ELS NÚMEROS CARACTERÍSTICS: UN CÀLCUL DE LEIBNIZ INACABAT?

Magí CADEVALL

1. *Introducció*

Des de l'aparició de *La logique de Leibniz* de Couturat (1901) i la posterior publicació dels *Opuscules et fragments inédits de Leibniz* és ben conegut que Leibniz va dedicar un considerable esforç a l'elaboració de diferents càlculs lògics d'inspiració aritmètica o algebraica. Un dels més curiosos és el sistema basat en els números característics, encara que paradoxalment va ser un dels més preterits pels editors anteriors a Couturat. A més del seu valor intrínsec no menyspreable és important perquè està íntimament relacionat amb alguns dels grans projectes leibnizians: l'art combinatori, la característica universal i l'enciclopèdia dels coneixements.

En línies generals cal considerar que no s'ha superat l'obra de Couturat sobre la lògica de Leibniz, afortunadament reimpresa el 1961. Desgraciadament el sistema basat en els números característics va ser minusvalorat per Couturat, que afirmà: «Aquest sistema de notació no és vàlid. No insistirem més en aquest primer sistema, que Leibniz sembla haver abandonat, sens dubte per causa de les seves falles i la seva complicació. Només destacarem que està fonamentat expressament sobre la consideració de la comprehensió»[1]. En el judici negatiu de Couturat es manifesta un prejudici contra tot enfocament intencional de la lògica, potser un xic ingenu, encara que històricament comprensible donat que la nova lògica simbòlica era quasi exclusivament extensional.

Malgrat el judici negatiu de Couturat, altres historiadors com Lukasiewicz han considerat que el sistema dels números característics era un descobriment interessant[2]. Però va ser Sánchez Mazas, un dels pioners dels estudis de la lògica matemàtica a l'Espanya de la postguerra, qui va demostrar l'equivocació de l'argument que usava Couturat per a invalidar el sistema dels números característics[3]. Sánchez Mazas sosté que es pot perfeccionar el càlcul lògic basat en els números, però això ho va fer amb un intencionalisme tan entusiasta, que podia distorsionar la visió dels càlculs leibnizians potser tant com l'actitud antiintencional de Couturat.

El principal objectiu d'aquest article és destacar una nota a peu de pàgina, afegida per Leibniz en un dels seus manuscrits crucials sobre els números característics. Aquesta nota va ser publicada en l'edició de manuscrits per Couturat, però penso que no ha rebut l'atenció que mereixia. Intentaré demostrar que Leibniz no va deixar inacabats, sinó que va dir l'última paraula sobre el sistema de números característics, encara que certament una paraula molt breu. I que aquest èxit lògic relatiu implica un cert fracàs dels grans projectes de Leibniz.

2. *Els números característics i els grans projectes de Leibniz*

Couturat va demostrar a bastament que els càlculs lògics de Leibniz estaven inspirats pels grans projectes de la combinatòria, la característica universal i l'enciclopèdia. Dels quatre tipus de càlcul lògic distingits per Couturat, el primer cronològicament i el que hi està més directament realcionat és el sistema basat en els números característics.

La combinatòria de conceptes és una idea juvenil de Leibniz que donà a conèixer amb la publicació del *De arte combinatoria* el 1666. Leibniz projecta, d'una banda, una anàlisi dels pensaments humans en un alfabet de nocions primitives, i simètricament un art d'inventar basat en la composició de les nocions primitives. Critica a Ramon Llull l'elecció arbitrària de les categories i la seva arbitrària distribució en sis sèries de nou categories. Ell, en canvi, busca conceptes absolutament simples, segurament poc nombrosos, que siguin com un alfabet dels coneixements humans: són els termes de primer ordre. Si es combinen de dos en dos es poden obtenir els termes de segon ordre. Combinats de tres en tres, els de tercer odre, etc. Un terme compost pot ser expressat de formes diverses agrupant els components de diferent manera, però en canvi la descomposició de qualsevol concepte en els seus termes simples és una definició unívoca, que identifica totalmente el concepte. Resulta evident l'analogia d'aquesta resolució de conceptes amb

[1] L. COUTRAT, *La logique de Leibniz*, reeditat a Georg Olms, Hildesheim, 1961, p. 334.
[2] J. LUKASIEWICZ, *Aristotle's syllogistic*, Clarendon Press, Oxford, 2ª ed. 1957, p. 126.
[3] M. SÁNCHEZ-MAZAS, *Fundamentos matemáticos de la lógica formal*, Universidad Central de Venezuela, Caracas, 1963, p. 59.

la descomposició factorial d'un número en els seus factors primers.

Encara que Leibniz es va interessar per les màquines matemàtiques i lògiques, sabia que el nombre de combinacions possibles era massa alt per a poder-les obtenir amb cap artilugi primitiu, com el de fer girar independentment cercles concèntrics, a imitació de Ramon Llull. Leibniz s'havia interessat pels projectes contemporanis de llengua universal, però igual que en el cas de la combinatòria lul·liana va criticar el seu caràcter arbitrari. Això el portà a pensar en una «specieuse general» o característica universal, de manera que si substituïm els conceptes compostos per una combinació de signes, podríem trobar infal·liblement tots els predicats possibles d'un determinat subjecte i tots els subjectes possibles d'un predicat. En una primera etapa Leibniz identifica la característica amb una llengua universal, posteriorment els projectes de llengua universal i de característica algebraica queden desglossats. No pensa sols en una llengua internacional sinó en un instrument de l'anàlisi i la combinatòria. Fos geomètrica, aritmètrica o literal-algebraica la característica elegida, en tot cas havia de ser una característica real, una ideografia basada en l'anàlisi lògica dels conceptes en idees simples. Aquesta característica no ha de servir només per a representar els conceptes com els pot representar una inscripció jeroglífica, sinó que ha de ser útil per al raonament. La característica és el fonament d'un artifici desconegut anteriorment, el «calculus ratiocinator» o una àlgebra lògica aplicable al càlcul de les veritats lògiques i a qualsevol matèria sotmesa al raciocini. Les regles lògiques es poden formular com a regles de transformació de signes. La idea de Leibniz és reduir el raciocini a un càlcul similar al de l'aritmètica i l'àlgebra. Si, d'una banda, la característica proporciona uns símbols garantits contra tot equívoc i imprecisió i, d'altra banda, tenim que les regles d'argumentació són regles calculístiques tan exactes com l'aritmètica, resultarà que, a més de progressar l'art d'inventar, es podran eliminar definitivament les disputes entre escoles. És el famós «calculemus» de Leibniz. «Amb això quan sorgeixin controvèrsies, la disputa entre dos filòsofs no serà pas més necessària que entre dos calculistes. Serà suficient agafar cada u la ploma a la mà, seure al costat del taulell de comptar i, apel·lant si s'escau a un amic, dir-se l'un a l'altre: calculem»[4].

En aquest projecte de característica i *calculus ratiocinator* destaquen dues idees: la correspondència entre símbols elementals i idees simples, i la possibilitat d'un mètode de càlcul per a l'anàlisi de les veritats. A la vista d'aquestes dues idees sembla natural que el primer assaig simultani de característica i càlcul fos un sistema basat en l'assignació de números primers a les idees simples i productes de números primers a les idees compostes. L'anàlisi lògica es converteix en una anàlisi factorial. I segurament, a jutjar per la reiteració de la idea, Leibniz s'emocionava de pensar que, a més de reduir el raciocini a càlcul, com a propina podria comprovar els raonaments per la prova del nou, habitual a les operacions aritmètiques. Efectivament en el manuscrit de febrer de 1678, titulat *Lingua generalis*, i per tant relacionat amb els projectes de llengua universal «fàcil d'aprendre, retenir i transmetre», apareix la primera al·lusió clara a un càlcul lògic basat en els números primers. «Ja que totes les coses han de constar d'uns pocs elements, resultaria que els compostos esdevindrien enormement prolixos si no es pot trobar algun artifici per abreviar les expressions, com el que existeix en els números gràcies a la progressió decimal. La millor manera d'abreujar serà que cada cosa es posi en correlació amb un producte de números, estipulant que els elements d'un terme són tots els seus divisors possibles. Aquest artifici és realment admirable i, d'aquesta manera, es poden provar els raciocinis per la prova del nou. Els elements simples poden ser els números primers o indivisibles. (...) Parlar aquesta llengua no serà, doncs, altra cosa que enunciar proposicions numèriques de la taula pitagòrica prolongada, v.g. 6.8 és 48 o bé 48 és múltiple de 6»[5]. Algun escèptic pot suposar que si Leibniz hagués rellegit el seu manuscrit s'hauria penedit i avergonyit del seu primitiu entusiasme. Ben al contrari

[4] Phil. VII, 200. Citat per Couturat, *La logique de Leibniz*, p. 98, nota 3. Seguint la pràctica de Couturat, dels manuscrits filosòfics de Leibniz donarem el número del catàleg de Bodemann i a continuació el lloc on es poden trobar editats. El catàleg de Bodemann, *Die Leibniz-Handschriften*, està reeditat a Georg Olms, 1966.

[5] Phil., VII, B, III, 3. COUTURAT (ed.), *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, reeditat a Georg Olms, Hildesheim, 1961, pp. 277-278.

Leibniz comenta impertèrrit al marge del manuscrit: «tal com es pot comptar només amb els dits, així també aquesta llengua es pot mostrar als sords. Una llengua adequadíssima pels missioners»[6]. La correlació amb els números no va ser un acudit passatger, sinó que l'any següent dedica al tema un esforç sistemàtic. Couturat va publicar una sèrie de sis manuscrits de l'abril de 1679, numerats i datats per la mà de Leibniz[7]. Estan evidentment relacionats amb la idea de la característica universal (el primer es titula «Elementa characteristicae universalis») i en ells es proposa estudiar les condicions de veritat de les proposicions categòriques[8], o sia, quines propietats aritmètiques corresponen a la inclusió i a l'exclusió de conceptes. No va trobar fàcilment la solució. La sèrie de manuscrits de 1679 és com una pel·lícula del geni de Leibniz en acció. Una gran tenacitat queda patent a través de propostes equivocades, descobriment de l'error, noves propostes, esboralls, notes al marge i a peu de pàgina... Aquesta tenacitat és també símptoma de la importància que tenia per a ell el càlcul basat en els números característics.

3. *El sistema dels nûmeros caracteristics. Primer intent i solució definitiva*

L'objectiu és establir quines relacions aritmètiques corresponen a la relació entre subjecte i predicat de les proposicions categòriques aristotèliques. Tradicionalment era coneguda l'oposició de contradicció entre la universal afirmativa i la particular negativa, cosa que permitia reduir a dos, usant la negació, els quatre tipus tradicionals de proposició.

Seguint la intuïció bàsica de la combinatòria, en el primer manuscrit de la sèrie de 1679 atribueix un sol número a cada concepte proposant per a l'assignació de números l'estipulació que «un terme compost d'altres termes qualsevol ha de tenir com a número correlacionat el producte dels números dels termes (components) multiplicats entre si»[9]. Seguint aquesta intuïció la condició de veritat de la proposició universal afirmativa o inclusió de conceptes (tot AB és A) serà que el número del subjecte AB sigui divisible pel número del predicat A. Però, per a poder englobar tota la sil·logística, necessitava poder expressar la condició aritmètica que correspongués a la incompatibilitat de conceptes (cap S és P), o alternativament a la compatibilitat de conceptes (algun S és P). La condició proposada per a la particular afirmativa que el número de S sigui divisible pel de P o el de P divisible pel de S, és inadmissible, tal com el mateix Leibniz va descobrir al final del segon manuscrit d'aquesta sèrie, ja que «algun S és P» resultaria equivalent a «tot S és P o bé tot P és S», però en realitat S i P es poden solapar sense que un d'ells englobi l'altre.

Leibniz no es desanima sinó que amb admirable tenacitat segueix provant altres recursos, que no resumirem aquí. Algun d'ells era lògicament acceptable com la reducció de «cap S és P» a «tot S és no-P», però xocava amb la dificultat d'assignar un número al terme negatiu no-P a partir del número de P. No li va resultar útil ni un número indeterminat no divisible pel de P, ni el negatiu, ni l'arrel quadrada del número de P. Finalment, en una nota al marge al final del manuscrit 4 insinua la solució acceptable que desenvoluparà en els manuscrits 5 i 6, i en tres altres manuscrits sense numerar ni datar.

La solució consisteix a modificar l'estipulació d'assignació de números als conceptes: a cada concepte S se li assignaran dos números, primers entre si, s,σ. La idea intuïtiva, equivocada però que li va servir de guia, era que el primer número podia servir per a expressar la inclusió de conceptes, mentre que el segon —al que anteposava el signe de negació— serviria per a expressar la incompatibilitat de conceptes. Siguin $(+s,-\sigma)$ els números assignats a S, i siguin $(+p,-\pi)$ els números assignats a P; les relacions aritmètiques que corresponen a les condicions de veritat seran:

«Tot S és P» és vertadera si i només si s és divisible per p i σ per π.

«Algun S és P» és vertadera si i només si s i π són primers entre si (no tenen factor comú), també σ i p (les diagonals). Després de comprovar Leibniz que aquestes condicions aritmètiques es comportaven com ell esperava tant en el cas d'algun sil·logisme vàlid com d'algun modus invàlid, afirma que l'àmbit d'aplicació va més enllà de la lògica tradicional. Però, per a demostrar la correcció del nou mètode, es proposa exami-

[6] *Ibidem*, p. 279.
[7] COUTURAT, *Opuscules*..., pp. 42-84.
[8] Categòriques segons la terminologia aristotèlica.
[9] «Elementa characteristicae universalis», Phil.V,8,a,2. COUTURAT, *Opuscules*... p. 42.

nar les lleis lògiques tradicionals: inferències immediates i sil·logismes. Una sorpresa, inesperada per a ell, li va impedir acabar les comprovacions: en el manuscrit no datat «In omni propositione categorica...»[10], però evidentment relacionat amb el manuscrit 5 de 1679, resulta que el mètode frustra les seves expectatives en aplicar-lo a un modus invàlid, car la prova no detecta com esperava Leibniz la incorrecció del raonament. Abans de demostrar que Leibniz va trobar també la solució d'aquesta dificultat, cal reflexionar sobre el valor i el caràcter general d'aquest sistema aritmètic.

4. *Una ambigüitat: càlcul de veritats o càlcul de conseqüències?*

No és insòlit que una filosofia i un programa general inspirin unes recerques lògiques o científiques i determinin la valoració i ús dels resultats assolits. En el cas de Leibniz una utopia filosòfica el va portar a iniciar les investigacions que el convertirien en anticipador dels mètodes de la lògica dels segles XIX i XX: simbolisme, àlgebra lògica, tractament formal de la deducció, aritmetització... Però precisament el caràcter utòpic del seu programa no li permeté de situar degudament els resultats obtinguts, que per a ell només serien assaigs provisionals de la revolució intel·lectual sempre pendent. La influència de Leibniz en el desenrotllament de la lògica ha estat petita, en part per la no publicació dels seus manuscrits lògics fins al segle XX, però sobretot perquè el mateix Leibniz no va valorar els resultats lògics obtinguts, si no és com a anticipació d'una utopia mai assolida.

El programa de Leibniz és doblement maximalista:

1. Busca una característica que permeti de reduir a càlcul mecànic tota la filosofia, tot el pensament humà, no una àrea específica. Des de que Church va demostrar el 1936 l'indecidibilitat de la lògica de primer ordre, sabem que aquests procediments mecànics només poden abarcar parcel·les molt petites, fins i tot en el cas de les ciències formals.

2. La característica seria al mateix temps un càlcul de veritats (una física i una metafísica) i un càlcul de conseqüències (una lògica). El que realment interessa i és possible per a Leibniz, és un càlcul que ens permeti trobar tots els enunciats vertaders. La lògica és un remei provisional per a la nostra ignorància. Mentre no s'hagin analitzat en l'enciclopèdia totes les nocions compostes, reduint-les a les idees simples, no podem dominar el càlcul de veritats i ens hem de consolar calculant les conseqüències des enunciats provisionalment assumits. El càlcul lògic no és interessant ni com a objectiu ni com a instrument: és només una anticipació del càlcul filosòfic. Aquesta postura és ambigua: hi ha una sobrevaloració de la lògica, però no pel que és en si, sinó pel que falsament se suposa que representa.

Aquesta ambivalència queda ben patent en la nota manuscrita de Leibniz a una còpia sense data d'un fragment de la carta de Descartes a Mersenne del 20 de novembre de 1629. Descartes és prou utòpic per a concedir que una llengua universal basada en l'anàlisi de les idees simples permetria als camperols jutjar millor la veritat dels enunciats que no pas ho feien fins al moment els filòsofs. Però col·loca la utopia al seu lloc (o falta de lloc): «la invenció de tal llengua depèn de la vertadera filosofia». Leibniz, en canvi, afegeix el següent comentari: «encara que aquesta llengua depèn de la vertadera filosofia, no depèn pas del seu acabament o perfecció. O sia, aquesta llengua pot ser establerta encara que la filosofia no estigui acabada: a mesura que creixerà la ciència humana, creixerà també aquesta llengua. Entretant serà un auxili meravellós, tant per a manejar el que sabem, com per a veure el que ens manca i per a inventar els mitjans d'arribar-hi, però sobretot per a exterminar les controvèrsies a les matèries que depenen del raonament. Ja que aleshores raonar i calcular serien la mateixa cosa»[11]. A primera vista la posició de Leibniz pot semblar més modesta i realista que la de Descartes: si cal treballar simultàniament en l'elaboració de l'enciclopèdia, la característica i el càlcul lògic, de forma que els resultats d'una tasca serveixin d'ajuda a l'altre, és perquè reconeix la dificultat de formular l'alfabet dels coneixements humans i arribar a la perfecció de la filosofia. Però hi ha

[10] Phil.,VII,B,II,14-15. COUTURAT. *Opuscules...*, pp. 245-247.

[11] Phil.,V,6,c,7-8. COUTURAT. *Opuscules...*, p. 28.

un element enganyós: l'èxit en descobrir un procediment calculístic a una part de la lògica serà considerat com un èxit del programa global i confirmació de la possibilitat del tractament algorísmic de tot el pensament humà.

Leibniz és un autor molt complex i potser contradictori. En els seus manuscrits hi ha oscil·lacions. Es pot parlar de la tensió entre dos pols difícils de conciliar: per exemple, la possible contradicció entre la teoria analítica de la veritat i la teologia de la llibertat. Però també resulta difícil ignorar que Leibniz estava sotmès a unes pressions externes, fruit de la seva ambició política i de l'estructura social, manifestades, per exemple, en la següent anotació a la seva agenda: «Dignitat i gest contingut.- Conversa ordenada, sòbria, escollida.- Amics poderosos i de totes bandes.- Cap singularitat en Religió». Finalment, no es pot oblidar que es conserven una ingent quantitat de manuscrits leibnizians sense datar. Una cronologia encara que fos relativa ajudaria a descobrir si Leibniz havia arribat a una opinió definitiva.

Una qüestió difícil de contestar és quin seria l'àmbit d'aplicació d'una característica aritmètica concebuda com a càlcul de veritats. Leibniz afirma repetidament que aquest càlcul acabaria tota disputa filosòfica, o sia que podria resoldre qualsevol qüestió de les ciències universals, sense incloure la Història o doctrina dels singulars. És cert que molts dels textos on exposa la teoria analítica de la veritat (en tot enunciat vertader el predicat està d'alguna manera contingut en el subjecte) farien pensar en un àmbit d'aplicació més ampli, que abracés enunciats existencials singulars. Segurament la idea de Leibniz és que de les veritats contingents podem tenir un coneixement a priori, basat en la conveniència, però no un coneixement necessari, basat en la identitat lògica. «D'aquesta manera, ens confessa Leibniz, crec que he transformat una mica aquell misteri que em va tenir molt temps perplex, en no entendre com el predicat està contingut en el subjecte, sense resultar, malgrat això, una proposició necessària»[12]. En el cas de les veritats necessàries, el número del subjete seria divisible pel número del predicat. En el cas de les veritats contingents el número del subjecte contindria aproximadament com a factor el número del predicat. Per exemple 14'999... podria descompondre's en 3'5 a través d'una anàlisi infinita por obra de l'intel·ligència divina, i amb cert grau de probabilitat per la intel·ligència humana.

Una altra qüestió difícil és quantes idees simples pot haver-hi. La resposta és relativa: més d'una, però poques.

Sigui com sigui, el càlcul de veritats pressuposa l'acabament de l'anàlisi de les nocions a l'enciclopèdia, fins arribar, si no a les nocions absolutament simples, almenys fins a les «nocions primeres respecte a nosaltres, de les quals totes les altres nocions es componen»[13].

Entretant es poden assignar arbitràriament números als termes de les premisses (assignació que no permet comprovar la veritat de les premisses) i usar la característica per a calcular les seves conseqüències. En el manuscrit 5 de la sèrie de 1679 afirma clarament: «I ja que no tinc pensats els símbols característics per a cada un dels termes i ja que per l'admirable connexió de les coses és difícil mostrar el model en unes poques coses separades de la selva restant de les altres; així certament ara usaré números en lloc dels símbols característics amb què algun dia serà construït el càlcul veritablement universal. Però ja que serà a partir dels símbols característics de cada terme que es podrà jutjar si els arguments són materialment bons, en l'actual situació haurem de conformar-nos mostrant en números si els arguments, transportats, multiplicats entre si, enllaçats de qualsevol manera són formalment bons o concloents «vi formae»[14]. El càlcul de veritats s'ha degradat en un càlcul de conseqüències. L'evolució dels títols en els manuscrits d'abril de 1679 és significativa: el primer es titula «Elementa characteristicae universalis», però a partir del manuscrit 5 ja plega veles i el titula «Modus examinandi consequentias per numeros».

Cal fer una breu referència a les relacions entre els càlculs leibnizians i la lògica aristotèlica. Em sembla que la posició de Leibniz és anàloga a

[12] Phil.,IV,3,a,1-4. COUTURAT, *Opuscules...*, p. 18. També «Generales inquisitiones de analysi notionum et veritatum», Phil,VII,C,20-31, COUTURAT, *Opuscules...*, p. 376, n.º 74.

[13] Phil.,VII,A,26 verso. COUTURAT, *Opuscules...*, pp. 220-221.

[14] Phil.,V,8,e,19-20. COUTURAT, *Opuscules...*, p. 73.

la que Boole expressarà en la introducció de l'Anàlisi matemàtica de la lògica. D'una banda, protesta contra l'arbitrària restricció de la sil·logística: «Amb aquestes poquíssimes regles es poden demostrar i examinar a través dels números totes les conseqüències, totes les figures i modus dels sil·logismes rebuts fins ara i, a més, altres compostos innombrables usats a la vida comuna però ignorats a l'escola». Però igual que Boole per a provar la veritat del seu sistema es concentra metodològicament en la sil·logística heretada: «certament per ara és suficient demostrar en números totes les conseqüències, totes les figures i modus de sil·logismes categòrics simples acceptats a l'escola»[15]. Finalment Leibniz, igual que Boole, està sotmès a la més greu de les limitacions de la lògica aristotèlica: considerar exclusivament proposicions categòriques amb predicats monàdics. És cert que Leibniz insinua algun càlcul de relacions, però també cal reconèixer que Aristòtil en els *Tòpics* dóna exemples d'arguments correctes amb relacions, sense abordar mai una lògica sistemàtica de relacions.

5. *El fracàs del càlcul numèric*

Després d'aquestes consideracions generals tornem a centrar-nos en els problemes d'interpretació del manuscrit «In omni propositione categorica»[10]. Encara que no porta data està relacionat, com va establir Couturat, amb els manuscrits de 1679. Concretament, penso que és posterior al manuscrit 4, ja que assigna dos números a cada terme, artilugi descobert al final del manuscrit 4. És molt probablement posterior al manuscrit 5, ja que el simbolisme i les equacions usades són anàlogues a les que figuren a les notes marginals de l'assaig 5. És el manuscrit que conté més exemples de sil·logismes tractats amb la característica numèrica.

El primer sil·logisme estudiat és un exemple del modus vàlid Datisi de la tercera figura:

Tot savi és pietós
Algun savi és afortunat

Així, doncs, algun afortunat és pietós

[15] Phil.,V,8,e,20 verso. COUTURAT, *Opuscules...*, p. 76.

Leibniz atribueix als termes les següents parelles de números:

savi	+70	—33
pietós	+10	—3
afortunat	+8	—11

Recordem les condicions de veritat exposades en el paràgraf 3:

«Tot S és P» és vertadera si i només si s és divisible per p i σ per π.

«Algun S és P» és vertadera si i només si s i π són primers entre si, també σ i p.

Les parelles de números proposades compleixen les condicions de veritat de les premisses. «Tot savi és pietós» queda verificada perquè 70 és divisible per 10, i 33 és divisible per 3. «Algun savi és afortunat», perquè en diagonal 70 i 11 son números primers entre si, com també 33 i 8. Leibniz afirma que «la conclusió és procedent ja que ni 8 és divisible per 3, ni 11 és divisible per 10». Com veurem, aquesta afirmació de Leibniz és lògicament absurda, ja que un exemple a favor no pot legitimar un argument. Encara que Leibniz no se n'adona perquè esperava massa de la característica numèrica, cal alabar-li un cert rigor en la contrastació de les seves intuïcions, ja que a la línia següent proposa un modus sil·logístic no vàlid (A00 de la tercera figura) esperant naturalment que les assignacions numèriques demostressin la seva incorrecció.

Tot pietós és feliç
Algún pietós no és afortunat

Així, doncs, algun afortunat no és feliç

Proposa les següents parelles de números, que satisfan les condicions de veritat de les premisses

pietós	+10	—3
afortunat	+8	—11
feliç	+5	—1

La primera premissa és satisfeta, ja que 10 és divisible per 5 i 3 és divisible per 1. La segona —que contradiu una universal afirmativa— perquè 10 no és divisible per 8 o alternativament perquè 3 no és divisible per 11 (una de les dos mancances és suficient).

A continuació escriu «Això no és procedent perquè», però Leibniz deixa la frase inacabada i tatxa tot l'exemple anterior. El manuscrit continua amb les paraules: «Cal construir això d'una altra manera...» introduint altres intents de solució a través dels termes negatius. Com ja va observar Couturat, és prova inequívoca que Leibniz va veure que l'assignació proposada de números també satisfeia contra les expectatives les condicions de veritat de la conclusió, de manera que la característica numèrica semblava legitimar modus sil·logístics invàlids. Efectivament, la conclusió particular negativa «algun afortunat no és feliç» serà vertadera (o la universal afirmativa falsa) si 8 no és divisible per 5 (encara que 11 sigui divisible per 1).

Però sin fins aquí coincideixen els comentaristes, en canvi en la valoració d'aquest fracàs existeixen fortes discrepàncies. El comentari de Couturat a aquest text crucial és inadequat i ple de prejudicis antiintencionals: «Així, aquest sistema de notació no és pas vàlid. No insistirem més en aquest primer sistema, que Leibniz sembla haver abandonat a causa dels seus defectes i de la seva complicació. Només farem constar que està expressament fundat sobre la consideració de la comprensió»[16].

Un primer error de Couturat és de tipus històric: Leibniz no va considerar mai definitivament fracassada la característica numèrica, si hem de cenyir-nos als manuscrits publicats pel mateix Couturat. En el mateix manuscrit que comentem intenta remodelar la característica numèrica usant termes negatius. Set anys després en les *Generales inquisitiones* de 1686 inclou una versió de la característica numèrica després de les representacions geomètriques, usant paraules optimistes, que poden reconèixer dificultats parcials, però no una derrota definitiva: «Existeix també una altra representació de les proposicions a través de números. (...) Totes les coses es poden representar a través de números si es prenen algunes precaucions. (...) D'aquesta forma he descobert aquell secret que anys abans m'havia dedicat a esbrinar sense èxit»[17]. Leibniz és un autor contradictori i el sistema exposat el 1686 era inferior al de 1679, però el fet és que no es considerava derrotat definitivament.

[16] COUTURAT. *La logique de Leibniz*, p. 334.
[17] Phil.,VII,c,28 verso. COUTURAT, *Opuscules...*, pp. 385-386.

Un segon error de Couturat és de tipus lògic i ha estat denunciat encertadament per Sánchez Mazas. També R. Kauppi contradiu l'opinió de Couturat, però penso que s'equivoca totalment en la solució. Atribueix l'error al fet de no poder assignar els números característics a cada terme segons les definicions a partir de les idees simples[18]. És cert que si disposéssim de les definicions tindríem un càlcul de veritats en el qual l'argumentació i la correcció formal serien insignificants. Però en aquest manuscrit Leibniz està interessat provisionalment en un *càlcul de conseqüències* i sembla que aquest càlcul legitima un modus invàlid.

Sánchez Mazas, en canvi, posa el dit a la llaga. Demostra que es poden donar altres assignacions de números als termes:

pietós	6	—35
afortunat	30	—77
feliç	2	—7

que satisfan les condicions de veritat de les premisses però no la de la conclusió. «La condició de validesa de 3 (conclusió) no es desprèn, doncs, *vi formae* de les condicions de validesa d'1 i 2 (premisses) sinó que depèn dels números concrets elegits per a satisfer les condicions de validesa d'1 i 2, entre els molts sistemes de números que les satisfan. La conseqüència establerta és, doncs, una conseqüència *vi materiae*»[19]. Però les condicions aritmètiques de la conclusió no es deriven formalment de les condicions aritmètiques de les premisses. Sánchez Mazas va fer importants aportacions al coneixement de la característica numèrica de Leibniz, en uns anys precisament en què el treball en el terreny de la lògica era pràcticament inexistent a Espanya. Però el seu entusiasme pro-intencional, potser una mica juvenil, que no desmereix de l'optimisme manifestat repetidament per Leibniz, pot desfigurar l'avaluació de la característica numèrica gairebé tant com els prejudicis antiintencionals de Couturat. Es pot afirmar contra Couturat que el sistema basat en l'atribució de parelles de números als termes és correcte i que, ben usat, no porta a

[18] R. KAUPPI, *Über die leibnische Logik*, Acta Philosophica Fennica, Fasc. XII, 1960, p. 152.
[19] M. SÁNCHEZ MAZAS, *Fundamentos matemáticos de la lógica formal*, p. 62.

validar cap argument incorrecte. Però contra Sánchez Mazas és necessari afirmar que la característica aritmètica, encara que inspirada en el punt de vista de la comprehensió dels conceptes, és neutral respecte a una lògica de conceptes o una lògica extensional. Efectivament, Lukasiewicz va demostrar que la característica aritmètica era una interpretació isomòrfica de la seva axiomatització de la sil·logística[20]. Això fa que els intents de Sánchez Mazas d'axiomatitzar les relacions intencionals entre conceptes partint de la característica aritmètica siguin superflus, ja que les axiomatitzacions existents de la sil·logística (Lukasiewicz, Bochenski, per exemple) compleixen aquestes condicions. D'altra banda, les axiomatitzacions que tinguin com a model la interpretació aritmètica de Leibniz tindran també com a model una part de la lògica de classes (sil·logística ampliada).

6. *Una nota a peu de pàgina*

Hem acabat l'apartat anterior amb una valoració lògica, no històrica: el sistema dels números primers és una interpretació de la sil·logística, tal com va demostrar Lukasiewicz. Tornem a la qüestió històrica. Per a mi va resultar una sorpresa comprovar que el mateix Leibniz, en una nota a peu de pàgina afegida al manuscrit comentat, tracta la característica numèrica com una interpretació de la sil·logística. Tres coses em varen resultar sorprenents: la perfecció de la formulació de Leibniz que remata amb èxit les seves recerques; el poc cs que en va fer Leibniz, a jutjar pels texts editats, i el poc cas que n'han fet els comentaristes, quan una mica d'atenció a aquesta nota podia haver evitar tant l'error de Couturat com una sobrevaloració dels càlculs numèrics. La nota és curta, però no es pot demanar més rigor: «Amb aquest càlcul es poden derivar tots els modus i figures per les soles regles dels números. Si volem saber si una figura és formalment correcta *(vi formae)* examinarem si la contradictòria de la conclusió és compatible amb les premisses, això és, si podem trobar números que satisfacin simultàniament les premisses i la contradictòria de la conclusió; i si no se'n poden trobar, l'argumentació és concloent formalment *(fir formae)*»[21].

En aquesta nota Leibniz tracta el càlcul numèric com una interpretació de la sil·logística. La tècnica que ens presenta és la coneguda tècnica dels contraexemples o proves d'independència, ja usada en certa manera per Aristòtil i usual a la lògica moderna. Per demostrar la incorrecció d'un argument és suficient trobar una assignació que verifiqui les premisses i la contradictòria de la conclusió (falsejant, per tant, la conclusió). Però per a mostrar la correcció d'un argument és necessari demostrar que no existeix cap assignació que verifiqui les premisses i la contradictòria de la conclusió. Un exemple a favor no legitima un argument i un sol contraexemple el refuta definitivament.

Si és veritat que Leibniz va trobar la solució lògicament correcta al càlcul dels números primers, ¿com és que no hi va donar més importància un autor com ell que repetidament assegura sense rubor haver descobert admirables misteris? Part de la resposta queda anticipada en l'apartat 4: el que realment interessava a Leibniz era la utopia del càlcul de veritats i no el càlcul de conseqüències, trista caricatura seva. En segon lloc, cal advertir que aquesta interpretació aritmètica no és un algorisme o mètode mecànic de decisió, si no es disposa d'un algorisme per a la part de l'aritmètica implicada. Per a demostrar que un argument és correcte convé demostrar que no existeix cap assignació de números que compleixi determinades condicions. I això suposa raonaments generals sobre números. Es substitueix un argument per un raonament general sobre números i això suposa molt poc avenç en els projectes utòpics de Leibniz. Aquests projectes utòpics fan que Leibniz sigui tot un precursor avançat a la seva època, però també són responsables que Leibniz en lògica no sigui més que un precursor que no sap situar els seus propis descobriments, que hauran de ser redescoberts molts anys després. La característica universal se li va convertir en un trist càlcul de conseqüències i això, es miri com es miri, no podia tenir per a ell gaire interès.

[20] LUKASIEWICZ, *Aristotle's syllogistic*, p. 126.

[21] Phil.,VII,B,II,15 verso, (nunc 17). COUTURAT, *Opuscules...*, p. 247.