

Departament d'Economia Aplicada

Nuevos y viejos criterios de rentabilidad
que concuerdan con el criterio del Valor
Actual Neto.

Joan Pasqual
Emilio Padilla

**D
O
C
U
M
E
N
T

D
E
T
R
E
B
A
L
L**

10.3



Universitat Autònoma de Barcelona

Facultat d'Economia i Empresa

Aquest document pertany al Departament d'Economia Aplicada.

Data de publicació : **Maig 2010**

Departament d'Economia Aplicada
Edifici B
Campus de Bellaterra
08193 Bellaterra

Telèfon: (93) 581 1680
Fax:(93) 581 2292
E-mail: d.econ.aplicada@uab.es
<http://www.ecap.uab.es>

Nuevos y viejos criterios de rentabilidad que concuerdan con el criterio del Valor Actual Neto.

Joan Pasqual y Emilio Padilla

Departamento de Economía Aplicada, Univ. Autónoma de Barcelona, 08193
Bellaterra.

E-mails: joan.pasqual.rocabert@uab.es; emilio.padilla@uab.es

RESUMEN

El análisis de criterios clásicos de rentabilidad, como la Tasa Interna de Rendimiento o el Cociente Beneficio/Coste, revela que, contra lo que se suponía, concuerdan con el criterio Valor Actual Neto si se aplican correctamente. Lo mismo ocurre con los viejos criterios Valor Final Neto y Anualidad Equivalente y los nuevos Demora Máxima de Beneficios y Plazo de Recuperación de Costes. Se demuestra, además, que para elegir entre dos proyectos mutuamente excluyentes, la aplicación de los criterios citados al proyecto diferencia o incremental es una condición suficiente para que exista concordancia con el criterio Valor Actual Neto.

Palabras clave: Anualidad Equivalente, Cociente Beneficio/Coste, Demora Máxima de Beneficios, Evaluación de Proyectos, Plazo de Recuperación de Costes, Proyecto Diferencia, Tasa Interna de Rendimiento, Valor Actual Neto, Valor Final Neto.

JEL: D92, Q28.

ABSTRACT

The analysis of standard profitability criteria, such as the Internal Rate of Return or the Cost–Benefit ratio, reveals that, if correctly applied, they coincide with the Net Present Value criterion, against what is usually assumed. This is also the case of old criteria such as the Net Final Value and the Equivalent Annuity, and new ones such as the Maximum Delay of Benefits and the Cost Recovery Period. Moreover, the paper shows that when choosing between two mutually exclusive projects, the application of the cited criteria to the difference project is a sufficient condition for their concordance with the Net Present Value criterion.

Key words: Equivalent Annuity, Benefit–Cost Ratio, Maximum Delay of Benefits, Project appraisal, Cost Recovery Period, Difference Project, Internal Rate of Return, Net Present Value, Net Final Value.

JEL: D92, Q28.

1. Introducción

Numerosos autores —incluyendo manuales clásicos en el tema— analizan y/o exponen las bondades y defectos de los diferentes criterios de rentabilidad que se aplican en la evaluación de proyectos. Una muestra de la diversidad de procedimientos empleados para determinar la rentabilidad de un proyecto son los veinticinco criterios analizados en Remer y Nieto (1995). No obstante, la mayoría de esos criterios son descartables utilizando la lógica más elemental (Pasqual, 1999), reduciéndose el abanico de criterios defendibles a los considerados habitualmente en los manuales.

El criterio que generalmente se considera superior al resto es el valor actual neto (VAN), mientras que las críticas a los otros criterios se fundamentan en su falta de concordancia con el VAN. Sirva como ejemplo la siguiente cita de Ross (1995, p. 96): *“no es raro gastar una cantidad considerable de tiempo en clase asegurándose de que el estudiante entiende todas las maneras incorrectas de pensar sobre la toma de decisión en las inversiones —desde la regla de la tasa interna de rentabilidad (TIR) hasta el período de recuperación de la inversión. Erróneos, por supuesto, porque no coinciden con la regla del VAN.”*

Un primer problema que lleva a rechazar un criterio es que pueda dar una respuesta diferente al VAN sobre la deseabilidad de un proyecto. Hirshleifer (1958), Sugden y Williams (1978), Gronchi (1986), Jenkins y Harberger (1995), Belli (1996), Brent (1998), Just *et al.* (2004), Brealey *et al.* (2008) o Rosen (2008), entre otros, indican el inconveniente que supone la posibilidad de inexistencia o de existencia de múltiples TIRs para un proyecto dado, señalando que en tal caso el criterio no da una solución adecuada¹. En este sentido, según Petty *et al.*, (1996, p. 249), cuando existen varias TIRs *“...ninguna solución es válida. Aunque cada una se ajusta a la definición de TIR, no ofrecen ninguna perspectiva acerca de los verdaderos rendimientos del proyecto”*, con lo que *“para proyectos cuyos flujos cambian de signo en más de una ocasión, recomendamos el VAN como la regla de decisión más fiable”* (p. 255). Es decir, el criterio sólo se considera aceptable si la TIR es única, mientras que si hay varias, la respuesta habitual en la literatura es que hay que descartar el criterio y utilizar el VAN.

No obstante, Pasqual *et al.* (2005) demuestran que el supuesto conflicto entre el VAN y la TIR respecto a la rentabilidad de un proyecto puede ser fácilmente superado si se toman en consideración las características de la función VAN y se define claramente qué es una inversión y qué un crédito. Los autores muestran que todas las raíces de la función VAN tienen sentido económico y que, cuando existe al menos una TIR, las recomendaciones de ambos criterios coinciden.

¹ Magni (2010) expone los diferentes problemas asociados al uso de la TIR, así como las diferentes alternativas propuestas en la literatura y sugiere como criterio alternativo la “tasa interna de rendimiento promedio”.

La aplicación de la TIR para analizar la deseabilidad de un proyecto también resulta problemática cuando existen diferentes tasas de descuento relevantes para los diferentes flujos que implica un proyecto. La presente investigación analiza también esta cuestión y presenta una solución satisfactoria.

Otro criterio de rentabilidad cuya aplicación puede no concordar con el VAN es el plazo de recuperación de la inversión, ya que sólo es aplicable en proyectos en los que únicamente hay un cambio de signo en la corriente temporal de flujos netos del proyecto. En el presente trabajo se presenta un nuevo criterio —el plazo de recuperación de costes— similar al plazo de recuperación de inversión, pero con una aplicabilidad más general.

Un segundo problema que lleva a considerar inadecuado un criterio es la posibilidad de que lleve a una ordenación entre proyectos mutuamente excluyentes diferente a la indicada por el VAN. Este problema se da con la TIR y el cociente Beneficio/Coste (CBC). Como plantean Bodie y Merton (2000, p. 180): *“para entender mejor por qué la TIR no es una buena medida para ordenar proyectos mutuamente excluyentes, nótese que la TIR de un proyecto es independiente de su escala. El proyecto plazas de aparcamiento tiene una TIR muy alta, pero su escala es pequeña comparada con el proyecto edificio de oficinas”*. De forma similar, en el caso del cociente B/C, Zerbe y Bellas (2006, p. 228) exponen que *“una debilidad del ratio B/C es que no permite al analista escoger entre proyectos mutuamente excluyentes cuando sus costes son diferentes (...) el proyecto con el mayor ratio B/C no es necesariamente el que tiene el mayor VAN”*. En general, estos indicadores se rechazan, recomendándose el uso del VAN.

La solución a este problema se ofrece, de forma intuitiva, en Gittinger (1987), Brent (1998), Newnan *et al.* (2004), Zerbe y Bellas (2006) y Brealey *et al.* (2008), quienes señalan que la forma apropiada de seleccionar entre proyectos excluyentes con la TIR es aplicar el criterio al proyecto diferencia. Lamentablemente, no presentan demostración alguna al respecto y limitan esta recomendación al criterio de la TIR, ignorando la posibilidad de aplicar el mismo método a otros criterios, como el CBC. En el presente trabajo se avanza en este aspecto demostrando que la aplicación de ambos criterios al proyecto diferencia es siempre consistente con el VAN y se extiende el resultado a los otros criterios.

En el apartado 2 se muestra que, si la aplicación de los principales criterios de rentabilidad se hace de forma correcta, éstos concuerdan con la aplicación del criterio VAN. En concreto, se muestra esta concordancia para criterios clásicos de rentabilidad, como la TIR y el CBC, que la literatura habitualmente señala como criterios que pueden entrar en conflicto con el VAN. El trabajo muestra que la concordancia también se da para otros criterios clásicos como el Valor Final Neto (VFN), la Anualidad Equivalente (\mathcal{A} E) y para criterios nuevos propuestos en el presente trabajo, como la Demora Máxima de Beneficios (DMB) y el Plazo de Recuperación de Costes (PRC). El trabajo supone una extensión y generalización

a los criterios más relevantes de la concordancia entre TIR y VAN demostrada en Pasqual *et al.* (2005). En el apartado 3, se demuestra que, para elegir entre dos proyectos mutuamente excluyentes, la aplicación de los criterios citados al proyecto diferencia o incremental es una condición suficiente para que se dé la deseada concordancia con el VAN. Finalmente, en el apartado 4 se recogen las principales conclusiones del trabajo.

2. Criterios para determinar la deseabilidad de un proyecto

Un proyecto $P_X(X_t, r)$ depende de unas cantidades periodificadas X_t , $t = M, \dots, M+T$, siendo M el momento de ejecución del proyecto, T su duración y r_t las tasas de descuento. Si no se indica lo contrario, se conviene que $r_t = r$ y $M = 0$.

Existen cuatro tipos de proyecto —inversión, crédito, regalo y pérdida—, como se definen a continuación:

Inversión: Si existen flujos estrictamente positivos y negativos, el proyecto se comporta como una inversión en $[r^a, r^b]$, $a \leq b$, si $\partial \text{VAN} / \partial r < 0$ en $[r^a, r^b]$.

Crédito: Si existen flujos estrictamente positivos y negativos, el proyecto se comporta como un crédito en $[r^a, r^b]$, $a \leq b$, si $\partial \text{VAN} / \partial r > 0$ en $[r^a, r^b]$.

Regalo: Todos los flujos son no negativos y al menos uno es estrictamente positivo.

Pérdida: Todos los flujos son no positivos y al menos uno es estrictamente negativo.

2.1. El Valor Actual Neto (VAN)

La función VAN mide el aumento en la cantidad de riqueza neta en el momento actual, que sería equivalente a ejecutar el proyecto.

Definición de VAN:

$$\text{VAN}(X_i; r) = X_0 + X_1(1+r)^{-1} + X_2(1+r)^{-2} + \dots + X_{T-1}(1+r)^{-(T-1)} + X_T(1+r)^{-T} \quad (1)$$

siendo $r \neq -1$. En lo que sigue, se considerará sólo el caso $r > -1$.

Aceptación de un proyecto X:

$$\text{se acepta el proyecto } X \Leftrightarrow \text{VAN}(X) \geq 0 \quad (2)$$

y cuanto mayor sea el VAN, mejor, para cualquier tipo de proyecto.

2.2. El Valor Final Neto (VFN)

La función VFN mide el aumento en la cantidad de riqueza neta en el momento final T, que sería equivalente a ejecutar el proyecto.

Definición de VFN:

$$VFN(X_t; r) = X_0(1+r)^T + X_1(1+r)^{T-1} + \dots + X_{T-1}(1+r) + X_T \quad \forall r \quad (3)$$

Aceptación de un proyecto X:

$$\text{se acepta el proyecto } X \Leftrightarrow VFN(X) \geq 0 \quad (4)$$

y cuanto mayor sea el VAN, mejor, para cualquier tipo de proyecto.

Concordancia con el VAN:

$$VFN(X) = (1+r)^T \cdot VAN(X) \quad (5)$$

$$(1+r)^T \cdot VAN(X) \geq 0 \Leftrightarrow VAN(X) \geq 0 \quad \forall r \neq -1 \quad (6)$$

$$VFN(X) \geq 0 \Leftrightarrow VAN(X) \geq 0 \quad \forall r \neq -1 \quad (7)$$

2.3. La Tasa Interna de Rendimiento (TIR)

La TIR mide el crecimiento del capital en términos relativos y determina la tasa de crecimiento del capital por período.

Definición de TIR:

$$\text{toda } r_j^* \text{ tal que } VAN(X_t, r_j^*) = 0 \quad (8)$$

Ni la existencia ni la unicidad de la TIR están garantizadas. Puede que no haya ninguna TIR, que haya sólo una o que haya más de una.

Aceptación de un proyecto X:

Siendo la TIR r_j^* y la tasa de descuento r^0 , se acepta el proyecto X si y sólo si:

$$r_j^* - r^0 \geq 0 \text{ si } \partial VAN / \partial r < 0 \text{ en el punto } r_j^* - \varepsilon \quad (9)$$

$$r^0 - r_j^* \geq 0 \text{ si } \partial VAN / \partial r > 0 \text{ en el punto } r_j^* + \varepsilon \quad (10)$$

siendo $\varepsilon > 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$.

Cuando la tasa de descuento no es constante, no siempre se puede aplicar este criterio y es necesario recurrir a la TIR-neta.

Casos con más de una TIR:

Cuando existe más de una TIR se aplica la misma regla de decisión, una vez hallada la TIR relevante. Si $r_1^* \leq r_2^* \leq \dots r_M^*$ son las TIRs del proyecto y r^o la tasa de descuento, la TIR relevante es:

$$r_1^*, \text{ si } r^o \leq r_1^* \quad (11)$$

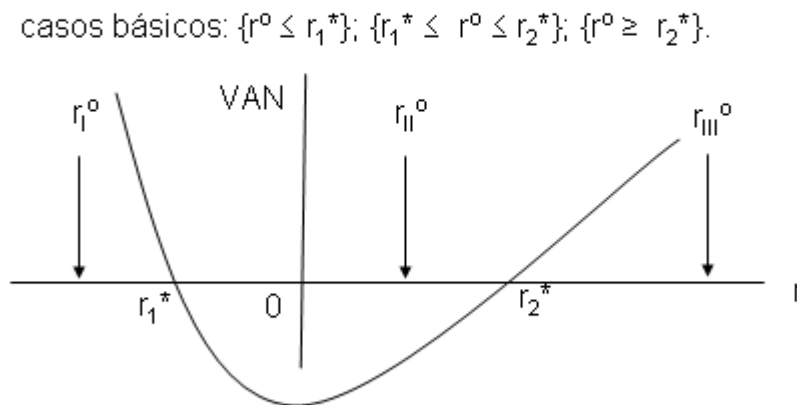
$$r_M^*, \text{ si } r^o \geq r_M^* \quad (12)$$

$$r_j^* \text{ o } r_{j+1}^* \text{ indistintamente, si } r_j^* \leq r^o \leq r_{j+1}^* \quad (13)$$

Concordancia con el VAN:

Si r^o es la tasa de descuento empleada para calcular el VAN y r_j^* las TIR, los casos relevantes son los expresados en (11), (12) y (13) y se reflejan en las figuras 1 y 2.

Figura 1
Concordancia del criterio TIR con el del VAN



Caso I: $r^o \leq r_1^*$, se toma la TIR r_1^* . En este punto el proyecto se comporta como una inversión, r_1^* mide la rentabilidad y, como es mayor a la tasa de descuento r^o , se acepta el proyecto. Como el VAN es positivo en el tramo $(-\infty, r_1^*)$, los dos criterios concuerdan.

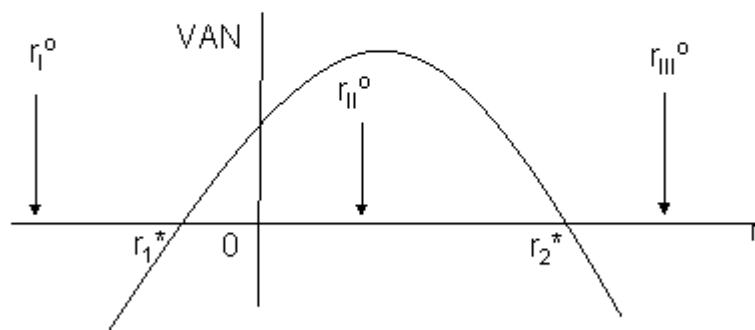
Caso II: $r_1^* \leq r^0 \leq r_2^*$, es indiferente tomar la TIR r_1^* o la r_2^* . Si se parte de r_1^* , la rentabilidad es inferior a la tasa r^0 y se descarta el proyecto. Si se toma la r_2^* , el proyecto se comporta como un crédito, r_2^* mide el coste de éste y, como supera el coste del capital r^0 , también se rechaza el proyecto. En el tramo (r_1^*, r_2^*) , el VAN es negativo y la recomendación coincide con la del criterio TIR.

Caso III: $r^0 \geq r_2^*$, se toma la TIR r_2^* . En el punto r_2^* el proyecto se comporta como un crédito, el coste de este crédito es r_2^* , que es inferior al coste del capital y, por tanto, el proyecto es aceptable. En el tramo (r_2^*, ∞) , el VAN es positivo, lo que concuerda con el análisis mediante la TIR.

Si multiplicamos los flujos del proyecto representado en la figura 1 por menos uno, entonces se obtiene un proyecto como el de la figura 2 y el análisis de la concordancia entre los criterios VAN y TIR es perfectamente simétrico.

Se concluye, pues, que el resultado de la aplicación del criterio TIR coincide con el del VAN².

Figura 2
Concordancia del criterio TIR con el del VAN
Caso simétrico al de la figura 1.



² Véase la demostración completa y una explicación económica pormenorizada en Pasqual *et al.* (2005).

2.4. La Tasa Interna de Rendimiento Neta (TIR-neta)

La función $VAN(X_t; r)$ opera con unos flujos X_t que no son netos porque no incluyen el coste del capital r^0 . La TIR convencional r^* es bruta y para determinar la deseabilidad de un proyecto se compara con la tasa de descuento r^0 . Pero el $VAN(X_t; r)$ también puede calcularse partir de los flujos descontados $n_t(r)$, $n_t = X_t/(1+r)^t$, quedando

$$VAN(n_t(r)) = \sum n_t \quad (14)$$

Definición de TIR-neta:

$$\text{Toda } \lambda_j \text{ tal que } \sum n_t/(1+\lambda_j)^t = 0 \quad (15)$$

con (14) = (15) si y sólo si $\lambda = 0$.

Como los flujos n_t ya incorporan el coste del capital r^0 , las TIR-netas λ_j^* ya no han de compararse con r^0 , basta con saber si son positivas o negativas.

Aceptación de un proyecto X:

Se acepta X si y sólo si

$$\lambda_j^* \geq 0 \text{ si } \partial VAN/\partial \lambda < 0 \text{ en el punto } \lambda_j^* - \varepsilon \quad (16)$$

$$-\lambda_j^* \geq 0 \text{ si } \partial VAN/\partial \lambda > 0 \text{ en el punto } \lambda_j^* + \varepsilon \quad (17)$$

Si existe más de una TIR-neta se opera como con la TIR convencional.

Concordancia con el VAN:

Sabemos que el empleo de una TIR concuerda con el criterio VAN. Como la TIR-neta es una TIR, se mantiene la concordancia necesariamente.

Aplicaciones:

La TIR-neta es aplicable siempre que lo es la TIR convencional. Además, se puede aplicar aunque haya más de una tasa de descuento.

2.5. El Cociente Beneficio/Coste (CBC) y el CBC-neto

El CBC es el cociente entre el Valor Actual de los beneficios brutos, B, y el de los costes, C.

Definición del CBC:

$$\text{CBC} = B/C \quad (18)$$

Es aplicable siempre que por lo menos haya un flujo estrictamente positivo y otro negativo.

Aceptación de un proyecto X:

Se acepta el proyecto X si y sólo si

$$\text{CBC}(X) = B/C \geq 1 \quad (19)$$

y cuanto más alto sea el CBC, mejor. El CBC es bruto pero puede expresarse en términos netos con facilidad a partir de (19):

$$\text{CBC-neto} = \text{CBC} - 1 \geq 0 \quad (20)$$

La ecuación (13) puede expresarse también como:

$$\text{CBC-neto} = (B-C)/C \geq 0 \quad (21)$$

que indica el beneficio neto actualizado que se obtienen por unidad de inversión actualizada.

Concordancia con el VAN:

Tanto el CBC como el CBC-neto concuerdan con el criterio VAN:

$$X \text{ es deseable} \Leftrightarrow \text{VAN}(X) \geq 0 \quad (22)$$

$$\Leftrightarrow B - C \geq 0 \quad (23)$$

$$\Leftrightarrow B \geq C \quad (24)$$

$$\Leftrightarrow B/C \geq 1 \quad (25)$$

$$\Leftrightarrow \text{CBC} \geq 1 \quad (26)$$

$$\Leftrightarrow \text{CBC} - 1 \geq 0 \quad (27)$$

$$\Leftrightarrow \text{CBC-neto} \geq 0 \quad (28)$$

2.6. Demora máxima admisible de los beneficios (D_{\max})

D_{\max} mide la demora máxima de los beneficios compatible con $\text{VAN} \geq 0$, es decir:

$$D \text{ tal que } C = B/(1+r)^D \quad \text{con } r > 0 \quad (29)$$

de donde

$$D_{\max} = (\ln B - \ln C)/\ln(1+r) \quad (30)$$

fórmula que coincide con la anticipación máxima A de los costes compatible con $\text{VAN} \geq 0$ definida como:

$$A \text{ tal que } C(1+r)^A = B \quad (31)$$

siendo $A = D_{\max}$

También puede entenderse D_{\max} como la combinación de una anticipación (c) de los costes y (b) un retraso en los beneficios, tal que $\text{VAN} \geq 0$. Es decir, la distancia o separación máxima admisible ($b+c$) entre costes y beneficios que es compatible con $\text{VAN} \geq 0$:

$$D_{\max} = b+c \text{ tal que } C(1+r)^c = B(1+r)^{-b} \quad (32)$$

de donde

$$C(1+r)^{b+c} = B \quad (33)$$

$$C = B(1+r)^{-(b+c)} \quad (34)$$

siendo $b+c = D_{\max}$

Aceptación de un proyecto X :

Se acepta el proyecto X si y sólo si

$$D_{\max}(X) \geq 0 \quad (35)$$

y cuanto mayor sea D_{\max} , mejor, para cualquier tipo de proyecto.

Concordancia con el VAN:

$$D_{\max} = (\ln B - \ln C)/\ln(1+r), \quad r > 0 \quad (36)$$

como $\ln(1+r) > 0$

$$\text{sgn}D_{\max} = \text{sgn}(\ln B - \ln C) \quad (37)$$

$$(\ln B - \ln C) \geq 0 \Leftrightarrow B - C \geq 0 \quad (38)$$

$$(\ln B - \ln C) \geq 0 \Leftrightarrow \text{VAN} \geq 0 \quad (39)$$

2.7. La anualidad equivalente (Æ)

La Æ es un flujo constante æ que proporciona el mismo Valor Actual que los flujos periodificados del proyecto.

Definición de Æ:

Dado un proyecto X con $\text{VAN}(X_t; r) = X_0 + X_1(1+r)^{-1} + \dots + X_T(1+r)^{-T}$, la Æ $h_{t'} = \text{æ}$, $t' = M', \dots, M'+T'$, es tal que $\text{VAN}(h_{t'} = \text{æ}; r) = \text{VAN}(X_t; r)$

$$\text{VAN}(\text{æ}; r) = \text{æ}\Phi_M \quad (40)$$

siendo

$$\Phi_M = \sum 1/(1+r)^{t'}, t' = M', \dots, M'+T' \quad (41)$$

$$\Phi_M = [1/r(1+r)^{M'}][1+r - 1/(1+r)^{T'}] \quad (42)$$

con

$$\Phi_{M=1} = 1/r - 1/r(1+r)^{T'} \quad (43)$$

$$\Phi_{M=0} = (1+r)/r - 1/r(1+r)^{T'} \quad (44)$$

$$\text{VAN}(X_t; r) = \text{VAN}(\text{æ}; r) \Leftrightarrow \text{æ}\Phi = \text{VAN}(X_t; r) \quad (45)$$

de donde

$$\text{æ} = \text{VAN}(X_t; r)/\Phi \quad (46)$$

Aceptación de un proyecto X :

Se acepta el proyecto X si y sólo si

$$\text{æ} \geq 0 \quad (47)$$

y cuanto mayor sea æ , mejor, para cualquier tipo de proyecto.

Concordancia con el VAN:

$$\text{æ} = \text{VAN}(X_t; r) / \sum 1/(1+r)^t, t' = M', \dots, M'+T' \quad (48)$$

como $\sum 1/(1+r)^t > 0 \forall r > -1$

$$\text{sgn}(\text{æ}) = \text{sgnVAN}. \quad (49)$$

2.8. Plazo de recuperación de costes (PRC)

El PRC es una reinterpretación del popular criterio Plazo de Recuperación de la Inversión que amplía el ámbito de aplicación del criterio.

Definición:

Dado un proyecto X con flujos $c_t \leq 0$ y $b_t \geq 0$, $t = 0, \dots, T$, se definen:

$$C = \text{VA}(c_t) \text{ y } h_{t'} = \text{æ}, t' = 0, \dots, P, \text{ tales que } \text{VA}(h_{t'}) = \text{VA}(b_t) \quad (50)$$

El esquema es simple, a partir del proyecto X se forma el X' con el VA(C) en el momento 0 y la anualidad equivalente æ entre los períodos 0 y P.

El PRC es el período más pequeño P* para el que el VAN entre 0 y P* sea no negativo, como se muestra en la tabla 1 para un proyecto rentable.

Tabla 1. El PRC de un proyecto rentable

	0	1	...	P*	...	T
X	a_0	a_1	...	a_{T^*}	...	a_T
X'	$\text{VA}(C) + \text{æ}$	æ	æ	æ	...	æ
$\text{VAN}(X')$	< 0	< 0	< 0	≥ 0	> 0	> 0

En otras palabras, el PRC es el tiempo más pequeño P* tal que

$$C = \text{æ}\Phi_{M=0} \quad (51)$$

$$C = \text{æ}[(1+r)/r - 1/r(1+r)^{P^*}] \quad (52)$$

$$rC/\text{æ} = 1+r - 1/(1+r)^{P^*} \quad (53)$$

$$rC/\text{æ} - 1 - r = -1/(1+r)^{P^*} \quad (54)$$

$$\ln[1+r - rC/\text{æ}] = \ln(1) - \ln[(1+r)^{P^*}] \quad (55)$$

$$\text{PRC} \equiv T^* = -\ln(1+r - rC/\text{æ})/\ln(1+r) \quad (56)$$

Aceptación de un proyecto X:

Se acepta el proyecto X, definido en [0, T] si y sólo si

$$PRC \leq T \quad (57)$$

$$T - PRC \geq 0 \quad (58)$$

y cuanto más pequeño sea el PRC, mejor.

Como el PRC es un promedio, puede ser positivo, cero o incluso negativo, como se observa en los ejemplos de la tabla 2.

Tabla 2. Ejemplos de PRC de distinto signo

proyecto	0	1	VAN(r=1)	æ	PRC
X ₁	-1	4	1	1,33	-0,32
X ₂	-1	3	0,5	1	0
X ₃	-1	2	0	0,66	1
X ₄	-1	1,6	-0,2	0,53	3

Concordancia con el VAN:

Por construcción, la anualidad equivalente æ entre 0 y P* es igual al VA de los beneficios. Si el PRC no es superior a T, significa que con las cantidades æ entre los períodos 0 y P, como mínimo se cubre el VA de los costes C. Es decir, que:

$$VAN \geq 0 \quad \forall P \geq P^* \Leftrightarrow P^* \leq T \quad (59)$$

2.9. Teorema de concordancia del VAN

Sea $\zeta = \{VAN, VFN, TIR, TIR\text{-neta}, CBC, CBC\text{neto}, D_{\max}, PRC\}$. Los criterios ζ concuerdan entre sí ya que la aplicación de cualquiera de estos criterios conduce siempre a la misma decisión que el VAN.

3. La elección entre dos proyectos mutuamente excluyentes X e Y

Sea un criterio de valoración $\zeta_h \in \zeta$ tal que

$$\text{un proyecto X es deseable} \Leftrightarrow \zeta_h(X) \geq 0 \quad (60)$$

entonces se conviene que, dados dos proyectos X e Y mutuamente excluyentes, X es preferido a Y si y sólo si el *proyecto diferencia o incremental* (X-Y) es deseable, es decir:

$$X > Y \Leftrightarrow \text{el proyecto } \zeta_h(X-Y) \geq 0 \quad (61)$$

El proyecto diferencia (X-Y):

Sean el proyecto X con flujos x_t , $t = M, \dots, M+T$ y el proyecto Y con flujos $y_{t'}$, $t' = M', \dots, M'+T'$. El proyecto diferencia (X-Y) se caracteriza por los flujos $(x_t - y_{t'})$ y un ámbito temporal formado por la unión de los dos ámbitos: $[\min\{M, M'\}; \max\{M+T; M'+T'\}]$

El criterio de decisión $\zeta(X-Y)$ aplicado al proyecto diferencia mide la ganancia neta, medida en los términos del criterio, de ejecutar X en lugar de Y.

3.1. Uso del proyecto diferencia (X-Y). Necesidad y suficiencia

Algunos de los criterios ζ se pueden aplicar a dos proyectos X e Y por separado y comparar directamente los resultados, como se justifica a continuación.

Proposición:

$$\exists \zeta_A \in \zeta \text{ tal que } X > Y \Leftrightarrow \zeta_A(X) \geq \zeta_A(Y) \Leftrightarrow \zeta_A(X-Y) \geq 0 \quad (62)$$

Demostración:

Sea el VAN el criterio ζ_A , entonces:

$$X > Y \Leftrightarrow \text{VAN}(X) \geq \text{VAN}(Y) \quad (63)$$

$$X > Y \Leftrightarrow \text{VAN}(X) - \text{VAN}(Y) \geq 0 \quad (64)$$

$$X > Y \Leftrightarrow \text{VAN}(X-Y) \geq 0 \text{ por la propiedad aditiva del VAN} \quad (65)$$

pero esta deseable característica no es general.

Proposición:

$$\exists \zeta_B \in \zeta \text{ y unos proyectos X e Y tales que no se cumple } X > Y \Leftrightarrow \zeta_B(X) \geq \zeta_B(Y) \quad (66)$$

Demostración:

Sean el CBC o la TIR el criterio ζ_B . Si los proyectos X e Y son como los de la tabla 3, entonces ocurre que $\text{CBC}_Y > \text{CBC}_X$ y $\text{TIR}_Y > \text{TIR}_X$, pero $\text{VAN}_X > \text{VAN}_Y$, lo que

muestra la falta de concordancia. Sin embargo, la aplicación de los mismos criterios al proyecto diferencia (X-Y) no presenta problema alguno ya que los tres criterios coinciden en señalar que el proyecto X es preferible al Y.

Tabla 3. Elección entre proyectos excluyentes con diferentes criterios

	0	1	CBC	TIR	VAN(r=0,1)
X	-100	200	1,8	100%	81,8
Y	-10	40	2,6	300%	26,4
X-Y	-90	160	1,6	77,8%	55,5

Este ejemplo muestra la necesidad de emplear el proyecto diferencia cuando el criterio empleado no está expresado en términos absolutos como el VAN y el VFN, sino relativos, como por ejemplo la TIR y el CBC.

Falta demostrar que la aplicación de los criterios ζ al proyecto diferencia (X-Y) es suficiente para garantizar la concordancia. Véase por ejemplo el caso del CBC.

Elección entre los proyectos X e Y con el criterio CBC:

La condición de preferencia entre X e Y puede hallarse de manera mecánica:

$$X > Y \Leftrightarrow VAN(X) = B_X - C_X \geq VAN(Y) = B_Y - C_Y \quad (67)$$

$$B_X - B_Y \geq C_X - C_Y \quad (68)$$

$$(B_X - B_Y)/(C_X - C_Y) \geq 1 \text{ si } C_X - C_Y > 0 \quad (69)$$

(<) (<)

o bien mediante la aplicación directa del teorema de concordancia del VAN:

$$X > Y \Leftrightarrow CBC_{X-Y} = B_{X-Y}/C_{X-Y} \geq 1 \quad (70)$$

Aunque las dos condiciones (69) y (70) son correctas, es de esperar que $B_{X-Y}/C_{X-Y} \neq (B_X - B_Y)/(C_X - C_Y)$, ya que en general $B_{X-Y} \neq B_X - B_Y$ y $C_{X-Y} \neq C_X - C_Y$.

La condición (70) es más simple de aplicar que la (69) y la interpretación cuantitativa es más directa. Con todo, si se trata de comparar una serie larga de proyectos es más apropiada la condición (69)³.

Proposición:

³ Para aplicar la condición (70) se necesitan los flujos periodificados de todos los proyectos y en cambio, para la (69) basta con disponer del Valor Actual de los beneficios B_j y los costes C_j de cada proyecto j , $j = 1, \dots, J$, para poder compararlos todos dos a dos.

Para elegir el mejor entre dos proyectos mutuamente excluyentes X e Y, la aplicación de un criterio cualquiera ζ al proyecto diferencia (X-Y) es suficiente para obtener el mismo resultado que aplicando el criterio VAN.

Demostración:

Por el teorema de concordancia del VAN, la aplicación de cualquier criterio de decisión ζ es siempre coherente con el VAN para cualquier proyecto P. En particular, la aplicación de todo criterio ζ al proyecto diferencia (X-Y) también será necesariamente coherente con el VAN.

4. Conclusiones

En el presente trabajo se ha evidenciado que buena parte de los problemas denunciados repetidamente en la literatura, que llevan a que algunos criterios de decisión no se consideren adecuados para evaluar la rentabilidad de un proyecto, pueden resolverse con una correcta interpretación y aplicación de estos criterios. Es el caso de los supuestos problemas causados por la multiplicidad de tasas internas de rendimiento que, como se ha mostrado, no invalidan al criterio si se aplica de forma correcta. Respecto los problemas de multiplicidad de tasas de descuento, en el caso de la TIR, o del plazo máximo de recuperación de la inversión, se han sugerido alternativas como la TIR-neta o el PRC, que también llevarían a una recomendación que coincidiría con el criterio VAN para cualquier proyecto.

Además, se han propuesto nuevos criterios que amplían la gama de medidas de deseabilidad de un proyecto, sin mermar la coherencia del análisis, ya que todos ellos concuerdan con el criterio básico, el VAN. Los resultados se resumen en el teorema de concordancia del VAN: la aplicación de cualquier combinación de ocho criterios ζ analizados —VAN, VFN, TIR, TIR-neta, CBC, CBC-neto, D_{\max} , \mathcal{A} y PRC— para determinar la deseabilidad de un proyecto, conducen siempre al mismo resultado cualitativo.

En cuanto al problema de elección entre proyectos excluyentes, se ha demostrado que el teorema de concordancia del VAN se extiende al caso de la elección entre dos proyectos mutuamente excluyentes, X e Y, si los criterios ζ se aplican al proyecto diferencia (X-Y). En otras palabras, la aplicación de cualquiera de los ocho criterios comentados siempre llevaría a la misma elección, siempre que se aplique el criterio al proyecto diferencia.

Por último, cabe establecer algunas condiciones mínimas para aceptar o no nuevos criterios de decisión sobre la deseabilidad de un proyecto. La primera condición parece superflua, la aplicación de un criterio de decisión no ha de requerir la modificación del proyecto que se está analizando. La segunda condición que se propone es que el nuevo criterio concuerde con el criterio VAN.

Agradecimientos

Los autores agradecen los comentarios de Antonio Tarrío (UB), Joan Montllor (UAB) y María Antonia Tarrazón (UAB) y la ayuda de Marc Costa (UAB), así como el apoyo de los proyectos ECO2009-10003 del Ministerio de Ciencia e Innovación y 2009SGR600 y XREPP de la Direcció General de Recerca.

Referencias bibliográficas

- Belli, P. (1996) *Handbook on Economic Analysis of Investment Operations Research*. Policy Department, The World Bank, Washington DC.
- Bodie, Z. y Merton, R. C. (2000) *Finance*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Brealey, R. A., Myers, S. C. y Allen, F. (2008) *Principles of Corporate Finance*. 9ª Ed. Mc Graw-Hill, Auckland.
- Brent, R. J. (1998) *Cost-Benefit Analysis for developing countries*. Edward Elgar, Cheltenham y Northampton, MA.
- Gittinger, J. P. (1987). *Análisis económico de proyectos agrícolas*. Instituto de Desarrollo Económico del Banco Mundial. Ed. Tecnos. Madrid.
- Gronchi, S. (1986) "On investment criteria based on the Internal Rate of Return", *Oxford Economic Series, New Series*, 38 (1), pp. 174–180.
- Hirshleifer, J. (1958) "On the theory of optimal investment decisions", *The Journal of Political Economy*, 66, pp. 329–352
- Jenkins, C., Harberger, A. (1995) *Cost-Benefit Analysis of Investment Decisions*. Harvard Institute for International Development. Cambridge, MA.
- Just, R. E., Hueth, D. L., Scmitz, A. (2004) *The Welfare Economics of Public Policy*. Edward Elgar, Cheltenham.
- Magni, C. A. (2010) "Average Internal Rate of Return and investment decisions: A new perspective", *The Engineering Economist*, in press.
- Newnan, D.G., Eschenbach, T.G., Lavelle, J.P. (2004) *Engineering Economic Analysis*. 9th ed. New York: Oxford University Press.
- Pasqual Rocabert, J. (1999) *La Evaluación de Políticas y Proyectos*. Icaria, Barcelona.
- Pasqual Rocabert, J., Tarrío, J. A.; Pérez, M. J. (2005) "Anomalies in net present value calculations. A solution", *Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública*, 173, pp. 47–60.
- Petty, J.W., Peacock, R., Martin, P., Burrow, M., Keown, A. J., Scott, D. F. (Jr.); Martin, J. D. (1996) *Basic Financial Management*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Remer, D. S. y Nieto, A. P. (1995) "A compendium and comparison of 25 project evaluation techniques", *International Journal of Production Economics*, 42 (1), pp. 79–96 y 101–129.
- Rosen, H. S. (2008) *Hacienda Pública*. McGraw Hill, Madrid.
- Ross, S. R. (1995) "Uses, abuses, and alternatives to the net-present-value rule", *Financial Management*, 24 (3), pp. 96–102.
- Sugden, R., Williams, A. (1978) *The Principles of Practical Cost-Benefit Analysis*. Oxford University Press, Oxford.

Zerbe, R. O. y Bellas, A. S. (2006) *A Premier for Benefit-Cost Analysis*. Edward Elgar Publishing, Northampton, MA.

Últims documents de treball publicats

NUM	TÍTOL	AUTOR	DATA
10.02	Memory in Contracts: The Experience of the EBRD (1991-2003)	Lionel Artige Rosella Nicolini	Març 2010
10.01	Language knowledge and earnings in Catalonia	Antonio Di Paolo, Josep Lluís Raymond-Bara	Febrer 2010
09.12	Inflation dynamics and the New Keynesian Phillips curve in EU-4	Borek Vasicek	Desembre 2009
09.11	Venezuelan Economic Laboratory The Case of the Altruistic Economy of Felipe Pérez Martí	Alejandro Agafonow	Novembre 2009
09.10	Determinantes del crecimiento de las emisiones de gases de efecto invernadero en España (1990-2007)	Vicent Alcántara Escolano, Emilio Padilla Rosa	Novembre 2009
09.09	Heterogeneity across Immigrants in the Spanish Labour Market: Advantage and Disadvantage	Catia Nicodemo	Novembre 2009
09.08	A sensitivity analysis of poverty definitions	Nicholas T. Longford, Catia Nicodemo	Novembre 2009
09.07	Emissions distribution in postKyoto international negotiations: a policy perspective	Nicola Cantore, Emilio Padilla	Setembre 2009
09.06	Selection Bias and Unobservable Heterogeneity applied at the Wage Equation of European Married Women	Catia Nicodemo	Juliol 2009
09.05	La desigualdad en las intensidades energéticas y la composición de la producción. Un análisis para los países de la OCDE	Juan Antonio Duro Moreno, Vicent Alcantara Escolano, Emilio Padilla Rosa	Maig 2009
09.04	Measuring intergenerational earnings mobility in Spain: A selection-bias-free approach	María Cervini Pla	Maig 2009
09.03	Monetary policy rules and inflation process in open emerging economies: evidence for 12 new EU members	Borek Vasicek	Maig 2009
09.02	Spanish Pension System: Population Aging and Immigration Policy	Javier Vázquez Grenno	Abril 2009
09.01	Sobre los subsistemas input-output en el análisis de emisiones contaminantes. Una aplicación a las emisiones de CH4 en Cataluña	Francisco M. Navarro Gálvez, Vicent Alcántara Escolano	Març 2009
08.10	The monetary policy rules in EU-15: before and after the euro	Borek Vasicek	Desembre 2008