

Seminario Matemático

Facultad de Ciencias

Universidad de Barcelona

Barcelona 2 Junio 1952.



Prof D San Juan
Madrid

Distinguido y querido amigo: He recibido sus dos cartas, a las cuales no he contestado antes aguardando la memoria del Prof Mandelbrot, pero como no he tenido noticias de dicho Prof no quiero demorar por mal tiempo mi contestación.

En su primera carta he visto la sencillez con que ha resuelto Vd el problema de que me habla hablado sobre las cotas de $\alpha(t)$ conocidas las derivadas reducidas, y espero con interés la publicación en los C. D. de las notas que Vd anuncia para conocer el final de la demostración.

Hasta hoy no he podido ocuparme del problema de la aproximación óptima

en recintos de igual amplitud, pues segun
le dije a Vd estoy terminando la redac-
cion de una memoria para Collectanea
Mat además asuntos completamente aje-
nos a las matematicas me han ocupado
muchas horas durante estos ultimos tiempos.
Segun Vd ya indica en su Segunda

Parte la aproximacion asintotica $f(z) \sim \sum \frac{a_n}{z^n}$ con cotas m_n implica que la
 $f(z)$ sea aproximada por las sumas
parciales con la aproximacion logaritmi-
ca $p_n(x) = \log T_n(e^x)$, pero yo creo que exis-
te una diferencia notable entre la apro-
ximacion logaritmica y la asintotica
pues mientras que si el recinto y las cotas
son apropiadas, es posible mediante el problema
de Watson demostrar ^{en la aproximacion asintotica} la unicidad de la fun-

cion correspondiente a una serie determinada.
Si se supone unicamente que la $f(z)$ es aproximada
por la aproximacion logaritmica, que es
para series de potencias
esta puede escribirse

$$(1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{|z| > r} \left| f(z) - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^n} \right| < e^{-q_n(r)}$$

no es posible la aplicacion ^(al menos inmediata) del mismo procedi-

nientos para demostrar la unicidad de $f(z)$
 sea cual sea el crecimiento de $\Phi_n(r)$. No obsta-
 te si el recuento satisface a ciertas condi-
 ciones y si la (1) se cumple para una su-
 lion infinita de valores de n (puesto que en
 algunos casos es suficiente suponer que la
 aproximación logarítmica vale para un
 solo valor de n) podría demostrarse la
 unicidad de $f(z)$ mediante un procedimiento
 semejante al de Brunt (Bull. Am. Mat. Soc.
 Vol 55) pero en este caso la serie resulta-
 ria convergente para $|z|$ suficientemente
 grande.

Por el mismo correo le remito algunos
 de mis memorias de la memoria de la
 Academia de Zaragoza le remito dos

Ejemplares uno de ellos para el Prof Salinas
Asimismo le remito de nuevo la me-
moranda publicada en las Actas de
la cual le di a Vd un ejemplar
para que este segundo tenga la
amabilidad de entregárselo al Prof
Salinas, pues en el trato para la
series de Taylor problemas semejantes
a los estudiados para las series de
Stirling en la memoria de Jorago
Con atentos saludos de mis familias
reciba el afecto de su buen amigo.
J. L. L.

P.S. Lo le

722