado positivo superior comparado aos encontrados nos questionamentos anteriores. Esse cenário remete à possibilidade de estar havendo ensino baseado em instruções e não em construção do conhecimento. Conhecer o algoritmo de solução de um sistema linear não garante a compreensão do que isso represente quando da aplicação da ferramenta.

Por fim, foi proposto um exercício de aplicação. 52% não souberam resolver ou encontraram respostas erradas, reforçando, assim, os fracassos encontrados em disciplinas como a Álgebra Linear. 48% dos estudantes resolveram corretamente o problema proposto, estando compatível com o resultado

do item anterior. Apesar dos altos índices de baixa compreensão dos conceitos e do reconhecimento das ferramentas, há certa compreensão do que o conteúdo de sistemas pode fazer para solucionar um problema. É possível, daí, concordar com as teorias de Vygotsky que diz que a aprendizagem não é algo linear, mas construída em meio à atividade e que, conforme se avança em conhecimento, essa estrutura se atualiza, tornando conceitos antigos, mais complexos. É possível que o algoritmo de solução esteja internalizado na estrutura cognitiva dos estudantes, de forma mecânica. Ao surgirem novos elementos de aprendizagem, a estrutura se renova, aumentando o potencial de compreensão.

## SITUAÇÃO DIDÁTICA

Foi pedido que estudassem o fluxo de trânsito em um cruzamento de vias de livre escolha com, pelo menos, quatro nós. Um dos grupos optou por determinado local por gerar grandes congestionamentos e acidentes fatais (Figura 1). Esse grupo servirá aqui de exemplo.

A proposta incluía a *formulação de um problema, fixação de objetivos, estudo teórico específico* (sincronismo dos semáforos e a conservação do fluxo), *modelagem matemática, análise, proposta de melhoria e conclusões*. *Esses passos estão em sintonia com os pressupostos da teoria das situações didáticas de Brousseau (1997, 1998, 2007) que propõe haver ação, formulação, validação e institucionalização do fenômeno em estudo.*

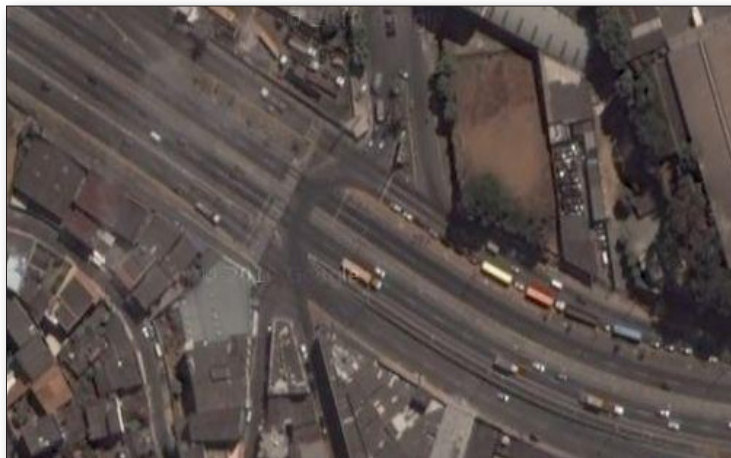


Fig. 1. Fotografia aérea do cruzamento estudado

A contagem do número de veículos em determinados nós foi feita por filmagem por um período de tempo. A reprodução das imagens revelou as quantidades de veículos que circularam por ciclo de sinal. Definiram que o congestionamento seria visto como uma fila que sobra ao final do tempo verde (semáforo verde); e o tempo de entreverde, é o intervalo entre os tempos de semáforo com luz verde de dois ciclos consecutivos.

Os estudantes encontraram dificuldades para definir o estudo do fluxo e dos gargalos ali envolvidos. Visitaram o local várias vezes e discutiam o método com o professor, que, por sua vez, formulava questionamentos fazendo-os refletir sobre a consistência do método.

Identificaram os nós, as entradas e saídas da rede que representavam o fluxo de veículos (Figura 2), e compreenderam se tratar do uso de sistema linear (Figura 3).

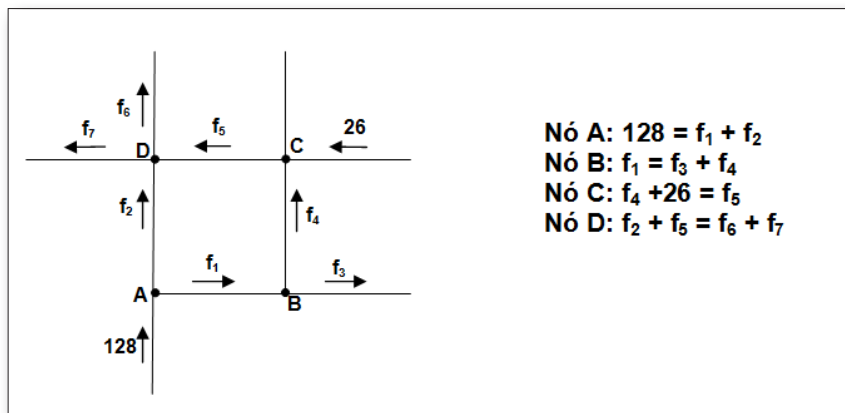


Fig. 2. Rede do fluxo de veículos no cruzamento estudado e respectivas equações lineares

1	1	0	0	0	0	0	128
1	0	-1	-1	0	0	0	0
0	0	0	1	-1	0	0	-26
0	1	0	0	1	-1	-1	0

Fig. 3. Matriz representativa do sistema linear

Em seguida, interpretaram o resultado obtido do escalonamento da matriz, analisaram os fluxos e investigaram o tempo aberto dos semáforos. Os estudantes sugeriram maior sincronia dos semáforos a fim de minimizar congestionamentos a partir de medições em tempo real por meio de sensores instalados nas vias, ajustando-se o tempo de sinal verde, conforme a necessidade do momento.

A essa altura do trabalho, 90% dos estudantes compreendiam o conceito de sistemas lineares e os significados da matriz escalonada, pelas muitas reuniões, manipulações e testagens realizadas, confirmando a teoria das situações didáticas de Brousseau.

## CONCLUSÕES

Inicialmente, o estudo revelou baixa compreensão do que seja um sistema linear e de seus usos. Os conceitos declarados pelos estudantes foram baseados, principalmente, em fragmentos de aspectos analíticos vistos em aulas de Matemática. Nenhum dos 190 estudantes mostrou compreensão completa ou madura, no início, revelando insuficiências no ensino praticado em níveis escolares anteriores.

Apesar do resultado negativo acerca do conceito de sistemas, 50% dos estudantes resolveram corretamente o exercício de fixação, sendo que 26% o interpretaram incorretamente. O estudo preliminar levanta a possibilidade de o estudo de sistemas lineares ter sido desligado dos significados. A aplicação de sistemas pode ter sido realizada por algoritmos pré-estabelecidos durante o curso educacional escolar, mas que não garantiu a evolução ou mesmo a apreensão do conceito.

Após essas constatações, a situação didática proposta aos mesmos estudantes apresentou 90% de eficiência para a compreensão dos conceitos e para a produção de significados, refletindo-se positivamente em seus desempenhos, tal como afirmado por Brousseau.

Acredita-se que esse mesmo contexto – o do fluxo de trânsito – não seja adequado a qualquer nível escolar. É preciso conhecer os interesses dos estudantes a fim de traçar situações didáticas pertinentes a cada meio. Por isso, indica-se a continuidade do experimento buscando novas situações didáticas para o tema, visando enriquecimento de conceitos e a produção de significados para outros estudantes, além de engenheiros.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARDIN, L. (1998). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- BROUSSEAU, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academic Publishers.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théories des situation didactiques*. La pensée Sauvage, Grenoble.
- BROUSSEAU, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- JOHNSON-LAIRD, N. P.(1992). A capacidade para o raciocínio dedutivo. In Sternberg (Ed.), *As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações* (pp.194-216). Porto Alegre: Artes Médicas.
- OLIVEIRA, M.K. (1997). *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico*. 4.ed. São Paulo: Scipione.
- PÓLYA, G. (1946). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.
- POOLE, D. (2004). *Álgebra linear*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.
- SHOENFELD, A. (1996). Porquê toda essa agitação acerca da resolução de problemas? In P. Abrantes, L. C. Leal & J. P. Pontes (Eds.), *Investigar para aprender matemática* (pp.61-72). Lisboa: APM e Projecto MPT, 1996.
- SHOENFELD, A. (2012). Problematizing the didactic triangle. *ZDM Mathematics Education Journal* (pp. 587-599). Hamburg: Springer Berlin.
- VYGOTSKY, L. S. (2008). *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.