COLLÈGE SCIENTIFIQUE UNIVERSITAIRE
DE
PERPIGNAN
B. P. 242

MATHÉMATIQUES

Melle BAILLETTE
Maître de Conférences

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Perpignan, le 21 Février 1967

Señor Profesor F. Sunyer Balaguer
Angel Guimerá 36
BARCELONA 17
(España)

Distinguido Colega,

Vengo de ver que el resultado obtenido en mi nota de collect. Math. queda válido para los productos

$$C_n(z) = \prod_{k=n}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{\lambda_k^2}\right) \quad n = 1,2\ldots$$

con λ_k complejos, $\lambda_k = r_k e^{i\theta_k}$, tales que

$$\overline{\lim_{k \to \infty}} \frac{k}{r_k} < \infty,$$

que cumplen <u>una</u> de las condiciones

(a) $$\lim_{k \to \infty} \theta_k = 0$$

ó

(b) $$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{|\sin \theta_k|}{r_k} < \infty.$$

La demostración sigue así :

Sea

$$h(\theta) = \overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{1}{r} \log \left| C_1(re^{i\theta}) \right|.$$

En los dos casos, se demuestra que para todos los valores de θ excepto un número finito de valores, tenemos

(1) $$\left| C_n(re^{i\theta}) \right| < \exp\left(rh(\theta) + r\varepsilon\right)$$

para $r > r_o(\varepsilon, \theta)$ y $n > n_o(\varepsilon, \theta)$.

.../...

Sea $\Phi_n(s)$ la transformada de Laplace-Borel de $C_n(z)$. Para $\delta > 0$ pongamos :

$$\Omega(\delta) = \{ s = \sigma + it \; ; \sigma \cos\theta - t\sin\theta \leq h(\theta) + \delta \;\; \forall\theta \}$$

De (1) se deduce facilmente que al exterior de $\Omega(\delta)$, tenemos, uniformemente

$$\lim_{n \to \infty} \Phi_n(s) = \frac{1}{s} .$$

En el caso (a) para establecer (1), se demuestra que para $\theta \neq q\frac{\pi}{4}$, $n > n_o(\mathcal{E}, \theta)$, $r > r_o(\mathcal{E}, \theta)$ tenemos

$$(2) \qquad |C_n(re^{i\theta})| \leq \max (1, |C_{n_o}(re^{i\theta})|, \exp(2\mathcal{E}))$$

de que resulta (1). La desigualdad (2) se obtiene comparando $\left| 1 - \frac{w^2}{\lambda_k^2} \right|$ y 1, pero la demostración es mas complicada que en el caso de λ_k reales.

En el caso (b) pongamos

$$F_n(z) = \prod_{k=n}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2 \cos^2\theta_k}{r_k^2}\right) \qquad n = 1,2...$$

Según un resultado del profesor Kahane (Annales de l'Institut Fourier V (1953-54) p. 89-90)

$$h(\theta) = \overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{1}{r} \log |F_n(re^{i\theta})| ,$$

y para $\theta \neq q\pi$,

$$|C_n(re^{i\theta})| \leq |F_n(re^{i\theta})| \exp\left(\frac{2r}{|\sin\theta|} \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|\sin\theta_k|}{r_k}\right) .$$

Siendo reales los ceros de las funciones $F_n(z)$ la desigualdad (1) resulta de mi nota.

Con afectuosos recuerdos a sus primas, le saluda atentamente.

A. Baillette

A.BAILLETTE
9, rue Jean Manalt
-66- PERPIGNAN

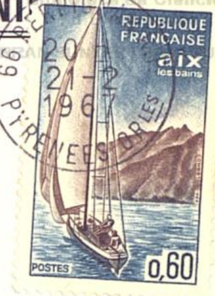
0621

COLLÈGE SCIENTIFIQUE UNIVERSITAIRE
DE
PERPIGNAN
B. P. 242
MATHÉMATIQUES

UNIVERSITE DE MONT

VOS
ADRESSES
POSTALES
PENSEZ-Y...

PERPIGNAN
20
21-2
1967
66 PYRENEES OR



Señor Profesor F.Sunyer Balaguer
Angel Guimerà 36

BARCELONA 17

(España)