0099
INSTITUT D'ESTUDIS CATALANS MCMVII
UAB
Biblioteca de Ciències i d'Enginyeries
fundació FERRAN SUNYER I BALAGUER

Barcelona 10 desembre 1963

Amic Vaquez

Quan voste va esser fora vaig mirar-me lo de la~~s~~ serie~~s~~ binomica. Per demostrar l'igualtat

$$(1 + x)^a = \sum \binom{a}{n} x^n \qquad (|x| < 1 \text{ i } a \text{ real})$$

podria raonar-se de la seguent forma: Primerament es demostra que la serie

$$\sum \binom{a}{n} x^n$$

es uniformement convergent en tot segment interior en sentit estrcte al (-1,+1) ja que

$$\binom{a}{n} \Big/ \binom{a}{n+1} \to 1 \qquad \text{quan } n \to \infty$$

i per tant hi representa una funcio continua f(x). Derivant terme a terme tindrem

$$f'(x) = a \sum \binom{a-1}{n} x^n$$

i per les propietats del coeficients binomics resulta

$$(1 + x)f'(x) = a \sum \left[\binom{a-1}{n} + \binom{a-1}{n-1} \right] x^n = a \sum \binom{a}{n} x^n = af(x)$$

i d'aixo es segueix inmediatament

$$\log f(x) = a \log (1 + x)$$

o sigui

$$f(x) = (1 + x)^a$$

que es lo que voliem demostrar.

Referent a la derivada de la funcio inversa, podria prosedir-se de la seguent manera: Despres de demostrar la preposicio que vostes donen sobre la funcio composta, demostrar la proposicio seguent que la complementa en un cert sentit.

INSTITVT D'ESTVDIS CATALANS MCMVII
UAB
Biblioteca de Ciències i d'Enginyeries
Fundació FERRAN SUNYER I BALAGUER

Si f es una funcio real, definida en un conjunt $E \subset R$, derivable en $x_0 \in E$, y g una funcio real definida en un conjunt $F \subset R$ que conte $f(E)$. Si la funcio $g \circ f$ es derivable en x_0 i $f'(x_0) \neq 0$, aleshores la funcio g es derivable en $y_0 = f(x_0)$ i compleix

$$(g \circ f)'(x_0) = g'(y_0)f'(x_0).$$

D'aquesta proposicio segueix com a corollari inmediat la proposicio sobre la funcio inversa.

Molt afectuosament el saluda