Applet 5.2. Crecimiento logístico discreto

Introducción

Consideremos el siguiente modelo logístico. Se trata de una función equivalente a la función logística continua cuando el paso de tiempo se vuelve arbitrariamente pequeño

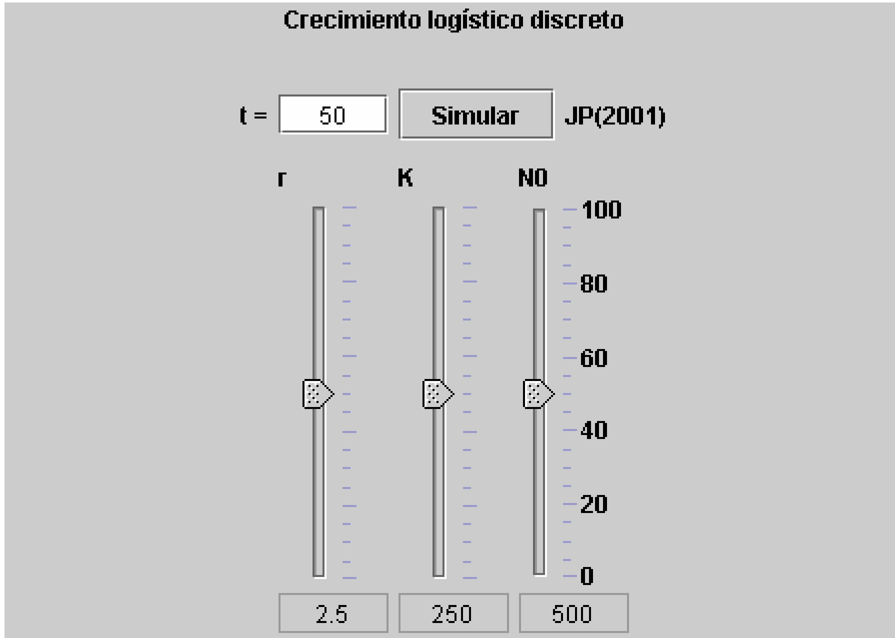
$$N_{t+1} = N_t \cdot e^{r \cdot \left(1 - \frac{N_t}{K}\right)}$$

Donde *r* es la tasa instantánea de crecimiento, *K* la capacidad de carga, y N_t el tamaño de la población en el momento *t*.

El comportamiento del modelo logístico discreto es mucho más rico que el del modelo logístico continuo. El modelo continuo básicamente hacía que el tamaño de la población se acercara asintóticamente a *K*, independientemente del tamaño inicial de la población. La velocidad con que se producía este acercamiento dependía del valor de *r*. El modelo discreto proporciona el mismo resultado para valores bajos de *r*. Concretamente, si $r < 2$ el tamaño de la población se acerca a *K* con oscilaciones que se van atenuando paulatinamente. Pero si $2{,}0 < r < 2{,}5$, aproximadamente, el tamaño de la población entra indefinidamente en un ciclo de periodo 2. Si *r* sigue creciendo el ciclo pasa a ser de periodo 4, de periodo 8, etc. Luego aparecen ciclos de periodo impar. Finalmente, si $r > 2{,}69$ desaparecen los ciclos y se entra en un patrón no repetitivo conocido como caos. No debe confundirse el término caos con aleatorio. El caos aparece en un modelo totalmente determinista, sin necesidad alguna de recurrir al azar.

Applet

Si el *applet* se ha cargado correctamente se obtendrá una imagen como la siguiente:


Crecimiento logístico discreto
t =
50
Simular
JP(2001)
r
K
N0
100
80
60
40
20
0
2.5
250
500

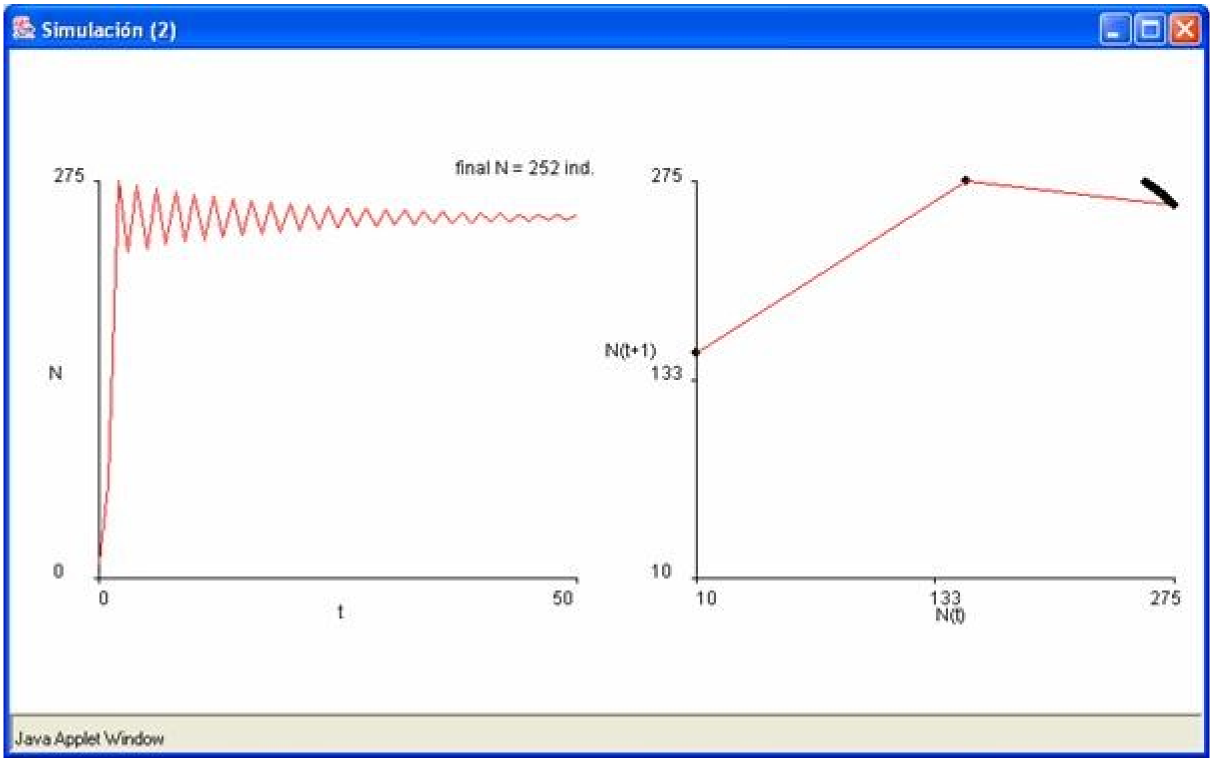
Funcionamiento del *applet*

1. Entrar los parámetros r y K del modelo y el tamaño inicial de la población (N_0) con los *sliders*.

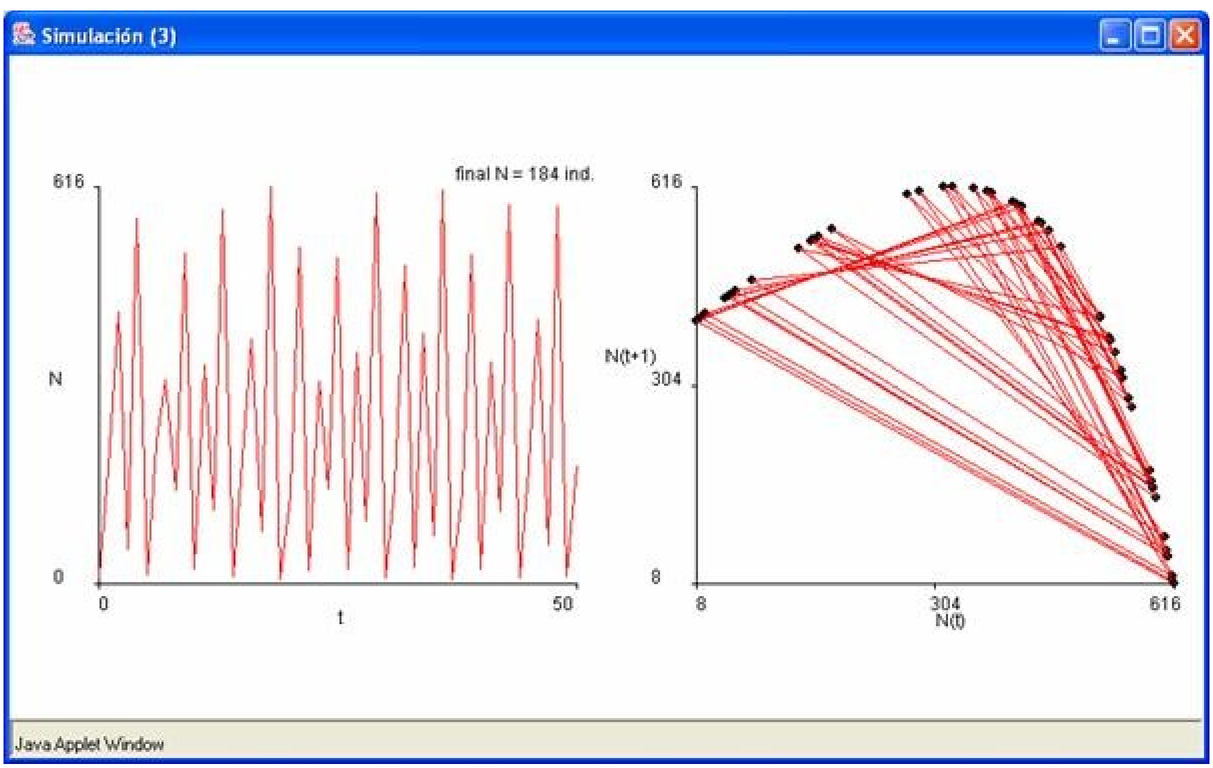
2. Entrar el tiempo deseado de simulación t (entre 0 y 1000). El paso de tiempo del programa es constante e igual a $dt = 1$ (en las mismas unidades que r).

3. Pulsar el botón “Simular”. En el gráfico de la izquierda se representará la variación de N con el tiempo y en el gráfico de la derecha la relación entre N_{t+1} y N_t.

A continuación se muestran dos ejemplos, ambos con $K = 250$ individuos y $N_0 = 10$ individuos, pero con $r = 1{,}95$ año^{-1} y con $r = 3{,}0$ año^{-1} en el primero y segundo caso, respectivamente. Obsérvese que en el primer caso, el tamaño de la población oscila alrededor de 250 individuos y que las oscilaciones tienden a amortiguarse con el paso del tiempo; en el segundo caso la variación del tamaño de la población sigue una pauta caótica.


Simulación (2)
final N = 252 ind.
275
N
0
0
t
50
275
N(t+1)
133
10
10
133
N(t)
275
Java Applet Window

r = 1,95 año^{-1}


Simulación (3)
final N = 184 ind.
616
N
0
0
t
50
616
N(t+1)
304
8
8
304
N(t)
616
Java Applet Window

$$r = 3{,}0 \text{ año}^{-1}$$