

Applet 4.1. Crecimiento exponencial discreto con estocasticidad ambiental

Introducción

Consideremos el siguiente modelo de crecimiento exponencial discreto

$$N_t = \lambda^t \cdot N_0$$

Donde λ es la tasa finita de crecimiento, N_0 es el tamaño de la población inicial (cuando $t = 0$) y N_t es el tamaño de la población al cabo de un tiempo t .

Si el paso de tiempo se hace muy pequeño este modelo converge con el modelo continuo y la equivalencia entre los parámetros r y λ es

$$r = \ln \lambda$$

Donde r es la tasa instantánea de crecimiento.

Supongamos ahora que el parámetro del modelo (r o λ) no es constante, sino que varía con el tiempo. A cada paso de tiempo considerado el valor del parámetro corresponde a una determinada variable aleatoria. En nuestro caso se utiliza una variable aleatoria normal de media λ y de desviación típica σ_λ . Distintas ejecuciones del modelo proporcionan distintos resultados porque el valor del parámetro es distinto. Este tipo de modelos simulan muy bien el efecto de la variabilidad ambiental.

Applet

Si el *applet* se ha cargado correctamente se obtendrá una imagen como la siguiente:

Crecimiento exponencial discreto con estocasticidad ambiental

t = nSim = JP(2003)

lambda NO

100
80
60
40
20
0

1.02 500
0.0 0.0

Funcionamiento del *applet*

1. Entrar el tiempo total de la simulación, t (entre 0 y 100). La unidad del paso de tiempo es la misma que la que se considera para el parámetro λ .
2. Entrar el número de simulaciones simultáneas que se desean realizar (entre 1 y 5).

3. Entrar el valor medio de λ y el tamaño inicial de la población (N_0) con los *sliders* y σ_λ (en la caja de texto de la parte inferior). El valor del parámetro λ en cada paso de tiempo de la simulación se elige a partir de una distribución normal $N(\lambda, \sigma_\lambda)$. Si σ_λ es cero entonces el modelo simulado es determinista y no estocástico.
4. Pulsar el botón “Simular”. Si alguno de los datos t o dt es incorrecto, la correspondiente caja de texto se coloreará de rojo y el programa se detendrá. Si los datos son correctos las cajas de texto se colorearán de verde y se abrirá una nueva ventana con la representación de N_t respecto de t . Cada una de las simulaciones se indica en distinto color. También se indica, para cada simulación, el valor numérico del tamaño N de la población al final del periodo simulado. En la parte inferior del gráfico se muestran los valores de los parámetros.

En la figura siguiente se muestra un ejemplo de resultado de una simulación de 100 años con $\lambda = 1,04$, $\sigma_\lambda = 0,25$ y $N_0 = 50$ individuos. En este ejemplo una de las poblaciones se ha extinguido, a pesar de que, siendo $\lambda > 1$, la población debería haber aumentado de tamaño. También se muestra, en color negro, el modelo exponencial discreto determinista.

