Querido Sunyer Balaguer: Creo que es imposible construir la f. que le propuse, es decir, que el problema se resuelve por un teorema y no por contra-ejemplo. Este podría decir así:

Si las derivadas sucesivas $\alpha^n(t) - \alpha^n(0)$ de una f. real de variable real $\alpha(t)$ en un intervalo $0 \leq t < +\infty$ tienen cotas que verifican la cond. de Denjoy, las $\alpha^n(t)$ tienen cotas con igual propiedad y además no decrecientes.

Voy a referirme al trabajo de H. Cartan Fonctions déf. par des inégalités de las Act. Sc. et Ind. pag 13.

En vez del $Q(x)$ de Cartan defino

$$Q_1(x) = f(\xi) - f(0) + (x-\xi) f'(\xi) + \dots + \frac{(x-\xi)^{p-1}}{p-1} f^{(p-1)}(\xi) + \frac{(x-\xi)^p}{p!} f^{(p)}(0)$$

o sea

$$Q_1(x) = [f(x) - f(0)] - \frac{(x-\xi)^p}{p!} [f^{(p)}[\xi + \theta(x-\xi)] - f^{(p)}(0)]$$

que tiene

$$Q_1^{(k)}(\xi) = f^{(k)}(\xi) \quad \text{para} \quad 1 < k < p$$

y $|Q_1(x)| < M_0' + \frac{M_p'}{p!}$ si es $|f^{(p)}(x) - f^{(p)}(0)| < M_p'$ $p = 0, 1, \dots$ $0 \leq x \leq 1$

Valen, pues, todas las acotaciones de Cartan para estas

Demasiado comprensivo ha sido Wilson que me lo ha recensionado en Mat. Rev. y que pequeños errores o erratas de imprenta. Voy siempre apresurado con nuevos problemas y al escribir lo hecho olvido detalles que no hay derecho a omitir al lector y menos dárselos trabucados.

Enviaré enseguida mi trabajo

Saludos cordiales su colega

A los pies de su madre

R. San Juan

¿Dónde podría yo ver la memoria premiada por la Ac. de Cien. de Zaragoza? Quizá estén allí algunas de las cosas que está haciendo Saltina y convendría que no repitiese el trabajo.

Si ve a los colegas, salúdelos efusivamente en mi nombre.

No he podido pensar aun sobre la aprox. logarítmica

Me interesa mucho la aprox. óptima en sectores parciales de igual ángulo o arbitrarios

Señas: Residencia de Profesores, Isaac Peral, Madrid } En invierno

Cañada nueva Hotel 43, El Escorial } En verano

cotas M_p' en vez de las M_p; y ~~...~~ ... de la
$M_p' = \max\left(M_p, \frac{p!\, M_0}{\lambda^p}\right)$ o sea $M_p'' = \max\left(M_p', \frac{p!\, M_0'}{\lambda^p}\right)$

De estas fórmulas resulta según probaré en unas Notas de las C. R. que las $f^{(k)}(x)$ tienen cotas no decrecientes y que verifican C. Para intervalo finito aun no lo he resuelto.

Escribo a Vd apresuradamente para que no pierda tiempo como he perdido yo, creyendo que existían tal funciones.

Me interesa esto porque resulta que para los desarrollos asintóticos en el semiplano $Rz \geq 0$ ~~...~~ con cotas que verifiquen Denjoy, se pueden tomar otras no decrecientes y que también cumplan la cond. Esto simplifica grandemente ~~...~~ [las] demostraciones. Pero hubiera preferido lo contrario, porque esto plantea problemas nuevos, en donde seguirá siendo cierta la propiedad. Al regreso me he encontrado

con que Salinas (un buen investigador) tiene una teoría general para crecimientos de f. enteras, series de Dirichlet e I de Laplace sin saber nada, da una nueva que generaliza el carácter intentando (o al menos yo lo he visto allí por primera vez) en las memorias de Mandelbrojt. Creo que le sería muy útil tal vez la memoria de Vd que le premiaron (tan justamente por cierto) en Zaragoza. Te vine ahora [... recientemente] ya se cuentan en Mat Riv; yo la envié en manuscrito ... notas

Estas indicaciones me hacen (que le explico en esta carta) un nuevo error en mi anterior ... desarrollos asint. notables por poner M_k' en vez de $|f^{k}(x)|$ en las acotaciones repetidas veces

y estoy siempre abrumado