

## LO QUE EL CONSTRUCTIVISMO PUEDE SER PARA LA EDUCACIÓN DE LA MATEMÁTICA\*

Jeremy Kilpatrick  
Universidad de Georgia

### RESUMEN

Analizadas las conceptualizaciones sobre constructivismo, se estudian sus implicaciones desde la educación de la matemática. A partir de ejemplos y experiencias se abordan tópicos y expresiones en un intento de responder a preguntas cómo: ¿qué parece ser el constructivismo?, ¿qué no parece ser? y ¿qué necesita ser?

### ABSTRACT

Once the conceptualizations on constructivism have been analysed, their implications are studied from the point of view of the education of mathematics. Starting with examples and experiences, we approach issues and expressions in an attempt to answer questions such as: what does constructivism seem to be like?, what does it not seem to be? and what does it need to be?

\*Artículo preparado para la undécima reunión anual del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática, Montreal, 19-25 Julio 1987. Agradecimientos a John Mason por sus comentarios en un previo borrador.

## Lo que el constructivismo puede ser para la educación de la matemática

El tema de este artículo trata sobre lo que el constructivismo *puede representar* para las matemáticas.

Invito a examinar qué *es* el constructivismo desde el punto de vista de la educación de la matemática; como alguien que esta fuera de ambos constructivismos: tanto un sistema de creencias y filosofía como una profesión.

Decidí que esto también me serviría para reafirmar lo que sé, no puedo ni mucho menos explicar lo que es esto sin basarme en otros autores.

JERE CONFREY (1986), recientemente conocido, apunta «constructivismo en su totalidad es gloria» (p. 347) esto es una contradicción, presumiblemente porque un entendimiento de constructivismo en sí es obligatorio hacerlo de dentro a fuera, no puede ser simplemente presentado.

En este artículo, hablaré primero de lo que el constructivismo parece ser, juzgándolo primordialmente desde los escritos de ciertos autores que dicen conocerlo. Después consideraré varias afirmaciones que, por encima no parecen muy esenciales para la doctrina constructivista.

Finalmente, exploraré algunas de las notas tomadas por educadores que se consideran constructivistas.

Cada uno de estos tópicos es examinado desde el punto de vista de la educación de la matemática.

Aunque el constructivismo ejerce alguna influencia en los estudios literarios (Von Glaserfeld, en prensa) parece ser que tiene, en especial, un fuerte impacto en el pensamiento y actividades de los educadores matemáticos.

Mucho de este impacto es indudablemente debido a nuestra visión de las matemáticas y de su aprendizaje.

Nosotros parecemos tener alguna dificultad en adoptar un lenguaje, tal como «Eddie construyó un número racional», o «Sally construyó el teorema fundamental del cálculo».

Nuestros colegas en otros campos, sin embargo, probablemente encuentran torpe hacer afirmaciones tales como «Eddie construyó osmosis» o «Sally construyó la Doctrina Monroe».

Es expresamente evitada por el constructivismo la pretensión de que exista un mundo independiente «fuera», que puede ser conocido por el conocimiento subjetivo.

Esta anulación conduce a algunos educadores de matemáticas a rechazar la palabra *descubrir* en favor de *construir* cuando se refieren a la génesis de las ideas matemáticas —un rechazo cuya fuerza parece bastante fácil e inofensiva.

Uno puede describir la prueba de la teoría de los cuatro colores, por ejem-

plo, como algo que ha sido construido en vez de descubierto sin violar las ideas comprometidas.

Un correspondiente rechazo en otros campos, en contraste, puede dirigirse a distorsiones tales como «Priestley construyó oxígeno» o «Cartier construyó el río Saint Lawrence». La mutua atracción entre constructivismo y matemáticas es un tema intrigante que no puede ser desarrollado en el artículo pero que es tocado de nuevo en la conclusión.

### Qué parece ser el constructivismo

Los educadores de matemáticas hacen llegar su visión a sus estudiantes sobre la construcción del conocimiento matemático por varias vías, incluyendo la epistemología genética, ciencia informativa e interaccionismo simbólico. Un amplio análisis sobre posiciones constructivistas que sostuvieron contemporáneamente educadores de matemáticas revelaría indudablemente algunos puntos en común y algunas divergencias.

En Norteamérica, el mayor exponente del constructivismo, tan conocido por los educadores de matemáticas, es ERNST VON GLASERSFELD (1983, 84, 85, 86 en prensa) quien a través de sus escritos y su trabajo con LES ESTEFFE y compañeros (STEFFE, VON GLASERSFELD, RICHARDS y COBB, 1983) argumentó en favor de una teoría moldeada tanto por experiencia organizativa como por el trato con un mundo real que no puede ser conocido en sí mismo.

Aunque la teoría de VON GLASERSFELD está lejos de ser aceptada en su totalidad por todo el que marcha bajo la bandera constructivista, ésta ofrece la más coherente y elaborada base para un análisis inicial.

Un antiguo problema epistemológico irresoluble, que atañe a la filosofía de occidente, expone cómo la realidad objetiva puede alguna vez ser discernida por el conocimiento subjetivo que no tiene otro camino para comprobar si su conocimiento es un conocimiento *exterior* y cualquier intento de poner a prueba la verdad sobre cual es el conocimiento más propio es un acto de conocer y por tanto subjetivo. Cualquier conocimiento de «la verdad objetiva», por lo tanto, es imposible. El constructivismo deshace el nudo de Gordia por separación epistemológica desde la ontología, y argumentando que una teoría de conocimiento debería proceder con el *acceso* al conocimiento de la experiencia, no el *apareamiento* entre conocimiento y realidad, la única realidad que nosotros podemos conocer es la realidad de nuestra experiencia. La visión del constructivismo incluye dos principios:

1. El conocimiento es constructivamente activado por el conocimiento subjetivo, no recibido pasivamente por el medio ambiente.

2. Llegar a saber es un proceso adaptativo que organiza un mundo experimental, no descubierto e independiente. Un mundo preexistente fuera de la mente del conocedor.

Tanto VON GLASERSFELD (1985, en prensa) y COBB (1986) anotaron: el primero de estos principios es de una aceptación mucho más amplia que el segundo por la gente que piensa en sí misma como constructivista.

El primer principio es aquel que más científicos cognitivos, fuera de la tradición behaviorista, apoyaron de buena gana, y casi no hay educadores de matemáticas hoy que vivan pensando de otra manera.

El segundo principio es el bloqueo erróneo para mucha gente. Se separa de lo que VON GLASERSFELD llamó constructivismo *trivial*, lo que COBB llamó *orientativo-empírico* y lo que DAVID y MASON (1986) llamaron *simple* constructivismo del constructivismo *radical* que es la base en la que se asientan ambos principios.

El constructivismo radical es radical porque rechaza el realismo físico donde descansan muchos restos empíricos. Esto exige que estas uniones se priven de todos los esfuerzos de conocer el mundo tal como es.

Lo que VON GLASERSFELD (1985) llama «Un mayor esfuerzo de descentralización» (p. 82), tanto a la necesidad humanitaria de elevar nuestra visión del planeta como el centro del universo, los constructivistas radicales dicen que necesitamos abandonar nuestra búsqueda por un auténtico objetivo.

El constructivismo aparece para dar esta primera formulación por Vico en el siglo XVI (VON GLASERSFELD en prensa), su lema «*Verum est ipsum factum*» (lo cierto es lo mismo que lo hecho) encierra su afirmación de que nosotros únicamente podemos conocer lo que construimos, Dios puede conocer su creación porque él la creó; nosotros, sin embargo, sólo podemos conocer lo que nosotros mismos hemos creado.

Este enfoque, en vez de una oposición entre, por un lado, el argumento Kantiano que experimenta no poder enseñarnos nada acerca de las cosas en sí mismas y, por otro lado, la evidencia de nuestra propia experiencia de la cual decimos que vivimos en un mundo estable y seguro (VON GLASERSFELD 1984, p. 27).

El lado evolucionista del constructivismo en principio desarrollado por BALDWIN y PIAGET, intenta llevar un acontecimiento a la existencia humana, con el único acceso a sus propias mentes, construyendo cada uno un mundo (VON GLASERSFELD, en prensa).

Adaptación es reproducir en lo posible, no representando lo actual. La mente construye conocimientos que adapta al mundo en muchos casos, igual que se construye una llave para una cerradura. La llave no es la imagen de la cerradura; esta es, aún así, una de las muchas llaves que pueden abrir

la cerradura (VON GLASERSFELD, 1983, p. 95). O, de usar otra metáfora, el capitán guiando un barco a través de un canal en una oscura y tormentosa noche sin ayuda, nunca hasta ahora había conocido el canal. Si su barco naufraga, él ha aprendido algo sobre el camino que no ha conseguido, pero si él pasa sucesivamente a través del canal él no podrá saber si su camino de acceso puede haber sido mejorado, ni si puede competir con la topografía del canal (WATZLAWICK, 1984).

Nosotros nunca conoceremos una realidad fuera de nosotros mismos. En cambio, todo lo que nosotros podemos aprender son nuestras obligaciones del mundo. Fuera de los escombros de nuestras fallidas hipótesis, nosotros continuamente exigimos muchas estructuras conceptuales elaboradas para organizar el mundo de nuestra experiencia.

Nosotros somos, por lo tanto, sistemas auto-organizados, auto-regulados, auto-reprimidos (VON FOERSTER, 1986; VON GLASERSFELD, 1986).

Ningún conocimiento, ni corriente de información corre interior o exteriormente a nosotros. Porque también somos sistemas auto-reproductivos (MATURANA y VARELA 1980). Esta concepción, o mejor dicho, esta disposición de relatar concepciones, descansa en la analogía cibernética entre el conocimiento humano y la conducta de efectores independientes en protozoos y metazoos, neuronas en el sistema nervioso central de mamíferos, reacciones químicas, sociedades de insectos, lasers, superconductores, y otros sistemas que están lejos del equilibrio y de alguna extensión auto-organizativa (HAKEN 1977; NICOLIS y PRIGOGINE, 1977).

Debido a que somos sistemas cerrados, el lenguaje y otras formas de comunicación no ocasionan el intercambio de ideas entre nosotros, pero si la construcción de realidades subjetivas para acceder a las experiencias que hemos tenido de situaciones en las que hemos tomado parte. Cada uno de nuestros significados construidos para el lenguaje lo usamos como estructura de nuestro mundo experimental, y el significado de la forma en que gira el mundo. Los significados no pueden ser comunicados; son necesariamente subjetivos.

En una completa estimación de constructivismo pueden ser consideradas cuestiones tales como: cómo conocemos a los otros, qué es objetividad y si hay constructivismo ético (VON GLASERSFELD 1985-86). El punto de vista constructivista, que otros ven como un conocimiento construido socialmente, es en particular necesario por exigencia. Desgraciadamente, sin embargo, el espacio no permite una exploración de estos principios.

En suma, el constructivismo radical parece ser una epistemología que hace activar todo conocimiento, incluso el subjetivo.

Siguiendo las modernas ciencias físicas este rechazo de la posibilidad de ir conociendo la realidad fundamental, trata al conocimiento subjetivo como la organización de su propia experiencia y el constructor de su pro-

pia realidad. Su visión viene a ser como un proceso en el cual el conocimiento subjetivo a través de prueba y error construye un modelo viable del mundo.

Un experimento en la Universidad de Stanford por Alex Bavelas captura la esencia del constructivismo (ver WATZLAWICK, 1984): El experimentador lee a cada sujeto una larga lista de números (ejem. 31 y 80, 77 y 15,...). La labor es decir si son o no los dos números «accesibles». Después de la respuesta, el experimentador indicará si es o no correcta. Los sujetos, invariablemente, quieren conocer en que orden estaban los números para ser aptos y se les explica que la tarea era precisamente el descubrimiento de esta regla.

Los sujetos, entonces, asumen que fueron comprometidos en un típico experimento de prueba-y-error y proceden a elegir respuestas al azar «apto» o «no apto». Al principio, los sujetos estaban equivocados todo el tiempo, pero como ellos formularon tantas hipótesis como números había relacionados, gradualmente empezaron a mejorar, y finalmente cada respuesta que daban era correcta. Su hipótesis, aunque no era perfecta, recibía un apoyo creciente.

Lo que los sujetos no sabían era que las respuestas experimentales siguen una determinada secuencia desde todo incorrecto, a través de varias mixturas de incorrecto y correcto, hasta todo correcto.

La secuencia no tenía conexión con la selección que hacían los sujetos.

Cuando el experimento hubo acabado, sin embargo, y los sujetos hablaban de decepción, refusaron a abandonar sus suposiciones de que había un orden en los pares de números.

Algunos sujetos incluso afirmaron que había un patrón en los números que el experimentador no había dicho.

En un sentido objetivo, no había orden en los pares de números.

Esto no impedía a los sujetos a afirmar, sin embargo, que ellos habían descubierto un cierto orden. Ellos construyeron una realidad para aceptar apta su experiencia y pudieron surtirse de tantos modelos como cada uno de nosotros —a ojos del constructivismo— organizamos nuestros mundos experimentales.

### **Lo que el constructivismo no parece ser**

Como una teoría de adquisición de conocimiento el constructivismo no es una teoría para la enseñanza o la instrucción. No es necesaria una conexión entre cómo es adquirida una de las visiones del conocimiento y cual de los procedimientos instruccionales que vemos es el óptimo para adquirirlo.

Las epistemologías son descriptivas, considerando que las teorías de enseñanza o instrucción son necesariamente teorías prácticas (KERR, 1981).

No obstante, los constructivistas buscaban implicaciones derivadas de su teoría para la práctica y en algunos escritos las explicaciones parecen indicar que ciertas prácticas de enseñanza y visiones acerca de la instrucción presupone una visión constructivista del conocimiento, esta implicación es falsa.

VON GLASERSFELD (1983, en prensa) identificó cinco consecuencias para la práctica educacional que seguía desde una posición constructivista radical:

a. Enseñando (utilizando procedimientos que apuntan a generar un entendimiento) volviendo a distinguir agudamente de adiestrar (utilizando procedimientos que apuntan a una conducta repetitiva).

b. Infiriendo en procesos tanto en el interior de la mente de los estudiantes como a través de conducta.

c. La comunicación lingüística se convierte en un proceso para guiar el aprendizaje estudiantil, no un proceso para transferir conocimiento.

d. Los errores estudiantiles se convierten para las expectativas de los profesores, en significados para llegar a comprender sus esfuerzos por entender.

e. Las entrevistas educativas intentan, no sólo inferir en las estructuras cognitivas, sino también modificarlas.

Las cinco consecuencias atacan la posición constructivista, pero aparecen como acceso a otras posiciones filosóficas.

### **Enseñando y adiestrando**

El contraste entre enseñar y adiestrar es viejo en la filosofía educacional mucha gente probablemente argumenta que aunque los dos conceptos son diferentes, adiestrar es una parte de la enseñanza cuando apuntan hacia acciones que manifiestan alguna inteligencia (GREEN, 1968). La esencia de la distinción entre los dos depende de si la acción comprende explicaciones, razones, argumento y un juicio —presumiblemente la fuente para el profesor finaliza en lo que el estudiante ha aprendido.

Haciendo al distribución en dicotomía se ignoran los contextos en los cuales los dos términos son usados intercambiamente pero pueden ser usados si esto es defendido.

Ciertamente el contraste entendimiento/conducta accede con la visión, apuntando a la adquisición de conocimiento y opinión, en cuanto a la oposición de formar hábitos y generar conductas repetitivas.

## De dentro hacia fuera

La atención para proceder infiere tanto si se va al inferior de la cabeza del estudiante como que las respuestas abiertas del estudiante parecen ser una antesala a la posición constructivista.

Por un lado, es difícil imaginar algún profesor, excepto Skinner, cuando está enseñando —vigilando el comportamiento de un estudiante— sólo interpretando su comportamiento y sin utilizarlo para hacer deducciones acerca de lo que el estudiante estaba pensando.

Cualquier esfuerzo apunta a detectar signos de pensamiento, por lo tanto es necesario asumir que el profesor hace tales deducciones. Por otro lado, el más radical constructivismo carente de un acceso directo a la mente del estudiante, está formado a retroceder por encima de las respuestas ya que el mundo estipula la única represión para hacer deducciones acerca de los procesos internos. ¿Qué más hay?. El contraste, entonces, aparece verdaderamente uno de los enfoques.

La conducta del profesor intenta ver *por encima* del comportamiento, el profesor constructivista ve *a través* de este. La sucesión de acciones de enseñanza no puede ser muy diferente.

## Construir para transferir

La metáfora del conocimiento fue construido para aprender y es transferido durante la enseñanza; es sólo una metáfora. Pero las metáforas parecen tener alguna utilidad para describir qué pasa cuando una persona está enseñando a otras. Cuando los constructivistas pasaron su atención de los estudiantes a los profesores, observaron que algunos aplicaban el transporte metafórico.

Los profesores que construyen un modelo del mundo en el que el transporte metafórico provee un camino viable para hablar acerca de la instrucción, poseen un modelo aparentemente falso (no intento saber como los constructivistas saben que es malo pero asumo lo que ellos dicen), así la tarea de los constructivistas es cambiar el modelo de profesor.

La estrategia que ellos adoptan es denegar la validez de la metáfora («el conocimiento no puede ser *transferido* al estudiante mediante comunicación lingüística». VON GLASERSFELD, en prensa) e intentan sustituir la metáfora por un cambio del lenguaje utilizado para hablar acerca de la instrucción («profesores con un conocimiento constructivista se ven a sí mismos, *no* como unos agentes deliberantes del sistema educacional pero si como jardineros, guías o consejeros del aprendizaje) (DAVIS and MASON, 1986, p. 9).

Se espera que los profesores puedan ser movidos a revisar su lenguaje y



su concepción de lo que la instrucción parece ser. COBB (1983), reconoce que los constructivistas a menudo se inclinan «a atarse a sí mismos en los conocimientos lingüísticos» (Pag. 1), atribuye el problema a la búsqueda de la precisión. Una hipótesis alternativa plausible es que esta rama forma una aversión al lenguaje común que la gente ordinaria encuentra viable pero que es una señal peligrosa para los constructivistas.

COBB (en prensa) sugirió en un análisis constructivista de matemáticas la instrucción matemática a través del análisis de transmisión, porque:

- a. los objetos matemáticos y estructuras que el profesor puede ver son únicamente aparentes para los estudiantes.
- b. las malas concepciones de los estudiantes son mejor entendidas cuando ven tanto una subida de la alternativa construccional como un fracaso en la comunicación.
- c. las teorías de instrucción deben ser consistentes con teorías de aprendizaje de entendimiento conceptual.

No está claro como la naturaleza abstracta de las matemáticas accede al análisis constructivista mejor que un análisis de transmisión. La gente concibe de la enseñanza tanto que un alce en la transmisión es justa como que el constructivismo puede poner las matemáticas en una forma tangible que puede ser examinada, y simbolizada.

Contrariamente al argumento de COBB uno no necesita decir que la estructura matemática es visible en el ambiente, en el orden de defender unas ideas acerca de que las estructuras pueden ser comunicadas a los estudiantes.

Si dudan de esto pregunten al instructor del colegio de matemáticas más cercano que encuentren.

El caso de los malentendidos es similar, el modelo de un malentendido puede ser suscitado por una alternativa de construcción o por un derrumbamiento en la comunicación.

También se puede dirigir a intentar descubrir lo que el estudiante esta pensando. El resultado, en consecuencia, es una materia diferente.

También un argumento para el empleo del constructivismo, tanto un acercamiento a la educación sólo si se acepta constructivismo como una descripción adecuada de la adquisición de conocimiento este en sí mismo no es sólo un argumento para el constructivismo.

### **Errores inesperados**

La atención que los constructivistas han de pagar a las expectativas de los profesores y las desviaciones de los estudiantes desde estas espectacio-

nes, como pista al pensamiento de los estudiantes, es uno de los más atractivos y prometedores aspectos del trabajo constructivista.

Algunos modelos de conocimiento tratan el conocimiento como algo que intenta dar sentido a los encuentros de enseñanza.

Consistencialmente la petición trata al profesor como alguien que intenta dar sentido a este mismo encuentro.

Los constructivistas atraen nuestra atención hacia la visión que los profesores tienen del conocimiento de los estudiantes como un fenómeno digno de investigación.

De hecho la visión constructivista puede convertirse en un riesgo considerando que la transmisión de la enseñanza supone una buena comunicación. Como COBB, (en prensa), denomina, es un caso paradigmático, la visión constructivista recoge como en este caso paradigmático, la situación en la cual tal comunicación fracasa y estudiantes y profesores hablan pasando de una a otra, este argumento puede producir una concepción de comunicación en la enseñanza como un proceso que decae rápidamente con el tiempo, naturalmente, nosotros aprendemos de los errores, que unos y otros hacen, pero una plena visión de concepción sugiere que nosotros también aprendemos de nuestros triunfos.

Uno no puede negar que el mundo está lleno de clases, en las cuales, muchos malentendidos acerca de las matemáticas están tomando espacio.

Para tener un malentendido, como el del paradigma, por ejemplo, es ignorar el papel de la comunicación en la promoción del aprendizaje.

El modelo negativo puede ser utilizado, en la instrucción de los sistemas de auto organización, que no tiene en cuenta los modelos negativos de sí mismos, pero es útil para describir a alumnos y profesores que ellos mismos pueden ser limitados.

Mucha gente responde bien a la pretensión de que ellos fallan la mayoría de las veces, especialmente, cuando sus propios medios de comunicación señalan triunfo.

Esto puede ser muy productivo en el largo camino para enseñar a profesores y estudiantes que el cristal no está justamente la mitad vacío pero sí en su mitad lleno.

### **Entrevistas educativas**

STEFFE y sus colegas (1983) fueron pioneros en la extensión de la entrevista clínica de PIAGET, en la cual un chico es insertado en una tarea matemática, la respuesta es analizada en términos de un modelo de conocimiento infantil de la tarea constructiva, para una interpretación de estas y otras respuestas son hechas tareas adicionales para testar el modelo e instrucciones

previstas por el entrevistador en un esfuerzo para revelar las estructuras conceptuales infantiles y el modelo de como ocurre este desenvolvimiento.

El término *experimento educativo* es a veces usado para describir a un entrevistador pero este término se refiere muy apropiadamente al procedimiento de la unión soviética en la cual una clase es instruida por un profesor regular y un experimentador utiliza sus respuestas, juntos con la fecha de las entrevistas seleccionan estudiantes como guía, en consulta con el profesor, en el curso de la subsecuente instrucción.

Las *entrevistas educativas* parecen un término muy apropiado para lo que STEFFE y sus colegas hacen.

La historia no necesariamente lógica relaciona las entrevistas educativas con constructivismo.

Las entrevistas en las cuales ocurre la instrucción no son populares en la investigación que exige un alto grado de control, porque la instrucción puede ser variable y las comparaciones pueden ser difíciles de hacer.

No obstante las entrevistas educativas fueron por algún tiempo populares en Europa y la Unión Soviética, como un método para estudiar el conocimiento. Ellas hicieron su camino hacia Norteamérica independientemente del constructivismo.

El impulso de adaptar el punto de aprendizaje cuando uno no está enseñando es un impulso erróneo, una buena enseñanza, como una buena comunicación, depende de poner un buen modelo del otro.

Los constructivistas, por ejemplo, no tienen el monopolio en la visión de la enseñanza que ve a estudiantes y profesores negociando cómo ellos revelan la distribución de significados.

Ellos no son los únicos en fomentar el trabajo investigativo por estudiantes algo más que los conductivistas ellos son los únicos que toman nota.

## **Lo que el constructivismo necesita ser**

### **Conectar con la ontología**

Un problema central con lo que constructivismo parece ser es la relación con la ontología.

VON GLASERSFELD (1985) expone que constructivismo deliberada y conscientemente elimina decir cualquier cosa acerca de ontología.

Esto no intenta ser nada más que *un* modelo viable para pensar acerca de las operaciones cognitivas y resultados los cuales, colectivamente, nosotros llamamos «conocimiento» (Pag. 100).

No obstante los constructivistas raramente proceden así, si bien no hacen promesas ontológicas, dejan caer que su visión es únicamente una de muchas.

Rechazar el realismo metafísico es coger un puesto ontológico.

La evitación de COBB (1983) del «lenguaje realista» expresa una visión ontológica.

Un contraste radical constructivista con realistas (DAVIS and MASON 1986), diciendo lo que el constructivismo no es, contribuye a la construcción de una ontología constructivista.

Además tales argumentos como los tomados por GLASERSFELD (1985, en prensa) y COBB (1986) y DAVIS y MASON para el efecto de que el único buen constructivista es el constructivista radical, implica el rechazo de la viabilidad de estas obras alternativas incluidas dentro del mismo constructivismo dejando fuera el exterior.

Los constructivistas necesitan clarificar y desvelar sus promesas ontológicas. Separar la epistemología de la metafísica, como vía para resolver el enigma epistemológico no provee una solución satisfactoria para nuestros problemas como educadores.

Nosotros necesitamos una epistemología que integre la ontología.

«Podemos mantener la metafísica y la epistemología unidas de modo que (a) nuestra explicación de Conocimiento no nos comprometiese a realizar cosas que no podemos explicar en nuestra teoría del Ser y (b) nuestra teoría del Conocimiento puede alojar y acomodar nuestras afirmaciones para saber que es el Ser», (McCLELLAN, 1981, p. 265).

### **Conectar con las matemáticas**

Me referí al principio del artículo a la afinidad entre constructivismo y matemáticas, esto parece inconsistente para sugerir qué son, lo que quiero decir es que los constructivistas necesitan poner a través, y deletrear claramente, que ellos tuvieron alejadas las relaciones entre constructivismo y matemáticas, como una disciplina, y matemáticas como un sujeto escolar.

VON GLASERSFELD (en prensa) hizo notar que «el constructivismo tiene todavía una relación implícita de aproximamiento constructivista para las relaciones matemáticas (LORENZEN, BROUWER, HEYTING)».

Los fundamentos de las matemáticas no presentan un problema para el constructivismo como la práctica de las matemáticas.

Como DAVIS y HERS (1980) contemplan «la actividad matemática *fuerza* a un reconocimiento de lo objetivo del trabajo matemático. El 'platonismo' del trabajo matemático no es realmente una creencia en el mito de Platón. Es justamente un uso sabedor de la naturaleza refractoria, la obstinación de los hechos matemáticos. Ellos son lo que *son* y no lo que a ellos les gustaría ser» (Pag. 362).

O como GADNER en 1981 escribió «se da por sentada la existencia de un mundo exterior matemáticamente ordenado» (p. 37).

El constructivismo necesita ir hacia términos con un realismo matemático.

Por otra parte del constructivismo necesita dirigir sus derechos hacia un nuevo acercamiento de la filosofía de las matemáticas, «casi-empiricismo» (TYMOCZKO, 1985), que estudie la práctica de matemáticas en un contexto socio-histórico y que aparezca compatible con las matemáticas realistas y constructivistas. Las matemáticas parecen aburrir muchos rostros humanos estos días uno escucha matemáticas como una disciplina humanística.

Si realmente es una disciplina humanística, entonces quizás el constructivismo radical puede encontrar una voz para hablar todo sobre humanística y no todo se verá justamente como lo más abstracto y subjetivo.

VICO dijo: «las matemáticas fueron creadas en la auto-alienación del espíritu humano. El espíritu no se puede descubrir a sí mismo en las matemáticas. El «espíritu humano vive en las instituciones humanas» (citados en DAVIS y HERSN, 1986, P. X). Como DAVIS y HERSN (1986, P. 305) observan, quizás algún día la sombra de VICO mirará desde de ELISUM y reconocerá que las matemáticas son una institución humana. Y quizás otros constructivistas reconocerán algún día que su visión de las matemáticas no es la adecuada con la práctica matemática.

La epistemología no puede responder a la pregunta de ¿qué matemáticas para enseñar? Un análisis de conocimiento no puede producir un currículum. El currículum depende de nuestros propósitos, en qué evaluamos, acerca de qué epistemología es necesario callar. Pensar de otra manera es encerrarse en lo que MARTIN (1981) denominó «la falacia epistemológica». Algunos constructivistas (KAMII, 1984; STEFFE, 1987; THOMSON, 1985) intentan a construir currículums basándose en fundamentos constructivistas. MARTIN argumenta que primero necesitamos determinar como nos gustaría que fuese el orden moral, social y político, entonces exponer muestras educativas, y en pos de propuestas elaborar un currículum apetecible y objetivo. Una epistemología puede ser utilizada por nosotros hasta cierto punto para un proceso de objetivos cognitivos pero otras teorías son necesarias para un proceso con objetivos no cognitivos.

### **Conectando con la realidad**

Si el análisis de BAUERSFELD (1987) es correcto, cada teoría científica en la distribución de las ciencias humanas, desde esta misma realidad hasta esta misma perspectiva las teorías de competencia no pueden juzgar nada más, y las metateorías son imposibles porque no es un apoyo externo en el cual colgar una perspectiva común, trabajo constructivo y lenguaje.

Por lo tanto, una teoría tal como lo que el constructivismo parecerá ser mientras tenga un terreno limitado y una perspectiva, esto no puede ser una metateoría que guíe toda la educación, dejando de lado la educación matemática.

Sin embargo hay una necesidad para la gente trabajadora en otras teorías necesariamente incompatibles.

El constructivismo necesita conectar con la realidad no la, entre comillas, «realidad» acerca de la que uno lee demasiado en los escritos constructivistas, pero sí la realidad de la actividad científica diaria, investigación matemática y prácticas de clase.

La gente vive en esta realidad y ellos eligen comunicarse con cada uno dentro de su coacción.

Si el constructivismo tiene algo que decir acerca de lo que significa conocer las matemáticas más allá de las matemáticas de la escuela elemental, acerca de cuantos profesores trabajan con sus alumnos en grupos, acerca de cuantos guías indirectos de aprendizaje pueden ser tocados por grados, entonces es necesario un lenguaje en el cual es necesario hablar a los profesores en su materia. Condenando cada día el lenguaje con los términos es «realista» o «reificación» y después poniéndoles comillas a cada uso de las palabras *descubrir*, *problema de estructura*, y *error* pueden preservar una virtud teórica, pero a costa de alargarla y retenerlo.

La virtud que necesitan muchos constructivistas es la de la humanidad.

Una teoría que pretende ser una de muchas posibles teorías viables debe ser tolerante hacia las teorías competentes. La gente que pretende que hay varios caminos posibles para construir el conocimiento debe estar muy relacionada entre personas que fracasan al construir su teoría.

Hay un momento en el film «Let Us Teach Guessing» (Dejadlos enseñar haciendo conjeturas) en el cual George Polya está preguntando a una estudiante si, ahora que otro caso se ha confirmado, cree en la hipótesis que ellos estaban explorando. Ella contesta «un tanto», y Polya se apoya en este término para transmitir la posición que debe tomar entre todo el conocimiento. Nosotros somos «un tanto» creyentes —demasiado cuando pensamos que tenemos pruebas, mucho menos cuando todo lo que tenemos especificado son unos pocos casos específicos. El investigador y el profesor necesitan tomar «un tanto» de posición entre lo que ellos están haciendo. Poniendo empeño en su cometido para llegar lejos, pero teniendo una mente abierta y retroceder cuando la disconfirmación está fundada.

El verdadero creyente no hace ni buenos investigadores ni buenos profesores. Los educadores de matemáticas que no están preparados para volver a nacer constructivistas pueden pensar que pueden llevar una existencia viable como «un tanto» constructivista.

## NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAUERSFELD, H. (1987, March). *Interaction, construction, and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education*. Paper presented at the Conference on Effective Mathematics Teaching, Columbia, MO.
- COBB, P. (1983). The epistemology debate: A personal reflection. *Problem Solving*, 5 (12), 1-4.
- COBB, P. (1986). Making asthematics: Children's learning and the constructivist tradition (Review of *Young children reinvent arithmetic* and *Learning from children*). *Harvard Educational Review*, 56, 301-306.
- COBB, P. (in press). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*.
- CONFREY, J. (1986). Teaching and learning mathematics: Where research should be going. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 347-360.
- DAVIS, P.J., & Hersh, R. (1980). *The mathematical experience*. Boston: Birkhäuser.
- DAVIS, P.J., & Hersh, P. (1986). *Descartes's dream: The world according to mathematics*. San Diego, CA: Harcourt, Brace, Jovanovich.
- DAVIS, P.J., & Mason, J.H. (1986). *Notes on a radical constructivist epistemology applied to didactic situations*. Unpublished manuscript, Open University, Centre for Mathematics Education.
- GARDNER, M. (1981, August 13). Is mathematics for real? (Review of *The mathematical experience*). *New York Review*, pp. 37-40.
- GREEN, T.F. (1968). A topology of the teaching concept. In J.C.B. Macmillan & T.W. Nelson (Eds.), *Concepts of teaching: Philosophical essays* (pp. 28-62). Chicago: Rand McNally.
- HAKEN, H. (1977). *Synergetics—An Introduction: Nonequilibrium phase transitions and self-organization in physics, chemistry, and biology*. Berlin: Springer.
- KAMII, C. (1984). *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*. New York: Teachers College Press.
- KERR, D.E. (1981). The structure of quality in teaching. In J.F. Soltis (Ed.), *Philosophy and education* (80th Yearbook of the National Society for the Study of Education, Part 1, pp. 61-93). Chicago: University of Chicago Press.
- MARTIN, J. R. (1981). Needed: A new paradigms for liberal education. In J.F. Soltis (Ed.), *Philosophy and education* (80th Yearbook of the National Society for the Study of Education, Part 1, pp. 37-59). Chicago: University of Chicago Press.
- MATURANA, H.R., & Varela, F.J. (1980). *Autopoiesis and cognition: The realization of the living*. Boston: Reidel.

- McCLELLAN, J.E. (1981). First philosophy and education. In J.F. Soltis (Ed.), *Philosophy and education* (80th Yearbook of the National Society for the Study of Education, Part 1, (pp. 263-288). Chicago: University of Chicago Press.
- NICOLIS, G. & Prigogine, I. (1977). *Self-organization in nonequilibrium systems: From dissipative structures to order through fluctuations*. New York: Wiley-Interscience.
- STEFFE, L.P. (1987, April). Principles of mathematical curricular design in early childhood teacher education. In S. Rachlin (Chair), *Early mathematics learning: Teacher-focused curriculum change*. Symposium conducted at the meeting of the American Educational Research Association, Washington, DC.
- STEFFE, L.P., von Glasersfeld, E., Richards, J., & Cobb, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*. New York: Praeger.
- THOMPSON, P.W. (1985). Experience, problem solving, and learning mathematics: Considerations in developing mathematics curricula. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 189-236). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- TYMOCZKO, T. (Ed.). (1985). *New directions in the philosophy of mathematics: An anthology*. Boston: Birkhuser.
- VON FOERSTER, H. (1984). On constructing a reality. In P. Watzlawick (Ed.), *The invented reality* (pp. 41-61). New York: Norton.
- VON GLASERSFELD, E. (1983). Learning as a constructive activity. In J.C. Bergeron & N. Herscovics (Eds.), *Proceedings of the Fifth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 42-69). Montreal: Université de Montreal, Faculté de Sciences de l'Éducation.
- VON GLASERSFELD, E. (1984). An introduction to radical constructivism. In P. Watzlawick (Ed.), *The invented reality* (pp. 17-40). New York: Norton.
- VON GLASERSFELD, E. (1985). Reconstructing the concept of knowledge. *Archives de Psychologie*, 53, 91-101.
- VON GLASERSFELD, E. (1986). Steps in the construction of «others» and «reality»: A study in self-regulation. In R. Trappl (Ed.), *Power, autonomy, utopia* (pp. 197-116). New York: Plenum.
- VON GLASERSFELD, E. (in press). Constructivism in education. In T. Husen & N. Postlethwaite (Eds.), *International encyclopedia of education: Supplement Vol. I*. Oxford: Pergamon.
- WATZLAWICK, P. (1984). Introduction. In P. Watzlawick (Ed.), *The invented reality* (pp. 13-15). New York: Norton.