Sobre la aparición de la luna por la noche, de ~~los~~ día 29 ~~días~~. (del mes).

Este capitulo pertenece a los más difíciles de la astronomía árabe. Al-Biruni dijo sobre él en su cronología: (En cuanto a la aparición de la luna nueva, así es su exacta definición, vasta y difícil (de explicar) y necesita operaciones difíciles y muchas tablas. Sería suficiente indicar, lo que definen las tablas de Al-Battanis y Habash sobre este particular.)

Batt. trata esta pregunta en el capitulo 41, y G. Schiaparelli y Nallino lo han comentado con todo detalle. Yo no puedo profundizar más sobre este particular, pero sería suficiente observar, que la regla de R.h.'s y su tabla ~~se~~ deberían basar~~se~~ seguramente, sobre otro fundamento, ~~como~~ que la interpretación de Batt's. Yo solamente elevo un punto,

en virtud de proteger una afirma-
ción. ~~Después~~ Según de BaH. se debe la pri-
mera aparición del cuarto de lu-
na, no solamente por la diferen-
cia de longitudes del sol y de la
luna, sino también por la ~~an-~~ latitud
~~chura~~ de la luna. El dá (P.87)
la prescripción: Se debería (sumar
el cuadrado de la diferencia de la
longitud del sol y de la luna, al cua-
drado de la ~~anchura~~ latitud de la luna, así
se alcanza el cuadrado de la dis-
tancia ~~de~~ entre la luna y el sol. La exac-
titud de esta instrucción se observa
en esta Figura:

$$MS = \sqrt{CS^2 + MC^2}.$$

Kh. que también considera la ~~anchu-~~ latitud
~~ra~~ de la luna, dice: Cuando la ~~an-~~ latitud
~~chura~~ de la luna es norte, ~~así es~~ se ha de sumar
~~ella~~ sumada va la diferencia de la longi-
tud del sol y de la luna. Cuando
ella es sur, se resta de su diferencia.
Para definir el tiempo de la pri-
mera visibilidad del cuarto de
luna, se puede emplear el ejemplo.

Ejemplo: Se debe examinar, si sería visible el cuarto de luna en la noche del 29. (Shá ban) del año 540.

1) Al escoger este día, tengo un especial razón, porque la definición de la visibilidad del cuarto de luna sólo es importante en este día, porque al terminar el 29 (Shá ban) empieza (Noche 6 hora a las) el mes de vigilia Ramadan. Las vigilias no empiezan hacia las 6 horas, sino por momentos, donde el cuarto de luna fué primeramente visible. Este puede ~~dar~~ ocurrir ~~lugar~~ lugar antes o después de las 6. Para modificación del tiempo se deben emplear las tablas y las operaciones.

Longitud ~~cumplida~~ verdadera menos longitud del ~~la cabeza de cometa~~ Nodo. $= 42^{\circ} 12'$. Este es el argumento para la ~~anchura~~ latitud, aquí pertenece en la tabla 22, la ~~anchura~~ lat. $3^{\circ} 1' 22''$;

sumar esta ~~anchura~~ latitud con la di-
ferencia de longitud encontrada
antes, pues la ~~anchura~~ lat. de la
luna es norte, da 12° 38'. Esta di-
mensión se llama „distancia
definita". Con la longitud ~~cumpli-~~ verdadera
~~da~~ de la luna, se entra en la
tabla 57ª, y de ésta manera: La
longitud se conocerá en signos,
grados y minutos. Así ~~es~~ en nues-
tro caso: 11ˢ 2° 4', la luna está ~~en~~ a
2.° del pescador En nuestras tablas corresponde~~n~~:
la columna „Pisces" en la línea X y
el número 9°21', pero sería mejor
coger 9°19', pues la situación de la
luna de XXX° ~~está~~ del acuarium, está
más cerca que X° del pescador,
pero esto no importa. Este nú-
mero (9°21') es más reducido
que el encontrado en la distancia;
la luna está más lejos del sol
que 9°21', en este caso el cuarto
de luna debe verse por la no-
che hacia las 6 horas. Si el
número encontrado en la tabla

3/ fuese mayor que ~~el de~~ la distancia, no sería posible ver el cuarto de luna en la noche del 29. Sha'ban; las vigilias serían en la próxima noche, quiere decir, que empezarían en la noche del 1. Ramadan.

El cálculo dado sirve para el meridiano de Arin. Kh. une la observación: Que para otra situación distinta de ~~que~~ Arin, se deben considerar la diferencia de tiempo y la longitud del sol y de la luna. En la mitad de "Alinea" se ~~da~~ explica; cuando se quiere saber si por la mañana ~~de los 27~~ del día 27 días de los meses será o no el cuarto de luna visible, el procedimiento es naturalmente como el anterior.

Como se han encontrado los números de la tabla 57ª, nos es imposible comprobarlo. Las reglas Kh's retroceden también de estas de Surya-Siddhanta, y bastante de Panchasiddhantika.

En estas dos obras astronómicas se encuentran todavía las indicaciones, que faltan en Kh:, que el cuarto de luna es visible en el oeste, cuando la distancia ~~asciende~~ ~~es~~ de la misma ~~del~~ al sol alcanza 12 o más grados ecuatoriales. [*]

La tabla 57[b] no pertenece a este capítulo, pero yo la he introducido porque 57[a] la absorbe y la aprovecha. Como Ud. verá se trata de una tabla de multiplicación, para partes de sexagésima y no necesita de otra explicación.

[*] Según Mutannā, Khw. habla de estos 12° de acuerdo con ~~Batt.~~ Khazini, cf. Batt I, 269

Como de la altura del sol, se definen las dos sombras y viceversa.

Björnbo ha hablado ya sobre este punto en su otro capitulo (p. 68). El radio acepta =12 P, Habash un contemporáneo de Batt ha calculado ~~el~~ los „Cotangenten" para el radio 60, y ésto seguramente después de la aparición de las tablas de Batt's, de lo contrario hubiera adoptado esas tablas. Kh. llama al a „Cotangente" „el-zill-el mustawi", la sombra plana o recta, ~~el~~ a tangente el-zill-el mankûs, la sombra invertida. Mejores son las expresiones que emplea Batt. el zill el mabsût, la sombra plana-extendida y el zill el muntasib, la sombra endereza-da-aplomada. Ellas también son llamadas: primera y segunda sombra.

Como Batt. Kh. nos enseña el cálculo del tangente y cotangente extraídos de Seno y „Cosinus". Emplea las fórmulas:

$$\cot a = \frac{\cos a}{\sin a} \cdot 12 \text{ y } \operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a} \cdot 12$$

Para la definición de la altura del sol „a", del cotangente se emplea esta fórmula:

$$\sin(90-a) = \frac{\cot a \cdot 60}{\sqrt{12^2 + \cot^2 a}},$$

la fórmula de hoy: $\cos a = \frac{\cot a}{\sqrt{1 + \cot^2 a}},$

Batt. nos dá otra fórmula más:

$$\sin a = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 a}}, \quad \sin a = \frac{\operatorname{tg} a}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}},$$

$\cos a = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 a}}$, que falta a Kh.

Al final Kh, así como Batt reprenden sobre la tabla de los cotangentes, de la cual se puede calcular directamente y inversa la altura, ~~de~~ las sombras. Nosotros encontramos la primera tabla de los cotangentes, por Kh, y no por Batt. ~~Renunciemos~~ No a Björnbo, pues es de ninguna manera imposible. No es ~~imposible~~ improbable, que las tablas de cotangente no se hallasen en las obras de Kh's, sino primero extraídas de la adaptación de Maslama, que son un extracto resumido de las tablas de Batt's. Estas reglas del texto son semejantes a las de Batt, sólo

algo más cortas.
En cuanto al valor de los números, que nosotros hemos adaptado en la tabla así entran en vigor los mismos, (p. 69) que hemos tratado en la conversación sobre la tabla de Seno.

Nosotros hablaremos sobre un dicho de Björnbos, él dice (p. 17) Abu'l-Wefá hizo finalmente el último y mayor paso. El tiró las dos, la partición-60 griega y la partición-12 india, impuso el radio = 1, e hizo sin cambiar el nombre la sombra llana, la cual entendemos como „Cotangens" la sombra enderezada que llamamos „Tangens", y cierra la historia del desarrollo de las dos funciones. Este es nuestro punto de vista, si Abül-Wefá en algún caso de su „Almagestes" decía: es claro, cuando se adapta el radio = 1, cuando la proporción de Seno al „Cosinus" es igualada al tangente, y la proporción de „Cosinus" al Senos es igualada al cotangente.

Esto es demasiado como cierto, que tanto él como cualquiera de sus sucesores, hayan traido a la práctica esta simplificación. De todas maneras dice Carra de Vause; Abül-Wefá presentó una tabla para tangente y cotangente, así para el radio 1 y para el radio 60; esto no se puede asegurar, pues las tablas se perdieron, pero si una vez estas tablas fueron presentadas, así fueron después inusables.

Capítulo 29. Pag. 78

Sobre „elbuht y su hallazgo.

Como „el-buht" entienden los árabes y mejor los persas, el cierto o incierto movimiento del sol, de la luna y de los planetas en un día; la palabra viene del indio „bhukti, que significa „el fenus, la amistad.

Se conoce el movimiento de los planetas como desproporcionado, en „Perigeum" más deprisa que en

Apogeum; nosotros encontramos para (76)
180° la anomalía mayor, para 0° ~~la~~ el movimiento cierto más pequeño. Nuestras tablas 61-66 son fáciles de entender. Las columnas „semitae numerorum" comprende la anomalía de 0°-180°; la segunda columna el movimiento cierto del sol en una hora; la tercera columna el propio de la luna en una hora. Para el sol el movimiento mínimo es de 2'22", el máximo 2'34"; para la luna 30'12". Batt tiene los valores 2'23", 2'33" para el sol, 30'18", 36'4" para la luna.

Sobre el diámetro de la luna y sol visible.
C. 30 y 30ª

Sobre las paralajes de la luna en longitud y latitud.

La regla Kh's para la definición de las paralajes de la luna, en longitud y latitud ~~so~~ es a mi parecer poco clara. Como orientación diremos que la definición de los paralajes, solamente se emplean para el cálculo del eclipse solar, aceptado por la definición de la paralaje en la longitud de la luna en el „Ekliptik"; su latitud debe ser cero. La distancia debe ser observada, cuando la luna se halla en tiempo de ~~la~~ conjunción en el meridiano de observación; su paralaje en la longitud es cero.

En cuanto a Bütt. su tratamiento sobre este asunto, es algo complicado. Yo sólo esctraigo, que él necesita en primera línea, la distancia de cenit z de la luna, que según está

fórmula: $\cos z = \sin h = \frac{\sin EH \cdot \sin MB}{\sin EB}$
se obtiene; del triángulo EHB y MAB
según la regla de los cuatro dimensio-
nes; EH es la altura de „Ekliptik", de
la declinación del sol, que se pue-
de encontrar por la latitud geográ-
fica del punto de observación.
E es la ~~sog.~~ Medium Coelum, EB la
distancia del Medium Coelum de
ascendiente B, MB la distancia de la
luna ~~de los~~ del ascendiente. Después
Batt. calcula ~~la sog.~~ el ángulo de la
longitud y latitud, esto quiere de-
cir: el ángulo, que la „Ekliptit forma
con el círculo de altura a través de
la luna, y su complemento (así el
ángulo EMZ y ZMP, cuando Z el cenit
y P es el polo de „Ekliptik"). Así lo ha deter-
minado con las tablas (II, 93-94) y con
ayuda de la distancia de cenit como

argumento y varias correcciones ~~y~~ la paralajes de la luna en el círculo de altura ZA; multiplica esta paralaje ~~con~~ por el seno del ángulo de la longitud, como ~~así~~ también ~~con~~ por del ángulo de la latitud; el primer producto dá la paralaje de la luna en la longitud, la segunda el mismo en la latitud.

Batt. retiene las paralajes de la luna en longitud y latitud, como el seno del ángulo de la longitud y latitud, de otro modo dicho: él descompone la paralaje de la altura en sus componentes, según la longitud y latitud.

Las reglas de Surya-Siddhanta sobre la definición de las paralajes, se encuentran en el capítulo 5.

Las reglas Kh.'s son más fáciles, pues él solamente esplica el empleo de las tablas, sin las deducciones trigonométricas; así es difícil saber como ha encontrado los números para sus tablas.

Su principio: La paralaje en la longitud es una función de „Abweichung" de la luna, del meridiano hacia Oeste o Este, esto quiere decir, según nuestras espresiones: una función del ángulo de ~~horas~~ horario, la paralaje en la latitud, es una función de su distancia de cenit. Los números en la primera columna (tabla 77) significan dos cosas: Si se trata de la definición de la paralaje en la longitud, se señalan la distancia de la luna del meridiano del punto de observación sobre el ecuador así el ángulo de horas de la luna. Si se trata de la definición de la paralaje de latitud, así se significan la distancia de cenit de la luna, y según su sog. „Ekliptik"-distancia de cenit, ésto quiere decir, cuando está en Medium Coelum. En este caso se acerca más Kh. que Batt.

El texto del capitulo 34. exige primero la definición de los ascendentes para el tiempo, dado de la conjunción. Esto quiere decir: La longitud de los puntos de „Ekliptik". El texto no determina nada sobre la definición de ~~los~~ este ascendente. El no podría, encontrar nuestra opinión con sólo estas tablas, pues faltan las tablas de los ascendentes oblicuos, ~~de~~ las cuales deberíamos saberlas para la latitud de Cordova. Siempre podría determinarlo con la ayuda de la diferencia. Nosotros hemos determinado los ascendentes según Batt's. y hemos encontrado 297°3' La regla para ~~la~~ obtención de Medium Coelum aparece en Kh. ~~sin faltas~~ defectuoso, sobre la sustracción de 90°, o de los ascendentes o de su „Rectascension" o de su Ascensio obliquo. nosotros lo hemos comprobado con Batt, y hemos encontrado 228°40'. Unir las reglas Kh's que se deberían emplear ~~para~~ con la longitud de la luna, así como con la longitud de Medium Coelum, en las tablas 59-59^b en las que se combinan la longitud con las „Rectascensiones". Si se hace así se encuentra para la „Rectascension de la luna 305°43', para el Medium Coelum 226°10'; la diferencia de ambos = 79°33' es el ángulo de horas de la luna al tiempo dado.

Para mejor comprensión doy este ejemplo, como debería ser admitida la intersección yaciente sobre la media circunferencia del Ecuador y „Ekliptik como punto„ primavera", como punto „ otoño W." Entonces es: (si HT = horizonte, AQ = Ecuador, EK = Ekliptik, L = ascendiente, M = luna) 180°+ WM la longitud de la luna, 180°+ WR su „Rectascensión, 180°+ WL la longitud del ascendente, 180°+ WN su Rectascensión, 180° − EW la longitud de Medium Coelum, 180° − AW su Rectascensión, por lo tanto es 180° + WR − (180° − AW) = WR + AW = AR < ARR = s = ángulo de horas de la luna. Con el ángulo de horas de la luna (79° 33') se entra en la tabla de paralaje (tabla 77) y se encuentran las longitudes de paralajes: c 1h 33½m; estas dimensiones se multiplican con los movimientos irregulares de horas de la luna, que para anomalía es 125° 7' = 34'34", así se obtiene c. 54'.

Kh. da en sus tablas la paralaje de longitud en ~~el~~ tiempo.

Batt. por el contrario en partes de circunferencia; en nuestro caso ~~está~~ el lugar aparente de la luna, como nos lo demuestran nuestros ojos, está aproximadamente a 54' del verdadero, obtenido ~~como el lo ha sacado~~ del cálculo y de las tablas, ~~aproximándose a 57'~~, y se debe sumar según las instrucciones del texto, esta paralaje al lugar de la luna (303° 19' 48") para encontrar el lugar aparente de la luna, este es 304° 13' 48".

La regla para encontrar la paralaje en latitud es algo más fácil, pues tenemos terminadas las preguntas de ascendentes y de Medium Coelum. Será pedido el „Obliquatio de Medium Coelum", esto quiere decir: la declinación de la luna. Según la tabla 22 = $-19°44'38"$, la latitud de Cordova la empleamos hacia 37°50', ésta dá para Ekliptik-distancia de cenit $EZ = 57°34'38"$; nuestro texto lo llama interstitium medii coeli huius horoscopi et imminentis capitibus nostris. Ahora se debe de-

finir la latitud de la luna, el argumento corregido es según Pag. 84 = 169°7½', ahí pertenece la tabla 26 la latitud 50'33"; ella es norte, se debe restar de la ~~d~~ Ekliptik - distancia cenit antes hallada; ésta da 56°43' 45"; con este argumento se entra en la tabla 77 y se encuentra la paralaje de latitud = 40'43"; y se debe tomar Sur, porque el Medium Coelum también está Sur del cenit de Cordova.
Según las tablas de Theons se encuentra una corrección (s. Batt I 83) de paralaje de longitud c. 35', latitud c. 47'; unos mismos resultados se obtienen de las reglas de Batt I, 79-81. Nosotros podemos comprobar que la paralaje de longitud según ~~Batt~~ K.h. es mayor que Batt., también en la latitud cede hasta 6'. Batt. observó que las tablas de Theonschen no podían dar muy buenos resultados.

1. Sobre mi comentario del capítulo 10 debo añadir algunas cosas (Definición de la situación de los tres planetas), pues he sido corregido por el ~~los~~ señor~~es~~ C. F. Pechüle, astrónomos del observatorio de Kopenhagen.

Nallino ha indicado, que dá el valor de „Prosthaphäresis" de la longitud ~~en la~~ Ptol. en la 3. Kol de sus tablas, pero no las fórmulas. (P. 48) que se dan en el comentario de la Pag. 47. Cuando el centro H del „Epizykels" se admite en „Aequans" y después colocando el radio HE' de „Aequans"=1 Esto es solamente aproximado, pues el centro H no se mueve en el „Aequans" sino en el „Deferenz", según corrige Ptol., por la fórmula del valor encontrado, a través de los valores de diferencia de la 4.ª Kol. Estos valores corregidos los ha adoptado BaH. en ~~sus~~ la 3.ª Kol. de sus tablas de ~~igualdad~~ ecuación del centro

falta un párrafo

por Kh, seguramente calculada por la fórmula: $C_a = C_{90} \sin a$, dónde Ca significa la ~~igualdad~~ ec del centro para el argumento a, C_{90} para el argumento 90°, esto quiere decir, la máxima ~~igualdad~~ ec (= 2 e). Mejor sería a mi punto de vista: Pag 234: sin C_a = 2 e sin a; se pueden colocar los arcos en lugar de „Sinus" en caso de que los ángulos sean pequeños, se trata de ángulos de 8° - 9°. Calculando las ~~igualdades~~ ec del centro según la fórmula, así se encuentran las máximas desviaciones entre los valores calculados y los de las tablas Kh.'s = 3½' - 4'. Si la opinión de Pechüle's es cierta, y a mi me lo parece, así ~~coja~~ toma Kh. en la fórmula. (P. Fig. 47).

Sen

Por esta fórmula se dejan definir las excentridades de las ~~rumbos~~ órbitas de los planetas, que no se encuentran en K.h. tampoco en el texto, ni en las tablas. Para Saturno K.h. tiene ~~la~~ la máximo igualdad 8° 36' por 90° centro, entonces es

2/ $\sin 8°36' = 2e$, $\sin 90° = 2e$, este da $2e = 0,1495 = 8p\,58'$; Ptol. tiene $6p\,50'$. Las excentricidades de la ~~rumbo~~ órbita de Júpiter, Marte y Venus están conformes por ~~Ptol.~~ K.h., así ~~se~~ calculadas, con las de Ptol - Batt. que indican mayores desviaciones para Saturno y Mercurio, para Saturno más ~~que~~ de 2p.

En cuanto al cálculo de la ~~igual~~ ecc. ~~dad~~ anomalía de la anomalía, así he dado la fórmula:

Donde ~~1/2~~ se expresa del radio del „Epizykels" en partes decimales del radio de defensa, y dónde la anomalía importa, el señor Bechüle me comunicó que Ptol. responde al valor de la igualdad de la anomalía (en Kol 6 sus tablas para la longitud de los planetas)

donde Ba significa la igualdad de anomalía para el argumento a. Yo le comuniqué que el valor de Ptol. coincidiría mejor con las fórmulas, si en lugar

se pusiese
de tg. B_{90} sin aeq. anom. mase. Por ejemplo; Para Saturno sin B_{96} en vez de tg. B_{90}, pues por 96° Ptol tiene el máximo de anomalía para Saturno, pero no para 90°, sino para 96° anomalía la línea EP del „Epizykel", así después el triángulo EHP será rectangular por P y sin HEP será $= \frac{HP}{HE}$, así sin HEP = HP = r, será cuando HE el radio de la diferencia = 1 sea colocado, entonces la fórmula sería.

entonces correspondiendo a la fórmula para la igualdad del centro, cuando en lugar de 2e, esto quiere decir cuando se coloquen v, la excentricidad del rumbo de los planetas, y el radio r del „Epizykels"

Pag. 235

El señor Pechüle ha ~~aprobado~~ examinado el valor de la igualdad de la anomalía en las tablas de Kh's. y por regla general ha encon trado bastante conformidad. Solamente en Marte se encuentran diferencias hasta 21'. Kh. aparece en la fórmula superior, por tg. RET la distancia del centro de „Epizykels" de la tierra como constante, así consta como haber aceptado 1, pues así se transforma en

Sólo para Marte, que tiene gran excentricidad, aparece la variación de esta distancia, un poco considerada, en cuyo caso casi no se descubre.

Con estos suplementos en el Capítulo 10, no se han descubierto los fundamentos, por lo que Kh. reduce el apogeo medio del planeta, por la mitad de la igualdad de la anomalía.