

1/

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
CHICAGO 37 • ILLINOIS  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS



Le 15 Janvier 1962

Mon cher Collègue et Ami,

Acceptez mes vœux très sincères et très cordiaux pour vous et vos cousines; je vois, il est vrai, que vous avez déjà souhaité une bonne année dans ma lettre vous remerciant de vos félicitations pour mon prix, mais qu'importe!

Je désire maintenant que vous fassiez une proposition d'ordre scientifique.

Vous connaissez, je crois, mon Rice Institute Pamphlet sur les séries de Dirichlet; il est épuisé depuis de nombreuses années, et a pas mal vieilli, il reste cependant très demandé.

Quelques Editeurs de langue anglaise m'offrent de publier un livre dans leurs collections, et comme j'ai pas mal réfléchi ces temps-ci sur ce sujet, je pense que ce serait intéressant de faire un autre livre sur les séries de Dirichlet, plus riche et plus moderne.

Je ne me sens pas le courage de le faire seul. Voulez-vous que nous le fassions ensemble?

Je ne vois pas que le livre de V. Bernstein doive nous servir d'exemple, mais il me semble que le plan de l'ancien pamphlet est assez bon, que de profonds

changements pourraient y être apportés et du matériel nouveau ajouté.

Par exemple: pour les propriétés arithmétiques des exposants, je viens d'écrire deux mémoires, dont un est sous presse et j'ai un "preprint" pour l'autre (je vous envoie les deux "preprints").

Je pense qu'on devrait y mettre les séries adhérentes avec ce que vous y avez apporté. Remarque d'ailleurs que votre idée de changer les coefficients avec  $m$ :

$$\inf_{m \geq x} \sup_{\sigma \geq x} |F(s) - \sum_{n=1}^m d_n^{(m)} e^{-\lambda_n s}| \leq e^{-P(x)}$$

donne des résultats importants pour la définition de fonctions presque périodiques dans le domaine complexe (deux de mes élèves y ont travaillé, avec succès inégalés d'ailleurs)

J'ai la possibilité de montrer que dans

$$(1) \quad \limsup \frac{\log \lambda_n^*}{\lambda_n} \leq 3(3 - \log(hD))D^* \quad (\text{ou } 2\text{ comme}$$

vous m'avez fait remarquer, au lieu de 3 dans la (1))  $\log D^*$  ne peut pas être supprimé. Peut-être avec vos nouvelles évaluations? (On devra aussi remplacer le calcul de (1) par celui qui se trouve dans "Séries adhérentes").

De nouvelles théories sur l'addition de singularités (je les appelle dans le Pamphlet "Theorems of Hadamard type" et "Theorems of Hurwitz type")

3

Vous avez sûrement beaucoup d'idées sur le sujet.

Si vous êtes d'accord, je vous donnerais plus de détails, et vous exposerais plusieurs de mes autres idées, et on pourrait élaborer un projet commun.

Comme c'est surtout le public de langue anglaise qui s'intéresse aux séries de Dirichlet, et comme ce sont les Editions de langue anglaise qui m'ont proposé de publier en ligne, je pense qu'on devrait le faire en anglais; ma belle-fille, Anglaise, pourrait vous aider pour la langue.

Je reste ici jusqu'au 10 ou 15 Mars.

J'attends votre réponse, mais quelle qu'elle soit je vous garde mon amitié.

(S. MANDELBROJT)