

## Matemàtiques II

2015/2016

Codi: 102096

Crèdits: 6

Titulació	Tipus	Curs	Semestre
2501231 Comptabilitat i Finances	FB	1	2
2501232 Empresa i Tecnologia	FB	1	2

### Professor de contacte

Nom: Antonio Angel Martinez Chamizo

Correu electrònic: AntonioAngel.Martinez@uab.cat

### Utilització de llengües

Llengua vehicular majoritària: català (cat)

### Prerequisits

Per poder efectuar un bon seguiment d'aquesta assignatura caldrà saber manipular correctament els conceptes i eines matemàtiques bàsiques, així com haver assolit prèviament les nocions fonamentals de continuïtat, derivada i anàlisi i representació gràfica de funcions reals d'una variable real que es presenten i treballen al curs de Matemàtiques I.

### Objectius

En aquesta assignatura s'introdueix l'alumne a l'estudi de l'àlgebra lineal i de les funcions de diferents variables, posant èmfasi en les seves aplicacions en l'entorn de l'economia. L'alumne hauria de no només adquirir i assimilar nous coneixements matemàtics, sinó també ser capaç d'aplicar-los a l'anàlisi quantitativa que requerirà tant dins l'anàlisi econòmica com en d'altres matèries de l'àmbit empresarial.

Per tant, l'objectiu de l'assignatura és que l'alumne es familiaritzi amb les nocions matemàtiques bàsiques que després utilitzarà en l'estudi de la teoria i l'anàlisi econòmica.

En concret els objectius que es pretenen assolir són:

1. Familiaritzar l'estudiant amb l'espai euclidià n-dimensional.
2. Treballar amb determinants i matrius.
3. Resoldre sistemes d'equacions lineals.
4. Entendre les funcions de diferents variables i el seu paper en models econòmics més complexos.
5. Representar geomètricament funcions de dues variables fent ús dels mapes de corbes de nivell.
6. Entendre la noció de límit d'una funció en un punt i de funció contínua.
7. Entendre el Teorema de Weierstrass.
8. Familiaritzar l'estudiant amb les derivades parcials de les funcions de diferents variables i amb el concepte de diferenciabilitat.
9. Utilitzar les derivades parcials per a l'obtenció del pendent de la corba de nivell en un punt i per a realitzar exercicis d'estàtica comparativa.
10. Resoldre problemes d'optimització sense restriccions i amb restriccions d'igualtat.

## Competències

### Comptabilitat i Finances

- Analitzar, sintetitzar i avaluar la informació.
- Interpretar i utilitzar eines matemàtiques i estadístiques per identificar i resoldre problemes de l'àmbit economicoempresarial amb components deterministes i/o aleatoris.
- Organitzar el treball, quant a l'ordenació i la planificació.
- Treballar en equip.

### Empresa i Tecnologia

- Desenvolupar estratègies d'aprenentatge autònom.
- Interpretar i utilitzar eines matemàtiques i estadístiques per identificar i resoldre problemes de l'àmbit economicoempresarial amb components deterministes i / o aleatoris.
- Ser capaç d'analitzar i de sintetitzar, d'organitzar, de planificar, de resoldre problemes i de prendre decisions.
- Treballar en equip, compartint els coneixements i sabent-los comunicar a la resta de l'equip i l'organització.

## Resultats d'aprenentatge

1. Analitzar, sintetitzar i avaluar la informació.
2. Aplicar els teoremes de la funció inversa i de la funció Implícita a problemes concrets.
3. Aplicar els teoremes de la funció inversa i de la funció implícita a problemes concrets.
4. Citar resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals.
5. Citar resultats bàsics del càlcul diferencial en diverses variables reals.
6. Desenvolupar estratègies d'aprenentatge autònom.
7. Discutir i resoldre sistemes d'equacions lineals.
8. Operar amb matrius i calcular determinants.
9. Organitzar el treball, quant a l'ordenació i la planificació.
10. Plantejar i resoldre analíticament problemes d'optimització en l'àmbit de l'economia i de l'empresa.
11. Ser capaç d'analitzar i de sintetitzar, d'organitzar, de planificar, de resoldre problemes i de prendre decisions.
12. Treballar en equip.
13. Treballar en equip, compartint els coneixements i sabent-los comunicar a la resta de l'equip i l'organització.

## Continguts

### 1. Tema 1

Objectiu: *Explicar l'espai euclidià  $n$ -dimensional i les operacions bàsiques de vectors (suma de vectors, producte de vector per escalar i producte interior de dos vectors), les nocions de norma i distància euclidiana i les propietats bàsiques de conjunts (oberts, tancats, fitats, compactes i convexos).*

#### Tema 1 L'ESPAI EUCLIDIÀ $n$ -DIMENSIONAL

- 1.1. Vectors.
- 1.2. Suma de vectors.
- 1.3. Producte de vector per escalar.
- 1.4. Producte interior.
- 1.5. Propietats de les operacions bàsiques i les seves interpretacions geomètriques.
- 1.6. Norma euclidiana i les seves propietats.
- 1.7. Distància euclidiana i les seves propietats.
- 1.8. Conjunts oberts i tancats.
- 1.9. Conjunts fitats i compactes.
- 1.10. Conjunts convexos.

## 2. Tema 2

Objectiu: *Introduir les nocions bàsiques d'àlgebra lineal: dependència i independència lineal de vectors, matrius, determinants, matrius inverses i sistemes d'equacions lineals.*

### Tema 2 **ÀLGEBRA LINEAL**

- 2.1. Dependència i independència lineal de vectors.
- 2.2. Matrius, determinants, matrius inverses i rang.
- 2.3. Teorema de Rouché-Fröbenius.
- 2.4. Resolució de sistemes d'equacions lineals: regla de Cramer, resolució per Gauss.

## 3. Tema 3

Objectiu: *Introduir les funcions de varies variables com a instrument per a descriure les relacions entre variables econòmiques. Representar les funcions de varies variables gràficament a partir de les seves corbes de nivell.*

### Tema 3 **FUNCIONS DE VARIES VARIABLES. REPRESENTACIÓ GRÀFICA I CORBES DE NIVELL**

- 3.1. Funcions de varies variables.
- 3.2. Funcions components.
- 3.3. Domini de la funció.
- 3.4. Funcions lineals i matrius associades.
- 3.5. Corba de nivell.
- 3.6. Mapa de corbes de nivell.

## 4. Tema 4

Objectiu: *Definir el límit d'una funció en un punt (i estudiar les seves propietats bàsiques), els límits direccionals i les funcions contínues (i estudiar les seves propietats). Presentar el Teorema de Weierstrass i donar les propietats geomètriques dels òptims restringits a partir de la representació gràfica de la restricció i del mapa de corbes de nivell de la funció.*

### Tema 4: **LÍMIT D'UNA FUNCIÓ EN UN PUNT I CONTINUÏTAT. TEOREMA DE WEIERSTRASS**

- 4.1. Límit d'una funció en un punt.
- 4.2. Propietats del límit d'una funció en un punt.
- 4.3. Límits direccionals.
- 4.4. Concepte de funció contínua.
- 4.5. Funcions contínues i límits direccionals.
- 4.6. Teorema de Weierstrass.

## 5. Tema 5

Objectiu: *Definir les derivades direccionals i parcials de les funcions de varies variables, interpretant el seu significat. Presentar el vector gradient d'una funció en un punt i assenyalar la seva interpretació geomètrica en relació al creixement de la funció en el punt. Definir la matriu jacobiana. Definir el diferencial d'una funció en un punt i les funcions diferenciables. Presentar la regla de la cadena, les derivades d'ordre superior, el hessià i el Teorema de Schwartz.*

### Tema 5: **DERIVADES PARCIAIS I FUNCIONS DIFERENCIABLES**

- 5.1. Derivada de una funció en un punt en la direcció d'un vector unitari.
- 5.2. Derivades parcials en un punt.
- 5.3. Funcions derivades parcials.
- 5.4. Gradient de la funció en un punt. Interpretació geomètrica i derivades direccionals.
- 5.5. Jacobiana de la funció en un punt.
- 5.6. Funcions diferenciables. Continuitat de les funcions derivades parcials.
- 5.7. Regla de la cadena.
- 5.8. Derivades superiors, hessià i Teorema de Schwartz.

## 6. Tema 6

Objectiu: *Presentar el Teorema de la funció implícita i el Teorema de la funció inversa com a instruments per a l'obtenció de l'aproximació lineal a la corba de nivell de la funció en un punt i per fer els exercicis d'estàtica comparativa, respectivament.*

#### **Tema 6: TEOREMA DE LA FUNCió IMPLÍCITA I TEOREMA DE LA FUNCió INVERSA**

- 6.1. Teorema de la funció implícita.
- 6.2. Teorema de la funció inversa.
- 6.3. Aplicacions i intuïcions geomètriques.

#### **7. Tema 7**

Objectiu: *Donar les tècniques fonamentals per a l'obtenció d'òptims de funcions de varies variables i introduir les nocions de funcions còncaves i convexes.*

#### **Tema 7: OPTIMITZACió SENSE RESTRICCIONS**

- 7.1. Formes quadrètiques
- 7.2. Òptims locals i globals.
- 7.3. Condicions de primer i segon ordre per dels òptims locals.
- 7.4. Òptims globals de funcions còncaves i convexes.

#### **8. Tema 8**

Objectiu: *Donar les tècniques fonamentals per l'optimització de funcions de diferents variables amb restriccions d'igualtat i introduir el Teorema de Lagrange.*

#### **Tema 8: OPTIMITZACió AMB RESTRICCIONS D'IGUALTAT**

- 8.1. Programes de maximització i minimització amb restriccions d'igualtat.
- 8.2. Òptims restringits locals. Teorema de Lagrange.
- 8.3. Òptims restringits globals de funcions còncaves i convexes.
- 8.4. Introducció a les restriccions de desigualtat

### **Metodologia**

Les activitats que permetran l'assimilació per part de l'alumne dels conceptes bàsics del curs seran:

#### **1. Classes teòriques on els professors desenvoluparan els principals conceptes.**

L'objectiu d'aquesta activitat és presentar les nocions fonamentals i facilitar l'aprenentatge de l'alumne posant èmfasi en les aplicacions econòmiques de les matemàtiques apreses.

#### **2. Docència tutelada on els professors aplicaran els conceptes estudiats a famílies concretes de funcions de diferents variables.**

L'objectiu d'aquesta activitat és potenciar la independència de l'alumne en el procés d'aprenentatge aplicant els conceptes teòrics a famílies de funcions de varies variables.

#### **3. Resolució de llistes de problemes per part dels alumnes**

Cada tema tindrà associat una llista de problemes que haurà de ser resolta de manera autònoma.

L'objectiu d'aquesta activitat es doble, ja que per una banda pretén que l'alumne assimili els conceptes teòrics exposats a classe i per l'altra que adquireixi la destresa necessària per a resoldre problemes.

Es potenciarà la resolució cooperativa de problemes, en el marc de grups de treball de 3 o 4 estudiants, que siguin estables durant tot el semestre, i que col·laborin en el treball en equip per a superar dificultats que puguin tenir alguns dels seus components.

#### **4. Classes de problemes on es discutirà la resolució dels problemes**

Aquesta activitat té com a finalitat comentar i resoldre els dubtes que els alumnes hagin pogut tenir durant la resolució dels problemes per tal que aquests puguin entendre i al mateix temps corregir els possibles errors comesos.

## 5. Tutories presencials

L'alumne disposarà d'unes hores on els professors de l'assignatura podran resoldre els dubtes de manera presencial.

## Activitats formatives

Títol	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
<b>Tipus: Dirigides</b>			
Classes de teoria	30	1,2	3, 5, 7, 8, 10
Classes pràctiques	23	0,92	3, 5, 7, 8, 10
<b>Tipus: Supervisades</b>			
Tutories	15	0,6	
<b>Tipus: Autònomes</b>			
Estudi	30	1,2	3, 5, 7, 8, 10
Preparació i resolució d'exercis	45	1,8	3, 5, 7, 8, 10

## Avaluació

L'avaluació del curs es farà de forma continuada, mitjançant un conjunt d'activitats d'avaluació parcials, i un examen final. El pes de cada un dels components anteriors en el còmput de la nota final és com segueix:

- mínim 60% per a l'examen final,
- mínim 20% per a la resta d'activitats d'avaluació parcial.

### Activitats d'avaluació parcial:

Com a mínim es farà una activitat d'avaluació parcial. Si només es fa una única activitat, aquesta serà obligatòriament un examen parcial que tindrà un temps de resolució màxim de 90 minuts.

Es poden dur a terme altres activitats d'avaluació. Cap de les activitats d'avaluació alliberarà matèria de l'examen final de l'assignatura.

### Examen final:

Inclou tota la matèria de curs. L'examen està dissenyat perquè l'estudiant es vegi forçat a realitzar un últim esforç d'aprenentatge que és necessari per a consolidar els coneixements prèviament adquirits. El temps de resolució màxim serà de 3 hores.

Tots els alumnes tenen l'obligació de realitzar els exàmens i demés tasques avaluable en les dates assenyalades en el calendari de l'assignatura. En cap cas no es podran fer proves extraordinàries fora de les dates indicades.

Si aplicant els pesos mencionats anteriorment la qualificació de l'alumne és 5 o superior, es considera superada l'assignatura i aquesta no podrà ser objecte d'una nova avaluació. En el cas d'una nota inferior a 4,

l'estudiant haurà de tornar a fer l'assignatura en el següent curs. Per aquells estudiants que en l'avaluació hagin obtingut una nota que sigui igual o superior a 4 i inferior a 5 hi haurà una re-avaluació. Els professors de l'assignatura decidiran la modalitat d'aquesta re-avaluació. Aquesta re-avaluació està programada en la darrera setmana del semestre. La nota de la revaluació serà qualitativa i només tindrà dues possibles opcions: APTE o NO APTE. Si l'estudiant obté una nota d'APTE es considera que ha superat l'assignatura amb una nota numèrica màxima igual a 5. Si l'alumne obté una qualificació de NO APTE, no supera l'assignatura i la nota final serà igual a la nota obtinguda abans de la revaluació.

Un alumne es considera que és "No Avaluable" sempre i quan no hagi participat a cap de les activitats d'avaluació. Per tant, es considera que un estudiant que realitza alguna component d'avaluació continuada ja no pot ser considerat "No Avaluable".

#### **Codi d'honor:**

Sense perjudici d'altres mesures disciplinàries que s'estimin oportunes, i d'acord amb la normativa acadèmica vigent, es qualificaran amb un zero les irregularitats comeses per l'estudiant que puguin conduir a una variació de la qualificació d'un acte d'avaluació. Per tant, copiar o deixar copiar una pràctica o qualsevol altra activitat d'avaluació implicarà suspendre-la amb un zero, i si és necessari superar-la per aprovar, tota l'assignatura quedarà suspesa. No seran recuperables les activitats d'avaluació qualificades d'aquesta forma i per aquest procediment, i per tant l'assignatura serà suspesa directament sense oportunitat de recuperar-la en el mateix curs acadèmic.

#### **Activitats d'avaluació**

Títol	Pes	Hores	ECTS	Resultats d'aprenentatge
Examen al final del semestre	mínim 60%	3	0,12	1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13
Proves de seguiment durant el semestre	mínim 20%	4	0,16	1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

#### **Bibliografia**

##### **Bibliografia bàsica**

El manual que a continuació es detalla serà el llibre de referència per a seguir els temes que conformen l'assignatura de MATEMÀTIQUES II.

Sydsaeter, K., P.J. Hammond i A. Carvajal, 2012, *Matemáticas para el Análisis Económico*, Ed. Prentice Hall, Madrid.

Aquest és un manual de gran acceptació i tradició i que gràcies a les seves renovades edicions ha aconseguit ser un referent. A més, cobreix el temari de l'assignatura Matemàtiques per a Economistes I. És un text complet, assequible i dirigit a les aplicacions econòmiques.

##### **Bibliografia complementària**

Els manuals que es detallen a continuació poden ser de gran utilitat a per l'alumne, ja sigui perquè desitgi complementar les explicacions exposades en el manual de referència o perquè vulgui ampliar els seus coneixements.

Alegre, P., L. Jorba, F.J. Orti, G. Rodriguez, J.B. Saez, T. Sancho i A. Terceño, 2000, *Ejercicios Resueltos de Matemáticas Empresariales II*, Editorial Alfacentauro, Madrid.

Besada, M., F.J. García, M.A. Mirás i M.C. Vázquez, 2001, *Cálculo de varias variables. Cuestiones y ejercicios resueltos*, Ed. Prentice Hall, Madrid.

Chiang, A.C., 2006, *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*, Ed. McGraw-Hill, Madrid.

Larson, R. i R. Hostetler i B. Edwards, 2006, *Cálculo II de varias variables*, Ed. Mc Graw Hill, Méjico.

Al web de l'assignatura al campus virtual s'afegirà material complementari a criteri del professorat de la mateixa.