

LA PROBABILITAT DES DE LA LOGIK DER FORSCHUNG FINS AL PRESENT

David MILLER*

0

I

Permeteu-me començar dient que em plau molt haver estat invitat aquesta setmana a Barcelona per acompanyar-vos en la vostra commemoració del 50 aniversari de la *Logik der Forschung* de Karl Popper. Suposo que no és pas necessari que us entretingui destacant prolixament la gran importància d'aquest meravellós llibre i el seu paper central entre els clàssics filosòfics del nostre segle. El fet de ser encara àmpliament llegit cinquanta anys després de la seva publicació, verifica la transcendència del llibre i la seva permanent influència. La verifica tant com ho pugui fer cap testimoni (que, com ens diu la *Logik der Forschung*, és ben poc). Però, tant en les publicacions com en la ciència, no importa la verificació sinó la contrastació, i la *Logik der Forschung* ha resistit fermament la contrastació del temps; ha demostrat el seu tremp. Jo diria que cap obra de teoria del coneixement ja no mereix cap consideració seriosa si no aborda, almenys en primera aproximació, les propostes metodològiques fetes per primera vegada en el llibre de Popper. Cap llibre posterior, em sembla a mi, no ha tingut opció de substituir-lo, ni tan sols les publicacions posteriors a Popper, per molt valuosos desenvolupaments que siguin. Me'n vaig adonar especialment ara fa dos anys, quan em dedicava a fer la selecció dels escrits de sir Karl per editar l'antologia *A Pocket Popper*. Vaig quedar impressionat perquè en el primer capítol de la *Logik der Forschung* es deien moltes coses i de forma molt bella; perquè aquestes vint-i-una pàgines són un sumari, admirablement suscit i clar, del nucli central del pensament de Popper en la teoria del coneixement científic. Per això considero un gran honor haver estat invitat per la Universitat Autònoma de Barcelona a contribuir a rendir tribut a aquest llibre remarcable.

* Nascut el 1942, David Miller estudià a la Universitat de Cambridge, a la London School of Economics, on va ser ajudant de sir Karl Popper, i després a la Universitat de Stanford. Des del 1969 està a la Universitat de Warwick, on actualment és *Senior Lecturer*. És autor de nombrosos articles sobre lògica i sobre filosofia de la ciència, algun d'ells col·laborant amb Popper. És autor de l'antologia *A Pocket Popper*, Fontana, 1983, i co-autor de *Croquet and How to Play it*, Faber 1966.

El meu tema avui és la probabilitat. El capítol sobre la probabilitat és un dels més llargs de la *Logik der Forschung* i un dels menys llegits avui dia. Ofereix una detallada presentació de la versió de Popper de la teoria freqüencial de la probabilitat, usualment associada als noms de von Mises i Reichenbach. Tal com explicaré, gran part del contingut d'aquest capítol, segons la meua opinió, té un valor perdurable, i això malgrat que Popper mateix ha abandonat fa temps la interpretació freqüencial a favor de la interpretació en termes de propensions. La interpretació propensional és certament el tema que unifica els tres extensos volums del *Postscript*, que havia de continuar *La lògica de la investigació científica* i que, mercès a la tasca de Bartley, ha estat finalment publicat. Cada volum del *Postscript* s'ocupa d'un seguit de problemes específics íntimament relacionats amb la teoria de la probabilitat. El volum 1, *El realisme i l'objectiu de la ciència*, tracta amb gran proximitat dels problemes de la demarcació i de la inducció; durant molt temps s'ha cregut que la teoria de la probabilitat lògica, en alguna variant més o menys subjectivista, era indispensable per a una satisfactòria solució del segon d'aquests problemes. El volum 2, *L'univers obert*, defensa tant l'indeterminisme científic com el metafísic, doctrines que estan inextricablement imbricades amb qualsevol interpretació genuïna de les probabilitats com a propensions. El volum 3, *La teoria quàntica i el cisma en la física*, aplica la interpretació propensional als enigmes de la mecànica quàntica, i precisament des de la *Logik der Forschung* Popper ha estat capdavanter en identificar-la com una teoria ineludiblement indeterminista i probabilista. El desenvolupament de la teoria formal axiomàtica de la probabilitat com una generalització de la lògica d'enunciats, ha estat una passió permanent de Popper, tal com es fa patent amb un cop d'ull als nous apèndixs a *La lògica de la investigació científica*. És una àrea en què ha fet alguns notoris descobriments. Aquest ràpid examen evidencia que la teoria de la probabilitat, encara que no sigui el centre precís de la filosofia de Popper, constitueix un dels seus àmbits més desenvolupats, més valuosos i més atrevits. Espero en la meua conferència donar-vos

una mostra de les variades aportacions de Popper en aquest camp fascinant, i destacar la importància d'aquestes aportacions. És realment extraordinari que un llibre com *Theories of Probability: An Examination of Foundations* (1973), de Fine, no contingui ni una sola referència al treball de Popper, malgrat que es presenta com un examen, tant en l'aspecte matemàtic com filosòfic, de les actuals teories de la probabilitat. Faré aquí els possibles per començar a corregir aquesta manifesta injustícia.

II

Els dos principals problemes abordats al capítol que tracta de la probabilitat a la *Logik der Forschung* eren els que Popper anomenava respectivament «el problema fonamental de la teoria de l'atzar», tractat en l'apartat 49, i «el problema de la decidibilitat», mencionat breument al principi del llibre però finalment solucionat en els darrers apartats del capítol (començant en l'apartat 65). Encara que formulats en el context de la interpretació freqüencial de la probabilitat, cada un d'aquests problemes té una transcendència incontestable per a qualsevol interpretació física veritablement objectiva. L'anomenat problema fonamental per Popper és el problema d'explicar l'aparició de l'ordre enmig del desordre. ¿Com és que una seqüència aparentment sense llei, per exemple una seqüència de tirades d'una moneda, una seqüència que sembla resistir-se completament a una predicció detallada, malgrat tot pot mostrar tal regularitat en fragments suficientment extensos? En resum, ¿quina és la font de l'estabilitat estadística d'una seqüència aleatòria? Si són autènticament caòtiques, ¿per què les freqüències relatives de les seves grans sèries no oscil·len amb igual desordre? El problema de la decidibilitat gira entorn del Teorema de Bernoilli o alguna altra llei dels nombres grossos. No pot haver-hi cap dubte que cada seqüència finita de resultats que sigui possible combinatòriament (de tirades amb una moneda, posem pel cas) té una probabilitat més gran que zero. D'aquesta manera cap seqüència possible no és exclosa per cap hipòtesi probabilística. En altres mots, les hipòtesis estadístiques no són empíricament falsables i en conclusió hau-

rien de ser catalogades com a no científiques pel criteri de demarcació de Popper.

En cert sentit, els dos problemes són diferents cares de la mateixa moneda: com més seriós ens sembli un d'ells, menys seriós ens semblarà l'altre. El problema que Popper anomena fonamental només és un problema important si l'estabilitat estadística observada és quelcom real i no simplement una aparença engendrada per la nostra incapacitat d'examinar seqüències de longitud indefinida. Si cap ordre estricte no sorgeix realment de la confusió del desordre, llavors no necessitem perdre el nostre temps intentant explicar-ho. Però si ens prenem seriosament l'afirmació que les observacions de seqüències aleatòries només són informatives si descriuen les configuracions de seqüències de longitud indefinida, llavors el problema de la decidibilitat esdevé punyent. En canvi, si permetem que el comportament d'un segment inicial finit d'una seqüència infinita pugui arribar a donar-nos alguna informació de la seqüència sencera, suavitzant d'aquesta manera el problema de la decidibilitat, llavors haurem d'afrontar tota la força del problema de l'estabilitat. En resum: la nostra valoració del caràcter mútuament irreconciliable dels dos problemes en qüestió depèn de manera crucial de fins a quin punt sostenim la doctrina freqüencial, que diu que podem identificar, almenys aproximadament, el límit de les freqüències relatives en un col·lectiu —i només aquest límit— amb la distribució de la seqüència probabilística. Per a un freqüentista pur l'estabilitat no és altra cosa que una conseqüència trivial de l'existència d'un límit de les freqüències relatives. Per a un freqüentista radical és precisament la trivialitat d'aquesta proposta, la que la inutilitza com a solució del problema fonamental.

En la *Logik der Forschung* Popper era un freqüentista carregat de zel renovador, que va dirigir directament aquest zel a una nova solució del problema de l'estabilitat. El que va fer Popper fou demostrar que l'axioma de convergència de von Mises, que postulava explícitament que les freqüències relatives convergien en un límit, podia ser eliminat sense que la teoria freqüencial esdevingués impotent (vegeu *Logik der Forschung*, apartat 64). Posteriorment el reformisme de Popper va convertir-se en un fervor revolucionari, que el va portar a refusar totalment la interpretació

freqüencial, malgrat les seves reconegudes virtuts, i a substituir-la per la interpretació basada en les propensions. Popper mateix explica la seva conversió com un intent de superar la dificultat que el problema del cas individual causa a la interpretació freqüencial. No poso en dubte l'exactitud històrica de l'explicació. Solament faig notar que també cal considerar-la com un intent de proporcionar una solució més pregona al problema de l'estabilitat. Certament, en la seva discussió (als apartats 29 i 30 del capítol IV de *L'univers obert*) de l'argument conegut com «la navalla de Landé», un argument proposat per mostrar que cap solució determinista del problema de l'estabilitat no fa res més que iniciar una regressió infinita, Popper explícitament defensa la necessitat de la interpretació de les probabilitats físiques basada en el cas individual. Indiscutiblement les necessitem per a moltes aplicacions pràctiques, però no té importància en aquest moment. Allò que és crucial és que les probabilitats que s'apliquen als casos individuals ni són freqüències ni, encara que siguin propensions, són propensions a produir freqüències. Per tant poden tenir la capacitat d'explicar per què convergeixen les freqüències, per què les seqüències aleatòries són estadísticament estables.

Permeteu-me d'explicar què aconseguí en aquest tema la *Logik der Forschung*. Recordem que la teoria freqüencial de von Mises definia la probabilitat únicament per als atributs dins d'un col·lectiu, és a dir, una seqüència infinita d'esdeveniments, que compleixen els dos axiomes de convergència i d'aleatorietat. Segons l'axioma de convergència, la freqüència relativa de l'aparició de cada atribut s'aproxima a un valor límit a mesura que creix la seqüència; segons l'axioma d'aleatorietat, aquest límit de les freqüències es conservarà intacte en totes les subseqüències de la seqüència original que siguin seleccionades sense referència a l'atribut que es consideri en aquest cas. (Com és prou conegut, «totes les subseqüències» és aquí una expressió excessivament forta. Existeixen inevitablement moltes seleccions que donen resultats bastant diferents. Malgrat tot, la idea, que és prou clara, és que seria possible excloure les seqüències que es desvien d'acord amb algun mètode; d'això la descripció alternativa que dona von Mises de l'axioma d'aleatorietat com

l'axioma que exclou els sistemes de jugar.) Llavors la probabilitat d'un atribut dins del col·lectiu es defineix com el valor límit de la seva freqüència relativa. L'axioma d'aleatorietat postula una frivolitat local en els col·lectius als quals l'axioma de convergència afegeix el requisit de la solemnitat global. En cert moment fins i tot es va pensar que els dos axiomes es contradieien mútuament (encara que Nagel exposà clarament la fallàcia que tenia l'argumentació matemàtica usualment emprada per donar suport a aquesta acusació), cosa que indica clarament que el problema fonamental de la teoria de l'atzar no es pot resoldre per mera estipulació.

En la *Logik der Forschung*, Popper es va comprometre a resoldre aquest problema fonamental rebutjant totalment l'axioma de convergència i reforçant fins a tal punt l'axioma d'aleatorietat que en canvi es pogués derivar d'ell l'existència d'un límit de les freqüències. Ho realitzà exigint no solament que les subseqüències infinites seleccionades d'un col·lectiu siguin estadísticament semblants al col·lectiu sencer, sinó exigint que els segments inicials finits també ho siguin. Popper donà una definició enginyosa, però malgrat això extremament simple i intuïtiva, del caràcter aleatori d'una seqüència finita i proposà que les probabilitats havien de restringir-se a seqüències que, segons aquesta norma, fossin idealment aleatòries des del mateix principi. (La definició no va ser depurada del tot fins la publicació de la primera edició anglesa —*La lògica de la investigació científica* (1959)—; vegeu les notes *1 i *2 afegides a l'apèndix IV.) Llavors va demostrar que les freqüències relatives convergeixen necessàriament quan la longitud d'aquestes seqüències idealment aleatòries creix indefinidament. Cal remarcar que, a més de proporcionar d'aquesta manera una solució al problema fonamental de la teoria de l'atzar, mostrant que l'estabilitat estadística és conseqüència del desordre local, en lloc de contradir-lo, la proposta de Popper també soluciona el problema de la decidibilitat. Ja que, sigui quina sigui la distribució d'una seqüència, la seva pretensió de ser aleatòria i per tant de ser un medi autoritzat per a contenir probabilitats, queda refutada si el seu comportament inicial (però no el seu comportament eventual) està suficientment lluny de l'ideal. (És aleatòria perquè es comporta

aleatòriament.) Interpretant les paraules de Popper de la manera més estricta podem dir que quan fem tirades amb una moneda no carregada hi ha algunes seqüències de cares i creus que, considerades aïlladament, són físicament impossibles. Això no és afirmar que llurs probabilitats són igual a zero. Aquestes seqüències no representatives poden fins i tot ocórrer, però solament en el context de seqüències més llargues i més ben regulades. D'aquesta manera les hipòtesis probabilitàries poden ser falsades estrictament per mètodes empírics; que han de ser falsables és una cosa que tothom sabia de sempre, però ningú no sabia com.

Hi ha dues objeccions òbvies i relacionades, que poden sorgir contra aquesta proposta. La primera és que el destí d'una hipòtesi probabilitària sembla que depèn excessivament del moment en què comencen a contrastar-la. ¿Haurem de considerar indulgentment que una ruleta usada, que asenyalava zero deu vegades en jugades successives, és víctima d'una circumstància estadística, mentre que una ruleta totalment nova que es comportés igual seria retornada immediatament als fabricants, al·legant que està desequilibrada? Car després de tot àdhuc en una seqüència idealment aleatòria apareixerà una sèrie de deu zeros successius dins de les primeres 37^{10} jugades (aproximadament $4,8 \times 10^{15}$ jugades, presumiblement suficients per reduir a pols la més legítima ruleta). La segona objecció és que en qualsevol seqüència duta a terme físicament per descomptat que es toleraria alguna desviació de les exigències de l'aleatorietat ideal; no rebutjarem pas la pretensió de no estar trucada una moneda només perquè les seves dues primeres tirades donen cara (encara que cap seqüència idealment aleatòria amb equidistribució pot començar amb dues cares o amb dues creus). És temptador de pensar que aquestes objeccions no són més que el vell problema de la decidibilitat canviat de forma, i que el recurs a les seqüències aleatòries finites no ha produït cap impacte en el problema. Però em sembla que no és així. En primer lloc menysté el fet que, per bé o per mal, la teoria freqüencial en realitat atribueix les probabilitats als atributs dins de les seqüències més que no pas als aparells o als dispositius aleatoris. Si la seqüència de què ens ocupem és la seqüència de totes les tirades amb una

moneda particular, llavors el nostre problema en realitzar una contrastació estadística és que no sabem mai, o rarament, on estem exactament en la seqüència. El que sabem, malgrat tot, és que quasi per tot arreu en les seqüències hem de trobar subseqüències representatives (aquelles que tenen una distribució de freqüències que s'aproxima bé a la de tota la seqüència), mentre que les subseqüències que es desvien molt apareixen a distàncies molt llargues, sovint excepcionalment llargues, del començament. En la majoria dels casos també sabem que només s'han realitzat amb l'aparell un nombre relativament petit de proves. Una contrastació exigent de les hipòtesis probabilitàries, i per tant una que no sigui sensible a les suposicions que fem sobre la nostra ubicació, serà una contrastació que efectivament dona per fet que estem al començament o a prop del començament de la seqüència considerada. Seria intolerable que una hipòtesi probabilitària fos preservada de la falsació desviant el retret cap a una hipòtesi auxiliar que, encara que essencial per a la contrastació, ella mateixa és difícilment susceptible de contrastació independent. Aquesta insistència en l'exigència, amb el seu rebuig de proporcionar una protecció permanent a les hipòtesis probabilitàries, és certament una mena de duplicació de l'estipulació de Popper, per les hipòtesis estadístiques igual que les no estadístiques, que només compten com a falsacions aquells efectes que són reproduïbles (vegeu la *Logik der Forschung*, apartat 22). Certament, hauríem de «prendre la decisió metodològica de no explicar mai els efectes físics, és a dir regularitats reproduïbles, com una acumulació d'accidents» (*Logik der Forschung*, apartat 68), de la mateixa manera que prenem la decisió de no explicar mai les acumulacions d'accidents, és a dir irregularitats no reproduïbles, com a efectes físics (*Logik der Forschung*, apartat 22). La primera decisió evita que la falsació resulti desesperançadorament difícil, mentre que la segona fou introduïda per evitar que fos absurdament fàcil. Com subratlla Popper mateix, aquestes consideracions afecten indiscriminadament les hipòtesis deterministes i probabilitàries. El problema de la decidibilitat es resol d'aquesta manera plenament d'acord amb els principis metodològics enunciats per primera vegada en la *Logik der Forschung*. Les hipòtesis probabilitàries, fins i tot quan

s'interpreten de forma freqüencial, poden ser alliberades de l'acusació de ser «insensibles a la falsació estricta» (com explica Popper en les seves consideracions introductòries a aquest capítol).

La significació de tot això pot semblar només marginal, ja que Popper mateix, per no mencionar la majoria dels altres filòsofs, ha abandonat actualment la interpretació freqüencial en qualsevol forma similar a la de von Mises, i l'ha substituïda per la interpretació propensional, que concedeix prioritat a les probabilitats dels esdeveniments individuals. El gran mèrit d'aquesta interpretació des del punt de vista del realisme és que allibera l'atribució de probabilitats de qualsevol dependència de les seqüències concretes. Però en fer-ho sembla retornar-nos a la situació en què les úniques prediccions empíriques que poden fer les hipòtesis probabilitàries són de caràcter estadístic, de manera que altre cop esdevenen insensibles a la falsació estricta. Si existeix una propensió a realitzar-se, per petita que sigui, per a una seqüència particular de resultats, llavors aquesta seqüència ha de ser possible, i la seva aparició, com és sabut, no pot dir-se que refuta cap hipòtesi probabilitària. Per això mateix, a fi de preparar una breu discussió de la interpretació propensional desitjaria explorar una altra manera d'obtenir prediccions deterministes a partir d'hipòtesis indeterministes. Com podeu notar no sóc partidari de deixar que se'ns escapi el requisit de falsabilitat estricta pels enunciats de la probabilitat.

Seria suficient la possibilitat d'observar sencera una seqüència infinita de tirades d'una moneda, per a poder refutar una hipòtesi probabilitària sense més complicacions. Imaginem, per exemple, que l'enèsima tirada d'una moneda va produir-se $(n-1)/n$ minuts després del començament d'una sèrie de proves. Després d'un minut hauríem reunit fins al final tot el col·lectiu de resultats i podríem comparar la freqüència relativa enregistrada amb la que havíem predit. Encara que sens dubte hi hauria imprecisions degudes a la inevitable presència d'errors experimentals, no ens causarien més problema que en qualsevol mesurament físic. Per descomptat, les seqüències de tirades d'una moneda no es poden realitzar a una velocitat sempre creixent com s'ha indicat, de manera que l'experiment ideal tal com s'ha descrit és enterament imaginari. Tanmateix, potser ens hem deixat in-

fluir amb excessiva facilitat per la idea que les progressions (ω -seqüències, seqüències similars a la dels nombres naturals) proporcionen els millors models per a les seqüències infinites de proves. Un candidat alternatiu que no discutiré el proporcionen els enters, és a dir, seqüències (del tipus $\omega^* + \omega$) que són discontinües però que no tenen cap segment inicial. Mes hi ha una altra estructura, exemplificada pels racionals, que també és temptadora. ¿Podria existir una cosa semblant a un conjunt dens i acotat de proves? Clarament, tal conjunt de proves, per poc manejable que fos, es podria completar en un interval finit de temps; les freqüències relatives en un conjunt així serien quantitats fàcilment observables. ¿Quin seria en una teoria així el paper de l'axioma d'aleatorietat? Un axioma anàleg al de von Mises exigirà evidentment que qualsevol subconjunt dens del conjunt de resultats que sigui seleccionat metòdicament mostri la mateixa freqüència relativa que el conjunt sencer. Un axioma anàleg al de Popper, que es refereix a seqüències finites aleatòries, exigirà, per l'altra banda, que el perfil estadístic del conjunt de resultats sigui àmpliament independent del detall amb què s'examini. Podem imaginar-nos que examinem un conjunt dens de resultats amb microscopis cada vegada més potents; aquest conjunt serà idealment aleatori si, tant com sigui possible, sempre ofereix a la visió la mateixa forma. Estructures d'aquesta mena ja no són tan mitològiques com podia semblar. Si ho he captat bé, són precisament allò que Mandelbrot anomena «fractals», conjunts de punts com línies costaneres, cursos de rius, i, paradigmàticament, trajectòries en el moviment brownià, que són similars a tot arreu. És a dir, aquestes estructures poden tenir existència física real o en qualsevol cas poden ser innòcues idealitzacions de les que tenen existència física real. Una de les crítiques corrents a la interpretació freqüencial, que no hem fet notar explícitament més amunt, era que els col·lectius infinits no són idealitzacions com els gasos perfectes, les línies rectes, o els cossos no sotmesos a cap força, sinó construccions a un nivell completament més elevat d'irrealitat. Podem veure que si la teoria freqüencial pogués reconstruir-se per conjunts infinits densos, en lloc de discontinus, aquesta objecció perdria la seva força. Allò que tracto de suggerir és una manera de combi-

nar un indeterminisme autèntic a nivell microcòsmic (al nivell dels punts) amb un autèntic determinisme a nivell macrocòsmic. Simplement no és impossible que cada resultat en un conjunt dens sigui totalment indeterminat, i tanmateix el conjunt sencer, i naturalment cada subconjunt dens seu, mostri necessàriament la distribució que mostra. Seria interessant de veure com el mètode popperià de construcció per a les progressions aleatòries podria adaptar-se a donar instruccions per a construir conjunts densos idealment aleatoris. Aquests tipus ideals no serien necessaris exactament en el mateix grau pel problema de la decidibilitat; ara suposem que aquest es pot afrontar amb el pas efectiu al límit. Però encara hi ha alguna cosa a dir, penso que fins i tot avui dia, a fi de fer tot el que puguem per a perfeccionar la teoria freqüencial de la probabilitat.

No estic suggerint que una sèrie de tirades d'una moneda sigui un fenomen més fàcil d'analitzar en termes de conjunts densos, que de conjunts discrets. Després de tot, el punt principal de la proposta altament especulativa que presento és que el caos genuí a nivell dels punts o dels instants (el fet que el temps és continu i no pas dens, no importa aquí) es pot combinar amb la predictibilitat macrocòsmica. I una característica completament evident d'una sèrie de tirades d'una moneda és que és un procés indeterminista a nivell macrocòsmic. Almenys genera progressions amb una estabilitat estadística que exigeix explicació. Com fa palès l'argument de la navalla de Landé, la caiguda d'una moneda pot ser un esdeveniment localment determinat, però l'estabilitat del conjunt de tirades s'ha de fer remuntar eventualment a un procés genuïnament indeterminista. Per tant, seria possible imaginar el procés de fer tirades amb una moneda com un mètode de seleccionar una seqüència, en la pràctica una seqüència certament finita, però en principi una progressió, a partir d'un conjunt dens i no acotat. A cada instant del temps, potser, algun esdeveniment microcòsmic tindrà lloc o no. Si es tirava una moneda en aquest instant, ràpidament s'establiria una cadena que en el moment apropiat, àmpliament determinat per altres factors, menaria a la caiguda de la moneda d'un costat o de l'altre. Es podria esperar que en un conjunt dens, acotat i idealment aleatori, una progressió seleccionada metòdicament estaria do-

tada amb la mateixa distribució estadística que el conjunt sencer. Però això s'ha de veure. Si resultés que les coses són així, llavors sembla com si àdhuc l'estabilitat de les seqüències de tirades d'una moneda pogués ser explicada més aviat en funció de col·lectius densos que no pas de discrets.

Un mot final sobre el paper realitzat per l'axioma d'aleatorietat en la interpretació freqüencial. He construït l'axioma d'una manera molt més forta que, per exemple, la de Church: jo considero que en una seqüència veritablement aleatòria tots els sistemes de jugar haurien d'estar exclosos, no només aquells que estan determinats per una regla matemàtica, sinó també aquells que realitzen seleccions en resposta de algun senyal físic. Encara que un jugador que a la ruleta aposti a un número elegit quan —i només llavors— algú encén una cigarreta, o el rellotge toca, o entra una dona bonica al casino, no podria d'aquesta manera millorar les seves oportunitats de guanyar. Si això és una interpretació fidel de les intencions de von Mises, llavors em sembla que l'existència d'autèntics col·lectius és realment inconsistent amb qualsevol concepció determinista del món. Si tots els esdeveniments suposadament aleatoris no són més que els finals visibles de cadenes causals, llavors una inspecció suficientment informada dels seus antecessors remots ens permetria de seleccionar avantatjosament els nostres resultats. Si postulem que qualsevol mètode semblant de selecció és exclòs, haurem d'acceptar la conseqüència que aquelles cadenes causals no existeixen realment. Sóc incapaç de dir quina és la realitat. Potser no existeixen col·lectius absolutament autèntics, siguin discrets o densos. Potser no existeixen cadenes causals absolutament rígides.

Amb el pas cap als col·lectius densos o fins i tot continus ens hem acostat altre cop al cor de la interpretació propensional de la probabilitat. Ja que podem imaginar que cada esdeveniment individual aleatori d'un tipus particular pertany a una immensitat de diferents col·lectius pròxims que convergeixen en el mateix esdeveniment. Quan passem al límit, a l'esdeveniment individual, al limitar-nos a col·lectius cada vegada més restringits en el seu veïnatge (per bé que encara infinits), llavors naturalment esperarem poder arribar a expressar la probabilitat ordinària, o sia, la freqüència, que està lligada a esdeveniments d'aquest

tipus en cada un d'aquests col·lectius. D'aquesta manera arribem a la idea d'atribuir la probabilitat als esdeveniments individuals mateixos, és a dir, als esdeveniments d'un tipus particular en una posició espàcio-temporal especificada. Suggerixo que les probabilitats individuals són els casos límits de les freqüències relatives; són freqüències instantànies, igual que les velocitats són canvis instantanis de posició i les acceleracions són canvis instantanis de velocitat. Suggeriré més endavant que les propensions causen aquestes freqüències instantànies quasi de la mateixa manera que les forces newtonianes causen les acceleracions. I igual que les forces són diferents de les acceleracions que ocasionen, de la mateixa manera les propensions s'han de distingir clarament de les freqüències que en resulten. Usualment, encara que no sempre, trobarem convenient imaginar que aquestes propensions són inherents a algun objecte físic, alguna estructura o algun dispositiu experimental. Però la conveniència no és la correcció, i en general cal reconèixer que la propensió a produir-se un esdeveniment de tipus particular en una regió especificada espàcio-temporal no és una propietat del tipus d'esdeveniment, ni tampoc una propietat d'un objecte físic remarcable de la regió (una moneda, una ruleta, un electró), sinó de tota la situació en aquell moment; de tot l'estat de l'univers en aquell moment, si us agrada expressar-ho així. La probabilitat que atribuïm a un tipus d'esdeveniment és certament relativa a la situació que considerem (per exemple la probabilitat de treure cara amb una moneda carregada pot dependre de la llisor de la superfície on cau, de la intensitat del camp gravitacional ambiental i molts altres factors). Però la probabilitat d'un esdeveniment genuïnament individual (cara, en aquest cas) no és més relatiu a la situació física que el número del meu telèfon és relatiu a mi. (Per descomptat, si jo fos una persona diferent, podria tenir un número de telèfon diferent. Però el meu número de telèfon no és una cosa relativa, en el sentit que la sèrie de dígitos que heu de marcar per a comunicar amb mi és relativa al lloc des d'on truqueu.)

Penso que Popper pretengué sempre que la interpretació de les probabilitats com a propensions físiques (i potser psíquiques) s'havia d'entendre d'una forma similar a aquesta tan estricta. Cap

altra interpretació del missatge no explicaria la urgència del seu to. La probabilitat de produir-se un esdeveniment particular en un moment particular no és res més que la mesura de fins a quin punt el món en aquest moment està inclinat a provocar aquell esdeveniment. Cal admetre que, en alguns dels seus escrits, Popper fa que la interpretació propensional s'acosti a la interpretació freqüencial molt més del que voldria. I alguns autors s'han sentit obligats a distingir entre teories de la classe que acabo d'esbossar i les que no doten els dispositius aleatoris de res més que les propensions a produir freqüències estables. Aquest darrer tipus de teoria em sembla molt poc interessant des de tots els punts de vista, sobretot perquè torna a suscitar amb tota la seva força el problema fonamental de la teoria de l'atzar. Naturalment, un dels mèrits de la interpretació propensional és que aprofundeix en aquest problema més que no pas cap versió de la teoria freqüencial. Després de tot, aquesta darrera teoria, fins i tot en la forma renovada de Popper, considera que les freqüències són la qüestió bàsica, en exigir d'un col·lectiu que les distribucions de freqüències es conservin a través de la selecció. No és, doncs, especialment sorprenent que siguin les freqüències les que són estables més que cap altra variable. Amb la interpretació propensional podem avançar una mica més i començar a veure per què allò que és convergent és la freqüència relativa d'èxits per prova (la raó entre el nombre de cares i el de tirades) més que no pas alguna altra funció. D'acord amb la interpretació propensional, suposant que les propensions compleixin el càlcul de probabilitats (que jo no hauria pensat que fos una veritat *a priori*, encara que Lewis sembla pensar-ho), la freqüència relativa de cada atribut té una aclaparadora propensió a convergir en una sèrie de proves perllongada suficientment. Cal reconèixer, per descomptat, que fins i tot això no aprofundeix gaire: ja que el càlcul de probabilitats és satisfet gairebé trivialment per les freqüències, torna a ser difícilment sorprenent que les freqüències observades siguin estables. Els darrers anys s'ha obtingut una solució molt més penetrant d'aquest problema a través del tractament informàtic de les seqüències aleatòries. Però fins i tot aquest enfocament usa la teoria usual del mesurament per establir que quasi totes les seqüèn-

cies finites són aproximadament aleatòries (és a dir, totes excepte un conjunt de mesura zero). Per tant, encara subsisteix el problema d'explicar, sense recórrer a cap funció que impliqui funcions freqüencials, o funcions probabilitàries, per què resulta que les freqüències (i pel que sabem, només les freqüències i llurs funcions) són les característiques estables dels processos aleatoris en aquest món. El món físic no és usualment tan obsequiosament senzill i tan matemàticament simple com això, i per tant hom està un xic disposat a conjecturar que ha de ser així, que no pot haver-hi cap altra possibilitat. Si les coses fossin així, seria convenient poder-ne examinar la demostració.

Permeteu-me d'acabar les meves dispenses i fortuïtes observacions sobre la interpretació popperiana de la probabilitat basada en les propensions fent constar que un cop estem preparats per a acceptar que són observables els conjunts densos (és a dir, infinits i acotats) d'esdeveniments, llavors podem, si ho desitgem, interpretar algunes propensions zero, però no totes, com a impossibilitats. Així el problema de la decidibilitat dels enunciats probabilitaris es pot resoldre gairebé de la mateixa manera que abans. Malgrat tot cal subratllar que les ocurrencies aleatòries continuent essent fonamentals per a aquesta teoria, fins i tot a nivell macrocòsmic. Els esdeveniments microcòsmics són indiscutiblement caòtics i indeterminats però, ja que les seves conseqüències es poden amplificar, alguns esdeveniments a nivell d'observació poden ser genuïnament indeterminats de la mateixa manera per qualsevol cosa que no sigui el seu passat més recent. Tot el que se suggereix és que a més d'aquests efectes poden existir altres fenòmens globals que són conseqüències enterament determinades de la mateixa disposició física. Les trajectòries dels fragments de pol·len en moviment brownià pertanyen presumiblement al primer tipus d'efecte observable; la temperatura del líquid que conté la suspensió (que suggereixo que no pot estar subjecta a una fluctuació estadística) és potser un exemple del segon tipus. Podria resultar que res d'això no fos cert, però sembla una possibilitat. Segurament era equivocada la doctrina de Hume, que «és impossible admetre un terme mitjà entre l'atzar i la necessitat absoluta» (*Tractat de la naturalesa humana*, Llibre I, part III, secció XIV).

Ara passaré de les probabilitats com a constituents del món físic a les probabilitats lògiques, que varen ser diferenciades clarament per primera vegada de les probabilitats físiques o estadístiques en la *Logik der Forschung*, apartat 34. Segons el meu parer, aquestes són de molt poc interès per a la ciència física, encara que són de considerable interès per a la lògica. I tampoc no realitzen en la vida pràctica un paper semblant al que sovint s'atribueix a les probabilitats lògiques o als seus parents de mala reputació que coneixem amb els noms de probabilitat credal, probabilitat subjectiva, probabilitat personal, probabilitat estimativa, credibilitat, confiança, grau de creença racional, grau de confiança i una multitud d'altres àlies. Ja que, quan planegem alguna línia de conducta, el que necessitem és saber tant com sigui possible com aniran les coses; no és suficient que se'ns digui com és versemblant que vagin les coses, ja que això no ens dona pas cap indicació de la conducta que hauríem de seguir. Pot ser que hi hagi una probabilitat molt alta d'una erupció volcànica, però el que els habitants necessiten saber és si el volcà entrarà en erupció. Popper ha remarcat molt que en la pràctica, no menys que en la teoria, necessitem descobrir la veritat, tot i que la nostra comprensió de la veritat sempre és insegura i sense base. No ens proporciona cap avantatge incrementar la nostra confiança en el que passarà, ja que tal confiança, per més que suposadament objectiva, no significa que el futur anirà d'aquesta manera. La probabilitat no és una guia per a la vida, o no ho hauria de ser. Precisament perquè necessitem saber la veritat m'he preocupat de trobar la manera de poder refutar realment les hipòtesis probabilitàries, ja que si es poden refutar, fins i tot en àrees on les propensions probabilitàries són actives, llavors podem ser capaços de formular prediccions sobre què passarà demà; és a dir, la ciència ens pot proporcionar una autèntica ajuda per a progressar en el món. Però ¿què hem de fer quan cap hipòtesi científica disponible no ens proporciona cap predicció categòrica (recordem que categòrica no significa ni té per què significar certa)? Terratrèmols, volcans, el temps atmosfèric, per no mencionar gairebé tots els aspectes de la vida social, són àrees

en què aquestes prediccions categòriques són inasequibles. En circumstàncies com aquestes, ¿demostra doncs la ciència que no és de fiar?

La resposta corrent a aquesta qüestió és que en unes circumstàncies així hauríem de seguir la regla de Bayes, i maximitzar la nostra utilitat esperada, adoptar el pla que té la màxima utilitat esperada. Desgraciadament, els bayesians mai no ens han explicat per què ho hauríem de fer; és a dir, per què en una situació en què hauríem de prendre una decisió, hauríem de parar esment en consideracions probabilitàries que realment no ens diuen res sobre què passarà. Fins i tot els que tracten de construir totes les probabilitats de forma estadística estan desconcertats per la fallada evident del que Hacking va anomenar «justificació a llarg termini» per explicar (per no parlar de justificar) la nostra inclinació a parar atenció a les dades estadístiques. La meua opinió és que aquesta apel·lació a les probabilitats no ve a tomb. No és la incertesa del futur la que fa que la presa de decisions sigui un problema espinós, sinó la seva impredictibilitat. Destaco altre cop que aquests dos factors són diferents. Qualsevol teoria determinista a primera vista, com la de Newton, proporciona prediccions categòriques, però cap esforç de la imaginació no pot considerar-les certes ni tant sols molt probables. D'altra banda, la predicció que diu que no hi haurà una ona de calor a Anglaterra per l'abril és sens dubte gairebé probable, però difícilment ens prepara per l'amplia variació en el temps atmosfèric que normalment trobem. Com potser ja resulta evident, el problema de prendre decisions ens torna a obsequiar amb l'inevitable conflicte entre probabilitat i contingut, que Popper ha destacat tant persistentment. Necessitem tenir un gran coneixement del futur si volem actuar apropiadament, en canvi és ben poc el que cal saber del futur si seguim el principi de deixar-nos guiar per la probabilitat. Per descomptat, a la pràctica, quan estem davant d'un futur impredecible, la gent tendeix a assegurar-se contra el desastre; ja que el resultat de fer-se una pòlissa d'assegurances és reintroduir la predictibilitat dins el panorama. No puc predir que la meua casa no serà robada, cremada fins als fonaments o colgada per una allau. Però si faig una assegurança contra aquestes calamitats, llavors puc predir que la meua pèrdua econòmica es limitarà

a les primes que he hagut de pagar. (Per descomptat que estic simplificant. Una assegurança no és mai tan simple ni tan barata.) Les mateixes companyies d'assegurances actuen de forma similar. Fan el que poden per minimitzar les seves pèrdues reals (traspasant els seus riscos a altres companyies), no les seves pèrdues esperades. Només si podíem predir com serà el futur ens hi podríem preparar; perquè així és com serà.

IV

Finalment permeteu-me passar, encara que sigui breument, a una crítica més tècnica de la generalitzada però errònia concepció que sosté que només es pot dominar el futur, o més generalment les coses desconegudes a través de la probabilitat. Els resultats que us vaig a presentar tenen el seu origen en alguns dels primers treballs axiomàtics de Popper sobre la teoria de la probabilitat, principalment la seva preocupació per mostrar, en fer la crítica de la proposta de Reichenbach, que la probabilitat condicional (o relativa) de h donat e , simbolitzat aquí per $p(h, e)$, no es pot identificar amb la probabilitat del condicional material $h \leftarrow e$ (que usualment s'escriu $e \rightarrow h$); és a dir, amb $p(h \leftarrow e)$ o bé $p(e \rightarrow h)$. De manera més immediata, la forma dels resultats presents ha estat provocada per algunes observacions de Popper a la secció 15 de la part II del volum I del *Postscript*, en el sentit que la lògica probabilítaria és només una extensió tautològica de la lògica proposicional deductiva i no desplega cap mena de potencialitat inductiva. (Vegeu pp. 325-327 de *El realisme i l'objectiu de la ciència*. Una versió un xic més rudimentària d'alguns d'aquests resultats la vaig publicar en col·laboració amb Popper en *Nature*, 21 abril 1983.) Mostraré que encara que sigui possible que els fets prestin suport probabilítari a les hipòtesis científiques, no és possible que les confirmin inductivament. El suport probabilítari no passa dels fets a aquella part de la hipòtesi que té un contingut que ultrapassa els fets. Tot suport probabilítari, per dir-ho de forma simple, és deductiu.

El resultat és completament general i no depèn en absolut de l'estatus epistemològic dels enunciats en qüestió. Com a reconeixement parcial de

la contribució feta per Popper durant molts anys al problema de fornir axiomatitzacions reveladores del càlcul de la probabilitat, usaré en gran part una teoria de la probabilitat excepcionalment dèbil, que no menciona l'operació de complementació i, naturalment, no exigeix que estigui present en l'àlgebra proposicional subjacent. Els axiomes que usaré per a la probabilitat relativa són aquests:

$$\begin{aligned} 0 &\leq p(x, y) \leq p(x, x) = 1 \\ p(xz, y) &\leq p(x, y) \\ p(xz, y) &= p(x, zy) p(z, y) \\ p(xz, y) + p(x \vee z, y) &= p(x, y) + p(z, y) \end{aligned}$$

on la concatenació representa tant el producte lògic com aritmètic segons el context. El meu deute envers les axiomatitzacions de Popper és evident. Per a la probabilitat absoluta podem treure y de totes les aparicions que té com a segon argument o en qualitat de tal. Necessitem dues definicions suplementàries: la de contingut ct i la de suport s :

$$\begin{aligned} ct(x, y) &= 1 - p(x, y) \\ s(x, z, y) &= p(x, zy) - p(x, y) \end{aligned}$$

si $s(h, e, b) > s(h, b)$ llavors e presta suport a h en presència de b ; si $s(h, e, b) < s(h, b)$ llavors es pot dir que e pren suport a h ; i si $s(h, e, b) = s(h, b)$, llavors e és independent probabilitàriament de h . Segons l'opinió de Popper i també la meua, tot suport inductiu és en el millor dels casos una disminució de suport.

TEOREMA 1: $s(h, e, b) \leq s(h \vee e, e, b) = ct(h \vee e, b)$ és a dir: el suport que h rep de e està acotat per dalt pel contingut de la seva intersecció $h \vee e$.
COROLLARI: $s(h, e, b) = s(h \vee e, e, b)$ si i només si $p(h, eb) = 1$ o bé $p(e, b) = 1$.

TEOREMA 2: $s(h, e, b) \leq s(h, h \vee e, b) = ct(h \vee e, b) p(h, b) / p(h \vee e, b)$ (suposant que $p(h \vee e, b) \neq 0$); això imposa una cota superior absoluta a $s(h, e, b)$.

Si definim $s_1(x, z, y)$ mitjançant $p(x, zy) / p(x, y)$ i $s_2(x, z, y)$ mitjançant $s(x, z, y) / s_1(x, z, y)$ (on els denominadors són diferents de 0) podem demostrar:

TEOREMA 3: $s_1(h, e, b) \leq s_1(h \vee e, e, b)$
 $s_2(h, e, b) \leq s_2(h \vee e, e, b)$.

TEOREMA 4: Si $b \vdash h \vee e$ llavors $p(h, eb) \leq p(h, b)$.

TEOREMA 5: Si $hb \vdash e$ llavors $p(h, b) \leq p(h, eb)$.

Si afegim l'operació \leftarrow del condicional material, i adoptem alguns axiomes probabilitaris apropiats per ella, suficients per assegurar que ara estem compromesos amb la lògica clàssica tindrem:

TEOREMA 6: $ct(h, b) = ct(h \vee e, b) + ct(h \leftarrow e, b)$.

TEOREMA 7: $p(h \leftarrow e, eb) \leq p(h \leftarrow e, b)$.

TEOREMA 8: $p(h, (e \leftarrow h) b) \leq p(h, b)$.

TEOREMA 9: $s(h, e, b) = s(h \vee e, e, b) + s(h \leftarrow e, e, b)$.

Aquests resultats indiquen que el contingut de la hipòtesi h inclou una part, denotada aquí per $h \vee e$, que és implicada deductivament pel fet e . El suport que h rep de e no és mai superior al suport que tal part rep de e i normalment és inferior. (Serà idèntic si i només si el fet té probabilitat 1 o bé la hipòtesi, donat el fet, té probabilitat 1.) En el cas clàssic el contingut residual de h , que pot anomenar-se la seva part ampliatiua o inductiva, és a dir aquella part de h que ultrapassa els fets, aquella part que no té cap contingut comú amb e , pot ser representat per $h \leftarrow e$. En presència de e , l'enunciat $h \leftarrow e$ és equivalent a h , i (si acceptem que el fet e es refereix només al passat) això és doncs suficient per a totes les prediccions que h fa per al futur. Potser el que resulta inesperat és que no solament aquesta part de h té independència deductiva de e (és màximament independent en el sentit de Scheffer), sinó que e en disminueix el suport probabilitari. Amb altres paraules, l'experiència passada no és cap guia per a les coses que no coneixem. Sembla que ens parli del futur, però això és únicament perquè els enunciats simples sobre el futur tenen en comú una part del seu contingut amb els enunciats sobre el passat i el present, que ja ens són familiars. La pre-

dicció «El sol sortirà demà» implica deductivament «El sol sortirà com a mínim una vegada en el període de dos dies que comença avui», que és una cosa que hem verificat. El que és nou en la predicció és precisament aquest condicional: «El sol sortirà demà si ha sortit avui». I el fet que el sol ha sortit avui disminueix el suport del condicional. Més generalment la hipòtesi aparentment innocent «Si ha funcionat abans, tornarà a funcionar» és una hipòtesi que sempre és posada en qüestió pel fet que el dispositiu o l'engany o el que sigui, hagi funcionat abans. Em temo que els fets només ens diuen allò que diuen i res més. Si volem saber alguna cosa més, som nosaltres els qui hem de fer conjectures.

V

En aquest article he tractat d'evitar un excés de tecnicismes i, malgrat tot, donar una visió de la riquesa de les idees sobre la probabilitat que es poden trobar en les obres de Popper. Encara que fou un dels seus primers interessos, conserva la seva fascinació per a Popper, que encara continua el treball en aquest camp. També he tractat de desenvolupar algunes d'aquestes idees, criticar-les una mica, i confio que suggerir que és molt el que queda per fer. La probabilitat no pot ser una guia per a la vida, però l'estudi de la probabilitat té una manera astuta d'esdevenir una ocupació per a tota la vida.