THE INSTITUTE FOR ADVANCED STUDY

PRINCETON, NEW JERSEY 11 de Març de 1955

SCHOOL OF MATHEMATICS

Estimat Sunyer:

El nostre problema de conjunts fa molts anys que está resolt. Dels conjunts que no tenen cap subconjunt perfecte s'en diuen totalment imperfectes. Primeramant la familia de tots els conjunts perfectes o tancats té la potencia del continu que és també la potencia de la familia dels conjunts oberts(complementaris). En efecte qualsevol conjunt obert és l'unió numerable d'un subconjunt de la familia de tots els intervals d'abcisa racional, per tant existeix una correspondecia biunivoca entre els conjunts oberts i els subconjunts de la successió 1,2, ... ,n .. . Aquesta propietat de deduir els conjunts oberts i per tant els entorns d'una base numerable de tals conjunts és precisament l'axioma dit de la base que s'afegeix precisament als espais topologics per a que s'assemblin al nostre prescindint de tota métrica. Tot això Vd. ja ho sap perfectament bé. Prenem ara un conjunt perfecte P, la familia de tots els subconjunts perfectes i sigui (1) $x_1, x_2, \ldots, x_\omega, x_{\omega+1}, \ldots$ i (2) $P_1, P_2, \ldots, P_\omega, P_{\omega+1}, \ldots$ una respectiva bona ordenació de P i de la familia. Definim per inducció transfinita dues successions $\{p_\alpha\}$ i $\{q_\alpha\}$ $(\alpha < \Omega_c)$, admetent que: 1°: p_1 és el primer terme de la successió (1) contingut en P_1 i q_1 el primer de (1) tal que $p_1 \neq q_1 \in P_1$; 2° p_α és el primer terme de (1) contingut en $P_\alpha - S_\alpha$, on S_α designa el conjunt $(\alpha > 1)$ dels p_ξ i q_ξ amb $\xi < \alpha$. Tal terme existeix puix el conjunt S_α és de potència $< c$). I de manera análoga sigui q_α el primer terme de (1) contingut en $M_\alpha - S_\alpha - p_\alpha$. Sigui Z el conjunt de tots els p_α i Y=P-Z. Evidentment Z i Y han estat definits de manera que sempre els hi falti quelcom de qualsevol conjunt perfecte. Son doncs evidentmant imperfectes totalment i la seva suma es perfecte. La segona part de la demostració em ballava pel cap, peró ni la primera propietat ni la combinació amb la segona no s'em havía acudit ni de lluny Aquests conjunts Z i Y no están definits de manera constructiva però per a mi no hi ha inconvenient. Tots dos son de mesura interior nula i si P es de mesura positiva Z no es mesurable Lebesgue. Tot això está en la topología de Kuratowski, naturalment per espais topologics, que bé a ésser el mateix que pendre la recta, la diferencia és que aleshores les propietats essencials es prenen per via axiomática. Per no complicar m'he referit a la recta, pero la cosa és completament general.

Parlant de conjunts, açí hi ha un llibre de Gödel que demostra la consistencia (impossibilitat d'arribar a una contradicció)de l'hipótesi generalitzada del continu $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$ (es a dir la potencia del conjunt dels subconjunts d'un conjunt té la potencia inmediata a la d'aquest) (per $\alpha = 0$ tenim l'hipótesi del continu)i la del postulat de Zermelo si els restants axiomes de la teoría de conjunts son consistents. Com que la qüestió passa a ésser de metamatemática o lógica prenen una quantitat d'axiomes gran i naturalment molt evidents, com també ho és el de Zermelo. M'agradaría saber si Gödel ha demostrat la consistencia de les negacions.

Deixant les matemátiques puc dir que estic molt satisfet. Al arribar açí m'han ofert "membership" en el Institute sense que jo ho demanés. Naturalment ho he demanat, i concedit poc després. Això significa tenir un despatx propi on treballar i disposar de la biblioteca. Els llibres no s'han de demanar, s'agafen simplement, i es signa un paperet q i es deixa en una taula a fi i efecte que si un altre necessita el llibre sápiga qui el té. Els llibres están per ordre alfabetic d'autor. La bibiloteca està oberta dia i nit i si algu es queda pot treballar si li sembla. Per si jo no tingués un sou em pagarien. Hi ha membres que tenen la categoría de professo i tots ells son eminents. Per exemple

Oppenheimer(el director), Von Neumann, H.Weyl, Veblen, Gödel, M.Morse, Leray etc. Ep!m'havía deixat l'Einstein, que només el veig de lluny, pero amb alguns d'ells i parlo i si hi hagués un motiu amb qualsevol d'ells Tots son molt senzills. A més de l'Institut hi ha la Universitat que és a Princeton a mitj hora d'açí. A la Universitat hi ha gent com Artin, Lefschetz, Bochner etc. A la Universitat hi ha estudiants que segueixen cursos de matemàtiques superiors. Domina la topologia algebraica i l'algebra. A l'Institut, i deu haver més de 60 matemàtics, la cosa está més matizada hi ha molts que també fan teoría de funcions, es a dir, tot. Hi ha algun seminari a càrrec d'algun professor i algun altre seminari que canvía d'expositor. Podem disposar també de la biblioteca del Fine Hall (l'edifici matematic de la universitat), que és millor encara que la del Institute, que és excelent. L'ambent és d'igualtat entre grans i petits però els grans gaudeixen d'un respecte que encare que no es manifesti es pressent. Açí el "bussiness" son les matemàtiques i prou; i un teorema pot saltar d'un cervell d'un principiant. El que sí exigeixen per ajudar-te son proves, es a dir, publicacions. A part de matemàtics hi ha fisics teorics i alguns Historiadors. També hi ha tot un edifici dedicat a una màquina , la Johniac en honor del nom de v.Neumann, de càlcul electronic que ha superat la cél.lebre Eniac. Segons diuen els diaris aquesta màquina presta grans serveis militars a l'energía atomica i a la predicció del temps. Malgrat tot açí tothom és teoric, no hi ha cap quimic ni fisic experimental. Pensant em Espanya em sembla un somni. Com que lo natural és lo d'açí, totes les miseries de Barcelona matemática em semblen absurdes. A França hi deu haver unes 60 càtedres de matemàtiques, açí hi ha , a Nordamérica, milers de matemàtics. Fa basarda de pensar-hi. Europa aviat quedarà per sota matematicament dels EE.UU. solament es salvarà produint caps de gran calitat, que també produeixen i produiran els EE.UU. Això parlant de Europa, perquè nosaltres pobrets no comptem ni podem parlar d'Europa. Totes les tardes es pren el té en el gran hall, de manera que els que son sociables aprenen d'oides una qüantitat de coses incomensurables. I com que ara la Cincia creix fabulosament aquesta es una altre gran aventatge d'açí. En el nostre pais s'ha de procurar l'unió i que cadascu porti el que pogui. Jo m'estic renovant molt, que ja em feia falta i sobre tot m'ha desaparegut la lluita interior que m'anulava a Barcelona de resultes dels problemes economics.

Si en alguna cosa li puc ésser útil amb molt de gust, mani i dispos. Malgrat les innegables belleses d'açí m'enyoro molt de Barcelona, que és tan maca, pero que ens la fan groar.

Saludi afectuosament a la seva mare i cosines de part meva i V. rebi una cordial salutació del seu company Ernest Corominas

P.S.També empollo per a les oposicions. Espero que en Pi és pogui presentar contra en Gaeta i guanyar. En fi veurem com aniran les coses. I faig el no arquimedisme que voliía amb més esperances d'éxit.

La demostració de la descomposició en conjunts t. imperfecte, es degude en essencia a Bernstein, el de la teoría de conjunts.