

## **Applet 5.3. Explotación de poblaciones en crecimiento logístico**

### **Introducción**

El término explotación se refiere a la extracción de un cierto número de individuos de la población por unidad de tiempo. Si la población crece de acuerdo con el modelo logístico, se puede introducir la explotación ( $E$ ) simplemente como

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \left[ 1 - \frac{N}{K} \right] - E$$

Este *applet* trata dos tipos de explotación, la explotación con cuota fija y la explotación con esfuerzo constante. En la explotación con cuota fija el número de individuos que se extraen de la población por unidad de tiempo es siempre el mismo

$$E = h$$

Donde  $h$  es la cuota, de unidades ind.·tiempo<sup>-1</sup>.

En la explotación con esfuerzo constante el número de individuos que se extrae de la población depende de un determinado esfuerzo de captura (número de barcos de pesca, número de cazadores, etc...) y del tamaño de la población (a mayor tamaño de la población mayor será el número de capturas). La aproximación más sencilla consiste en suponer que la relación entre la extracción y el tamaño de la población es lineal

$$E = e \cdot N$$

Donde  $e$  es el esfuerzo empleado, de unidades tiempo<sup>-1</sup>.

La forma más sencilla de entender la dinámica de una población en crecimiento

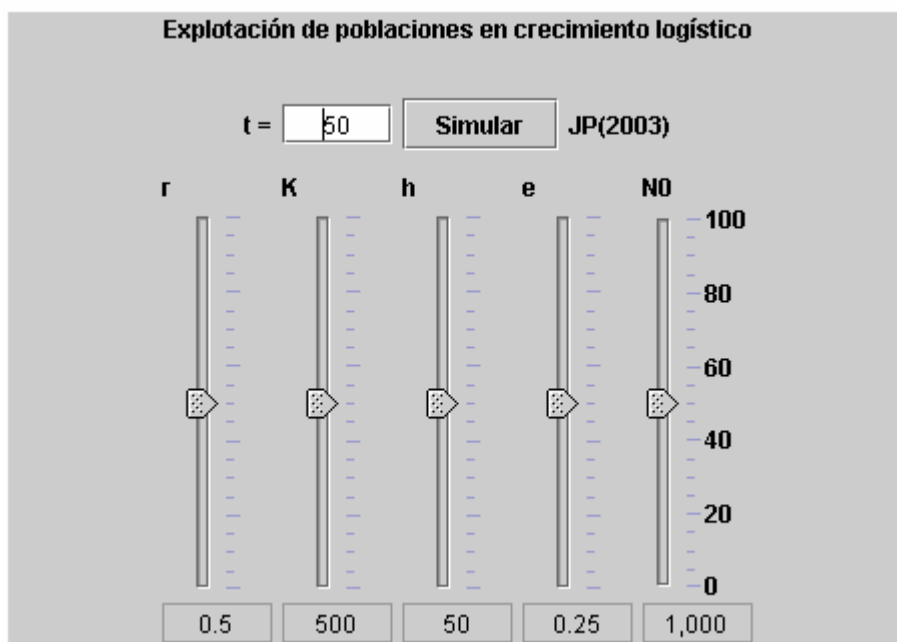
logístico con explotación es mediante la representación simultánea de la curva logística y de la función de explotación. Cuando la estrategia es de cuota fija la función de explotación es una curva paralela al eje de abscisas, mientras que cuando la estrategia es de esfuerzo constante la función de explotación es una recta de pendiente  $e$ . El modelo es capaz de simular una combinación de ambas estrategias:

$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \left[ 1 - \frac{N}{K} \right] - h - e \cdot N$$

De esta forma si  $h = 0$  y  $e > 0$  estamos en el caso de la estrategia de esfuerzo constante; si  $e = 0$  y  $h > 0$  estamos en el caso de la estrategia de cuota fija; si ambas son mayores de cero se trata de un modelo de explotación mixto y si ambas son iguales a cero se trata del modelo logístico sin explotación.

### **Applet**

Si el *applet* se ha cargado correctamente se obtendrá una imagen como la siguiente:



## **Funcionamiento del *applet***

- 1.** Entrar el tiempo total de la simulación,  $t$  (entre 0 y 100).
- 2.** Entrar los parámetros  $r$ ,  $K$ ,  $h$  y  $e$  y el tamaño inicial de la población ( $N_0$ ). Si  $h > 0$  y  $e = 0$  se simula la explotación con cuota fija; si  $h = 0$  y  $e > 0$  se simula la explotación con esfuerzo constante; si  $h > 0$  y  $e > 0$  se simula un modelo mixto en el cual hay una cuota fija y además un incremento en la explotación en función del tamaño de la población.

3. Pulsar el botón "Simular". Si alguno de los datos es incorrecto, la correspondiente caja de texto se coloreará de rojo y la simulación se detendrá. Si los datos son correctos las cajas de texto se colorearán de verde y se abrirá una nueva ventana con dos gráficos. El de la izquierda con la representación de  $N$  respecto de  $t$ . En la parte superior del mismo se indica en color rojo el valor numérico de  $N$  al final del periodo simulado y el crecimiento y la explotación totales durante el periodo simulado. En la parte inferior del gráfico se muestran los valores de los parámetros. El gráfico de la derecha es la representación de  $dN/dt$  respecto de  $N$ , el cual muestra la parábola del crecimiento logístico y la recta de explotación. Se proporcionan también los valores numéricos de los puntos de equilibrio si los hay.

A continuación se muestra un ejemplo de explotación con cuota fija. La población tiende al punto de equilibrio estable (228 individuos). Durante los 50 años de simulación el crecimiento acumulado de la población ha sido de 228 individuos y la explotación acumulada de 500 individuos (50 cuotas de 10 individuos cada año). [Nota: es simple coincidencia que el valor del crecimiento acumulado sea tan cercano al del tamaño de la población en el equilibrio.]

