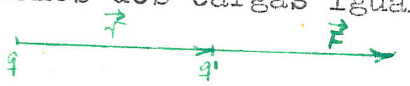
Electricidad

Lección 1ª

Acciones electrostaticas.-Las cargas se caracterizan por las fuerzas que se ejercen entre ellas, de modo que decimos que una cantidad de electricidad es positiva o negativa, y de tal medida, admitiendo:
1º Dos cargas son iguales cuando ejercen igual influencia sobre una tercera.
2º Considerando que la carga formada por la reunión de dos iguales es una carga doble.
3º Eligiendo una unidad.
4º Atribuyendo el mismo signo a cargas que se repelen y distinto signo a cargas que se atraen.
Ley de Culomb.- Si tenemos dos cargas iguales q y q' y llamamos r al vector de q a q'



la experiencia dice que existe una fuerza $\vec{F}$ que se ejerce entre las dos y que esta fuerza vale

$$\vec{F} = k\,\frac{qq'}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r} \qquad [1]$$

indicando $\vec{r}/r$ solo la dirección de la fuerza.
Esta ley es muy aproximada. Tan solo deja de cumplirse en los nucleos de los atomos. Incluso se habla que dos protones, a cierta distancia se repelen, pero cerca del nucleo se atraen.
Unidad de carga.- La unidad electrostatica se deduce, haciendo $k=1$ en la formula [1] y definiendo la carga a base de la fuerza que se ejercen dos cargas iguales en el vacio. Dicha unidad es "la carga que repele a otra igual situada en el vacio, a un centimetro de distancia, con la fuerza de una dina.
Se define el culombio como 3×10^9 u.e.s.
Al hacer $k=1$ y sin dimensiones, podemos deducir las de q en función de fuerza y distancia. Al parecer no añadimos nada nuevo.
Pero podemos definir la carga como nueva magnitud fisica fundamental. De modo que desde ahora tendremos

(L , M , t , T , Q)
(longitud, masa, tiempo, temperatura, carga)

En este caso k debe tener dimensiones pues de otro modo, se nos reduciría a una combinación de F y L. En el sistema giorgi racionalizado se pone

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \qquad [\varepsilon] = L^{-3}\,T^2\,M^{-1}\,Q^2$$

y se llama a ε constante dielectrica. (En el vacio se escribe ε_0 o bien ε_r).
También se habla de constante dielectrica relativa de un medio respecto del vacio $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$. En el vacio $\varepsilon_0 = [36\pi\, 10^9]^{-1}$, es decir, que si ponemos la formula

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{qq'}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r} = \frac{1 \times 10^9\, qq'}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$$

ε se llama también "capicividad", pues si se hallan las dimensiones de la capacidad electrica resulta que $\varepsilon = \frac{\text{capacidad}}{L}$ y se expresa en faradios por metro.

Campo electrico.-Si ponemos la ley de Coulomb en la forma

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q q'}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

podemos descomponerla en dos partes y poner

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon} \frac{\vec{r}}{r^3} \qquad \vec{F} = q' \vec{E}$$

y decimos que sobre la carga q' se ejerce una fuerza $\vec{F}$ porque q ejerce un campo que vale

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon} \frac{\vec{r}}{r^3} \qquad [\vec{E}] = [L\,T^{-2} M\,Q]^{-1}$$

Potencial.- Cuando movemos una carga en un campo electrostatico, es preciso hacer una fuerza sobre esta carga. Definiremos el potencial en voltios en un punto P de un campo electrostatico, como:

"El trabajo en julios por culombio que es preciso hacer para traer una carga del punto de potencial cero, al punto P". (Siempre que la carga sea tan pequeña que no modifique la distribución de cargas restantes). La elección del punto de potencial cero, es arbitraria, y frecuentemente se elige el infinito.

Para evitar otros efectos que los electrostaticos será preciso moverla muy lentamente, ya que toda carga en movimiento engendra un campo magnetico.

Observación:Existen acciones entre la carga electrica y el campo magnetico. ¿Estas cargas que se mueven, no ejercen atracciones y acciones que habrá que tener en cuenta en el campo magnetico?.

Entre dos cargas pequeñas existe una acción (ya que es medible) y en cambio, hace falta corrientes de gran magnitud para crear un campo magnetico.Es decir los efectos electrostaticos y los efectos magneticos son de muy distinta magnitud. Los efectos electromagneticos solo se manifiestan cuando no existen los electrostaticos, p.e. entre dos conductores de la misma corriente hay una acción (repulsiva o atractiva) de origen electromagnetico . Pero esto es debido que a pesar de haber conducción de cargas en cada hilo, en cada instante la carga total es nula por el equilibrio, y queda tan solo el efecto electromagnetico.

Vamos ahora a hallar una expresión del potencial.Si $\vec{F} = q\,\vec{E}$

$$d\mathcal{E} = q\,\vec{E}\,\vec{dl} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q'}{r^2}\,dr \qquad \text{Suponiendo}$$

el desplazamiento en dirección $\vec{r}$

$$= -q'\,dV \qquad (V = \text{potencial})$$

y de aquí

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

Supongamos que en vez de una carga unica hubiera una distribución de cargas por el espacio, entonces el campo sería la suma de los campos y el ~~veete~~ potencial suma de potenciales obtenido en los distintos campos.

P.e. Supongamos que haya una distribución continua de cargas. Entonces el campo $\vec{E}$ lo obtendremos por la superposición de los campos obtenidos.

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = \sum \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{x-\xi_i}{r_i^3} \\[2ex] E_y = \sum \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{y-\eta_i}{r_i^3} \\[2ex] E_z = \sum \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{z-\zeta_i}{r_i^3} \end{cases}$$

(ξ, η, ζ) puntos del espacio donde existen cargas. (x, y, z)lugar donde se mide V.

y $$V = \sum \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i}$$

y de aquí pasamos a la distribución continua propiamente dicha:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int \rho \dfrac{x-\xi}{r^3}\, dx \\[2ex] E_y = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int \rho \dfrac{y-\eta}{r^3}\, dy \\[2ex] E_z = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int \rho \dfrac{z-\zeta}{r^3}\, dz \end{cases} \qquad q = \rho\, d\tau$$

ρ = densidad de carga $d\tau$ =elemento de volumen que contiene la carga.

El potencial V será:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \rho \frac{(\xi, \eta, \zeta)}{r}\, d\tau$$

Hemos escrito antes $d\mathcal{E} = -q\, dV$ ($\mathcal{E}$ = trabajo). Podemos integrar entre A y B

$$\mathcal{E}_A^B = q\,(V_A - V_B)$$

formula que nos explica la definición que hemos dado de potencial.

Si en un punto del espacio tenemos una carga electrica esta crea un campo. Toda otra carga situada dentro de este campo es atraida o repelida por la primera segun la ley de Coulomb. El valor del campo en un punto es el valor de la fuerza que realiza la carga considerada puntual sobre la carga unidad en dicho punto:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Si tenemos un conjunto de cargas puntuales, el campo que crea en un punto, el la suma vectorial de los campos que crean las distintas cargas en dicho punto

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Si se trata de una distribución continua de cargas considerando p.e. distribuidas sobre una superficie, llamando σ ala densidad de carga

$$\sigma\, ds = dq$$

como la suma de vectores no es integrable, descomponemos ésta en sus proyecciones sobre los ejes. Tenemos asi las integrales obtenidas el día anterior, que quedan de la forma

Noción de potencial.- Supongamos que tenemos una carga $\delta q'$ en B y queremos trasladarla a A, siendo q_1 una carga puntual que crea un campo $\vec{E}$.

Habremos de realizar un trabajo $\mathcal{T}_B^A$ $\quad d\mathcal{T} = \vec{F}\, d\vec{l} = \delta q' \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$\mathcal{T}_B^A = \delta q' \int \vec{E}\, dl = \delta q' \int (E_x\, dx + E_y\, dy + E_z\, dz)$$

Si consideramos que $\delta q'$ es la carga unidad, entonces $\mathcal{T}_B^A$ es por definición la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

$$\mathcal{T}_B^A = V_B - V_A = \int_B^A \vec{E}\, d\vec{l}$$

Llamamos ahora

$$\begin{cases} r = \overline{q_1\, dl} \quad \text{(segmento)} \\ r_A = \overline{q_1 A} \\ r_B = \overline{q_1 B} \end{cases}$$

y escribimos

$$V_B - V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q_1 \int_{r_B}^{r_A} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_B}^{r_A} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

o bien

$$V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right]$$

y si suponemos B en el infinito, definimos como potencial en el punto A (V_A) la diferencia de potencial $V_A - V_B$.

$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_A}$$

Si se trata del potencial creado por distintas cargas, como el potencial es unamagnitud escalar

$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{r_n}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

Relación entre campo y potencial.-Descompongamos segun ejes rectangulares, la expresión identidad

$$-dV = \vec{E}\,\vec{dl}$$

tenemos
$$\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = -\left[E_x dx + E_y dy + E_z dz\right]$$

lo cual implica que $E_i = -\operatorname{grad} \vec{V}$

La unidad de potencial electrostatica $(C.G.S)$ es el trabajo que hay que hacer pra trasladar la unidad de carga mediante el trabajo de un ergio.

1 ergio = 1 u.e.s × 1 franklin

La unidad en el sistema giorgi es el voltio igual a la diferencia de potencial que hay entre dos puntos tales, que para trasladar de uno a otro un culombio se realice el trabajo de un julio.

1 jul. = 1 volt. × 1 coulomb.

$$1 \text{ voltio} = \frac{1 \text{ jul}}{1 \text{ Coulomb}} = \frac{10^7}{3\cdot 10^9}\ u.e.s. = \frac{1}{300}\ u.e.s.$$

Flujo electrico.-

$$d\phi = \vec{E}\,\vec{ds} = \vec{E}\,ds\cos\varphi$$

$$\phi = \int \vec{E}\,\vec{ds}$$

Superficies potenciales.- Escribamos la formula del potencial creado por un conjunto de cargas discretas, un conjunto continuo dispuesto en una linea, idem en una superficie, idem en un volumen:

$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} + \int\frac{\lambda\,dl}{r} + \iint\frac{\sigma\,ds}{r} + \iiint\frac{\rho\,dv}{r}\right)$$

Si la carga es puntual. las superficies equipotenciales son esferas, como se deduce de la formula:

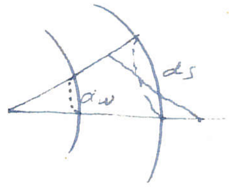
$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r_A}$$

En toda superficie equipotencial

$$V_A = C^{te} \qquad dV_A = -\vec{E}\,\vec{dl} = 0$$

De donde se deduce que $\vec{E}$ y $\vec{dl}$ estan en direcciones ortogonales.Las lineas de fuerza son normales a las superficies equipotenciales.La densidad de lineas equipotenciales indica la intensidad del campo.El flujo será positivo o negativo segun el angulo φ sea agudo u obtuso.

Angulo sólido.- Imaginemos un elemento de superficie ds y tengamos una esfera de radio unidad. El angulo solido es la superficie interceptada en la esfera de radio unidad por el cono de base ds .



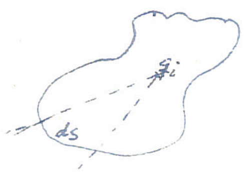
Consideremos una esfera de radio R que pase por ds ,o que lo corte. En el primer caso tenemos

$$\frac{d\omega}{ds} = \frac{1}{R^2} \qquad d\omega = \frac{ds}{R^2}$$

Supongamos que el elemento ds, forma cierto ángulo con la superficie de la esfera de radio R , ángulo al que llamaremos φ . Entonces

$$d\omega = \frac{ds \cos\varphi}{R^2}$$

Teorema de Gauss.- Imaginemos una superficie cerrada y en su interior una carga q_i . Si consideramos un elemento de superficie ds



$$d\phi = E\, ds \cos\varphi$$

$$d\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r^2}\, ds \cos\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_i\, d\omega$$

e integrando

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_i\, 4\pi = \frac{q_i}{\varepsilon_0} \qquad \text{o bien} \qquad \phi = \Sigma\, \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$

Luego: El flujo total a traves de una superficie cerrada cualquiera es igual a la suma de las cargas interiore partida por .

Ecuación de Poisson.- Si la carga está distribuida de un modo continuo en un volumen v , entonces el flujo adopta la expresión:

$$\phi = \iint_\sigma \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_v \rho\, dv$$

Pero podemos pasar de

$$\iint_\sigma \vec{E}\,\vec{ds} \quad a \quad \iiint_v \operatorname{div}\vec{E}\, dv$$

ya que ambas expresiones son equivalentes, mientras σ sea la superficie que envuelve el volumen v . Y como

$$\iint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dv \qquad \iiint \operatorname{div}\vec{E}\, dv = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dv$$

Por esto se tiene que verificar ~~que~~ cualquiere que fuere el volumen . Si tomamos un volumen infinitamente pequeño

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho \qquad [I]$$

Por otra parte, derivando en ambos miembros de la igualdad $\vec{E} = -\operatorname{grad} V$, las componentes respecto cada una del eje a que está referida y sumando, tenemos

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = -\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right)$$

Es decir $\operatorname{div} E = -\Delta V$ y comparando con $[I]$

Supongamos que estamos en una región del espacio donde no haya densidad cubica de carga.Entonces se ha de cumplir $\Delta V = 0$ .Ec de Laplace.
A las funciones que cumplen esta condición se las llama armonicas y cumplen condiciones muy importantes.P.e. supongamos que tenemos dos electrodos. Entre ellos no existe carga. El potencial se distribuye segun una ley completamente independiente de las cargas que lo crean. Lo importante son los limites de integración.
Aplicación practica del teorema de Gauss.- Imaginemos un conductor macizo y en equilibrio electrostatico. Como $\vec{F} = q\vec{E}$ si $\vec{F} = 0$ es $\vec{E} = 0$ luego en su interior el campo es nulo. Vamos a ver que todas las cargas quedan acumuladas en la superficie. En efecto:consideramos el conductor y una esfera envuelta de radio r. El flujo por esta esfera es

$$\iint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i$$

y lo mismo puede considerarse tomando la superficie s.

$$\iint_s \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i$$

pero en el interior $E=0$ luego $\sum q_i = 0$ luego en el interior las cargas son nulas.

Fisicamente también se ve.En efecto imaginemos una carga positiva $+q$. A medida que nos acercamos el potencial va aumentando. Si esta carga estuviera suspendida sin soporte, el potencial sería ∞ en ella, ya que si $r \to 0$ $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \to \infty$ .Con $-q$ ocurre lo mismo con signo $-$, se tiende a $-\infty$.Sobre la carga existe el maximo potencial si es positiva y el minimo potencial si es negativa.Pero si no hay cargas negativas el minimo es cero y solo puede darse en $r = \infty$.
Otra aplicación del teorema de Gauss.- Supongamos una esfera con cargass q_i uniformemente repartidas.Si queremos saber el campo en otra esfera concentrica de radio r aplicamos el teorema de Gauss

$$\iint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q$$

siendo Q el valor total de las cargas.Como $\vec{E}$ es normal a la superficie, por razón de simetria y ds es un vector normal al elemento de superficie ds de modulo igual al valor de esta superficie

$$|\vec{E}\,\vec{ds}| = E\,ds$$

Integrando

$$\iint_s E\,ds = E\cdot s = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \qquad E = \frac{1}{4\pi r^2 \varepsilon_0} Q$$

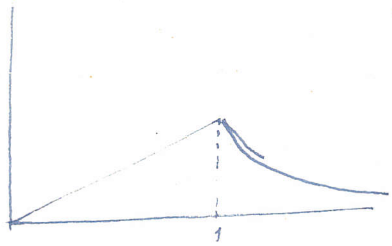
Esto significa que el campo creado por una esfera es el mismo que crearia toda la carga de la esfera situada en su centro.
Supongamos ahora una esfera interior (r') .Aplicando el mismo teorema

$$E\cdot 4\pi r'^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\frac{4}{3}r'^3 \qquad \rho = \text{densidad de carga}$$

de aquí

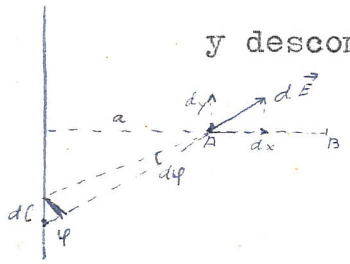
$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho r'$$

Estosignifica que el campo en el interior de la esfera varia proporcionalmente al radio.Rpresentando graficamente el potencial en el eje de las y, si la esfera es maciza de radio uno:



Campo y potencial creado por un hilo indefinido cargado con una densidad λ constante.- A una distancia a de el hilo el campo creado por un elemento de hilo dl será:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda\, dl}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$



y descomponiendo el vector en dos componentes

$$dE_x = dE \cos\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda\, dl}{r^2} \cos\varphi$$

$$dE_y = dE \operatorname{sen}\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda\, dl}{r^2} \operatorname{sen}\varphi$$

Podemos llamar $d\varphi$ al angulo bajo el cual vemos dl desde el punto considerado. Pero dl ,si trazamos la perpendicular p es $p = dl \cos\varphi = r\, d\varphi$ y podemos

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \lambda \frac{r\, d\varphi}{r^2} = \frac{\lambda\, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda\, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{\cos\varphi}} = \frac{\lambda \cos\varphi\, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

Por la naturaleza del problema se ve que $E_y=0$ lo cual se ve también facilmente integrando

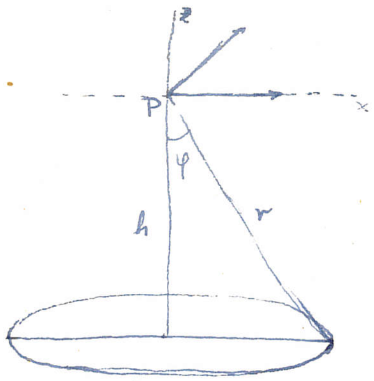
Integrando

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\, d\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} (1 - [-1]) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

Hallemos ahora la diferencia de potencial entre dos puntos A y B de abscisas o distancia al hilo a y b. El campo en un punto de abscisa x será evidentemente $\lambda/2\pi\varepsilon_0 x$

$$V_A^B = \int_b^a \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} dx = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \left[\log_e x\right]_b^a = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \log_e \frac{b}{a}$$

Potencial creado por un aro cargado uniformemente.-Lo hallaremos en un punto situado a distanci h del centro y en una perpendicular al circulo del aro , por él . El campo creado por dos elementos de carga situados diametralmente tiene la dirección del eje z, como es facil ver



$$d\,E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{ds}{r^2}\cos\varphi$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\varphi \times \ell = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\frac{h}{r}\,\ell$$

Campo en las proximidades de un conductor.- Imaginemos un conductor con densidad superficial de carga σ .Tomamos en el un elemento de superficie ds que representamos por el vector $\vec{ds}$ de modulo igual a la medida de ds y de dirección normal a la misma ¿Cual es el campo en un punto infinitamente proximo a este elemento , P ? La superficie del conductor es equipotencial. Tomemos una superficie infinitamente proxima a ds , paralela a él, por el punto P, en el cual buscamos V que también será equipotencial (un elemento de superficie). Y otro elemento de superficie paralelo, infinitamente proximo a ds por la región opuesta de P. Como $\vec{E}$ es normal a la superficie equipotencial tiene la misma dirección de $\vec{ds}$.
Apliquemos el teorema de Gauss al paralelepipedo elemental ABCDEFGH.
El flujo por la superficie lateral es nulo, pues el vector $\vec{E}$ y el vector normal a esta superficie son perpendiculares, y su producto escalar es nulo. En el interior del conductor no hay campo.Luego el flujo también es nulo.Solo queda :

$$\phi = \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\sigma\,ds$$

luego

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Luego el campo en las condiciones enunciadas es uniforme.
Presión electrostatica.- Imaginemos que un elemento ds de un conductor cargado pudiera desprenderse impulsado por el resto de las cargas. Vamos a calcular esta fuerza de repulsión. El campo creado en un punto infinitamente proximo vale $|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ pero si llamamos E_1 al campo creado por la carga de ds y $\vec{E}_2$ al campo creado por las demás cargas, como E_1 y E_2 serán de la misma dirección y sentido será $E = E_1 + E_2$
luego

$$E_2 = E - E_1$$

pero $\vec{F} = \vec{E} \cdot e$

$$d\vec{F} = \vec{E}\, dq = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\, \sigma\, ds = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\, ds$$

la presión electrostatica por tanto será:

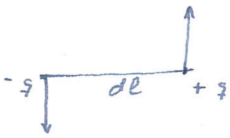
$$p = \frac{dF}{ds} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

Dipolo electrico.- Se entiende por dipolo electrico a dos cargas iguales y de signo contrario separadas por una distancia dl.

Por definición, momento de un dipolo es un vector $\vec{M}$

$$d\vec{M} = q\, \vec{dl}$$

Se toma en el sentido del negativo al positivo.



¿Que le ocurrira si lo colocamos en un campo electrico? Supongamos el campo $\vec{E}$ que se puede considerar variable a lo largo de dl, pues este es infinitamente pequeño. Entonces se produce un par de fuerzas que tenderá a poner dl en la dirección del campo. Llamando dP al momento de este par

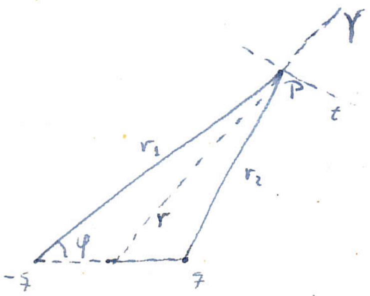
$$dP = E\, q\, dl \operatorname{sen}\varphi = E\, [dl\, q] \operatorname{sen}\varphi = E\, dM \operatorname{sen}\varphi$$

$$\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{M}$$

para que haya equilibrio $P = 0$. Luego $\vec{E}$ y $\vec{M}$ en la misma dirección.

Potencial creado por un dipolo.-

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_2} - \frac{q}{r_1}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q\, \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}$$



Pero $r_1 r_2 \simeq r^2$ y $r_1 - r_2 = dl \cos\varphi$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, \frac{\cos\varphi\, dl}{r^2} = \frac{M}{4\pi\varepsilon_0}\, \frac{\cos\varphi}{r^2}$$