



## 4.5 Paraules i nombres

Selecció de problemes preparada per Antoni Guillamon i Grabolosa, professor de Matemàtica Aplicada del Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya. tel.: 93 401 17 41, e-mail: toni@ma1.upc.es.



- 4.5.1.** Un palíndrom és una frase que es llegeix igual del dret que del revés. Per exemple, la paraula “Anna” o la frase “Català a l’atac” en són. En el text següent hi ha ocults 13 palíndroms, que poden ser frases senceres o paraules soltes.

*El bar olotí té poc selaci (sic) a l’escó petit olorable. S’estimen més el peix menut i afirmen que el bon seitó pot i és noble. Per això s’han especialitat en productes de l’anxova.*

*Però avui el dia no hi transcorre amb gaire calma...*

*D’un tallat n’ha sortit disparat un glop de llet al clatell del veí. Val més estar a recer, penso, tot i que de vegades, si vas per la ruta natural reps avís. A la taula de la dreta, una executiva parla pel mòbil i diu en veu baixa “Truca’m a casa, camacurt!”; penja de seguida i es dirigeix lasciva al seu acompanyant tot dient-li “Tira’m anís a la sina, marit!”. Al fons del bar, un aviador roda i va nu; de fet, d’entrada ja s’endevinava que l’home tenia un aire de dèria.*

*Mentrestant, a fora al carrer, un noi que duu una samarreta amb una gran U, li diu a un home gran repenjat sobre una farola: “Avi, la nit negra i argentina li va!”. Però l’home no escolta i fixant-se en la samarreta pensa que si la U gira, deu quedar igual, i no va gens errat.*

*Tornant a dins, un senyor ha demanat l’especialitat a la cambrera. Ella s’hi atansa i callada posa la sopera. Ja reposa la sopa d’all ací.*

- 4.5.2.** Amb les paraules ordenades alfabèticament que trobareu a continuació, heu de formar frases palindròmiques en diversos idiomes (vegeu la definició de palíndrom al problema 4.5.1). No sempre en coneixereu el significat; però ... podeu endevinar l’idioma com a mínim?

- a, mà, massa, massissa, massissa.
- a, a, ara, cavar, cert, la, la, rara, trec, vaca.
- gent, Islam, l’, la, mal, nega, si.
- i, nens, nenes, Senén, set, sis, té.
- ivres, meritis, munis, servi, sinum, sitirem.
- amor, ibit, motibus, Roma, subito, tibi.
- a, abad, arroz, dábale, el, la, zorra.
- amo, la, pacífica, paloma.

- arena, da, de, mala, mala, manera, me.
- a, a, a, canal, man, Panama, plan.
- a, a, a, dog, in, pagoda, panic.
- a, bird, imitators, rib, rot, timid.
- lavoro, oro, val.
- ama, ama, Ana Ana, e, Oto, Oto.
- à, écart, l', mon, nom, tracé.
- ein, gazelle, mit, neger, nie, regen, zagtim.
- geen, kip, neeg, pik, toit.
- bude, dub, saze, zarastovat.
- ella, eka, Jarin, pakeni, pikk, rajalle, upukki.

**4.5.3.** Una modalitat més complicada de palindromia (recórrer a l'inrevés un text i trobar-hi un significat) és la consistent a construir frases o locucions en una idioma *A* que llegides en sentit contrari tinguin significat en un altre idioma *B*. A continuació us en posem uns quants exemples (no n'abunden gaire) en català; esbrineu en quin idioma es pot interpretar l'expressió inversa i separeu-ne les paraules que la componen:

1. Rera en Simó trist es troba.
2. Amor beneït a la base.

**4.5.4.** Per a acabar d'esgotar els jocs de mirall, us oferim unes quantes frases amb una doble simetria. En què consisteix?

1. SI O NO, NOIS?
2. NO SI HI SÓN
3. ON SÍ NO SONI, NO SONIS, NO
4. NO XINO, NIXON
5. O OZÓ O ZOO

**4.5.5.** Un altre joc de paraules entretingut és el de formar quadrats en què es puguin llegir un conjunt de paraules, tant en sentit horitzontal com en sentit vertical; s'acostumen a anomenar *quadrats màgics*. Per exemple, amb les paraules “soc”, “ona” i “cas”, es pot formar el següent quadrat:

S	O	C
O	N	A
C	A	S

A continuació us donem dues paraules d'un quadrat  $4 \times 4$ , dues d'un quadrat  $5 \times 5$ , i tres d'un quadrat  $6 \times 6$ . Es tracta trobar-ne 2, 3 i 3, respectivament de manera que formin quadrats màgics. No diem tampoc l'ordre que ocupen dins del quadrat. A l'apartat de solucions us en facilitem una, tot i que no és única.

1. eren, però.
2. amena, devem.

3. torege, arameu, occità

**4.5.6.** Les frases següents tenen en comú una passió per l'ordre. La descobriu?

1. Si no surts faré importunar-te.
2. Són uns mals nens i poc humans.
3. T'estimo quan ets fi com un paper.
4. Un pagès nipó un arbre mig mort untà.
5. El vi bo, suc malèfic!, ofuscà el pilot mutant.
6. L'afegitó cus al vestidor bru; cal fer-hi costura.
7. El dijous a les cinc o quarts de sis, com tu saps, set minyons búlgars, set, inocularen sis nous al-lels.

**4.5.7.** Tant els mots del primer paràgraf entre ells com els del segon tenen un tret peculiar comú. Quan els hàgiu trobat, feu una aposta aproximada sobre quants de cada classe pot haver-hi a la nostra llengua.

*L'accés a l'illot, a l'Agost, és bell. Des del bot nou, filmo els ceps del clos i el cim de l'est, dens de flors, bens i llops. El bou és a l'ert hort, i el jou és al clot. A dins, l'Abel, en dejú, del got beu most de l'any, i em diu: "ahir, l'amo de l'illot hi fou mort a cops del giny d'acer de l'àgil fill hippy. El cos nu, al llot és, i el cor del gos bru adéu diu a l'amo bo. No et fiis dels afins!"*

*No us amoïneu ni em sancioneu si al-ludeixo a la numeració evolutiva d'equacions i l'equiparo a un dinosaure. Obraríeu constructivament si l'abordéssiu amb precaució. Assumeixo que no oblidareu l'educació de què gaudeixo i la boniquesa dels eucalíptols ucraïnesos.*

**4.5.8.** De vegades, darrere un missatge aparentment innocent, trobem missatges xifrats amb finalitats més "perverses". Les tres frases que trobareu a continuació contenen una gran dosi d'"irracionalitat matemàtica", tal com afirmarien, amb raó, l'Àurea i l'EPi. Sabríeu dir per què?

1. L'Andreu m'esperarà. Com dos magnífics companys correrem plegats vers horitzons anhelats.
2. El trànsit a Sabadell és carregós; a Terrassa és embussat però menys complicat.
3. Sóc a casa i sento fugaçment un soroll melós, com dotze rossinyols fabulosos cantant.

**4.5.9.** Què té aquest text d'especial? Podeu aplicar-li alguna mena de canvi de gènere?

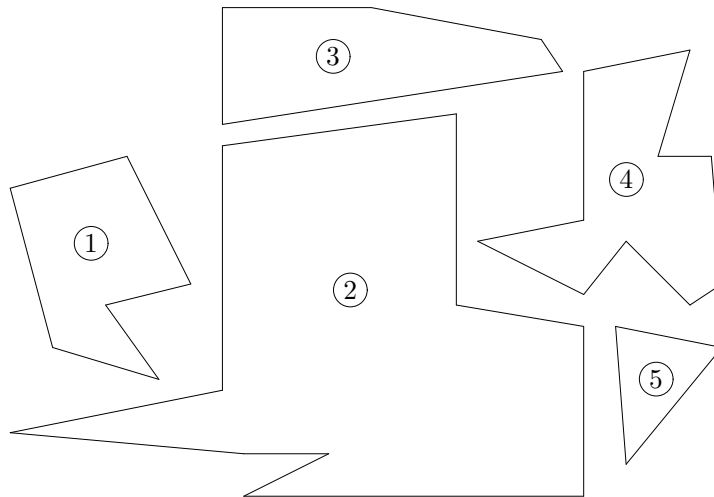
*Així que vam arribar al port, vaig despullar-la de la vela; el moll cruixia després de temps inactiu i el cel es tancava rere nostre. Com que tenia una fam de salvatge, amb tot el dret vaig engrapar una pita sense alliberar tampoc la poma. El mos estava preparat. Apassionat, m'hi vaig llançar. No vaig deixar ni una pela per llepar! Un cop refet, vaig decidir agafar el tren i allunyar-me d'aquell lloc. Llavors, mirant avall, amb el bitllet ben agafat, vaig observar ben clarament el que em temia: "títol esgotat".*

**4.5.10.** Un company ens ha fet un encàrrec, però no volem desvetllar directament la seva identitat. Si trobeu una relació entre les frases següents potser podreu arribar a aquesta identificació.

1. Du el gringo amb malles
2. Mag negre moll: buida'ls
3. Lliga'm nou grams de ble
4. Gun smell admirable, go!

**4.5.11.** En Lluís i l'Helena, arquitectes, s'acaben de casar. Els amics els han preparat una facècia per a fer-los esbrinar qui guarda el regal de noces.

Per arribar a la solució, els passen el plànol de la figura següent, en el qual hi ha cinc recintes dibuixats sobre una plantilla mil·limetrada. Han de calcular les seves àrees (en  $\text{mm}^2$ ), i multiplicar-les entre elles. El resultat i la paraula LISENUAPDR els han de donar la clau de volta.



Com que el nostre paper no és mil·limetrat, us facilitem les coordenades dels cinc recintes per tal que en pugueu calcular les àrees:

- Recinte 1:  $\{(-2, 24), (9, 27), (15, 15), (7, 13), (12, 6), (2, 9)\}$
- Recinte 2:  $\{(-2, 1), (18, 5), (18, 28), (40, 31), (40, 13), (52, 11), (52, -5), (20, -5), (28, -1), (20, -1)\}$
- Recinte 3:  $\{(18, 30), (18, 41), (32, 41), (48, 38), (50, 35)\}$
- Recinte 4:  $\{(42, 19), (52, 21), (52, 35), (62, 37), (59, 27), (64, 27), (65, 15), (62, 13), (56, 19), (52, 14)\}$
- Recinte 5:  $\{(55, 11), (65, 9), (56, -2)\}$

Si, tot i així, encara us fa mandra calcular les àrees, llegiu la primera línia de les solucions.

### 4.5.1 Explicacions

1. (a) El bar olotí té poc selaci (sic) a l'escó petit olorable.
- (b) el bon seitó pot i és noble
- (c) tallat
- (d) llet al clatell
- (e) recer
- (f) si vas per la ruta natural reps avís
- (g) Truca'm a casa, camacurt!
- (h) Tira'm anís a la sina, marit!
- (i) un aviador roda i va nu
- (j) aire de dèria.
- (k) Avi, la nit negra i argentina li va!
- (l) la U gira, deu quedar igual
- (m) i callada posa la sopera. Ja reposa la sopa d'all ací.

2. Una vegada reconstruïdes, obtindreu les frases següents:

- CATALÀ

- A massissa massa, massisa mà.
- Cert: a la rara vaca, a cavar ara la trec.
- Mal si la gent nega l'Islam
- Senén té sis nens i set nenes.

- LLATÍ

- Meritis servi sinum munis ivres sitirem.
- Roma tibi subito motibus ibit amor.

- CASTELLÀ

- Dábale arroz a la zorra el abad.
- Amo la pacífica paloma.
- Arena mala me da de mala manera.

- ANGLÈS

- A man a plan a canal, Panama
- A dog! A panic in a pagoda!
- Bird imitators rot a timid rib.

- ITALIÀ

- Lavoro oro val.
- Oto ama Ana e Ana ama Oto.

- FRANCÈS. Tracé mon nom a l'écart.

- ALEMANY. Ein neger mit gazelle zagtim regen nie.

- HOLANDÈS. Kip neeg toit geen pik.

- TXEC. Bude zarastovat saze dub.

- FINÈS. Ella, Jarin eka pikk upukki pakeni rajalle.

Moltes d'elles les hem extret de la llista de palíndroms d'en Ramon Giné que apareix a la pàgina web [www.fut.es/~mgine](http://www.fut.es/~mgine). Aquesta persona, tal com diu en aquesta pàgina, és l'"home darrere dels palíndroms", probablement la persona que més ha fet per la difusió d'aquest gènere a la nostra cultura.

- (a) En anglès, es pot llegir com *Abort set. Sir Tom is nearer.*  
(b) En castellà, es pot llegir com *Esa bala tiene broma.*
- És fàcil de veure que només hi intervenen sis lletres diferents: H, I, N, O, S, X. Aquestes, a més de la Z, són les úniques majúscules que es veuen igual si girem el full. Per tant, les frases que hem presentat, a part de ser palíndroms en sentit horitzontal (vegeu els exercicis 4.5.1 i 4.5.2), també ho són en sentit vertical. En altres idiomes, on la W és més freqüent en el lèxic habitual, la M i la W poden actuar de simètriques l'una de l'altra.
- Una possible solució dels tres quadrats que us proposàvem seria:

P	E	R	O	S	E	D	A	S	O	C	C	I	T	A
E	R	E	N	E	N	E	M	A	C	L	A	R	O	R
R	E	R	E	D	E	V	E	M	C	A	D	I	R	A
O	N	E	S	A	M	E	N	A	I	R	I	S	E	M
				S	A	M	A	L	T	O	R	E	G	E
									A	R	A	M	E	U

En el fons, el que fem són mots encreuats simètrics sense quadres negres, i ja us podeu imaginar que en augmentar el nombre de lletres per paraula el problema es complica en gran manera. Els de vuit lletres en amunt es poden considerar excepcionals.

- L'aparició de vocals en el text sempre segueix un ordre creixent (AEIOU) i és cíclica.
- El tret que caracteritza tots els mots del primer paràgraf és que les lletres sempre estan en ordre creixent (paraules alfagramàtiques). Observeu, a més, que una conseqüència immediata és que el nombre de lletres de cada paraula és més aviat curt. Aquesta propietat es pot veure d'una altra manera: si demanéssim ordre estrictament creixent, en un alfabet de  $L$  símbols hi hauria només 1 possible paraula alfagramàtica de longitud  $L$ ;  $L$  de longitud  $L - 1$ ,  $\binom{L}{2}$  de  $L - 2$ ; i, en general,  $\binom{L}{p}$  possibles paraules de longitud  $p$ , amb  $p \leq L$ . En un alfabet de 26 símbols com el nostre, això dóna 67 108 837 possibles paraules alfagramàtiques. Ara bé: un cop formades, cal demanar que tinguin sentit... I si ho fem, ens quedem amb unes 300! Per veure-ho, hem fet un programa d'ordinador que ha analitzat totes les paraules que hi havia en un fitxer corrector de català. Ens n'han sortit 290, però no podem assegurar que el fitxer emprat contingui tots els mots catalans.

Al segon paràgraf, la peculiaritat rau en el fet que totes les paraules de més d'una síl·laba contenen una i només una vegada les cinc vocals (paraules pentavocàliques). Aquesta mena de paraules tampoc no són una raresa en el nostre idioma: a partir del nostre fitxer, n'hem comptabilitzades unes 1 430. D'altra banda, si deixem que les vocals es repeteixin, n'aconseguim unes 5 100. Segons explica en Màrius Serra al seu *Manual*

*d'enigmística* (Columna, 1991), que us recomanem fortament, el lingüista Lluís de Yzaguirre en va trobar 14 006, fet que indica que el nostre fitxer de partida no és pas dels més complets.

8. Les paraules clau de l'enunciat són *irracionalitat matemàtica*, *raó...àurea* i *E-Pi*. Si compteu el nombre de lletres de cada paraula trobareu, respectivament, els primers decimals (tallant a la darrera xifra) de tres dels nombres irracionals més coneguts: la raó àurea  $= (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.6180339887498$ , el número  $e \approx 2.7182818284590$ , i el número  $\pi \approx 3.1415926535897$ . Els zeros han estat substituïts per punts, però no tots els punts signifiquen zeros.
9. Canvieu de gènere tots els noms que hi apareixen; veureu que el text canvia completament de sentit:

*Així que vam arribar a la porta, vaig despullar-la del vel; la molla. . .*

10. Totes les frases tenen les mateixes lletres: AABDEEGGILLMMNORSU. Continueu buscant la identitat del company. Està escrita al llibre però en un altre lloc. Quan el trobeu, podreu imaginar-vos també quin és l'encàrrec.
11. Les àrees de les diferents regions són, respectivament, 251, 997, 201, 239 i 64. La multiplicació de totes 5 dona  $p = 769383400512$ . Si a cada lletra de la paraula clau LISENUAPDR li associeu un nombre del 0 al 9 i substituïu els nombres de  $p$  per les lletres adients, obtindreu PARE D'EN LLUÍS.

## 4.6 Referències

- *Juegos de Lógica y Matemáticas* F. Agostini, Ed. Pirámide SA, Madrid 1982.
- *¿Se atreve Vd. con ellos?* J.M. Albaiges Olivart, Marcombo, Boixareu Eds., Barcelona 1981.
- *101 proyectos matemáticos* B. Bolt, D. Hobbs, Ed. Labor, Barcelona 1991.
- *Mas actividades matemáticas* B. Bolt, D. Hobbs, DEd. Labor, Barcelona 1988.
- *Inspiración ¡Ajá!*, M. Gardner, Ed. Labor, Barcelona 1981.
- *¡Ajá! Paradojas*, M. Gardner, Ed. Labor, Barcelona 1983.
- *Comunicación extraterrestre y otros pasatiempos matemáticos*, M. Gardner, Colección Teorema, Catedra 1986.
- *Enigmas, Curiosidades y Entretenimientos Matemáticos*, W.M. Gratz, Eds. Ibéricas, Madrid.
- *En el reino del ingenio*, E.I. Ignatiev, Colección Ciencia Popular, Ed. Mir, Moscú 1986.
- *Fácil, menos fácil y difícil*, M. Mataix, Marcombo, Boixareu Eds., Barcelona 1981.
- *Algebra recreativa* Y. Perlemán, Colección Ciencia Popular, Ed. Mir, Moscú 1978.
- *Matemáticas recreativas* Y. Perlemán, Colección Ciencia Popular, Ed. Mir, Moscú 1982.
- *Problemas y experimentos recreativos* Y. Perlemán, Ed. Mir, Moscú 1975.
- *Diversiones Matemáticas*, R. Rodriguez-Vidal, Ed. Reverté S.A., Barcelona 1975.
- *La magia de los números*, Who?, Biblioteca de Juegos, Prestidigitación, Ilusionismo,... vol XIV, Ed. Síntesis, Barcelona 1963.

A part de les adreces d'internet que ja apareixen al text, destaquem:

- <http://www.xtec.es/~jjareno/>
- <http://www.xtec.es/recursos/mates/aqui/index.htm>
- <http://mathworld.wolfram.com/>
- <http://math.smsu.edu/~les/POTW.html>