



ANALISIS DEL FUNCIONAMIENTO ECONOMICO DE LAS EMPRESAS

Medida de la eficiencia:
de la *Rentabilidad* a la
Productividad



Joaquim Vergés

Edición 2020



Departament d'Economia de l'Empresa

ANÁLISIS DEL FUNCIONAMIENTO ECONOMICO DE LAS EMPRESAS

Medida de la eficiencia:
de la Rentabilidad a la Productividad

© Joaquim Vergés Jaime

Departament d'Economia de l'Empresa
Edifici B, Campus Universitat Autònoma de Barcelona
08193 Cerdanyola-Bellaterra (Barcelona)
Telf. (93) 581.12.09
Joaquim.Verges@uab.es

6ª Edición Octubre 2020

ISBN:
Depósito legal: B - 13.521 – 2012



ANÁLISIS DEL FUNCIONAMIENTO ECONÓMICO DE LAS EMPRESAS - Medida de la eficiencia: de la rentabilidad a la productividad por [Joaquim Vergés](#) se encuentra bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-NoModificado 4.0.

//**Licensed only for UAB – Faculty of Economics' students.**

Catalogación:

Economía de la empresa
Eficiencia económica, evaluación
Análisis de la Rentabilidad, como instrumento de gestión
Análisis de la Productividad, ídem

ÍNDICE

Presentación,	1
Introducción: La medida de la eficiencia de las empresas	2
PARTE I:	
ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE UNA EMPRESA	
1 FACTORES DETERMINANTES DE LA RENTABILIDAD	
1.1 El concepto de rentabilidad, y sus diferentes versiones	5
1.2 Modelos de análisis factorial simple de la rentabilidad	8
Modelos de desglose más corrientes ,	8
El modelo 'Gold-ampliado',	10
Desglose progresivo ('pirámide de ratios'),	11
Limitaciones del análisis factorial simple,	13
1.3 Análisis dinámico: Determinación de los cambios explicados por cada variable elemental	15
El método de las diferencias parciales,	16
El método de los promedios,	17
El método de las tasas de variación; 'tasas de variación continua',	18
2. ANÁLISIS FACTORIAL DE LA RENTABILIDAD: MODELO POR ETAPAS	
2.1 Diferentes conceptos de rentabilidad: un esquema más preciso	21
2.2 Modelo por etapas: (1ª), Análisis de la rentabilidad de los capitales propios; el "efecto apalancamiento"	24
Rentabilidad de los capitales propios (r_1) , v.s. Rentabilidad de la empresa (r_2),	24
El efecto apalancamiento bruto y neto ,	25
Determinación de la repercusión, sobre r_1 de cada variable explicativa inmediata,	26
2.3 Modelo por etapas: (2ª), Análisis de la rentabilidad de la empresa.	27
Rentabilidad de la empresa (r_2) vs. rentabilidad de la explotación (r_3),	27
Determinación del efecto atribuible a cada variable explicativa inmediata,	29
2.4 Modelo por etapas: (3ª), Análisis de la rentabilidad de la explotación	29
Rentabilidad normal, vs. rentabilidad extraordinaria ,	29
Análisis de la Rentabilidad normal de la explotación,	30
Determinación de los efectos atribuibles a cada variable de gestión inmediata,	33
2.5 Modelo por etapas: 4ª, Análisis de la tasa de margen	34
Las tasas de costes: las variables de gestión claves,	34
Productividad, y demas elementos que determinan las tasas de costes,	35
3. APLICACIONES DEL ANALISIS DE LA RENTABILIDAD	
3.1 Aplicación global del modelo explicativo	39
El modelo en su conjunto: variables explicativas realmente elementales,	38
Determinación de la incidencia de cada variable de gestión elemental/final,	39
3.2 Análisis de la rentabilidad, cuando la información disponible es incompleta,	43
3.3 Aplicación del modelo, a la simulación de resultados futuros	45
3.4 Aplicación del modelo, a la comparación de la rentabilidad entre empresas,	48
4. EJEMPLOS / PRACTICAS	51

Parte (II)
EVALUACIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD,
a partir del análisis factorial de la tasa del margen neto

5. FACTORES DETERMINANTES DE LA TASA DE MARGEN

5.1 Medida de la productividad de una empresa a partir de sus estados de cuentas	59
5.2 Elementos determinantes de la tasa de margen bruto: Análisis simplificado: 1 'output', 1 'input' .	62
5.3 El análisis de la tasa de margen bruto, en el caso general	66
5.4 Variación de la tasa de margen, explicada por cada variable elemental	73

6. PRODUCTIVIDAD TOTAL Y PRODUCTIVIDADES PARCIALES

6.1 Interpretación del índice de variación de productividad	75
6.2 Productividades parciales (de cada tipo de factor productivo) Desglose de la productividad conjunta, en productividades parciales , Incidencia, sobre la tasa de margen, de la productividad de cada factor,	78
6.3 El cálculo de los índices de precios: un enfoque práctico Los índices de variación de precios, como promedios ponderados , Determinación indirecta, conociendo la variación en términos reales ,	81
6.4 Aplicación del modelo al análisis de las tasas de costes no-imputados - El análisis de la tasa de costes (no-imputados), variables , - El análisis de la tasa de costes (no-imputados), fijos , - Incidencia sobre la tasa de margen, atribuible a cada variable elemental,	84
6.5 Aplicación global del modelo: Productividad Total de los Factores	89

7. ELEMENTOS QUE DETERMINAN LA PRODUCTIVIDAD

7.1 Productividad de factores semi-fijos, y nivel de ocupación - Productividad del trabajo, y nivel de ocupación , - Productividad (técnica) del trabajo, eficiencia, y calidad de vida , - Productividad de los bienes de Capital (costes de amortizaciones), y nivel de ocupación	92
7.2 Productividad aparente vs. productividad real - La inevitable interdependencia entre los índices de productividad parciales , - Productividad de un factor, y cambios tecnológicos , - ¿Productividad parcial = Productividad Marginal Física ? ,	101

8. APLICACIONES DEL MODELO DE ANALISIS DE LA PRODUCTIVIDAD

8.1 Visión de conjunto, y aplicación a un caso real - Resumen del modelo: el análisis de la tasa de margen neto, - Determinación de la incidencia sobre la tasa de margen, de cada variable elemental, - Aplicación del análisis margen//productividad a un caso real,	108
8.2 Aplicación al análisis comparativo entre empresas	116
8.3 Aplicación conjunta del análisis de la Productividad, con el análisis de la rentabilidad.	118
8.4 Aplicaciones de simulación (estudios prospectivos del conjunto Rentabilidad / /Productividad	119

PRESENTACIÓN

En este texto se exponen y aplican modelos para la evaluación de los resultados económicos de las empresas, basados en el análisis de los factores que determinan el binomio Rentabilidad y Productividad –que constituye el eje e hilo conductor del texto

El planteamiento es de análisis dinámico, en el sentido de comparativo: en la parte primera, modelos de análisis de las variables que están detrás de los *cambios* observados, de un periodo a otro, en la Rentabilidad de una empresa. En la segunda parte se aborda el cálculo de su Productividad, y modelos de análisis de las variables que explican su variación de un ejercicio a otro, así como la incidencia de ello sobre la evolución de la Rentabilidad, puesto que la Productividad es a su vez uno de los factores determinantes de aquella.

Adicionalmente, se presenta la adaptación del anterior esquema global al análisis comparativo de las *diferencias* en Rentabilidad y en Productividad observadas entre dos o más empresas.

El conjunto de esquemas de análisis resultará útil, además de para la evaluación de la gestión económica de empresas en general, también para la de otras organizaciones económicas que presten servicios, por ejemplo fundaciones o entidades del ‘tercer sector’: conceptos como gastos fijos/variables, productividad, margen bruto, rentabilidad, nivel de ocupación, variación de precios de contratación, etc., existen también en esas organizaciones. La diferencia sustancial radica en cual sea en cada tipo de empresa/organización la variable económica de gestión que mejor representa el objetivo general que se desea maximizar a medio-largo plazo.

El texto está orientado a programas de formación en economía y en administración y dirección de empresas. Aunque está redactado pensando también en profesionales familiarizadas/os con la gestión empresarial y el lenguaje de los estados de cuentas empresariales –dado que el presente manual ofrece un cuadro de instrumentos de evaluación de la gestión realizada que puede aplicarse tanto por partes como en su conjunto. La abundancia de ejemplos numéricos y casos prácticos –así como de definiciones y esquemas de variables que podrían darse por ya conocidas– responden a ese objetivo.

Bellaterra – Barcelona, Octubre 2020
UAB, Facultad de Economía y Empresa

INTRODUCCION

La medida de la eficiencia de las empresas.

El Beneficio que presentan las cuentas de una empresa para un periodo determinado es, por una parte, una cifra-resumen que depende de los valores que hayan tomado durante ese periodo numerosas variables de gestión. Y al mismo tiempo es una variable con significado propio y directo en sí. Incluso probablemente la variable con mayor entidad y relevancia práctica para evaluar sintéticamente el funcionamiento económico de una empresa.

Algo similar puede decirse del Beneficio en sentido relativo o *tasa de RENTABILIDAD*, con la simple diferencia de que son algunas más las variables elementales que entran en juego, y de que, como variable en sí, es directamente significativa tanto dentro de una empresa para comparar diferentes períodos, como para hacer comparaciones entre empresas. La comparación de Beneficios absolutos no permite lógicamente las conclusiones que ofrece la comparación de *tasas de rentabilidad* (Beneficios relativos, o en proporción a los recursos empleados).

Por otra parte, es importante tener en cuenta que desde el punto de vista de una eficiente asignación de los recursos, si se puede suponer que una economía -o, mas fácilmente, un mercado o subsector de ésta- opera en condiciones aproximadamente competitivas, la variable tasa de *rentabilidad* de una empresa sería de hecho la variable indicativa mas próxima a un indicador que mostrase el grado de eficiencia social en la utilización de los recursos por lo que respecta a esa empresa. En esta línea debe entenderse el papel otorgado a la Rentabilidad de las empresas, como indicador principal de su gestión, en los programas de reforma económica que sucesivamente se fueron proponiendo en los años 80 en las denominadas 'economías de Europa del Este'. Unas propuestas que -como las ensayadas en las nuevas situaciones pre-democráticas a partir de 1990- se basaban fundamentalmente en el funcionamiento del mercado, manteniendo el carácter de públicas para las grandes empresas. Aunque como es bien sabido tales reformas nunca llegaron a aplicarse plenamente. En líneas generales en ese esquema la tasa de Rentabilidad de cada empresa pública señalaría a las autoridades económicas el tipo de actividades que deberían expandirse (empresas con alta rentabilidad), las que deberían reducirse (empresas con rentabilidad inferior a la media) y, en su caso, el de empresas a desaparecer (rentabilidad nula o negativa).

El presente texto -pensado para cursos superiores de economía y de administración empresarial- parte del análisis de los factores o variables de gestión

que determinan que la *rentabilidad* de una empresa sea mayor o menor. Y dedica una justificada atención especial a una de esas variables: la *productividad* de los diferentes factores productivos que consume o utiliza la empresa. Se presupone, pues, en el/la lector/a buenos conocimientos de economía, economía de la empresa, contabilidad general y contabilidad de costes. En este sentido, el haber efectuado antes un curso de 'análisis de estados financieros' puede resultar una facilidad para la primera parte. Aunque el contenido y presentación de ésta está pensado para que resulte comprensible en cualquier caso.

La organización general del texto es la siguiente: En la primera parte de este texto (Capítulos 1 al 4) se desarrolla un análisis dinámico de las variables de gestión que determinan cuantitativamente la *rentabilidad* de una empresa, y de la forma en que lo hacen. Más concretamente, se exponen modelos para la determinación de qué parte de la variación de la tasa de rentabilidad (variable dependiente) viene explicada por cada una de las variables de gestión elementales (variables independientes) de las que depende. El objetivo es suministrar un modelo general para determinar las causas elementales de la variación de la rentabilidad, bien sea de un período a otro, dentro de una misma empresa, bien sea al comparar una empresa con otras. Al final de esta primera parte se incluye un apartado de 'prácticas' con dos ejemplos numéricos del primer tipo, relativos a casos reales, a los que se aplica el modelo aquí expuesto.

En la segunda parte (Capítulos 5 a 8) se desarrolla -también mediante un conjunto de modelos analíticos encadenados- la relación existente entre la *tasa de margen neto* y la *PRODUCTIVIDAD* de los diversos factores que utilice la empresa, así como la relación con otras dos variables de gestión como son: la *política de precios* (precios relativos compra//venta), y la estructura o *composición de la venta* ("mix" comercial). Se trata de un enfoque que tiene la particularidad de que permite evaluar y analizar los cambios en la *Productividad* de una empresa (o las diferencias de Productividad entre dos o mas empresas), y su repercusión -a través del *margen neto*- sobre su *Rentabilidad*, a partir de los datos de las cuentas de resultados y demás informaciones que podemos encontrar en las *memorias* anuales que regularmente publican la mayoría de empresas. El objetivo final del modelo expuesto es, de forma paralela a lo indicado para la primera parte, determinar qué parte de la variación en la variable principal o d

+ependiente (*tasa de margen neto* en esta segunda parte) viene explicada por cada una de las variables de gestión elementales de las que en última instancia depende. Principalmente de la *Productividad* de los diferentes factores, pero también del nivel de ocupación de aquellos que tienen carácter semi-fijo (como el trabajo, y los bienes de equipo), del nivel de precios relativos, del "mix" comercial, etc.

PARTE (I)

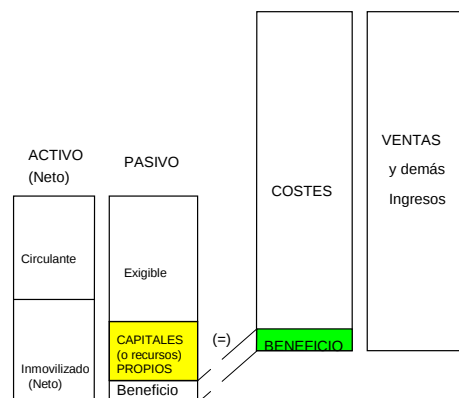
**ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE UNA
EMPRESA**

1

Factores determinantes de la Rentabilidad

1.1 EL CONCEPTO DE RENTABILIDAD, Y SUS DIFERENTES VERSIONES

El concepto más generalmente utilizado de *tasa de rentabilidad* se refiere a la relación entre los Resultados o *Beneficios* obtenidos en un periodo (usualmente un año), y los *Capitales (o recursos) Propios* ¹ de la empresa durante ese periodo.



$$\% \text{ de Rentabilidad} = \frac{\text{Beneficio}}{\text{Capitales Propios}} \cdot 100 = \frac{B}{C} \cdot 100$$

ratio a la que, desde una cierta perspectiva, puede dársele el significado de 'productividad' de la inversión efectuada por los propietarios, dado que el numerador puede interpretarse como el 'producto' que obtiene la empresa a partir de los 'factores' (la inversión) que representa el denominador ²; (aunque no es esto, por supuesto, el concepto más normal de Productividad, como tendremos ocasión de ver, especialmente en la parte 2ª de este texto).

¹ Capital escriturado, más Reservas, mas otras cuentas representativas de Resultados no distribuidos de periodos anteriores.

² Sobre la *rentabilidad* como indicador sintético de eficiencia, es recomendable ver la acertada exposición de BERNSTEIN en su conocida obra (que en cuanto a temática va bastante más allá que lo que sugiere el título) *Análisis de Estados Financieros*, páginas 660-663..

Una segunda versión de la tasa de rentabilidad (que a partir de ahora expresaremos no en porcentaje sino en tanto por uno, para mayor comodidad) es la que, como beneficio toma el *Beneficio bruto, en el sentido de aquella cifra que aparece antes de deducir los costes por Intereses* (o gastos financieros) correspondientes a créditos bancarios y demás aportaciones financieras de terceros (conjunto que se suele denominar Exigible Financiero); y como capital invertido toma *los recursos financieros totales* de que ha dispuesto realmente la empresa; es decir, la suma de los Capitales (o Fondos, o Recursos) Propios más el mencionado Exigible Financiero:

Tasa de rentabilidad sobre Recursos Totales (o *rentabilidad de la empresa*):

$$\frac{\text{Beneficio} + \text{Intereses devengados}}{\text{Capitales Propios} + \text{Exigible Financiero}} = \frac{B + IN}{C + EF}$$

Otra versión es la usualmente denominada *rentabilidad de la inversión total*:

$$\frac{\text{Beneficio}}{\text{Activo (neto)}}$$

Y tanto esta tercera como la primera tienen las respectivas variantes de considerar en el numerador, en lugar del Beneficio propiamente dicho, el *Beneficio después de impuestos*³.

Si partimos del concepto general de *rentabilidad*, como la *relación entre los beneficios* (o *diferencia ingresos-costes, de un período determinado, generalmente un año*), y los *recursos que se han mantenido invertidos para lograrlo*, hay, como vemos, diferentes maneras de entender el numerador: beneficio bruto (sin deducir gastos por intereses); beneficio neto contable, o beneficio propiamente dicho (que es el que hemos denotado por B); beneficio después de impuestos; etc. Y lo mismo ocurre con el denominador: capitales propios; capitales totales; activo total; inversión efectiva de los accionistas; valor real actual de los medios utilizados; etc. ... De ahí las numerosas variantes o versiones de la ratio de rentabilidad que pueden encontrarse tanto en textos que traten del tema⁴ como en la misma práctica empresarial; por más que en muchos de estos casos se hable de "la" rentabilidad al referirse a la ratio utilizada y no de una variante o definición concreta del concepto general de rentabilidad. Este hecho puede no tener excesiva importancia, siempre que la definición que se use sea coherente en sí; es decir, que los *beneficios* tomados como numerador se correspondan conceptualmente con los *recursos* incluidos en el denominador; (condición que, cabe señalar, no siempre se observa en las exposiciones o aplicaciones sobre el tema).

³ Algunos autores denominan a una formulación como la primera, (B/C), "rentabilidad financiera"; y a una como la tercera, "rentabilidad económica". Por ejemplo, J. URÍA, en *Análisis de Estados Financieros*, (pág. 282), se refiere a ésta última, aunque como numerador toma el 'beneficio después de impuestos, más los gastos por intereses'.

⁴ En *Técnicas de Análisis Financiero*, de E. A. HELFERT (1.976), págs. 53 a 67) puede verse por ejemplo la utilización de doce conceptos diferentes de tasa de Rentabilidad (aunque no siempre con este nombre).

Cualquier forma coherente de entender ambos conceptos , de **beneficios** y de **recursos invertidos**, respectivamente, permite calcular un índice de **rentabilidad**; pero es necesario tener en cuenta que los diferentes índices posibles no significan lógicamente lo mismo; observación que es fundamental a la hora de hacer comparaciones entre diferentes empresas o sectores económicos. Así, la comparación de la *rentabilidad sobre capital propio* invertido, entre dos empresas, no permite sacar conclusiones sobre su eficiencia técnico-económica como empresas (es decir, en tanto que unidades productivas), ya que en dicha variante de la ratio de rentabilidad influye la estructura de financiación, grado de endeudamiento o composición de los recursos totales (autofinanciación / financiación ajena) que emplean ambas empresas. Para abordar el tema con cierto rigor, una formulación dada de la tasa de rentabilidad debe cumplir dos requisitos:

- 1) *homogeneidad entre numerador y denominador*; en el sentido de que si por el primero vamos a entender el beneficio propiamente dicho, por el segundo deberá entenderse los capitales propios; y que si es el 'beneficio antes de deducir intereses' lo que se toma como numerador, el denominador debe integrar, como hemos visto, además de los capitales propios los prestados por terceros.
- 2) *el denominador debe ser el promedio invertido durante el período*, lo que no siempre coincide con la cifra al final del mismo (que es lo que encontraremos en los Balances de Situación) ⁵.

No es ésta una cuestión de afán perfeccionista ni de purismo técnico; ignorar este segundo requisito lleva en ocasiones a cálculos de tasas de rentabilidad con una gran distorsión sobre la realidad: Supongamos por ejemplo que en 2006 la empresa analizada obtuvo un crédito en el mes de octubre, pendiente por su totalidad en el balance de final de año; como intereses, en la cuenta de resultados de dicho año, se reflejarán lógicamente los de tres meses; si, olvidando el requisito del promedio) tomamos como 'exigible financiero' (para formar el total de 'recursos totales') la cifra del balance al final del año, obtendremos un valor ficticiamente bajo para la "rentabilidad de la empresa", a la vez que un costo engañosamente muy bajo del capital de terceros (ratio 'gastos financieros' / 'exigible financiero').

En resumen, conviene empezar por formular explícitamente el concepto base de "tasa de rentabilidad" como:

$$r = \frac{\text{Beneficio obtenido a lo largo de un periodo}}{\text{Promedio de capitales invertidos durante el mismo periodo, para la consecucion de dicho beneficio}}$$

Las diferentes versiones o formas de entender el concepto general anterior dependen, como hemos visto, de los criterios que se tomen respectivamente para el numerador y para el denominador. Y con las tres anteriormente enunciadas no agotamos, por supuesto, el cuadro de versiones de la tasa de rentabilidad que podemos encontrar bien sea en la práctica bien en libros de texto. Esas tres (o bien variantes de ellas) son

⁵ Así, por ejemplo, BERNSTEIN, en el texto citado (pág. 679-680) formula sistemáticamente los denominadores de las diferentes ratios de rentabilidad utilizadas, como la media aritmética de los valores final e inicial de los correspondientes recursos invertidos.

probablemente las más utilizadas; aunque no necesariamente o no siempre son las más adecuadas para analizar el funcionamiento económico de las empresas, su eficiencia, su productividad. Volveremos en seguida sobre esto, definiendo de forma más precisa un cuadro de variantes de la rentabilidad. Pero para empezar nos centraremos en esas tres definiciones, digamos, más usuales.

1.2

MODELOS DE ANÁLISIS FACTORIAL SIMPLE DE LA RENTABILIDAD

Modelos de desglose más corrientes

El análisis estándar de la tasa de rentabilidad se basa en la descomposición de ésta en dos componentes más elementales, a base de introducir la variable 'cifra de Ventas',

$$\frac{\text{Beneficio}}{\text{Capital invertido}} = \frac{\text{Beneficio}}{\text{Ventas}} \cdot \frac{\text{Ventas}}{\text{Capital invertido}}$$

apareciendo así la rentabilidad como producto de dos factores significativos en sí mismos: por una parte la tasa de beneficio neto sobre Ventas (o '*tasa de margen neto*'), y por otra, la relación Ventas/Capital, generalmente denominada "índice de rotación" del capital. A este desglose en dos factores es frecuente referirse como "*ecuación fundamental de la rentabilidad*" (aunque más bien, como se ve, se trata de una identidad). Las diferencias entre los diferentes autores radican en muchos casos en el concepto de "capital invertido" que utilizan. En el caso más corriente se toma como tal los 'Capitales (o recursos) Propios' ⁶ (C).

$$\frac{B}{C} = \frac{B}{V} \cdot \frac{V}{C} \quad [1]$$

(B = Beneficio; V = Cifra de Ventas)

En otros casos se toma como capital invertido el *Activo total neto* ⁷, (A)

$$\frac{B}{A} = \frac{B}{V} \cdot \frac{V}{A} \quad [2]$$

⁶ Como ejemplo en este sentido puede verse *El control de Gestión*, de P. LAUZEL (pág. 242); *An insight into Management Accounting*, de J. SIZER (1.978, pág. 78); *Cómo interpretar un Balance*, de J. A. FERNANDEZ e I. NAVARRO (pág. 96); y *Rentabilidad y Endeudamiento en el análisis financiero y la planificación empresarial*, de A. PARÉS (pág. 8); y Bernstein (pág. 673).

Hay que señalar que la terminología y notación son distintas de un autor a otro. Por ello, y para facilitar la comparación, al citarlos aquí re-expresamos los conceptos a los que se refieren, según una misma terminología y notación, que es la que hemos ido introduciendo en estas páginas.

⁷ Véase por ejemplo BERNSTEIN (pág. 673-674), y "Essential Criteria for Valid Interfirm Comparisons" de J. C. HIGGINS y K. C. JACKSON, en J. SIZER (Ed.) *Readings in Management Accounting* (1980) (pág. 41).

Y una cierta síntesis entre las dos formulaciones principales es la también frecuente descomposición factorial utilizando tanto los Capitales Propios como el Activo neto ⁸,

$$\frac{B}{C} = \frac{B}{V} \cdot \frac{V}{A} \cdot \frac{A}{C} \quad [3a]$$

así como la siguiente ⁹:

$$\frac{B}{C} = \frac{B + IN}{A} \cdot \frac{B}{B + IN} \cdot \frac{A}{C} \quad [3b]$$

Como ya se ha indicado, también hay diferencias entre los autores al elegir el concepto de "beneficio" que debe figurar en el numerador: en general se toma el beneficio en el sentido corriente de 'resultado propiamente dicho de la empresa durante un periodo' (aquí denotado como 'B'); pero es frecuente -sobre todo en los autores norteamericanos- referirse al *beneficio-neto-después-de-impuestos* (B - Impuesto sobre esos beneficios); y en otros casos es el 'beneficio + Intereses' el concepto utilizado ¹⁰.

El tomar un concepto u otro, ya sea para el capital, para el beneficio o para ambos, es evidente que presupone referirse implícitamente a un concepto diferente de "tasa de rentabilidad" en cada caso. Obviando por el momento esta cuestión (sobre la cual se vuelve más adelante), señalaremos que el progresar en la descomposición factorial de la rentabilidad en variables más elementales que las enunciadas hasta aquí, se ha propuesto siguiendo varias alternativas. Una de ellas es la de pasar a una descomposición factorial más compleja, a base de ir introduciendo en numerador y denominador otras variables además de la Cifra de Ventas y el Activo Total. Así por ejemplo (PARES, pag. 8):

$$r = \frac{B - T}{C} = \frac{V}{A} \cdot \frac{B + IN}{V} \cdot \frac{B}{B + IN} \cdot \frac{A}{C} \cdot \frac{B - T}{B} \quad [4]$$

donde: *IN* = Gastos financieros, es decir, Intereses devengados por el Exigible Financiero
T = Impuestos sobre el Beneficio contable, B

Las posibilidades de una descomposición factorial de este tipo depende lógicamente de las variables intermedias que se vayan introduciendo. Así, con una intención explicativa diferente, B. GOLD, en su libro *Explorations in Management Economics*, (pág. 23) propone la siguiente descomposición factorial para la rentabilidad sobre la inversión en Activo:

⁸ P. LAUZEL, obra citada; A. PARES, "Rentabilidad y endeudamiento en el análisis financiero y la planificación empresarial", *Moneda y Crédito*, nº 151 (1979); FERNANDEZ & NAVARRO, obra citada; URÍAS, obra citada, (pág. 285); BERNSTEIN, obra citada, (pág. 682).

⁹ Ver, por ejemplo URÍAS, pág. 282 (el concepto de beneficio al que se refiere es: beneficio después de impuestos)

¹⁰ De los autores citados, BERNSTEIN participa simultáneamente de estas dos alternativas; el concepto que utiliza es: $[B + IN] \cdot (1 - \text{tasa de impuestos})$; lo que, como puede verse, no se corresponde exactamente con ' $B - T + IN$ ' (concepto de beneficio que sí puede verse utilizado en URÍAS, pág. 282), puesto que los Intereses no están sujetos al impuesto sobre beneficios.

$$r_a = \frac{B}{A} = \frac{V - \text{Costes}}{\text{Produccion}} \cdot \frac{\text{Produccion}}{\text{Capacidad Produccion}} \cdot \frac{\text{Capacidad Produccion}}{\text{ActivoFijo}} \cdot \frac{\text{Activo Fijo}}{\text{ActivoTotal}}$$

O, expresándolo en términos más sintéticos:

$$r_a = \frac{B}{A} = \frac{B}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I} \cdot \frac{I}{A} \quad [5]$$

donde: Ventas - Costes = Beneficio (=B)

Producción (en unidades físicas) = Q

Capacidad de Producción (idem) = Q*

Inversión en Activos Fijos (=Inmovilizado neto) = I

y es evidente la posibilidad de proseguir ampliando este desglose. Por ejemplo, aplicándolo a la *rentabilidad sobre recursos propios*, con sólo añadir al desglose factorial anterior el cociente Activo (total) /Capitales Propios. O bien introduciendo además nuevas magnitudes intermedias, siempre que los nuevos cocientes resultantes tengan un cierto significado real bien definido como variables económicas elementales dentro de la gestión de la empresa; por ejemplo, introduciendo la cifra de ventas o facturación de la empresa al principio.

El modelo 'Gold-ampliado'

Efectuando ambas cosas podemos, pues, escribir el siguiente desglose factorial para la *rentabilidad sobre los recursos propios*:

$$r = \frac{B}{C} = \frac{B}{V} \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I} \cdot \frac{I}{A} \cdot \frac{A}{C} \quad [6]$$

modelo al que a partir de ahora nos referiremos como '*Gold-ampliado*' y que nos permite explicar la rentabilidad y sus cambios en términos de seis factores o variables elementales, las cuales -y esto es lo importante- cada una de ellas tiene un significado propio bien concreto y directamente relacionable con diferentes áreas decisión o gestión en la empresa:

B/V	Tasa de margen neto, sobre Ventas
V/Q	Ingreso monetario por unidad de producción. En caso de que la variación de existencias no sea proporcionalmente significativa y, por lo tanto, hablar de volumen de producción es sinónimo a hablar de volumen de ventas, este cociente reflejará el <i>promedio de los precios de venta unitarios</i> . Concretamente, si se trata de una empresa uni-producto, la variable representa exactamente el precio medio unitario conseguido por la empresa durante el periodo analizado.
Q/Q*	Tasa de ocupación de la capacidad de producción (o nivel medio de ocupación de las instalaciones productivas) durante el periodo.

- Q*/I Capacidad de producción por unidad monetaria invertida en Activo Fijo (o inmovilizado), expresada esta capacidad en unidades de producto, por peseta invertida. Puede interpretarse de hecho como un indicador de productividad ¹¹: concretamente como un indicador de *‘Productividad potencial de la inversión en Inmovilizado’*.
- I/A *Grado de inmovilización del Activo; o parte de la inversión en Activo, dedicada a Inmovilizado* de todo tipo. Una ratio típica al considerar la estructura económica de la empresa a través del Balance.
- A/C Su inversa nos indica la proporción del Activo que está financiada con capitales o recursos propios. La complementaria de esta inversa muestra, por tanto, el porcentaje que está financiado con Exigible y con los propios beneficios del ejercicio. En la medida que éstos tiendan a ser proporcionalmente pequeños respecto al total del Pasivo (= total del Activo), la variable A/C puede interpretarse como una variable ‘proxi’ de la *importancia relativa del Exigible en la financiación de la inversión total en Activo*.

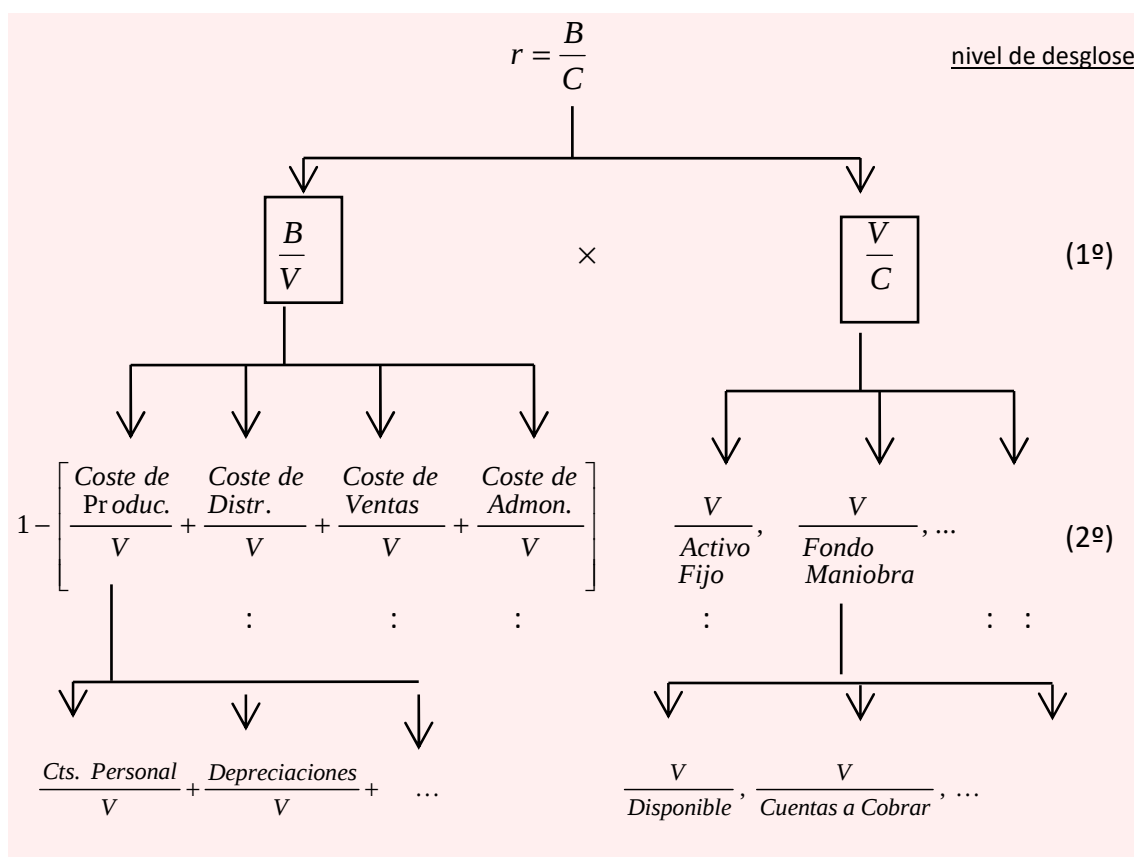
(Puede verse un ejemplo de aplicación de este modelo [6] en el Anexo “*Prácticas*” a este documento, ejemplo 1).

Desglose progresivo (‘pirámide de ratios’)

La otra alternativa en cuanto a explicar la Rentabilidad en términos de ‘variables elementales’, en el sentido antes indicado, es la de construir una “pirámide de ratios” a base de ir explicando en sucesivos pasos cada uno de los ratios, como función de ratios más elementales. Así por ejemplo (SIZER):

¹¹ Es un cociente ‘output’ / ‘input’, lo que la define como un cierto indicador de Productividad; La capacidad de producción (Q*) puede considerarse una variable representativa del ‘output’ total y la inversión en Activos Fijos, la variable (I), representa a uno de los ‘inputs’.

Cuadro 1: pirámide de ratios
Rentabilidad sobre los Capitales o recursos Propios

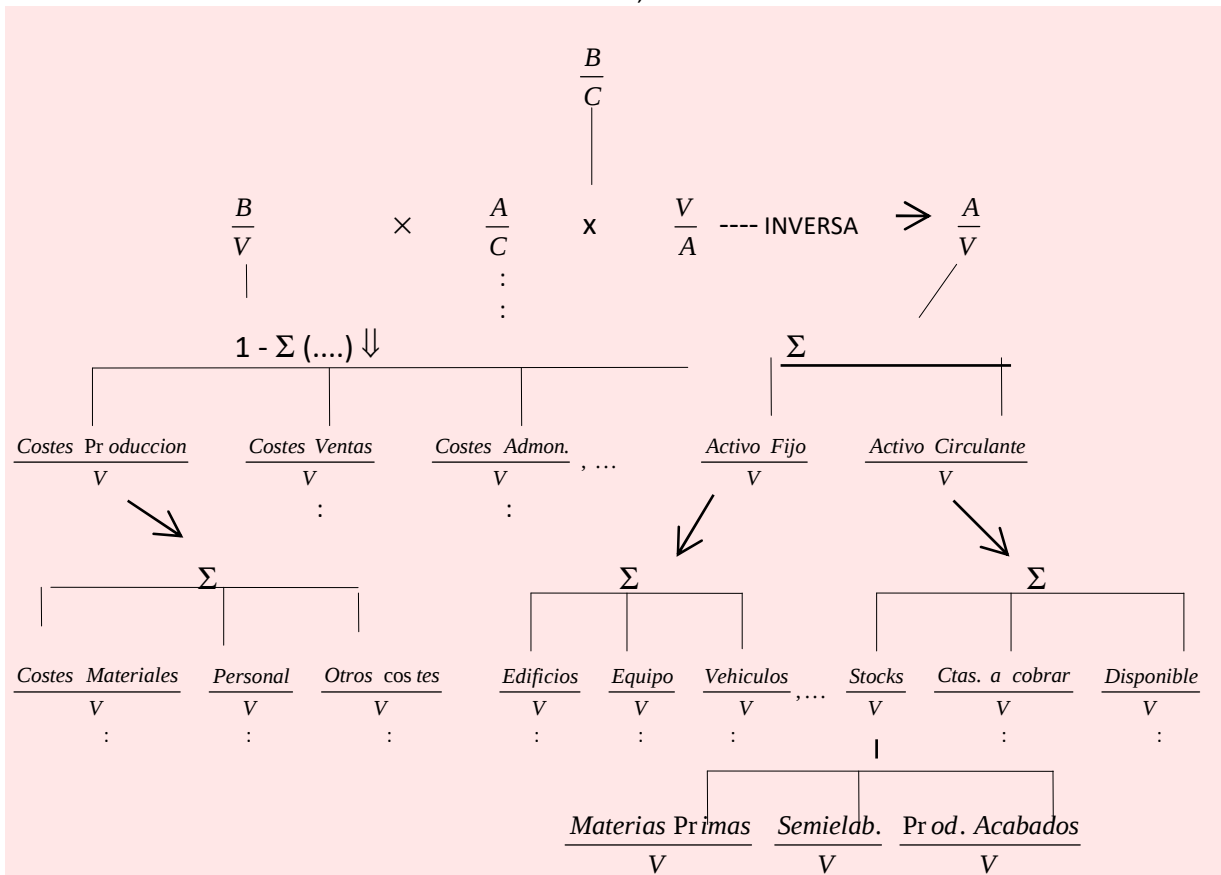


En este caso, el desglose progresivo de la variable tasa de margen (también denominada 'rendimiento neto sobre Ingresos : B/V), responde a una relación funcional precisa: cada variable de un nivel es igual a la suma de las variables del nivel inferior. Esto no ocurre exactamente en la otra línea de desglose, la del índice Ventas/Capitales Propios; en este caso las ratios de nivel inferior es evidente que guardan alguna relación con el concepto económico de la variable de nivel superior, pero no de forma directa. En otras propuestas de desglose esta relación no es ni siquiera indirecta como en el ejemplo anterior (en el que la relación es con la inversa de la variable), sino que se proponen ciertos índices o ratios, como variables explicativas de otra de nivel superior, en un sentido puramente intuitivo¹². Dentro de esta línea de desglose progresivo o por etapas hay propuestas como la de HIGGINS/JACKSON (1.980, pág. 44) en la que en los sucesivos desgloses una variable se expresa en términos de variables más elementales que la explican matemáticamente de forma directa y exacta. Puede servir de ejemplo en este sentido el cuadro 2 que ha sido elaborado en base a la propuesta de HIGGINS/JACKSON sobre la rentabilidad sobre

¹² Se pretende aquí dejar constancia de una alternativa de procedimiento, no descalificarla en ningún sentido: el hecho de que no pueda establecerse una relación precisa entre unas variables y otras de nivel superior no invalida a las primeras como referencias explicativas de los cambios en la segunda.

el Activo Total, ampliada, para ser comparable a la anterior, a la rentabilidad sobre Recursos Propios¹³.

Cuadro 2:
DESCOMPOSICIÓN DE LA RENTABILIDAD, VÍA "PIRÁMIDE DE RATIOS"



Limitaciones del análisis factorial simple

El análisis de la rentabilidad hasta aquí resumido representa un útil instrumental para aislar las causas elementales de su variación de un periodo a otro; pero sin embargo su aplicación práctica pone de relieve una serie de limitaciones:

⇒ Las consecuencias, sobre la rentabilidad, del recurso a la financiación exterior ("efecto apalancamiento") no aparecen en sí como variables explicativas; es decir, no aparecen como tales el tipo de interés pagado por esa financiación, su diferencia respecto a la tasa de rentabilidad interna y la propia importancia relativa de dicha financiación exterior, que son realmente las variables determinantes del "efecto apalancamiento"¹⁴, como es evidente para cualquier analista o persona familiarizada con las finanzas empresariales.

¹³ Desgloses progresivos similares, aunque más esquemáticos, pueden verse en URIAS (pág. 286) y BERNSTEIN (pág. 676)

¹⁴ El calcular, aparte del desglose habitual, el cociente entre la tasa de Rentabilidad de los Recursos Propios y la de la Empresa (BERNSTEIN págs. 682-684; PARES, pág. 9; URIAS, pág. 282):

- ⇒ La evolución de la variable 'Beneficio/Ventas' -y de las derivadas de ésta en el desglose progresivo vía 'pirámide de ratios'- puede resultar poco significativo en los casos, frecuentes, en los que el Beneficio tiene componentes que no se corresponden con las Ventas, bien porque exista un endeudamiento financiero y en consecuencia *unos gastos por intereses* (relacionados por tanto con la política financiera seguida, no con la actividad económica de la empresa), o bien porque se den *ingresos o costes ajenos a la explotación*. Por esta misma razón, la relación habitual Ventas/Activo puede no tener un sentido económico claro en sí, al incluir el denominador *Activos ajenos a la explotación* que pueden, en algunos casos, llegar a ser una parte significativa del total, y cuyas oscilaciones son totalmente independientes de las ventas (por ejemplo, inversiones financieras en empresas subsidiarias, o en cartera de valores-renta, o en edificios no utilizados para la actividad normal de la empresa).
- ⇒ La existencia de *resultados de carácter extraordinario*, como los derivados de la liquidación de activos fijos a precios diferentes de su valor contable, la compensación de un siniestro por encima del valor de lo perdido en sí, y demás posibles costes o ingresos de carácter aleatorio aunque claramente derivados de la actividad normal de la empresa (pues en caso contrario estaríamos hablando de costes o ingresos 'ajenos a la explotación'). Tales *resultados* de la explotación pero *extraordinarios* pueden explicar en ocasiones una parte importante de la variación en la rentabilidad de una empresa, por lo que sería necesario tener en cuenta este factor en el análisis, como elemento explicativo independiente.
- ⇒ Finalmente, aunque como cuestión de fondo también relevante, resulta evidente de forma intuitiva el papel de la *productividad* (cualquiera que sea el concepto que entendamos por tal) como causa explicativa de las variaciones que experimente la *rentabilidad*; e incluso habrá probablemente un consenso general en que es la causa determinante principal. Sin embargo, como ya se ha visto, esta relación causal no puede ponerse de manifiesto utilizando los planteamientos estándar habituales del análisis de la rentabilidad (que son los que aquí hemos resumido).

El objetivo de las páginas siguientes es presentar un enfoque alternativo que trata de superar estas limitaciones a base de desarrollar un modelo de análisis de la rentabilidad, de tal manera que permita determinar el papel de cada una de las que podemos considerar como aquellas causas independientes que, como variables relevantes, condicionan o determinan la tasa de *rentabilidad*:

- * Coste (tipo de interés efectivo) del capital de terceros
- * Índice o grado de endeudamiento financiero

$$\frac{\text{'Rentabilidad financiera', (B / C)},}{\text{'Rentabilidad Economica', (B + IN / A)}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{B}{C} \cdot \frac{B + IN}{A} = \frac{A}{C} \cdot \frac{B}{B + IN}$$

mide el efecto "apalancamiento", como lo puede medir la simple resta $r_1 - r_2$ lo que es muy diferente a plantearse el explicarlo como efecto determinado por unas variables independientes, o mas elementales, relativas a la gestión de la empresa, como las indicadas arriba.

- * Resultados e inversiones que son ajenos a la explotación
- * Resultados de la explotación, pero que tienen carácter extraordinario
- * Productividad o productividades de los diferentes conjuntos de factores
- * Política de precios
- * Política de comercial de productos (estructura de la venta , o "mix" comercial)
- * etc.

La aplicación de tal modelo nos permitirá, como veremos, tanto explicar en sus componentes elementales la variación observada en la rentabilidad de una *empresa de un período a otro*, como determinar las causas básicas de la diferencia de rentabilidad *entre dos o empresas*, entre dos sectores económicos, o entre una empresa y el conjunto del sector económico al que pertenece.

Previamente, no obstante, se introduce la cuestión metodológica o de cálculo - a resolver sea cual sea el modelo de análisis utilizado- consistente en cómo determinar la parte de la variación de la rentabilidad (como variable dependiente) que viene explicada por cada uno de los factores o componentes elementales de la misma (variables independientes) que contemple el modelo de análisis factorial a utilizar.

1.3

ANÁLISIS DINÁMICO: DETERMINACIÓN DE LOS CAMBIOS EXPLICADOS POR CADA VARIABLE ELEMENTAL

Tomando como referencia, a título de ejemplo, el análisis factorial simple de la expresión [3] , puede decirse que la rentabilidad es una variable cuyo valor depende del producto de tres variables de gestión:

$$r = \frac{B}{V} \cdot \frac{V}{A} \cdot \frac{A}{C}$$

$$r = m \cdot ro \cdot ef$$

tasa de rentabilidad
tasa de margen neto
índice de rotación del activo
Efecto financiero

Dada esta relación, para el diagnóstico sobre el funcionamiento económico de una empresa (ya sea comparándolo con su funcionamiento en periodos pasados o con el de otras empresas), resulta una cuestión del máximo interés y utilidad el determinar qué parte de la diferencia observada en la tasa de rentabilidad viene explicada por cada una de las tres variables independientes que la determinan.

Así, supongamos que la rentabilidad de una empresa ha caído del 18,7 % en 2010 al 9 % en 2011. Y que, efectuadas las respectivas descomposiciones factoriales, resulta lo siguiente:

$$\begin{array}{rcl}
 r & = & m \cdot ro \cdot ef \\
 \% & & \% \\
 \text{periodo: 2010} & 18,7 & = 3,4 \cdot 2,5 \cdot 2,2 \\
 \text{periodo: 2011} & 9,- & = 1,5 \cdot 4,- \cdot 1,5
 \end{array}$$

Diferencias 2011-2010: (-9,7), (-1,9), (+1,5), (-0,7)

Como puede verse, los cambios individuales de cada una de las tres variables determinantes no nos sirven para explicar cuantitativamente el porqué de la caída de 9,7 puntos en el porcentaje de Rentabilidad (es decir, qué papel ha jugado cada variable independiente en esta caída). Simplemente, de la lectura de las cifras anteriores deducimos que ha habido dos movimientos desfavorables (reducción del *margen neto* y reducción del índice que refleja el *efecto financiero*) y uno favorable (aumento del *rendimiento en ventas del Activo*, o 'índice de rotación del Activo'); y que los 9,7 puntos de % de caída de la rentabilidad son el resultado de la compensación de estos tres movimientos. Pero nada nos dice el simple cuadro anterior sobre cuál es la parte concreta de esa caída de 9,7 puntos que viene explicada por cada una de las tres variables determinantes ¹⁵.

El método de las diferencias parciales

Una forma aproximada de llegar a una explicación cuantitativa de este tipo, consiste en considerar aisladamente la variación de cada una de las tres variables, suponiendo que las otras dos hubiesen permanecido constantes ¹⁶:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(Variación de "m")} & \times & \text{(valores iniciales de "ro" y "ef")} \\
 (-1,9) & \times & (2,5 \times 2,2) = -10,45 \text{ puntos de \%} \\
 \\
 \text{(Variación de "ro")} \times & \text{(valores iniciales de "m" y "ef")} & \\
 (+1,5) & \times & (3,4 \times 2,2) = +11,22 \text{ " } \\
 \\
 \text{(Variación de "ef")} \times & \text{(valores iniciales de "m" y "ro")} & \\
 (-0,7) & \times & (3,4 \times 2,5) = -5,95 \text{ " } \\
 & & -5,18 \text{ " }
 \end{array}$$

Los tres valores resultantes podrían ser considerados como la parte de los 9,7 puntos de caída de la Rentabilidad que vienen explicados por (la variación de) cada una de las tres variables determinantes. Pero, aunque las tres cifras resultantes tienen un cierto sentido lógico (principalmente en cuanto al signo, favorable o desfavorable), como puede verse, su suma no es igual a los 9,7 puntos (y la diferencia podría ser mayor con

¹⁵ A partir de ahora, para referirnos al aumento o la disminución de r lo denotaremos por : Variación de $r = \Delta r$; entendiendo que Δ puede tener signo positivo o negativo . Y para designar la 'parte de esta variación que es atribuible o viene explicada por la variable de gestión ... (tal)...' escribiremos Δr (...tal.); expresión que también podrá tener signo positivo o negativo.

¹⁶ Obsérvese el paralelismo entre este método y el concepto de derivadas parciales aplicado a diferencias finitas.

un ejemplo numérico distinto). De hecho, se trata de una técnica simple (derivada parcial multiplicada por el incremento finito de la variable) que en general no resulta una forma aceptablemente aproximada de determinar el efecto de cada variable independiente sobre la variación total experimentada por una variable dinámica, en este caso la tasa de rentabilidad ¹⁷.

El método de los promedios

Otra posibilidad para determinar el efecto que es atribuible a cada variable elemental es considerar que tal efecto es igual a la variación de cada variable, multiplicada, no por los valores iniciales de las otras dos, sino por los valores medios de éstas. Así, en nuestro ejemplo :

parte de (-9,8) que vendría explicada por la variable de gestión ...

$$\begin{array}{llll}
 \dots & \text{"m"} & \Rightarrow & (-1,9) \times 3,25 \times 1,85 = -11,42 \quad ; \equiv \Delta r(m) \\
 \dots & \text{"ro"} & \Rightarrow & (+1,5) \times 2,45 \times 1,85 = +6,8 \quad ; \equiv \Delta r(ro) \\
 \dots & \text{"ef"} & \Rightarrow & (-0,7) \times 2,45 \times 3,25 = -5,57 \quad ; \equiv \Delta r(ef) \\
 & & & -10,19
 \end{array}$$

Se trata de una técnica que da, en general, una suma algebraica notablemente próxima a la variación que se desea explicar (aunque en otro ejemplo numérico la diferencia podría ser mayor y de signo contrario). La aplicación empírica muestra que efectivamente este método de los promedios constituye una mejor aproximación que el anterior; y que es relativamente válido para efectuar el desglose de efectos que estamos considerando, si bien siempre que las variables no experimenten cambios muy bruscos. Por otra parte, es de destacar la propiedad de que, en el caso de solo dos variables determinantes, la técnica de los promedios da un resultado aritméticamente exacto ¹⁸; (lo cual -hay que señalar- es independiente del hecho de que siempre se tratará de una aproximación, ya que el método es tributario del supuesto, implícito siempre que se toman promedios, de que los valores de las otras dos variables para el último periodo no han sido sus valores reales sino sus respectivos valores medios).

¹⁷ El que en este ejemplo la suma de los tres componentes quede por debajo de la variación a explicar, no debe tomarse tampoco como una conclusión general; podría ponerse otro ejemplo en que la suma quedase, contrariamente, por encima.

¹⁸ Así, sea $X = Y \cdot Z$; como es fácil comprobar, se cumple que, comparando sus valores para dos periodos dados:

$$\Delta X \equiv \Delta Y \cdot \bar{Z} + \Delta Z \cdot \bar{Y}$$

Pero la identidad deja de cumplirse para el caso de mas de dos variables independientes

El método de las tasas de variación; 'tasas de variación continua'

Una respuesta más rigurosa nos la da la técnica basada en la propiedad aditiva de las que denominaremos 'tasas de variación continua'. Veamos esto por partes:

Sea una relación funcional típica del análisis factorial, en la cual : $X = Y \cdot Z \cdot W \cdot U$, denota los valores observados para cada variable para el periodo en estudio; y paralelamente, $X^0 = Y^0 \cdot Z^0 \cdot W^0 \cdot U^0$, representan los respectivos valores en el periodo anterior que se toma como periodo-base para la comparación.

Tomando cualquiera de estas variables -la X, por ejemplo- podemos hablar de cual ha sido su *índice de variación*, X/X^0 ; o también de cual ha sido su *tasa de variación*, $(X/X^0 - 1)$, la cual denotaremos por x . Si fuese el caso de que la tasa de variación de la variable cuyo cambio queremos explicar, X, fuese igual a la suma de las tasas de variación de sus diferentes factores determinantes (Y, Z, W, y U), ello nos daría una base perfecta para determinar qué parte de la variación a explicar, $(X - X^0)$, es atribuible a cada uno de los (cuatro en nuestro ejemplo) factores o variables determinantes. Para ello, bastaría con repartir la variación $(X - X^0)$, proporcionalmente a la tasa de variación de cada variable determinante. Sin embargo, no es este el caso: es fácil verificar que la suma de las tasas de variación de unas variables que se están multiplicando no es igual a la tasa de variación de la variable resultante del producto¹⁹. Pero ocurre que sí se da tal propiedad con las *tasas de variación continua*, por lo que éstas sí nos permiten efectuar un reparto proporcional en el sentido indicado. Veamos en que consisten estas tasas:

Las tasas de variación continua (t.v.c.):

Supongamos que en el año 2011 la variable X registró un valor $X = 2000$ y en el periodo anterior un valor $X = 1600$. Ha habido, pues, una variación absoluta de 400; lo que en términos relativos equivale a un incremento del 25 %; es decir, una tasa de variación del 0,25. Si, en tanto que variable temporal, quisiéramos saber a que tasa media mensual (t) creció, deberíamos escribir: $2000 = 1600(1+t)^{12}$; de donde deduciríamos que $t = 0,01877$. El equivalente *nominal* anual de esta tasa mensual es: $0,01877 \cdot 12 = 0,225$; es decir, un crecimiento nominal anual del 22,5 %; *equivalente nominal anual* que -por ser acumulativo mensualmente- denotaremos por x^m ; ($x^m/12 = t$).

Siguiendo esta línea de razonamiento, podríamos efectuar un cálculo similar, por ejemplo, para una tasa diaria. Y si llevamos la división temporal del año aún más al límite, la tasa nominal anual que obtendríamos (paralela a la anterior x^m) es lo que denominaríamos *tasa nominal (equivalente) anual, acumulativa de forma continua*, $x^\wedge$; a la cual, para simplificar, designaremos simplemente como *tasa (equivalente anual) de variación continua*:

$$2000 = 1600(1 + x^\wedge/n)^n, n \rightarrow \infty; \Rightarrow 2000/1600 = e^{x^\wedge}; \rightarrow x^\wedge = \ln(2000/1600) = 0,223$$

(un valor, como se ve, próximo -en este ejemplo- al equivalente para variaciones mensuales²⁰).

¹⁹ Es decir: $x \neq y + z + w + u$. A título de ilustración, si se calculan las tasas de variación en el ejemplo numérico anterior resulta: $-0,52 \neq -0,56 + 0,6 - 0,32 = -0,28$

²⁰ Obsérvese que en este ejemplo la *tasa de variación continua* (t.v.c.) expresada en porcentaje, 22,3 % anual, está relativamente próxima a la simple tasa de variación anual directa: 25 %. La relación entre

Podemos decir, por lo tanto, que *el logaritmo del índice de variación de una variable temporal (X) es igual a su tasa de variación continua (t.v.c.); o viceversa, si se prefiere: $\hat{x} = \ln(X/X^0)$* .²¹ Constatación que nos permite enunciar la propiedad aditiva de éstas t.v.c. en un análisis factorial como el anterior: *“la t.v.c. de la variable a explicar es igual a la suma de las t.v.c. de sus factores”*²²: $\hat{x} = \hat{y} + \hat{z} + \hat{w} + \hat{u}$.

Esta conclusión formal nos da directamente ya, como puede verse, la respuesta de qué parte de la variación de X viene explicada por cada una de las variables de las que depende; solo que nos la da en términos relativos. Basta por lo tanto interpretarla en términos absolutos, mediante un simple reparto proporcional (o regla de tres) Si el valor $\hat{x}$ se corresponde con la diferencia $X - X^0$, la parte de esa diferencia que viene explicada por el factor Y será $\hat{y} \cdot (X - X^0) / \hat{x}$; y así sucesivamente para el resto de variables explicativas. Si aplicamos ahora estas conclusiones generales al análisis factorial de la rentabilidad, y concretamente al modelo simplificado que venimos siguiendo, significa que si los valores del año en estudio son $r = m \cdot ro \cdot ef$, y los del año anterior (o aquel que se tome como base de la comparación) son $r^0 = m^0 \cdot ro^0 \cdot ef^0$, entonces sabemos que se cumplirá que:

$$\hat{r} = \hat{m} + \hat{ro} + \hat{ef}$$

donde $\hat{r}$ es la tasa de variación continua de la variable *rentabilidad*, del periodo anterior al presente; y así sucesivamente. Siendo:

$$\hat{r} = \ln(r/r^0); \hat{m} = \ln(m/m^0); \hat{ro} = \ln(ro/ro^0); \text{ y } \hat{ef} = \ln(ef/ef^0)$$

lo que para el ejemplo numérico anterior da unos valores de:

$$\hat{r} = \hat{m} + \hat{ro} + \hat{ef} \Rightarrow -0,7313 = (-0,8183) + (0,47) + (-0,383)$$

Y, finalmente, esta propiedad aditiva de las t.v.c. nos permite determinar exactamente la parte de la variación experimentada por la rentabilidad, $(r - r^0)$, que es imputable a cada variable determinante, ya que tal parte será lógicamente proporcional a su respectiva t.v.c, dado que ésta es a la vez una parte componente de la t.v.c. de la variable a explicar: Variación de r que viene explicada por m , $= (r - r^0) \cdot \hat{m} / \hat{r}$; y determinaciones paralelas para las otras (dos en este ejemplo) variables explicativas o independientes.

Así, en el ejemplo numérico que venimos utilizando, efectuado el reparto proporcional correspondiente, la caída de 9,7 puntos en el % de rentabilidad queda explicada exactamente en los siguientes términos:

ambas es útil entenderla -y esto es válido para cualquier caso- en los siguientes términos: de la misma manera que 25 % sería la “Tasa Anual Equivalente” (TAE) correspondiente a unos intereses bancarios nominales del 22,5 % cobrables mensualmente, también 25 % es la TAE correspondiente a una tasa *nominal* anual (la t.v.c.) del 22,3 %, en el supuesto, un tanto estrambótico, de que los intereses los pague el banco cada hora, pongamos por caso.

²¹ Esta t.v.c., como hemos visto, representa una tasa de variación nominal anual, siempre que estemos comparando el valor alcanzado por una variable en dos años consecutivos. Si, por el contrario, lo que estamos comparando son los datos de un año con los de hace tres años, el significado concreto de la t.v.c. (por ejemplo, $\hat{x} = \ln(X/X^0)$) será: ‘tasa nominal tri-anual, acumulativa de forma continua’; y la correspondiente tasa nominal anual sería, claro, un tercio del valor anterior.

²² En efecto: como puede verse, dado que $X/X^0 = (Y/Y^0) \cdot (Z/Z^0) \cdot (W/W^0) \cdot (U/U^0)$, entonces: $\ln(X/X^0) = \ln(Y/Y^0) + \ln(Z/Z^0) + \ln(W/W^0) + \ln(U/U^0)$; y, por lo tanto: $\hat{x} = \hat{y} + \hat{z} + \hat{w} + \hat{u}$

parte explicada por la reducción en el % de <i>margen neto</i> , $\Delta r(m)$:	
$[(-9,7)/(-0,7313)] \times (-0,8183)$	= -10,854 puntos de %
parte explicada por la reducción en la Rotación, $\Delta r(ro)$:	
$[(-9,7)/(-0,7313)] \times (0,47)$	= + 6,234 “
parte explicada por el aumento en el Efecto Financiero, $\Delta r(ef)$	
$[(-9,7)/(-0,7313)] \times (-0,383)$	= $\frac{-5,08}{-9,7}$ “
	“

Evidentemente, lo expuesto aquí para un modelo de tres variables es directamente aplicable a un modelo de seis variables -como el que hemos denominado antes *modelo Gold-ampliado*; y, en general a modelos de descomposición factorial de "n" factores o variables. Finalmente:

CASO DE RENTABILIDAD NEGATIVA (PÉRDIDAS)

Conviene señalar que en el caso de que la tasa de margen de un año sea negativa -y, por lo tanto, también lo sea la tasa de rentabilidad (las otras dos variables no pueden serlo nunca- la aplicación del método de las tasas de variación continua para la determinación de los efectos a cada variable elemental presenta ciertas limitaciones -que es posible, no obstante, compensar.

La primera, que en el caso de que en ambos años la tasa de *margen* sea negativa -y, por tanto, también lo sea la tasa de *rentabilidad*- la técnica de las t.v.c. puede aplicarse, pero: 1) calculando las t.v.c. de la *rentabilidad* y del *margen* sobre sus valores absolutos, y 2) cambiando los signos de los valores obtenidos como efectos de cada variable elemental. Así, un incremento en el valor absoluto de la tasa de margen tendrá asociado, aplicando la técnica basada en las t.v.c., un determinado efecto que deberemos interpretar como de signo negativo; e igualmente para un incremento en la variable "ro" o en la "ef".

Y la segunda, que en el caso de que la tasa de margen pase de positiva a negativa o al contrario (y, por tanto, ocurra lo mismo con la tasa de rentabilidad) la técnica de las t.v.c. no es aplicable en principio (llevaría a formular el cálculo del logaritmo de un número negativo). No obstante es posible en este caso una aplicación de la técnica si previamente se efectúa una traslación de valores para la tasa de rentabilidad. Así, supongamos que tenemos los siguientes valores:

Año en estudio: - 12 % = (- 8 %) . 3 . 0,5 ; año base: 6 = 5 . 2,5 . 0,48

La rentabilidad ha caído por tanto 18 puntos de %, y el margen neto 13 puntos de %. La situación es equivalente, en términos de cambio -pero con el signo contrario- a la situación que resultaría de efectuar una traslación de valores para el año en estudio consistente en sustituir -12 % por 24 % ; (= 6 + 18) , y, paralelamente, sustituir el margen (-8 %) por el valor que corresponda para que se cumpla la igualdad: $24 = m^* \cdot 3 \cdot 0,5$. Si efectuamos ahora la comparación de esta nueva identidad con la real del año base,

(Comparación de $6 \% = 5 \% \cdot 2,5 \cdot 0,48$; con: $24 \% = 16 \% \cdot 3 \cdot 0,5$),

->Asignación de valores:

$$\begin{aligned}\Delta r(m) &= [18/(\ln 24/6)] \cdot \ln (16/5) = 15,1, \text{ cambiado de signo } -15,1 \text{ puntos} \\ \Delta r(ro) &= [18/(\ln 24/6)] \cdot \ln (3/2,5) = 2,37, \quad \text{“} \quad -2,37 \quad \text{“} \\ \Delta r(ef) &= [18/(\ln 24/6)] \cdot \ln (0,5/0,48) = 0,53, \quad \text{“} \quad \frac{-0,5}{-18, -} \quad \text{“}\end{aligned}$$

En el caso general, pues, los pasos serán: 1) sustitución de r por $(r^0 + |\text{disminución de } r|) = r^*$; y sustitución de m por $m^* = r^* / (ro \cdot ef)$; 2) efectuar el análisis comparando $(r^* = m^* \cdot ro \cdot ef)$ respecto a $(r^0 = m^0 \cdot ro^0 \cdot ef^0)$; 3) aplicación de la técnica de las t.v.c., cambiando los signos de los resultados obtenidos.

2

**Análisis factorial de la
Rentabilidad:
modelo por etapas**

2.1

DIFERENTES CONCEPTOS DE LA RENTABILIDAD: UN ESQUEMA MÁS PRECISO

Como primer paso para superar las limitaciones del análisis factorial simple antes indicadas, empezaremos por concretar las diferentes versiones o definiciones concretas de tasa de rentabilidad que vamos a utilizar en el desarrollo del 'modelo de análisis por etapas'. Para ello, recordemos que el concepto general de *tasa de rentabilidad* (en tantos-por-uno) puede formularse como:

$$r = \frac{\text{Beneficio obtenido a lo largo de un periodo}}{\text{Promedio de capitales invertidos durante el mismo periodo, para la consecucion de dicho beneficio}}$$

y que una definición o versión concreta de tasa de rentabilidad debe cumplir dos condiciones: 1) homogeneidad conceptual entre numerador y denominador; y 2) el denominador debe ser el valor medio de recursos invertidos durante el periodo. Como elemento de referencia, esquematizaremos la Cuentas de Resultados de una empresa en los siguientes términos:

Cuenta de Resultados (Esquema de Variables)		valores para los periodos:	
VARIABLES		20....	20.....
V	VENTAS (o facturación, o ingresos)		
CI	(-) Costes imputados		
	* de materiales		
	* de personal		
	* de amortizaciones		
	*		
MB	(=) Margen Bruto		
Cv	(-) Costos variables, no imputados		
	*		
	*		
Cf	(-) Costes fijos, no imputados		
	* de personal		
	* de amortizaciones		
	*		
Bne	(=) Beneficio normal de la Explotación		
Bee	± Beneficio extraord. de la explotación		
Be	(=) Beneficio de la explotación		
Ba	± Resultados atípicos (ajenos a la Explotac.)		
BE	(=) Beneficio de la empresa		
IN	- Intereses del EF (Gastos Financieros)		
B	(=) Beneficio (antes de impuestos)		

Utilizando la terminología anterior, las principales variantes de aplicación de la tasa de rentabilidad (y que vamos a utilizar a lo largo del modelo) las podemos expresar así:

Rentabilidad sobre los Capitales (o recursos) Propios:

$$r_1 = \frac{\text{Beneficio prop.amente dicho(antes de impuestos)}}{\text{Recursos Propios(* Promedio anual)}} = \frac{B}{C} = [7]^{23}$$

donde B = Beneficio, según la Cuenta de Resultados, (antes de impuestos)
C = Capitales o Recursos Propios²⁴

Rentabilidad de la Empresa:

$$r_2 = \frac{\text{Beneficio + Intereses(deducidos contablemente para obtener aquel)}}{\text{Recursos Propios* + Exigible Financiero*}} = \frac{B + IN}{C + EF} = \frac{BE}{RT} [8]$$

²³ En adelante "promedio anual" = *

²⁴ Comprende: Capital escriturado, más cuentas de Reservas, más cuentas de (otros) resultados de ejercicios anteriores, no distribuidos o aplicados.

donde: BE = Beneficio de la Empresa

EF = Exigible Financiero²⁵

IN = Intereses pagados o devengados, correspondientes al Exigible Financiero

RT = Recursos Totales

Rentabilidad de la Explotación:

$$r_3 = \frac{\text{Beneficio de la Empresa} - \text{Resultados ajenos a la explotación}}{\text{Recursos Totales}^* - \text{Inversiones (activos) ajenos a la explotación}^*} = \frac{BE - Ba}{(RT - Aa)^*} = \frac{Be}{RTe^*} \quad [9]$$

donde: Be = Beneficio de la Explotación

Ba = Beneficios ajenos a la Explotación

RTe = Recursos Totales de la Explotación

Aa = Inversiones (Activos netos) ajenas a la Explotación

Rentabilidad Normal de la Explotación

$$r_n = \frac{\text{Beneficio de la Explotación} - \text{Resultados extraordinarios (de la explotación)}}{\text{Recursos Totales de la explotación}^*} = \frac{Be - Bee}{RTe^*} = \frac{Bne}{RTe^*} \quad [10]$$

donde: Bee = Beneficios extraordinarios de la Explotación

Explicitadas las definiciones de rentabilidad que se utilizarán²⁶, se desarrolla a continuación un modelo de análisis para cubrir el objetivo señalado al principio: determinar y evaluar las causas de la variación de la rentabilidad de una empresa, o bien de las diferencias de rentabilidad entre empresas. Para ello se utilizarán las cuatro primeras variantes de tasa de rentabilidad arriba enunciadas. Como que además de tener un significado propio en sí, estos cuatro conceptos de rentabilidad no son independientes entre sí sino que cada uno depende cuantitativamente en gran parte del siguiente, se seguirá en la descomposición factorial el orden indicado: es decir, empezando por analizar los componentes o *variables de gestión* de las que depende, de una forma inmediata, *la rentabilidad de los Recursos Propios*, y terminando por las variables de gestión que determinan *la rentabilidad normal de la*

²⁵ Se refiere a los Créditos (generalmente de entidades bancarias), Empréstitos (obligaciones), y demás acreedores o deudas que tenga la empresa que sean de carácter no comercial sino puramente financiero. Deudas, en definitiva, por las que la empresa paga unos intereses (también denominado: Exigible o Pasivo remunerado).

²⁶ Este conjunto interrelacionado de diferentes tasas de rentabilidad podría completarse con otras variantes relevantes aunque de uso no tan generalizado; como, por ejemplo:

Rentabilidad de la inversión total :

$$r_4 = \frac{\text{Beneficio de la Empresa}}{\text{Activo Total}^*} = \frac{B + IN}{A^*} = \frac{BE}{A^*} \quad [11]$$

Y, también una modificación sobre ésta última, consistente en substituir el 'Beneficio de la empresa' por el 'Cash flow de la Empresa'; es decir, sumando los costes de Amortizaciones del período en el numerador; tasa que denominaríamos de "Rentabilidad bruta (o financiera) de la inversión total".

Explotación . A ésta última, como concepto base del que dependen en última instancia los otros, se le dedicará una mayor atención.

Para simplificar, supondremos que el valor medio, a lo largo del periodo, de lo que entendamos en cada caso por capital invertido (diferente según la definición de rentabilidad que consideremos) coincide con su correspondiente valor según el Balance de Situación al final del periodo.

2.2

MODELO POR ETAPAS: 1ª, ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE LOS CAPITALES PROPIOS; EL "EFECTO APALANCAMIENTO"

Rentabilidad de los capitales propios (r_1) , v.s. Rentabilidad de la empresa (r_2)

Si la empresa está autofinanciada -en el sentido de que no tiene otro Exigible que el Comercial, derivado substancialmente de los Proveedores-, la rentabilidad *de los capitales o recursos propios* coincide exactamente con la rentabilidad *de la empresa*, tal como ha sido definida antes. Si se utilizan recursos financieros de terceros, esto pasa a ser un segundo factor de determinación de la rentabilidad sobre los Recursos Propios. Resulta familiar la afirmación de que si la empresa utiliza créditos con un coste financiero inferior a su rentabilidad real, aumenta la tasa de rendimiento obtenido sobre la inversión propia (a esto se refiere generalmente la expresión "efecto apalancamiento"), y su cuantía, puede ponerse de manifiesto si se analiza la relación funcional existente entre r_1 y r_2 (rentabilidad de los Recursos Propios v.s. rentabilidad de la Empresa):

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rentabilidad de los} \\ \text{Capitales propios} \end{array} \right\} r_1 = \frac{B}{C} \text{ (en tanto por uno)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rentabilidad de} \\ \text{la Empresa} \end{array} \right\} r_2 = \frac{B + IN}{C + EF}$$

donde B = Beneficio (según la Cuenta de Resultados; antes de impuestos)

C = Capitales o Recursos Propios

EF = Exigible Financiero

IN = Intereses pagados o devengados, correspondientes al Exigible Financiero

Para relacionar ambas tasas, representaremos por " i " el tipo de interés medio pagado por el EF, es decir, el coste de la financiación exterior ($i = IN/EF$); y por " f " el índice de financiación exterior comparada con la financiación propia ($f = EF/C$). De acuerdo con esto, la *rentabilidad de la empresa* admite ser expresada como:

$$r_2 = \frac{r_1 \cdot C + i \cdot EF}{C + EF} \equiv \frac{r_1 \cdot C + i \cdot f \cdot C}{C + f \cdot C} \equiv \frac{r_1 + i \cdot f}{1 + f}$$

de donde:

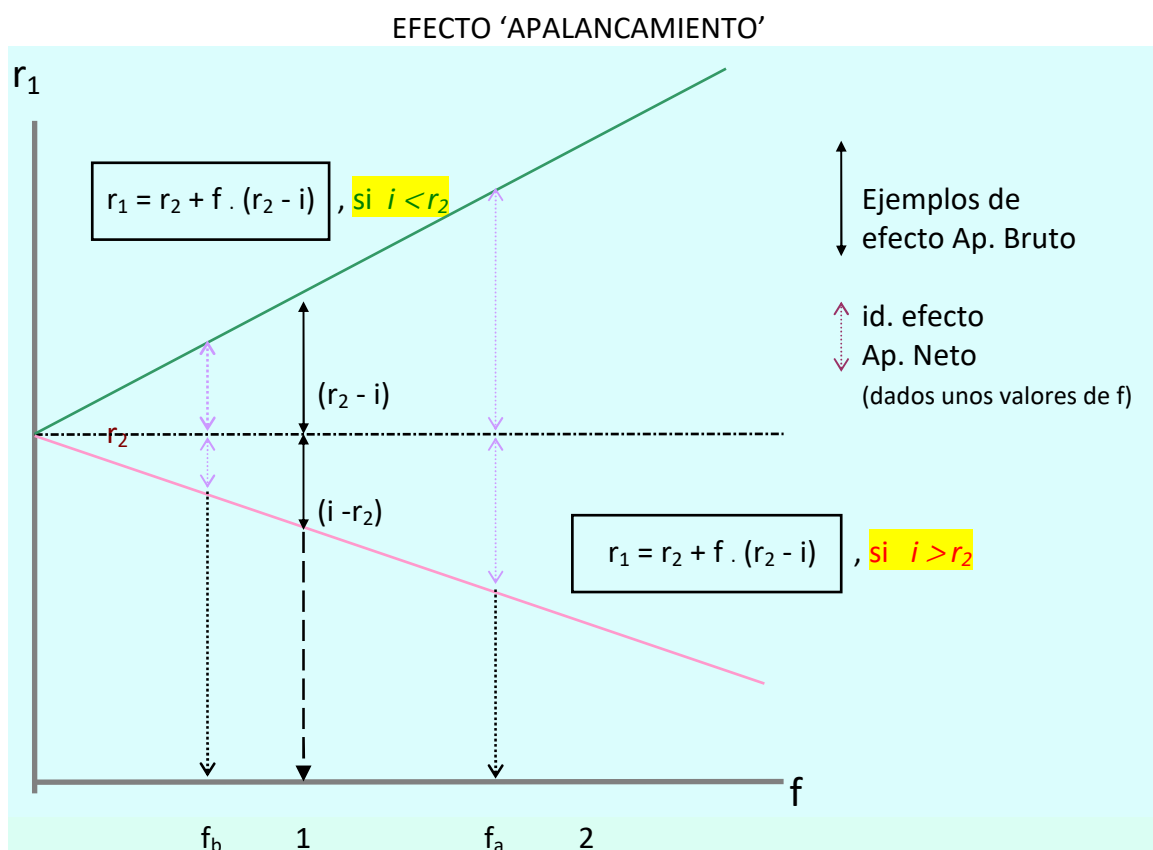
$$\begin{array}{cccc} r_1 & = & r_2 & + & f \cdot (r_2 - i) \\ \% & & \% & & \% & \% \end{array} \quad [12]$$

Lo que nos indica explícitamente que la *rentabilidad de los capitales propios*, depende, de forma inmediata, de tres factores: de la *rentabilidad de la empresa* como unidad de producción (r_2), del *coste del capital de terceros* (i), y de la importancia relativa de éstos respecto a los recursos propios (f). Como se deduce de la expresión [12], si la rentabilidad de la empresa es mayor que el coste de la financiación exterior, la mejora que ello supone en términos de acrecentar la rentabilidad sobre los recursos propios depende de la diferencia ($r_2 - i$), así como de la importancia relativa de la financiación exterior (f). Si ésta fuese idéntica a la de los recursos propios, ($f = 1$), tantos puntos de % como haya de diferencia entre la rentabilidad “real” -la ‘de la empresa’- y el coste de los recursos financieros de terceros (i), tantos puntos que ello contribuirá a aumentar la rentabilidad sobre los recursos propios. Digamos que un índice $f = 1$ representa una financiación externa relativamente alta (50%-50% financiación ajena, financiación propia) pero no representa un tope en ningún sentido; es perfectamente posible que $f = 2$, por ejemplo; y en tal caso la utilización del capital de terceros tendría un efecto multiplicativo (ampliado) sobre la rentabilidad de los capitales propios; efecto que, por supuesto, puede ser favorable o desfavorable, pues también es posible, y no demasiado infrecuente, que el tipo de interés pagado por una empresa como coste de la financiación exterior supere a su propia tasa de rentabilidad interna : $r_2 < i$.

Efecto apalancamiento bruto y neto

En general, si $f=1$, la diferencia ($r_2 - i$) -denominada *efecto apalancamiento bruto*-, sea positiva o negativa, es trasladada exactamente a r_1 en el sentido de que ésta será mayor (o menor) que r_2 en ese mismo valor r_2-i . Sin embargo, si $f > 1$ entonces tal diferencia será trasladada *amplificada*. Y, por el contrario, si $f < 1$, será trasladada *reducida*. En cierto modo, pues, la variable f actúa como una ‘palanca’. De ahí la terminología tradicional de ‘efecto apalancamiento’²⁷. La diferencia ($r_1 - r_2$), que es la consecuencia tanto del valor del efecto apalancamiento bruto como del valor que presente f , es lo que se denomina *efecto apalancamiento neto*. Gráficamente lo anterior puede resumirse así:

²⁷ O “efecto *leverage*”, en esa mezcla curiosa de idiomas que en ciertos ambientes se practica.



(f_a i f_b dos posibles valores de f)

(los valores relativos representados para r_2 , para $i > r_2$, y para $i < r_2$, han sido arbitrariamente elegidos a título de ejemplo).

Así pues, en el gráfico anterior, que relaciona las cuatro variables que entran en juego, puede verse que el efecto apalancamiento bruto (sea éste positivo o negativo), representado por la diferencia $(r_2 - i)$ se corresponderá con el segmento vertical que separa la recta $r_1 = r_2 + f \cdot (r_2 - i)$ de la horizontal correspondiente al nivel alcanzado por r_2 , cuando " f " vale exactamente 1. Para valores inferiores de " f ", el efecto apalancamiento neto ($r_1 - r_2$) será inferior; y viceversa (segmentos punteados). La variable " f " actúa por tanto como factor bien amplificador del efecto bruto, bien como reductor.

Determinación de la repercusión, sobre r_1 de cada variable explicativa inmediata

La relación funcional anterior, aplicada tanto al periodo base como al periodo en estudio, nos permite un primer análisis (por simple comparación directa) del porqué de la evolución de la *rentabilidad de los capitales propios*. Tomando los datos del ejemplo numérico del anexo 'Prácticas':

	$r_1 = r_2 + f \cdot (r_2 - i)$
	% % %
Valores del año en estudio :	$6,75 = 6,48 + 0,5968 \cdot (6,48 - 6,02)$
Valores del año base:	$0,17 = 3,8 + 0,4262 \cdot (3,8 - 12,3)$

Variación : (periodo en estudio - periodo base) = + 6,58 puntos de % , [=Δ r₁]

En cuanto a la determinación de la parte de la variación de r₁ que es atribuible a cada una de sus tres variables elementales (las que la determinan de forma inmediata: r₂, f, i), ésta puede efectuarse teniendo en cuenta que en la ecuación explicativa hay por una parte una relación de suma (Δr₁ = Δr₂ + Δ[f·(r₂-i)], y por otra que el segundo término del sumando contiene dos productos. Aplicando en este segundo sumando la técnica de los promedios (según lo indicado en la sección 1.3), la incidencia que cada una de las tres variables explicativas ha tenido sobre la tasa de la rentabilidad de los capitales propios podemos determinarla así²⁸:

$$\begin{array}{lll} \text{Variación de } r_1 \text{ que viene explicada por } r_2, & \Delta r_1 \leftarrow r_2 = \Delta r_2 \cdot (1 + \bar{f}) \\ \text{"} & \text{"} & \text{" } f, \Delta r_1 \leftarrow f = \Delta f \cdot (\bar{r}_2 - \bar{i}) \\ \text{"} & \text{"} & \text{" } i, \Delta r_1 \leftarrow i = -\Delta i \cdot \bar{f} \end{array}$$

Mas formalmente, las variaciones anteriores serían las derivadas parciales de la función $r_1 = r_2 + f \cdot (r_2 - i)$ con respecto a cada una de las tres variables independientes: (δr₁/δr₂), (δr₁/δf), y (δr₁/δi). Pero, para enfatizar que la realidad económico-empresarial objeto de análisis la observamos, y nos viene expresada, en términos de variaciones discretas (estados de cuentas anuales, trimestrales, mensuales), se ha optado por expresarlas en términos de ecuaciones diferenciales en *diferencias finitas*.

En cuanto al método de 'diferenciación', evidentemente en lugar del método de los promedios puede aplicarse también la técnica de las tasas de variación continua para el caso de las variables que se están multiplicando. El resultado sería, por las razones expuestas en la sección 1.3, más exacto; si bien, en general, la técnica de los promedios resulta una aproximación suficientemente aceptable cuando son solo dos las variables multiplicándose, y supone en este caso unos cálculos más simples).

2.3

MODELO POR ETAPAS: 2ª, ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE LA EMPRESA

Rentabilidad de la empresa (r₂), vs. Rentabilidad de la explotación

Si se acepta, como implícitamente se ha propuesto en las definiciones iniciales, que "empresa" tiene aquí un sentido jurídico (una Sociedad Anónima, el negocio propiedad de xxx, etc.) y que "explotación" tiene un sentido técnico-económico de actividad principal, básica, o propia de la empresa, la diferencia entre los dos conceptos de rentabilidad (*de la empresa* y *de la explotación*) viene determinada por las actividades económicas atípicas o ajenas a la explotación que lleve a cabo la empresa. Y en términos cuantitativos tal diferencia se concreta en unos ciertos resultados (positivos o negativos) derivados de éstas actividades atípicas, (Ba), y en unas posibles inversiones en Activos dedicados a ese tipo de actividades (Aa).

²⁸ $\Delta r_1 = \Delta r_2 + \Delta[f \cdot (r_2 - i)] \equiv \Delta r_2 + \Delta(f \cdot r_2) - \Delta(f \cdot i) \equiv \Delta r_2 + \Delta r_2 \cdot (\bar{f}) + \Delta f \cdot (\bar{r}_2) - \Delta i \cdot (\bar{f}) - \Delta f \cdot (\bar{i}) \equiv \Delta r_2 + \Delta r_2 \cdot (\bar{f}) + \Delta f \cdot (\bar{r}_2 - \bar{i}) - \Delta i \cdot (\bar{f})$; donde el símbolo ($\bar{\cdot}$) denota 'valor medio'.

La forma concreta en que estos dos factores intervienen, queda de manifiesto al explicitar la relación funcional entre los dos conceptos de rentabilidad considerados ahora (r_2 , r_3). De acuerdo con las definiciones antes enunciadas:

$$[9] \quad \left. \begin{array}{l} \text{Rentabilidad de} \\ \text{la Explotación} \end{array} \right\} r_3 = \frac{Be}{RTe} \equiv \frac{B + IN - Ba}{RT - Aa}$$

donde: Ba = Beneficio atípico o ajeno a la Explotación

Aa = Activo ajeno a la Explotación

y dado que a partir de r_2 puede expresarse que $B + IN = r_2 \cdot RT$ y designando por "a" la tasa de *rentabilidad de la inversión en activos ajenos a la explotación* ($a = Ba/Aa$), puede escribirse que:

$$r_3 = \frac{r_2 \cdot (C + EF) - a \cdot Aa}{(C + EF) - Aa}, \rightarrow r_3(C + EF) - r_3 \cdot Aa = r_2 \cdot (C + EF) - a \cdot Aa$$

$$\Rightarrow r_2 = r_3 - r_3 \cdot Aa / (C + EF) + a \cdot Aa / (C + EF)$$

y por tanto:

$$\boxed{r_2 = r_3 + \frac{Aa}{RT} \cdot (a - r_3)} \quad [13]$$

Una ecuación explicativa que nos indica que si la *rentabilidad en actividades ajenas a la explotación* es superior a la de la actividad básica o principal de la empresa ($a > r_3$), esto hará que la tasa de *rentabilidad de la empresa* mejore respecto al de la explotación ($\Rightarrow r_2 > r_3$), siendo la mejora proporcional a la importancia relativa de los recursos invertidos en esas actividades secundarias, respecto a los Recursos Totales ($RT = C + EF$).

Determinación del efecto atribuible a cada variable explicativa inmediata

Igual que en la primera etapa del modelo, la aplicación de la relación funcional anterior, [13] nos ofrece ya una explicación de cómo han jugado las tres variables explicativas inmediatas, respecto a la variación observada en la *rentabilidad de la empresa*. Así, en el caso del ejemplo 2º del anexo 'Prácticas':

$$r_2 = r_3 + \frac{Aa}{RT} \cdot (a - r_3)$$

Valores del año o periodo en estudio :	6,48	=	10,59	+	0,3515	(	-1,1	-	10,59	)
Valores del año o periodo base:	3,80	=	6,-	+	0,38	(	0,19	-	6,-	)
Variación :	+2,68									

Y por lo que respecta a la determinación de la parte de la variación de r_2 que viene explicada por cada una de sus tres variables elementales, sería en este caso del mismo tipo que la indicada antes para r_1 :

$$\begin{array}{llll}
 \text{Variación de } r_2 \text{ que viene explicada por } r_3, & \Delta r_2^{\leftarrow r_3} & = & \Delta r_3 - \Delta r_3 \cdot \overline{(Aa/RT)} \\
 \text{" " " " " Aa/RT, } & \Delta r_2^{\leftarrow (Aa/RT)} & = & \Delta(Aa/RT) \cdot (\overline{a} - r_3) \\
 \text{" " " " " a, } & \Delta r_1^{\leftarrow a} & = & \Delta a \cdot \overline{(Aa/RT)} \\
 (\overline{xx}) = \text{valor medio de 'xx'}
 \end{array}$$

Esta última cuestión se plantea de forma diferente cuando existen unos resultados atípicos, pero que no proceden precisamente del rendimiento de unos Activos ajenos a la explotación. O también cuando, simplemente, existen resultados atípicos pero no existe ninguna inversión ajena a la explotación ($Ba > 0$; $Aa = 0$). En este caso, la relación explicativa, $r_2 < r_3$, queda formulada simplemente como:

$$r_2 = \frac{B + IN}{C + EF} \equiv \frac{B + IN - Ba}{RT} + \frac{Ba}{RT} = r_3 + r_a \quad [13b]$$

siendo: $r_a = Ba/RT = \text{rentabilidad atípica}$; y, en este caso, $RTe \equiv RT$

Por lo tanto variación de la rentabilidad de la empresa de un periodo a otro será, simplemente, la suma algebraica de la variación experimentada por *la rentabilidad de la explotación* y la *rentabilidad atípica*: $\Delta(r_2) = \Delta(r_3) + \Delta(r_a)$

2.4

MODELO POR ETAPAS: (3ª) ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE LA EXPLOTACIÓN

Entre los analistas económicos habría probablemente un acuerdo mayoritario en considerar como tasa principal de rentabilidad, la *de la explotación*. Su análisis comporta de hecho la parte más sustancial en la determinación de los factores individuales de la rentabilidad final (entendiendo por tal la de los capitales propios), pues en cierto modo podría considerarse que los factores que han ido surgiendo hasta aquí ('resultados ajenos a la explotación' y los activos correspondientes; e incluso los relativos a la financiación de terceros) juegan normalmente un papel secundario como condicionantes de la rentabilidad final.

Desde esta constatación, se pasa a continuación a exponer el análisis de los factores elementales que determinen la tasa de rentabilidad *de la explotación*, cuya formulación, como hemos visto, es:

$$[9] \quad \left. \begin{array}{l} \text{Rentabilidad de} \\ \text{la Explotación} \end{array} \right\} r_3 = \frac{Be}{RTe}$$

Be = Beneficio de la Explotación = $B + IN - Ba$

RTe = Recursos Totales de la Explotación = $C + EF - Aa$

Rentabilidad de la Explotación: normal, vs. extraordinaria

La primera variable a considerar es la probable existencia *de resultados, de la explotación, pero de carácter extraordinario* (beneficios derivados de vender unas antiguas impresoras, por un valor superior al que figura en el balance de situación, por ejemplo). Deberemos por lo tanto distinguir,

Bne = Beneficio normal de la explotación

Bee = Beneficio extraordinario, o excepcional, de la explotación; $Be = Bne + Bee$

De acuerdo con esto, la tasa de rentabilidad de la explotación puede expresarse como la suma de dos tasas de rentabilidad: la componente normal, y la extraordinaria:

$$[10] \quad \text{rentabilidad normal de la explotación: } r_n = \frac{Bne}{R_{Te}}$$

$$r_3 = \frac{Be}{R_{Te}} = \frac{Bne}{R_{Te}} + \frac{Bee}{R_{Te}} = r_n + r_x \quad [14]$$

En esta suma es evidente que la parte correspondiente *a resultados extraordinarios de la explotación* puede ser un factor explicativo relevante en algunos casos, pero no como caso general. En base a esto, el análisis que sigue se centra en la tasa de rentabilidad *normal* de la explotación, $r_n = Bne/R_{Te}$, como *indicador financiero* más próximo a –a conectar con– los *indicadores económicos* de Productividad.

Análisis de la RENTABILIDAD NORMAL DE LA EXPLOTACIÓN

A esta tasa de rentabilidad -que ni viene influida por la política financiera, ni por los resultados e inversiones ajenos a la explotación, ni por los costes o beneficios de carácter extraordinario- sí que le podemos aplicar con toda propiedad un análisis factorial como el que hemos visto al principio (punto 2), con lo que podemos formular, en primer lugar, la siguiente descomposición en factores elementales.

$$r_n = \frac{Bne}{R_{Te}} \equiv \frac{Bne}{V} \cdot \frac{V}{Ae} \cdot \frac{Ae}{R_{Te}} \quad [15]$$

$$r_n = m \cdot ro \cdot ef$$

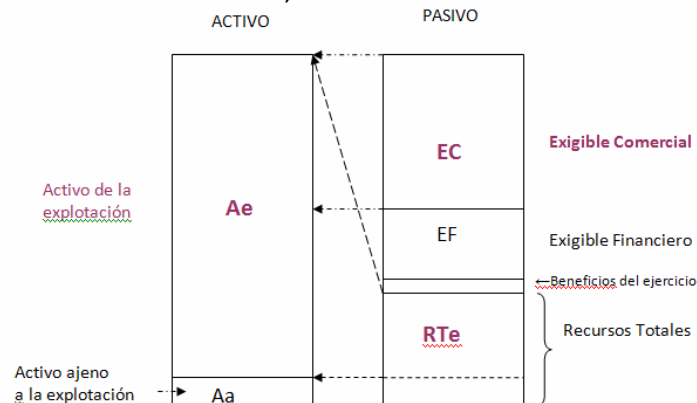
V = Ventas, ingresos o facturación del período

Ae = Activo de la explotación (= Activo Total - Aa)

Donde, como puede verse, los factores elementales que aparecen tienen -a diferencia de la aplicación del modelo en el apartado 2- una entidad o significado más concreto y unívoco:

- “m” : Es ahora la tasa de margen o de beneficio normal, sobre ventas (excluidos tanto resultados extraordinarios como atípicos, y excluidas la deducción de costes por Intereses o Gastos financieros).

- "ro") Es el *índice de pesetas de Venta por peseta invertida en Activo (excluidos los activos ajenos a la Explotación)*; o nos indica el "rendimiento comercial del activo" (una ratio frecuentemente etiquetada como *rotación del Activo*, aunque es evidente que no tiene el significado real de un índice de rotación, ya que incluye tanto el Activo (de la explotación) Circulante como el Inmovilizado).
- "ef") El "*efecto financiero*". Una ratio que tiene ahora el significado concreto de "*índice de financiación del activo con Exigible Comercial*". Es decir, la importancia relativa de la *financiación comercial* (deudas, no vencidas, a Proveedores corrientes, y otras cuentas pendientes de pago, relacionadas con la actividad económica principal de la empresa), respecto al total invertido en Activo de la explotación. Veamos el porqué de este significado, con la ayuda del esquema de variables de Balance de la página siguiente: la diferencia entre los RTe y Ae es igual al Exigible (EC + EF) más los propios Beneficios del periodo. Y en la medida que, en general, éstos tienden a ser una parte proporcionalmente pequeña del Pasivo²⁹ y que la importancia relativa del EF respecto al Ae tiende a ser, también en general, estable, el cociente Ae/RTe puede tomarse como una variable 'proxi' de la importancia relativa del EC, como fuente de financiación del Ae³⁰.



Alternativamente, el desglose de los factores que determinan la *rentabilidad normal de la explotación puede efectuarse también* mediante una descomposición factorial diferente, que ofrezca una explicación más completa; por ejemplo, aplicando un modelo del tipo del propuesto por GOLD (ver punto B). Una adaptación directa de éste daría en el presente caso:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tasa de rentabilidad} \\ \text{normal de la explotación,} \\ \text{s/ inversión en Activo} \end{array} \right\} = \frac{Bne}{Ae} = \frac{Bne}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{Ie} \cdot \frac{Ie}{Ae} \quad [16]$$

²⁹ En mayor medida si tenemos en cuenta que todos estos valores deberían ser -como hemos visto al principio- *valores medios* del periodo; lo que para el propio beneficio del periodo, B, significará aproximadamente la mitad de su valor. En cualquier caso, en términos de cifras de balances finales la identidad que relaciona las variables es: $RTe + EC + EF + B = Ae$

³⁰ La inversa de Ae/RTe , RTe/Ae , nos indica la proporción de Ae que está financiada con los RTe. La complementaria de tal inversa, $(1 - RTe/Ae)$, puede tomarse como una aproximación por exceso de la proporción de Ae que está financiado por el EC. Y, dado que cuanto mayor sea Ae/RTe mayor será $(1 - RTe/Ae)$, es por ello que Ae/RTe puede interpretarse como una variable 'proxi' de la parte del Ae (Existencias y Clientes, por ejemplo) que está financiada por el EC (Proveedores, por ejemplo); es decir, que puede interpretarse como indicador de la importancia relativa de la financiación procedente del Exigible Comercial.

donde I_e = *Inmovilizado de la explotación*; es decir, deducida de la posible parte de Inmovilizado que componga el Activo Ajeno a la Explotación).
 Q = Volumen de producción, en unidades físicas de producto
 Q^* = Capacidad de producción, ídem.

Pero para la tasa de rentabilidad que estamos considerando, r_n , nos resultará más útil la adaptación del que antes hemos denominado: modelo de análisis factorial tipo 'gold-ampliado', el cual, además, nos permite un desglose en términos de seis variables explicativas:

$$r_n = m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I_e} \cdot \frac{I_e}{A_e} \cdot \frac{A_e}{RTe} \quad [17]$$

Modelo explicativo que reúne de hecho las ventajas de los dos anteriores: Por una parte contiene todas las variables del anterior, y, por otra, obsérvese que equivale a haber sustituido una variable del primero por cuatro más elementales que a su vez la determinan:

$$\frac{V}{A_e} = \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I_e} \cdot \frac{I_e}{A_e}$$

y, como puede verse, estas cuatro variables tienen cada una un significado económico propio como variables de gestión, que aquí, además, aparecen como causas elementales determinantes de la Rentabilidad. Veamos el significado concreto de las seis variables explicativas que nos ofrece el desglose factorial [17] :

m	(= Bne/V) Es la <i>Tasa de Margen</i> Neto de la explotación, sobre Ventas
V/Q	<i>Ingreso monetario por unidad de producción</i> . Si la variación de existencias no es proporcionalmente significativa y, por lo tanto, hablar de volumen de producción es sinónimo a hablar de volumen de ventas, este cociente refleja <i>el promedio de los precios de venta unitarios</i> . Concretamente, si se trata de una empresa uni-producto, la variable representa el precio medio unitario conseguido por la empresa durante el periodo analizado. ³¹
Q/Q*	<i>Tasa de ocupación</i> de la capacidad de producción (o nivel medio de ocupación de las instalaciones productivas) durante el periodo.
Q*/Ie	Capacidad de producción por unidad monetaria invertida en Activo Fijo (o inmovilizado) <i>de la explotación</i> , expresada esta capacidad en unidades de producto, por peseta invertida. Puede interpretarse de hecho -como hemos visto- como un indicador de productividad ³² : concretamente como un indicador de ' <i>Productividad potencial de la inversión en Inmovilizado</i> '.
Ie/Ae	<i>Grado de inmovilización</i> , del Activo de la explotación. Nos indica qué proporción de la inversión en activo de la explotación está destinada a los activos directamente ' <i>productivos</i> ': las instalaciones, maquinaria, equipos, locales, etc.

³¹ En el caso de que la variación de existencias fuese significativa, esta variable podría ser substituida por dos equivalentes: $V/Q \equiv (V/U) \cdot (U/Q)$; donde U = unidades vendidas. Así, la variable V/U reflejará exactamente el precio medio, y la (U/Q) nos mostrará la importancia del incremento o decremento en las existencias: un valor superior a la unidad significará que las existencias han disminuido; i viceversa.

³² ver nota 7.

Ae/RTe Es el “efecto financiero” (“ef”) comentado antes (al interpretar el desglose [15]), en el sentido de que, como hemos visto antes, puede interpretarse como un indicador indirecto del “índice de financiación del activo (de la explotación) con Exigible Comercial” (EC)³³; o bien: *índice de aprovechamiento del crédito comercial*. Como ya se ha explicado antes: dado que $RTe + EC + EF + B = Ae$, en la medida que B represente una proporción reducida de la suma, y que el EF se mantenga estable, el cociente Ae/RTe podemos interpretarlo como una variable ‘proxi’ de la importancia relativa del EC, como fuente de financiación del Ae.

A título ilustrativo veamos el siguiente ejemplo de aplicación de este desglose factorial. (Los datos corresponden al caso real -ejemplo 2- expuesto en detalle en el anexo “Prácticas”):

$$[17] \quad r_n = m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{Ie} \cdot \frac{Ie}{Ae} \cdot \frac{Ae}{RTe}$$

% %

Año en estudio, 2011	10,59 =	1,41 · 43,26 · 0,94 · 0,18 · 0,401 · 1,45
Año base, 2008	6,- =	2,66 · 58,46 · 0,72 · 0,1384 · 0,427 · 1,60
Variación:	+ 4,59	

Una lectura ‘horizontal’ de este cuadro nos da ya un conjunto de informaciones significativas sobre el porqué la tasa de rentabilidad ha alcanzado tal valor en un año determinado. Pero sobre todo una lectura ‘vertical’, por simple comparación, nos ofrece ya una panorámica bastante completa de porqué ha mejorado la tasa de rentabilidad, de como han evolucionado las variables de gestión claves de las que depende la rentabilidad, y, en definitiva, cómo y en qué ha cambiado el comportamiento económico de la empresa en esos años*.

(*) Así, en este ejemplo, vemos que la tasa de margen comercial ha aumentado en algo más de un punto de %, lo que habrá contribuido -como ya nos indica [17]- a la mejora observada en la rentabilidad. También los precios medios han aumentado (si la variación de existencias no es significativa, *el promedio de precios* de venta ha aumentado unas 15 €/unidad; incremento que podríamos comparar con el curso de la inflación general durante esos años, para deducir cual ha sido la política de precios que ha seguido la empresa: si por encima o por debajo de la inflación media); un aumento que también comporta un efecto favorable sobre la rentabilidad. Pero junto a estos dos cambios favorables observamos, sin embargo, que el *nivel de ocupación* de la capacidad productiva de la empresa ha disminuido considerablemente: mientras que en el año base la situación fue prácticamente de plena ocupación (se ha trabajado al 94 % de la capacidad) en el año en estudio el nivel de ocupación ha sido solo del 72 %, lo que ha repercutido desfavorablemente sobre la rentabilidad. Y lo mismo puede decirse de la *productividad potencial de las inversiones en equipos productivos*: ésta era en el año base de 180.000 unidades anuales por millón de € invertido, y, sorprendentemente en una época de continuo progreso tecnológico, ha caído a 138.400 unidades/Millón de €. en el año en estudio. Las otras dos variables de gestión que explican la rentabilidad han tenido un comportamiento ligeramente favorable: La proporción de la inversión en Activo dedicada a inmovilizado productivo ha pasado del 40,1 % al 42,7 %. Y el *grado de aprovechamiento del Exigible Comercial* ha mejorado algo: en el año base el EC financiaba 31 % aprox. (1-1/1,45) del Activo de la explotación, y en el año en estudio se ha conseguido que sea cerca de un 38 % , (1-1/1,6).

³³ Deudas a Proveedores, y otras cuentas pendientes de pago, relacionadas con la actividad económica principal de la empresa. Es decir: *exigible no remunerado*.

Determinación de los efectos atribuibles a cada variable de gestión

Cualquiera que sea el modelo de descomposición factorial elegido, la técnica de las "tasas de variación continua" (t.v.c., [xxx[^]]) sería aquí el método más aceptable y práctico para determinar la parte de la variación de r_n que viene explicada por cada una de las variables elementales o explicativas. Así, la variación de r_n inducida por el cambio experimentado por la tasa de margen será:

$$\Delta r_n^{\leftarrow m} = \frac{\Delta(r_n)}{(r_n)^{\wedge}} \cdot m^{\wedge} \quad ; (= +5,1 \text{ puntos de } \%, \text{ en el ejemplo anterior})$$

y así sucesivamente para las restantes variables que determinan r_n :

$$\Delta r_n^{\leftarrow (V/Q)} = \frac{\Delta(r_n)}{(r_n)^{\wedge}} \cdot (V/Q)^{\wedge} \quad ; (= +2,5 \text{ puntos de } \%, \text{ en el ejemplo anterior})$$

$$\Delta r_n^{\leftarrow (Q/Q^*)} = \frac{\Delta(r_n)}{(r_n)^{\wedge}} \cdot (Q/Q^*)^{\wedge} \quad ; (= -2,2 \text{ puntos de } \%, \text{ ídem})$$

$$\Delta r_n^{\leftarrow (Q^*/Ie)} = \frac{\Delta(r_n)}{(r_n)^{\wedge}} \cdot (Q^*/Ie)^{\wedge} \quad ; (= -2,1 \text{ puntos de } \%, \text{ ídem})$$

$$\Delta r_n^{\leftarrow (Ie/Ae)} = \frac{\Delta(r_n)}{(r_n)^{\wedge}} \cdot (Ie/Ae)^{\wedge} \quad ; (= +0,5 \text{ puntos de } \%, \text{ ídem})$$

$$\Delta r_n^{\leftarrow (Ae/RTe)} = \frac{\Delta(r_n)}{(r_n)^{\wedge}} \cdot (Ae/RTe)^{\wedge} \quad ; (= +0,8 \text{ puntos de } \%, \text{ ídem})$$

lo que configura un conjunto de informaciones que nos permite deducir un notablemente preciso diagnóstico sobre la marcha económica de la empresa de un periodo a otro ³⁴.

2.5

MODELO POR ETAPAS: 4ª, ANÁLISIS DE LA TASA DE MARGEN

Las tasas de costes: las variables de gestión claves

De las variables determinantes de la *rentabilidad normal de la explotación*, la más relevante en la práctica es probablemente la primera: la tasa de margen neto de la explotación -que es desde luego el "generador" de los Resultados-, la cual a su vez depende de variables más elementales, de uso habitual en el análisis económico de la empresa, y que, siguiendo la terminología habitual, expresaremos como:

³⁴ Puede verse un ejemplo de diagnóstico en el ejemplo que se desarrolla en el anexo 'Prácticas'

$$\begin{aligned} \text{TASA DE MARGEN NETO} &= \text{TASA DE MARGEN BRUTO} \\ &\quad - (\text{TASA DE COSTES NO-IMPUTADOS, VARIABLES}) \\ &\quad - (\text{TASA DE COSTES NO-IMPUTADOS, FIJOS}) \end{aligned}$$

$$m = \frac{Bne}{V} = \frac{V - CI}{V} - \frac{Cv}{V} - \frac{Cf}{V} \quad [18]$$

$$m = mb - v - g$$

donde: CI= Costes imputados, correspondientes a los bienes o servicios vendidos en el periodo ³⁵.

Cv = Costes no-imputados, variables (Comisiones, Transportes, ...por ejemplo.)

Cf = Costes no-imputados, fijos (Personal, Alquileres, Seguros,y demás costes que no varían claramente de forma proporcional a las ventas, y que no han sido tomados por la empresa como costes imputables).

Por lo tanto, un cambio en el porcentaje de *margen* ('neto', precisaremos a partir de ahora), de un ejercicio a otro, vendrá explicado, bien por una variación en el porcentaje de *margen bruto*, bien por variaciones en los porcentajes de los dos bloques de costes -fijos y variables- no incluidos en el cálculo de los costes unitarios de los productos vendidos. La determinación de la parte de variación en *m* atribuible a cada variable explicativa es aquí directa. Así, en el ejemplo que venimos utilizando (ver anexo 'prácticas'):

	<i>m</i>	=	<i>mb</i>	-	<i>v</i>	-	<i>g</i>
	%		%		%		%
Año en estudio (2011)	2,66	=	34,79	-	5,11	-	27,02
Año base (2008)	1,41	=	33,46	-	5,25	-	26,80
Variación:	+1,25	=	+ 1,33	-	(-0,14)	-	(+0,22)

En cuanto a la lectura 'vertical': un aumento, por ejemplo, en la *tasa de costes no-imputados fijos* -que reduce el *margen neto* en la misma cuantía- significa, como puede deducirse de lo anterior, que esos Costes Fijos de la empresa han aumentado más rápidamente (es decir, proporcionalmente más) que la cifra de Ventas.

PRODUCTIVIDAD y demás elementos que determinan las tasas de costes

Para enunciar los elementos determinantes de cada una de estas tres nuevas variables (*mb*, *v*, y *g*) sería necesario precisar qué clase de costes incluye una empresa concreta en cada uno de los tres bloques: I) imputables; II) no-imputable, variables; no-imputables, fijos.

³⁵ De acuerdo con la terminología habitual, entendemos por 'costes imputados' aquellas clases de costes -generalmente los de tipo material y aquellos directamente relacionados con la producción- que la empresa toma en consideración en el momento de calcular el coste unitario de cada uno de los diferentes bienes o servicios que produce. Costes unitarios que utiliza después, tanto para determinar el coste de lo vendido en cada periodo, como para valorar las existencias de productos al final de dicho periodo. La decisión de cuales costes 'imputa' en el sentido anterior, y cuales no, depende enteramente de cada empresa. A diferencia de los que se tomen como costes imputables, para los restantes, los no-imputados, el concepto de 'costes "xxx" del periodo' coincide con el de 'costes "xxx" correspondientes a las Ventas del periodo'; (véase el esquema de Cuenta de Resultados que figura al principio del punto 4 (pág. 20), y del 13 (pág. 60).

Supongamos, a título de ejemplo, una situación que, por otra parte, se observa con bastante frecuencia:

- ◊ Que en I), como *costes imputables*, se incluyen los de Materias Primas, Personal del departamento de reducción, costes de instalaciones y equipo (Amortizaciones, Gastos de mantenimiento,...), y demás costes directos de producción; es decir, factores cuyo consumo puede asignarse entre los diferentes productos de forma objetiva hasta llegar a determinar unos costes unitarios que, por diferencia con los respectivos precios de venta, darán lugar a unos determinados márgenes de contribución unitarios.
- ◊ Que en II), como *costes no-imputados variables*, se incluyen los de Transporte, Comisiones, Impuestos sobre ventas no repercutibles a clientes, y demás costes que estén en relación directa con el volumen de ventas global.
- ◊ Y que en III), como *costes no-imputados fijos*, la empresa incluye los del resto del Personal, los de locales, y los demás costes de carácter general.

En base a este supuesto -y como una deducción general apelando puramente al razonamiento lógico-económico- podemos decir lo siguiente:

Proposición(a): Si la tasa de costes g es mayor de un periodo a otro, puede ser por dos causas: 1) porque en términos reales se esté contratando proporcionalmente más cantidad de los factores que se incluyen en ese bloque de costes (más personas, por ejemplo), para un nivel dado de venta real (unidades); y/o 2) porque el incremento de los precios de coste de esos factores (los salarios pagados, por ejemplo) ha sido proporcionalmente superior que el incremento experimentado por los precios de venta.

La primera causa se refiere, como puede verse, a la *Productividad* de esos factores. Y la segunda se refiere a la dinámica de los precios de coste (de esos factores) y de los precios de venta.

Ejemplo.- supongamos que el único coste incluido en g fuese el de Alquileres; y que en el año 2005 los datos fueron: Ventas: 4.000, (=1000 uu. a 4 pts/u), y Alquileres 480 (=200 metros cuadrados contratados, a razón de 2,4 pts/m²); y en el año 2006 han sido: Ventas 7.500, (=1.500 uu. a 5 pts/u), Alquileres: 1008 (= 300 m² contratados, a razón de 3,36 pts/m²). En consecuencia, la tasa de costes habrá pasado de $g^0 = 12\%$, a: $g=13,44\%$. Puede verse que en este caso la *productividad* del factor 'edificios' (cuyo coste son los alquileres) no ha cambiado: se está vendiendo el 50 % más en términos reales, y se están utilizando unos locales también un 50% mayores. Toda la explicación reside pues, en este ejemplo, en que la dinámica de los precios ha sido diferente: mientras que los de ventas han aumentado un 25 %, el precio del m² de edificio ha aumentado en un 40 %; y esto es lo que ha hecho subir la tasa g .

Expresado numéricamente el cambio experimentado por dicha tasa de costes:

$$g = \frac{1.008}{7.500} = 0,1344 \equiv \frac{300 \cdot 3,36}{1.500 \cdot 5} \equiv \frac{300 \cdot (2,4) \cdot (1,40)}{1.500 \cdot (4) \cdot (1,25)} \equiv 0,12 \cdot \frac{1,40}{1,25} \equiv g^0 \frac{1,40}{1,25}$$

Donde queda de manifiesto que, en este ejemplo, la tasa de costes ha aumentado exclusivamente porque la evolución relativa de los respectivos precios ha sido distinta ³⁶.

³⁶ 1,40 es aquí el *índice de variación* del precio de coste, y 1,25 el *índice de variación* del precio de venta. Se propone al/a lector/a el siguiente ejercicio: modifique alguno de los datos del ejemplo, de manera: a)

Proposición (b) : Para la *tasa de costes variables*, v , habrá que añadir una tercera causa que la puede hacer variar: *la composición de la cifra de ventas* (o ‘mix’ comercial), siempre que 1) los costes que se incluyen en el numerador, en tanto que variables y directos, son objetivamente separables por productos, y 2) si para cada producto la relación entre ‘sus’ costes-no-imputados-variables y ‘sus’ ventas es distinta .

En efecto, supongamos que son dos los productos de la empresa, y que las ventas de uno (X) generan unos costes de Transporte-a-clientes, dobles que los del otro (Y): aunque la *productividad* para el factor ‘transporte’ sea la misma en el periodo en estudio que en el periodo base, y el incremento en los precios de venta haya sido prácticamente idéntico al de los precios pagados por esos servicios contratados de transporte, el solo hecho de que, pongamos por caso, en el periodo en estudio se haya vendido proporcionalmente más del producto Y hará que la tasa de costes v sea más alta.

Proposición (c).- La tasa de margen bruto es, en definitiva, la complementaria de la tasa de costes imputados ($mb = 1 - CI/V$) . Esta tasa de costes imputados, C , ($=CI/V$), al igual que la anterior (y por un razonamiento idéntico), puede variar por las tres causas indicadas (referidas ahora a los factores cuyos costes sean considerados como imputables): 1) cambios en la *productividad* de esos factores; 2) diferente *dinámica de los precios* pagados por los mismos, con respecto a los precios de venta de la empresa ; y 3) cambios en la estructura o *composición de la cifra de ventas*

Como resumen de las tres proposiciones anteriores, y de los razonamientos en los que se basan, podrían enunciarse así las variables independientes que determinarán la variación de cada una de las tres tasas que a su vez constituyen el margen neto (y por lo tanto, las variables de gestión que en última instancia determinan los cambios en la tasa de *margen neto*):

Componentes de la tasa de
MARGEN NETO

Variables independientes que la
determinan

* TASA DE MARGEN BRUTO:

$$mb = 1 - \frac{CI}{V} =$$

$$= 1 - \frac{\sum \text{Factores}(I) \times \text{sus precios}}{\sum \text{Productos} \times \text{sus precios}}$$

- 1) Los índices de *productividad* de cada uno de los factores (costes) incluidos en el bloque de ‘costes imputados’.
- 2) La *dinámica comparativa de los precios*: índices de variación de sus precios de costes, respecto a índice de variación de los precios de venta.
- 3) La *composición de la cifra de ventas*: importancia relativa de la cifra de ventas de cada producto, respecto a la cifra de ventas total (“mix” comercial).

que resulte que ha variado solo la *productividad* de ese factor, no la *dinámica de los precios*; b) que resulte que ha variado tanto una cosa como la otra.

* TASA DE COSTES no-imputados
VARIABLES:

$$v = \frac{Cv}{V}$$

$$\equiv \frac{\Sigma \text{Factores (II)} \times \text{sus precios}}{\Sigma \text{Productos} \times \text{sus precios}}$$

- 1) Los índices de *productividad* de los factores incluidos en este bloque de costes no-imputados.
- 2) La *dinámica comparativa de los precios*: Índices de variación de los precios de coste, de estos factores, vs. índices de variación de los precios de venta de los productos.
- 3) La *composición de la cifra de ventas*, si es que cada línea de productos o canal de distribución genera un porcentaje significativamente distinto de costes de este tipo.

* TASA DE COSTES no-imputados
FIJOS:

$$g = \frac{Cf}{V}$$

$$\equiv \frac{\Sigma \text{Factores (III)} \times \text{sus precios}}{\Sigma \text{Productos} \times \text{sus precios}}$$

- 1) Los índices de *productividad* de los factores incluidos en este bloque de costes no-imputados.
- 2) La *dinámica comparativa de los precios*: Índices de variación de los precios de coste, de estos factores, vs. índices de variación de los precios de venta de los productos.

Determinar el papel de cada una de estas verdaderas variables de gestión elementales, responsables en última instancia de la *tasa de margen neto*, exigiría lógicamente el pasar de la simple enunciación lógica anterior a su determinación cuantitativa, previa definición o formulación operativa concreta de estas nuevas variables (Índices de productividad, Índices de variación de precios, composición de la venta). Esta es la cuestión que se aborda en la segunda parte de esta publicación; y dentro de la cual, desde luego, destaca como elemento central el análisis de la relación entre el margen (y por tanto, indirectamente, la rentabilidad) y los cambios en la Productividad de los diferentes factores que utiliza/consume la empresa para obtener sus ingresos.



3

Aplicaciones del análisis de la Rentabilidad

Como recapitulación de lo expuesto, resultará útil resumir el modelo por etapas hasta aquí desarrollado, relacionando sus diferentes partes (apartado siguiente), e ilustrarlo con una aplicación numérica basada en un caso real (Apartado IV, 'Prácticas', ejemplo 2).

3.1

APLICACIÓN GLOBAL DEL MODELO EXPLICATIVO

El modelo en su conjunto: variables explicativas realmente elementales

Reuniendo las diferentes fases del análisis expuestas hasta aquí, el modelo en su conjunto puede resumirse así:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= r_2 + f \cdot (r_2 - i) \\
 &\downarrow \\
 r_2 &= r_3 + \frac{A_a}{RT} \cdot (a - r_3); \quad \text{o} \quad r_2 = r_3 + r_a \\
 &\downarrow \\
 r_3 &= r_n + r_x; \\
 &\downarrow \\
 r_n &= m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I_e} \cdot \frac{I_e}{A_e} \cdot \frac{A_e}{R_{Te}}; \quad \text{o bien: } r_n = m \cdot \frac{V}{A_e} \cdot \frac{A_e}{R_{Te}} \\
 &\downarrow \\
 m &= mb - v - g
 \end{aligned}$$

Es decir, que si efectuásemos las sustituciones oportunas, podemos escribir la tasa de rentabilidad de los recursos propios, en función de las trece variables de gestión elementales que la determinan, y que, según lo anterior serían:

$$r_1 = \varphi_1 \left[f, i, \frac{A_a}{RT}, a, r_x, \frac{V}{Q}, \frac{Q}{Q^*}, \frac{Q^*}{I_e}, \frac{I_e}{A_e}, \frac{A_e}{R_{Te}}, mb, v, g \right]$$

Concretamente esta función φ_1 , como puede deducirse, es la siguiente:

$$r_1 = \left\{ \left[(mb-v-g) \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{Ie} \cdot \frac{Ie}{Ae} \cdot \frac{Ae}{RTe} + r_x \right] \cdot (1-\alpha) + \alpha \cdot a \right\} \cdot (1+f) - f \cdot i \quad [19]$$

Y de la misma manera que podríamos expresar r_2 , r_3 , o r_n en términos de sus respectivas variables determinantes finales o elementales, que serán una parte de la incluidas arriba. Así, por ejemplo:

$$r_3 = (mb-v-g) \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{Ie} \cdot \frac{Ie}{Ae} \cdot \frac{Ae}{RTe} + r_x \quad [20]$$

Lo importante no es tanto utilizar estas expresiones (notablemente complejas: resulta más operativo trabajar encadenadamente con cada una de las etapas) sino que lo anterior muestra la posibilidad de explicar el cambio experimentado por la rentabilidad (sea una u otra de las variantes) en términos de sus respectivas variables independientes, no solo inmediatas sino *finales*. Es decir, que es posible -por ejemplo- determinar qué parte de la variación que ha experimentado r_1 viene explicada por cada una de las 13 variables elementales que, como vemos, la determinan.

Determinación de la incidencia de cada variable de gestión elemental/final

Contestar este tipo de preguntas puede hacerse básicamente de dos formas. Una de ellas es utilizando los resultados parciales obtenidos en cada fase del modelo, y relacionándolos entre sí en el siguiente sentido: La etapa primera del modelo permite determinar, aplicando la técnica de los promedios (o la de las tasas de variación continua), la variación de r_1 que viene explicada por cada una de las tres variables elementales directas que aparecen en [11]:

$$\begin{aligned} \Delta r_1^{\leftarrow r_2} &= \text{Variación de } r_1 \text{ que viene explicada por } r_2 \\ + \Delta r_1^{\leftarrow f} &= \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \quad f \\ + \Delta r_1^{\leftarrow i} &= \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \quad i \\ &= \Delta(r_1) = \text{Variación (total) de } r_1 \end{aligned}$$

y así sucesivamente, como hemos ido viendo, para cada etapa del modelo; por ejemplo:

$$\Delta r_n^{\leftarrow m} + \Delta r_n^{\leftarrow v/Q} + \Delta r_n^{\leftarrow (Q/Q^*)} + \Delta r_n^{\leftarrow (Q^*/Ie)} + \Delta r_n^{\leftarrow (Ie/Ae)} + \Delta r_n^{\leftarrow (Ae/RTe)} = \Delta(r_n)$$

Podemos, pues, relacionar la etapa correspondiente al análisis de r_1 con la del análisis de r_2 para contestar una pregunta como ¿qué parte de la variación de r_1 viene explicada por r_3 ? (o por Aa/RT , o por a). La respuesta se deduce de un simple reparto proporcional: si el cambio experimentado por r_2 , $\sqrt{(r_2)}$, ha inducido una variación igual

a $\Delta r_1 \rightarrow r_2$, entonces una parte de $\sqrt{(r_2)}$ como es $\Delta r_2 \rightarrow r_3$ explicará o habrá inducido un valor proporcional; es decir:

$$\Delta r_1 \leftarrow r_3 = \frac{\Delta r_1 \leftarrow r_2}{\Delta(r_2)} \cdot \Delta r_2 \leftarrow r_3 \quad [20]$$

Siguiendo esta línea de razonamiento, podemos también relacionar la etapa de análisis de r_3 con la del margen neto, para contestar una pregunta como, por ejemplo: qué parte de la variación de r_3 viene explicada porque ha cambiado la tasa de margen bruto. La respuesta se deduce igualmente de un simple reparto proporcional: si $\Delta(m)$ explica una incidencia sobre r_n igual a $\Delta r_n \leftarrow m$, y esto es lo mismo que $\Delta r_3 \leftarrow m$ (dado que $r_3 = r_n + r_x$ y por tanto $\Delta r_3 \leftarrow r_n \equiv \Delta(r_n)$), entonces, una parte de $\Delta(m)$ como es $\Delta m \leftarrow mb$ ($\equiv \Delta(mb)$), explicará un valor proporcional.

$$\Delta r_3 \leftarrow mb = \frac{\Delta r_n \leftarrow m}{\Delta(m)} \cdot \Delta(mb) \quad [21]$$

Finalmente, pueden conectarse a su vez las dos relaciones que hemos establecido, para tratar de contestar una pregunta del tipo: ¿qué parte de la variación de r_1 viene explicada por la tasa de margen bruto (es decir, por el cambio que ha experimentado dicha tasa de margen bruto)? La respuesta es sencilla, ya que podemos establecer una tercera regla de tres con el siguiente razonamiento: dado que el cambio registrado en r_3 explica una variación de r_1 igual a [20], entonces una parte de $\sqrt{(r_3)}$ como es [21] explicará o habrá inducido la parte proporcional. (Es decir: $\sqrt{(r_3)}$ es a $\Delta r_1 \leftarrow r_3$, como $\Delta r_3 \leftarrow mb$ es a $\Delta r_1 \leftarrow mb$). Y substituyendo los correspondientes valores podemos escribir qué la parte de la variación de r_1 ocasionada por el cambio experimentado por la variable elemental *margen bruto* será:

$$\Delta r_1 \leftarrow mb = \frac{\Delta r_1 \leftarrow r_2}{\Delta(r_2)} \cdot \frac{\Delta r_2 \leftarrow r_3}{\Delta(r_3)} \cdot \frac{\Delta r_n \leftarrow m}{\Delta(m)} \cdot \Delta(mb) \quad [22]$$

y una expresión similar, solo variando el término final, sería la correspondiente respuesta a preguntas relativas a las variables elementales v y g : $\Delta r_1 \leftarrow v$, y $\Delta r_1 \leftarrow g$.

Por este procedimiento (uno o más repartos proporcionales) puede determinarse el efecto, sobre una de las tasas de rentabilidad utilizadas, atribuible a cada una de las variables de gestión finales que la determinan. A título de ejemplos adicionales⁷⁴:

⁷⁴ Obsérvese que la expresión deducida en [21] define un **algoritmo de cálculo** que sigue una visible ley de formación. Esto quedará aún más en evidencia si, teniendo en cuenta que $\Delta(r_n) \equiv \Delta r_3 \leftarrow r_n$ y también que $\Delta(mb) \equiv \Delta m \leftarrow mb$, reescribimos [21] en los siguientes términos:

$$\Delta r_1 \leftarrow mb = \frac{\Delta r_1 \leftarrow r_2}{\Delta(r_2)} \cdot \frac{\Delta r_2 \leftarrow r_3}{\Delta(r_3)} \cdot \frac{\Delta r_3 \leftarrow r_n}{\Delta(r_n)} \cdot \frac{\Delta r_n \leftarrow m}{\Delta(m)} \cdot \Delta m \leftarrow mb$$

La ventaja de utilizar este algoritmo de cálculo -vista su ley de formación- es que puede facilitar los cálculos necesarios para contestar cualquier pregunta similar. Por ejemplo, la pregunta ¿ $\Delta r_2 \leftarrow g$? se contestaría con una expresión como la anterior, pero más reducida: sin el primer factor y cambiando el último por $\Delta m \leftarrow g$, ($= -\Delta g$). Por supuesto, el mismo resultado se alcanza efectuando la(s) 'regla(s) de tres' que proceda, tal como hemos efectuado el razonamiento arriba.

$$\Delta r_1^{\leftarrow}(Ae / RTe) = \frac{r_1 - r_2}{\Delta(r_2)} \cdot \frac{\Delta r_2^{\leftarrow} r_3}{\Delta(r_3)} \cdot [\Delta r_n^{\leftarrow}(Ae / RTe)] \quad [23]$$

$$\Delta r_2^{\leftarrow}(Q / Q^*) = \frac{\Delta r_2^{\leftarrow} r_3}{\Delta(r_3)} \cdot [\Delta r_n^{\leftarrow}(Q / Q^*)] \quad [24]$$

En resumen -y tomando el caso de r_1 , que es la variable a explicar para la que aparecen más variables explicativas- un algoritmo como el descrito permite determinar, por ejemplo, *qué parte de la variación de dicha rentabilidad de los capitales propios es debida a cada una de las 13 variables elementales finales de las que depende*. O también *qué parte de la variación de la rentabilidad de la empresa es atribuible a cada una de sus 11 variables finales que la determinan*. O también, *qué parte del cambio registrado por la rentabilidad de la explotación viene explicado por cada una de sus 9 variables elementales*. Posibles determinaciones que podemos esquematizar en un cuadro del siguiente tipo:

Determinación de la parte de variación que viene explicada por cada variable elemental

Comparación: Año 'n' (en estudio), respecto a año 't' (base)

Posibles preguntas: (X, denota : "una de sus variables determinantes")

variable elemental	$\Delta(r_1)$ $\Delta r_1^{\leftarrow} X = \downarrow$	$\Delta(r_2)$ $\Delta r_2^{\leftarrow} X = \downarrow$	$\Delta(r_3)$ $\Delta r_3^{\leftarrow} X = \downarrow$
i			
f			
Aa/RT			
a, (o bien r_a Si Aa=0)			
r_x			
V/Q			
Q/Q*			
Q*/Ie			
Ie/Ae			
Ae/RTe			
mb			
v			
g			

(ver el ejemplo numérico desarrollado al final del anexo 'Prácticas' a esta 1ª parte)

Observemos, finalmente, que cualquiera de estos posibles valores explicativos -por ejemplo, el que corresponde a: 'parte de la variación (de un periodo a otro) de la *tasa de rentabilidad de los capitales propios* que viene explicada por el cambio en el *margen bruto*'- tiene conceptualmente un significado, de hecho, similar al de: derivadas parciales multiplicadas por sus respectivos incrementos finitos (así, por ejemplo, tomando la función φ_1 : $(\delta r_1 / \delta mb) \cdot \Delta(mb)$). Y precisamente, ésta sería la

segunda forma de determinar la parte de la variación de una variable, explicada por una determinada variable elemental de la que depende. Es decir, tomando la derivada parcial correspondiente, y multiplicándola por el incremento finito observado para dicha variable elemental.

Ambos métodos no dan exactamente los mismos valores. La diferencia estriba en que por la vía de los repartos proporcionales que hemos visto, el concepto paralelo al de derivada parcial no se calcula suponiendo que los valores de las demás variables no han cambiado, sino tomando su valor medio en unos casos, o utilizando las propiedades distributivas de las tasas de variación continua en otros.

3.2

ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD, CUANDO LA INFORMACIÓN DISPONIBLE DE LA EMPRESA ES INCOMPLETA

La *Rentabilidad (normal) de la Explotación* podemos decir, en cierto modo, que es la ‘verdadera’ rentabilidad de la empresa, en el sentido de ser el concepto de rentabilidad *más relevante* si queremos asociar el término ‘rentabilidad’ con el de ‘eficiencia’ o con el de ‘productividad’ -por ejemplo, para comparar empresas de un mismo sector entre sí. Su valor no viene influido por la forma en que esté financiada la empresa (el efecto apalancamiento) ni está afectado por las ‘distorsiones’ que supone la posible existencia de Resultados (y de Activos) Ajenos a la Explotación o de Resultados Extraordinarios. Desde esta perspectiva, podemos considerarla, pues, como la *rentabilidad básica*. Y es por ello que el análisis de los factores que la determinan y que explican sus cambios justifica dedicarle una atención preferente.

El análisis factorial que hemos aplicado al desarrollar nuestro modelo de análisis,

$$[17] \quad r_n = m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I_e} \cdot \frac{I_e}{A_e} \cdot \frac{A_e}{R_{Te}}$$

ofrece, como hemos visto antes, un alto poder explicativo, y, además, en términos de unas variables elementales que cada una de ellas tiene una clara relación con decisiones básicas de la gestión de la empresa : política de precios, grado de ocupación de la capacidad productiva, condiciones de pago a proveedores, ...etc. . Pero ocurre que, en ocasiones, en la información de que se dispone para llevar a cabo el análisis del funcionamiento económico de una empresa (sus Memorias anuales, con los correspondientes Estados de Resultados y Balances de Situación) puede faltarnos alguna de las informaciones necesarias para aplicar este desglose factorial. Principalmente puede faltarnos información sobre el volumen de producción, Q , y sobre la capacidad de producción, Q^* , en cuyo caso no podríamos calcular las variables 2ª, 3ª y 4ª del desglose factorial anterior. No obstante, este inconveniente puede resultar salvable si disponemos de información indirecta sobre el concepto que

refleja alguna de esas variables, y si utilizamos la propiedad distributiva de las 'tasas (equivalentes anuales) de variación continua', que ya conocemos. En efecto éstas tienen -además de la utilidad que ya hemos visto- la ventaja de que permiten obtener conclusiones cuantitativas a pesar de que no dispongamos de información completa como para determinar el valor de todas las variables del análisis factorial. Veámoslo con un ejemplo:

Por no disponer de información sobre las unidades físicas de producción(=venta) real, y sobre las unidades que definen la correspondiente capacidad de producción, el análisis factorial de la rentabilidad normal de la explotación de "Transporte de Mercaderías, SA " (Tramesa) solo se ha podido llevar a cabo parcialmente:

$$r_n = m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{Ie} \cdot \frac{Ie}{Ae} \cdot \frac{Ae}{RTe}$$

	%	%				
Año n	40	= 4	· () · () · () · 0,5	· 2		
Año n-1	30	= 3,8	· () · () · () · 0,6	· 1,7		
(Variación)	(+10)					
t.v.c.:	0,4055	0,0513			-0,182	0,1625

parte explicada por cada variable: +10 = +1,26 ? ? ? -4,49 + 4,01 (puntos de %)

Pero de la Memoria anual de la empresa se deduce lo siguiente: 1) durante el año 'n' el incremento medio de los precios de facturación que aplicó la empresa fue similar al registrado en general en el sector (alrededor de un 15 %); y 2) el nivel medio de ocupación de la capacidad 'productiva' (capacidad de transporte, en este caso) se estima que pasó aproximadamente del 70 % en el año 'n-1' al 80 % en el año 'n'.

Esta información indirecta nos da, por una parte, los dos valores para una de las tres variables explicativas que no habíamos podido calcular, Q/Q^* , (con lo que deducimos que su correspondiente t.v.c. fue 0,1335), y, por otra, nos permite calcular la t.v.c. de la variable 'precios medios': $I(1,10) = 0,095$. Y, llegados a este punto, solo nos falta el valor de la t.v.c. de la variable explicativa 'productividad potencial del Inmovilizado', valor que podemos deducir por simple diferencia, dado que sabemos que la suma algebraica de las t.v.c. de las variables explicativas ha de ser igual a t.v.c. de la Rentabilidad: t.v.c. de $Q^*/Ie = 0,1004$. Esto nos permite completar las conclusiones del análisis factorial antes inconcluso por falta de datos, en los siguientes términos:

Variación de la Rentabilidad, explicada por:

- * cambios en el nivel medio de los precios: + 3,45 (puntos de %)
- * cambios en el grado de ocupación: + 3,3 "
- * cambios en la productividad potencial
de la inversión en inmovilizado : +2,47 "

Y aún podemos añadir la conclusión de que esta 'productividad potencial del inmovilizado' -sobre la cual carecíamos en absoluto de información- (según se deduce del valor de su t.v.c.)⁷⁵ ha tenido concretamente una mejora del 10,5 %.

3.3

APLICACIÓN DEL MODELO, A LA SIMULACIÓN DE RESULTADOS FUTUROS

Otra aplicación típica y útil de un modelo de análisis de la rentabilidad como el aquí expuesto es la de servir a la dirección de la empresa como instrumento para la toma de decisiones estratégicas, a través de la técnica de la 'simulación' de cálculo.

Simulación 'directa'

La *simulación directa* consistirá, en este caso, en determinar que tasa de rentabilidad es esperable en un periodo futuro, si, como consecuencia de una posible conjunto de decisiones de gestión, las variables elementales del modelo tomasen unos determinados valores para dicho periodo. Por ejemplo:

Aplicado el modelo al ejercicio 200(t) de la empresa "San Miguel, SA", los valores han resultado ser los siguientes:

$$\begin{aligned} r_1 &= 27,17 \% & ; & \quad f = 0,0355 & ; & \quad i = 58,45 \% \\ r_2 &= 28,25 \% & ; & \quad Aa/RT = 0,2052 & ; & \quad a = -8,6 \% \\ r_3 &= 37,76 \% & ; & \quad r_x = 4,65 \% & ; & \quad r_n = 33,11 \% \\ m &= 11,82 \% & ; & \quad V/Q = 80,35 & ; & \quad Q/Q^* = 0,91 & ; & \quad Q^*/Ie = 0,0447 \\ & & & \quad Ie/Ae = 0,506 & ; & \quad Ae/RTe = 1,862 \\ mb &= 56,06 \% & ; & \quad v = 25,33 \% & ; & \quad g = 19,98 \% \end{aligned}$$

Situados temporalmente a inicios del año 200(t+1) , supongamos que *un posible conjunto de decisiones a tomar* -con su correspondiente repercusión sobre las variables elementales del modelo- es el siguiente:

- Solicitar nuevos créditos bancarios y renegociar los acuerdos sobre los actualmente concedidos (el tipo de interés medio del 58,45 % del periodo anterior respondía a circunstancias excepcionales) con lo que se triplicará el Exigible Financiero, y el tipo de interés medio para el ejercicio 20(t+1) se estima será del 18 % . Por otra parte se prevé incrementar los Recursos Propios en un 10 % , a base de reinvertir parte de los beneficios del año anterior. Todo esto supone las siguientes previsiones cuantitativas para 200(t+1): $i = 18\%$; $f = (0,0355) \cdot 3/1,1 = 0,097$.
- Mantener la misma proporción de Recursos Totales invertidos en Activos Ajenos a la Explotación. La Rentabilidad de estas inversiones en Activos Ajenos a la Explotación se estima seguirá aún siendo durante 20(t+1) muy baja: 4 %. (es decir: $Aa/RT=0,2052$; $a = 4\%$)

⁷⁵ Dado que una t.v.c. es el logaritmo del cociente entre los valores de la variable para los dos periodos que estamos comparando: $\text{antl}(0,1004) = 1,105 = \frac{(Q^*/Ie)_n}{(Q^*/Ie)_{n-1}}$; de donde deducimos que la tasa de

incremento de la variable ha sido de $1,105 - 1 = 0,105$; es decir, de un 10,5 % .

- Incrementar los precios de venta en un 5 % en promedio ($V/Q = (80,35) \cdot 1,05 = 84,37$)
- Con la nueva entrada de capitales prevista, llevar a cabo nuevas inversiones que permitirán incrementar considerablemente la capacidad de producción, y también mejorar el índice del productividad potencial del Inmovilizado de la Explotación, situándolo en $Q^*/I_e = 0,05$ (litros por peseta invertida). Aunque durante este primer año de $20(t+1)$ la venta estimada no permitirá utilizar esta capacidad productiva plenamente: se estima que el grado de ocupación de la capacidad productiva será del 85%. ($Q/Q^* = 0,85$). Como consecuencia de las inversiones anteriores, la parte del Activo (de la explotación) representada por el Inmovilizado (de la explotación) subirá al 58 % ($I_e/A_e = 0,58$).
- Mantener las condiciones de pago a Proveedores, por lo que se estima que el indicador financiero que refleja el grado de aprovechamiento del Exigible Comercial permanecerá constante ($A_e/R_{Te} = 1,862$).
- Incrementar en un 8 % los salarios del personal industrial, que es también lo que se espera suban en promedio los costes de las materias primas, los envases, servicios, y demás costes industriales (es decir, todos los considerados como 'costes imputados'). De lo que se deduce que - suponiendo que la relación entre Costes y Ventas, en términos reales, no varíe ⁷⁶-la tasa de Margen Bruto pasará a ser $mb_{t+1} = 1 - (\text{Costes Imputados/Ventas})_t \cdot (1,08/0,05) = 1 - (0,4394) \cdot (1,08/0,05) = 0,548$; es decir, un 54,8 %.
- Aprobar los presupuestos de los restantes gastos para el año $20(t+1)$, efectuando un ajuste sobre varias partidas, de manera que los Costes Variables (no-imputados) se reduzcan en términos proporcionales, pasando a representar un 23,6 % (sobre la cifra de ventas esperada); y los Costes Fijos (no-imputados), que se mantengan en términos proporcionales, es decir, que representaran una tasa del 20% sobre ventas. (es decir: $v = 23,6\%$; $g = 20\%$).
- No se espera Resultado Extraordinario alguno. ($r_t = 0$)

De este conjunto de decisiones/previsiones, puede deducirse, aplicando el modelo, que la empresa alcanzará en el periodo $20(t+1)$ una rentabilidad sobre recursos propios del orden del 37 %:

$$m = mb - g - v \quad ; \rightarrow \quad m = 54,8 - 23,6 - 20 = 11,2$$

$$r_n = m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I_e} \cdot \frac{I_e}{A_e} \cdot \frac{A_e}{R_{Te}} \quad ; \rightarrow$$

$$r_n = 11,2 \cdot 84,37 \cdot 0,85 \cdot 0,05 \cdot 0,58 \cdot 1,862 = 43,37 \%$$

$$r_3 = r_n = 43,37 \%$$

$$r_2 = r_3 + (A_a/RT) \cdot (a - r_3) \quad ; \quad \rightarrow \quad r_2 = 43,37 + 0,2052 \cdot (4 - 43,37) = 35,29 \%$$

$$r_1 = r_2 + f \cdot (r_2 - i) \quad ; \quad \rightarrow \quad r_1 = 35,29 + 0,097 \cdot (35,29 - 0,18) = \mathbf{36,96 \%}$$

Como en todo modelo aplicado a la simulación de resultados, su utilidad se deriva de que es relativamente sencillo obtener una respuesta para cada posible conjunto de decisiones que se de desee tomar en consideración. Así, supongamos que el conjunto de decisiones/previsiones anterior se modifica en el sentido de considerar que también hay la posibilidad (la cual depende de una negociación que hay que llevar a cabo con cierta Caja de Ahorros) de que el coste del exigible financiero se consiga reducir hasta el 12 % en promedio; en tal caso, como puede comprobarse, el modelo nos permite determinar fácilmente que se alcanzaría una rentabilidad sobre capitales

⁷⁶ Esto equivale a suponer que la productividad de estos factores representados por todos los costes imputados no varíe. Sobre esta cuestión volveremos extensamente más adelante.

Simulación 'indirecta'

Supongamos que en el caso de la empresa anterior el Comité de Dirección está considerando como meta de rentabilidad (sobre recursos propios) deseable, el alcanzar una tasa del 45 % ; y que se desea saber hasta qué porcentaje debería reducirse la tasa de Costes Variables , a fin de alcanzar tal meta, *suponiendo para el resto de las variables las mismas decisiones/previsiones*. La respuesta que nos permitiría dar el modelo es:

47

En este caso hemos supuesto un grado de libertad en la simulación; es decir, una sola variable de gestión a determinar o libre: la tasa de 'Costes Variables no-imputados'. Si dejamos dos variables libres -por ejemplo: qué tasa de Costes Variables decidir y qué incremento aplicar sobre los precios de venta- la respuesta sería indeterminada (formalmente tendríamos una ecuación con dos incógnitas). Podríamos, sin embargo dar una respuesta en forma de una tabla de diferentes pares de valores (para la tasa v , y para el % de incremento de los precios) que cumplirían la condición impuesta de llevar a una tasa de rentabilidad del 45 %. Y aunque tal procedimiento está asociado matemáticamente a la noción de ofrecer 'respuestas ciertas pero arbitrarias', hay que destacar que, en tanto que información para la toma de decisiones empresariales, una tal tabla de pares de valores puede resultar de hecho una respuesta perfectamente útil, siempre que se escojan los valores 'arbitrarios' de una de las dos variables ⁷⁷ dentro de un intervalo que cubra aquellos valores que puedan considerarse como 'razonablemente posibles' dada la trayectoria y las perspectivas de la empresa ⁷⁸.

3.4

APLICACIÓN DEL MODELO, A LA COMPARACIÓN DE LA RENTABILIDAD ENTRE EMPRESAS

El modelo expuesto puede aplicarse no solo para analizar las causas de la variación de la rentabilidad de una empresa de un periodo t_0 a un periodo t_1 , como hemos visto hasta aquí, sino también -sin más cambios- a comparar la rentabilidad de dos empresas y determinar qué es lo que hace que la tasa de rentabilidad de una sea diferente de la de la otra. Para ello basta con cambiar simplemente de perspectiva al aplicar el modelo: lo que antes eran los datos del '*periodo en estudio*', t_1 , ahora serán datos de 'la empresa A' para un periodo dado; y lo que eran datos del '*periodo base*', t_0 , ahora serán los datos de la 'empresa B', normalmente para el mismo periodo.

	r_1	$=$	r_2	$+$	$f \cdot (r_2 - i)$
Empresa 'A'	----		----		---
Empresa 'B'	----		----		---
(Diferencia 'A' - 'B') =			$\Delta(r_1)$		

Y así, de forma paralela, para las restantes fases del modelo:

$$r_2 = r_3 + (Aa/RT) \cdot (a - r_3)$$

⁷⁷ Tomado un determinado valor para una de las dos variables, el valor para la segunda viene matemáticamente dado por el modelo.

⁷⁸ Se propone como práctica al/a lector/a el elaborar dicha tabla, para los siguientes valores del porcentaje de incremento medio de los precios: -2 %, 0 %, 2 %, 4 %, 6 %, 8 %, 10 %, 12 %.

$$r_3 = r_n = m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I_e} \cdot \frac{I_e}{A_e} \cdot \frac{A_e}{R_{Te}}$$

$$m = mb - v - g$$

Consecuentemente, lo que en la aplicación anterior era la ‘*variación* de la rentabilidad del periodo base al periodo en estudio’, $\Delta(r)$, ahora significará “*diferencia entre la rentabilidad ‘de la empresa A’ y la ‘de la empresa B’* “. Y así para todas las variables que intervienen en el modelo ; por ejemplo: si $(Q^*/I_e)_A > (Q^*/I_e)_B$, su diferencia no significará ahora que ‘se ha incrementado la productividad potencial del Inmovilizado’ sino que tal productividad es mayor en la empresa A que en la B, en la cuantía que marca la diferencia entre ambos valores.

Paralelamente, las determinaciones cuantitativas que nos indican el papel que ha jugado cada variable elemental, se calculan exactamente igual, pero tendrán ahora un significado algo distinto. A título de ejemplo:

determinación

Significado en el análisis inter-empresas

$$\Delta r_1^{\leftarrow i}$$

(suponiendo que haya resultado un valor positivo): Parte de la *diferencia* entre la rentabilidad de los capitales propios de A y la de B, que viene explicada por el hecho de que el coste del capital de terceros es menor en la empresa A que en la B.

$$\Delta r_n^{\leftarrow (Q/Q^*)}$$

(ídem): Parte de la *diferencia* observada entre la rentabilidad normal de la explotación de la empresa A y la de la empresa B, que viene explicada por el hecho de que el nivel de ocupación (de la capacidad productiva instalada) ha sido superior en la primera que en la segunda.

Digamos que nada impide comparar los datos de un periodo para la empresa A con los datos para un periodo distinto para la empresa B. Pero no cabe duda de que la comparación y sus conclusiones serán más útiles si los dos conjuntos de datos están referidos al mismo periodo. Principalmente debido a que la coyuntura económica general que habrá afectado o condicionado el funcionamiento de ambas empresas (pensemos, por ejemplo, en el tipo de interés de mercado para los créditos bancarios) será así la misma, con lo que las conclusiones derivadas de la comparación resultaran más significativas.

Como cuestión de tipo general, al ir a efectuar el análisis comparativo del funcionamiento económico de dos empresas, está el tema de decidir cual de ellas va a ser considerada como ‘A’ y cual como ‘B’, entendiendo por esta última aquella a la que se toma como *base* de la comparación. Se trata de una decisión, por supuesto, arbitraria, pero que marca el signo de las conclusiones (diferencia ‘favorable’/

‘desfavorable’ en tal o cual variable) y por lo tanto la forma de exponer e interpretar los resultados numéricos obtenidos del análisis comparativo ⁷⁹.

Este tipo de análisis de la rentabilidad inter-empresas resulta útil independientemente de si ambas pertenecen o no al mismo sector. Pero conviene tener en cuenta esta cuestión a la hora de aplicar el modelo. Supongamos que la empresa A y la B son dos empresas de sectores de actividad totalmente distintos y que lo único que tienen en común es que ambas pertenecen a un mismo grupo empresarial o grupo de accionistas. En tal caso resultará, obviamente, de interés analizar las causas de que la rentabilidad de los capitales propios sea distinta, pongamos por caso, debido a que el tipo de interés del capital de terceros que pagan es distinto (variable i), o debido a que el grado de endeudamiento es distinto (variable f), o a que lo es la importancia de los resultados y los activos atípicos; o a que es diferente la rentabilidad (normal) de la explotación. Pero sin embargo, -y a diferencia de si se tratase de empresas del mismo sector de actividad- no resultará de gran utilidad el proseguir el análisis desglosando y comparando las causas de la diferencia en la *rentabilidad normal de la explotación*, pues, al tratarse de sectores diferentes, comparar los respectivos valores de variables como, por ejemplo, la tasa de margen, la productividad potencial del inmovilizado, o el grado de aprovechamiento del exigible comercial, puede resultar de escaso significado; y ello porque cabe suponer que no nos dice nada en especial el que los respectivos valores observados sean distintos, dado que éstas dependen fundamentalmente del tipo de actividad o sector económico al que pertenezca la empresa. En la medida en que la situación sea efectivamente así, podemos concluir que el análisis de las causas de la diferencia entre la rentabilidad (r_1) de ambas empresas puede limitarse hasta alcanzar la *rentabilidad normal de la explotación*, tratando a ésta como una variable ‘final’ o elemental, sin entrar en el análisis de dicha tasa. Dicho de forma esquemática: limitar el análisis a

$$\Delta(r_1)_{A-B} = \Delta r_1^{\leftarrow i} + \Delta r_1^{\leftarrow f} + \Delta r_1^{\leftarrow (Aa/RT)} + \Delta r_1^{\leftarrow a} + \Delta r_1^{\leftarrow r_x} + \Delta r_1^{\leftarrow r_n}$$

⁷⁹ Tomar una u otra como ‘empresa en estudio’ o ‘A’ (y, por tanto, la otra como ‘empresa base’, de referencia, o ‘B’) no solo cambia los signos (+, -) sino que también cambia ligeramente algunos valores. Supongamos que -siendo ambas empresas del mismo sector- observamos que la Productividad del Inmovilizado es igual a 0,4 en “Grande, SA” y de 0,5 en “Media, SA”. Si tomamos a la primera como empresa ‘A’ y a la segunda como empresa ‘B’ (la que se toma como base de comparación) concluiremos que “la Productividad es un 20 % menor en la primera que en la segunda”. Y si tomamos a la segunda como empresa ‘A’ (y, por tanto, la primera es la que se toma como base de comparación), diremos que “la Productividad es un 25 % mayor en la segunda que en la primera”

4

Ejemplos / prácticas

Ejemplo 1: (ANÁLISIS FACTORIAL SIMPLE DE LA RENTABILIDAD)

Datos de la cuenta de Resultados del año 20..(n)

Ventas	49.462,4 (Miles de €)
(-) Costes (excepto Intereses del Exigible)	48.146,7
= <i>Beneficio neto de la Explotación</i>	1.315,7
(+, -) Resultados extraordinarios	-- 0 --
= <i>Beneficio de la Explotación</i>	
(+,-) Resultados atípicos o ajenos a la Expl.	- 74,-
= <i>Beneficio de la Empresa</i>	
(-) Intereses del Exigible (o Gastos financieros)	- 431,7
= <i>Beneficio</i>	810,-

Datos del Balance de Situación:

Activo Total neto	26.619 (Miles de €)
Circulante (Disponible + Realizable)	11.932,5
Activo Fijo o Inmovilizado (neto)	14.687,5
Exigible Comercial	7.408,4
Exigible Financiero	7.161,6
Recursos Propios (Capital + Reservas)	12.000,-
Beneficio del propio año	810,-

Información complementaria:

- * Valor de los Activos Ajenos a la explotación 6.735,3 (Miles de €). (6.200 pertenecen a cuentas de Activos Fijos y el resto a cuentas de Circulante)
- * Producción durante el año 20..(n) : 846 Miles de litros
- * Capacidad de Producción anual media durante el año 20..(n) : 1.175 Miles de litros

1) Aplicación del modelo de análisis de tres variables:

$$r = \frac{B}{C} = \frac{B}{V} \cdot \frac{V}{A} \cdot \frac{A}{C}$$

% %

$$r = 6,75 = 1,64 \cdot 1,8 \cdot 2,28$$

2) Aplicación del modelo de análisis de 6 variables ("Gold-ampliado")

$$r = \frac{B}{C} = \frac{B}{V} \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{I} \cdot \frac{I}{A} \cdot \frac{A}{C}$$

% %

$$r = 6,75 = 1,64 \cdot 58,46 \cdot 0,72 \cdot 0,08 \cdot 0,54 \cdot 2,28$$

3) Comentario / 'lectura' de los resultados anteriores:

- * El precio medio de venta ha sido de 58,46 €/litro ⁸⁰
- * El nivel de ocupación de la capacidad productiva ha sido del 72 %
- * El exigible financia alrededor del 54 % del Activo ($1 - 1/2,28 = 0,54$)
- * La productividad potencial del Inmovilizado es de 80.000 litros anuales por millón de €. invertido.

Ejemplo 2: APLICACION DEL MODELO DE ANALISIS FACTORIAL POR ETAPAS:

De entre las dos posibles aplicaciones del modelo anterior, a saber: las causas de la variación de la rentabilidad de una empresa de un periodo a otro, y las causas de las diferencias entre la rentabilidad entre dos o más empresas, el presente ejemplo corresponde al primer tipo.

Se trata de un caso real correspondiente a una empresa pública del sector de Industrias Lácteas (LESA), de ámbito nacional, la cual, además, controla o posee participación en empresas del mismo sector (circunstancia esta última que explica la relativa importancia de las inversiones ajenas a la explotación).

Las variables necesarias para el análisis han sido elaboradas, según las definiciones del modelo, a partir de los datos básicos extraídos de la memoria de la empresa, completados con algunos datos solicitados directamente. En resumen, se han obtenido los siguientes valores:

⁸⁰ Bajo el supuesto de que la variación de existencias no es significativa, en cuyo caso unidades *producidas* y unidades *vendidas* coincidirán prácticamente.

Variables	2008	2009	2010	2011
1. Ventas (en miles de €.)	32.704,56		49.462,4	
2. Rentabilidad s/Recursos Propios (r_1), %	0,17	5,18	4,92	6,75
3. Rentabilidad s/Recursos Totales (r_e), %	3,80	8,07	6,57	6,48
4. Rentabilidad de la Explotación (r_3), %	6,00-	11,56	10,36	10,59
5. Rentabilidad Extraordinaria de la Explotación (r_x), %	-	-	-	-
6. Rentabilidad s/ los Recursos ajenos a la Explotación (a), %	0,19	0,14	0,38	-1,1
7. Coste del Exigible Financiero (i), %	12,3	12,84	8,79	6,02
8. Índice de Financiación Externa (f)	0,4262	0,6052	0,7418	0,5968
9. Índice de Activo Ajeno a la Explotación (Aa/RT)	0,38	0,3058	0,3801	0,3515
10. Margen Neto (m), %	1,41	2,82	2,402	2,66
11. Margen Bruto (mb), %	33,46	34,74	34,94	34,79
12. Tasa de Costes (no imput.) Fijos (g), %	26,80	27,55	27,74	27,02
13. Tasa de Costes (no imput.) Variables (v), %	5,25	4,37	4,80	5,11
14. Rendimiento en Ventas del Activo (V/Ae)	2,935	2,51	2,87	2,488
15. Índice Relativo de Finan. Comer. (Ae/RT)	1,45	1,63	1,50	1,60
16. Volumen de producción (en miles de unidades)	756,-		846,-	
17. Capacidad de producción (")	804,2		1.175,-	
18. Inmovilizado de la Explotación (en miles de €.)	4.467,8		8.487,5 *	
19. Activo de la Explotación (en miles de €.)	11.142,95		19.883,7 **	
20. Grado de inmoviliz. del Activ. expl. : (Ie/Ae)	0,401		0,427	
21. Nivel de ocupación (Q/Q^*)	94 %		72 %	
22. Productividad potencial del Ie : Q^*/Ie	0,18		0,1384	
23. Promedio de precios unitarios (V/Q)	43,26		58,46	

(*) El Inmovilizado ajeno a la explotación es, paralelamente, 6.200,- miles de €

(**) El Activo ajeno a la explotación es, paralelamente, 6.200 miles € (de Inmovilizado) más 535,3 miles € (de circulante).

La aplicación del modelo se efectuará analizando la variación de la Rentabilidad de los Recursos Propios, comparando concretamente el año 2011 con el 2008.

FASE I.

ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE LOS CAPITALS PROPIOS; EL 'EFECTO APALANCAMIENTO'

$$r_1 = r_2 + f \cdot (r_2 - i)$$

Año	Rentabilidad s/Recursos propios	Rentabilidad s/Recursos totales	Indice de financiación externa	Efecto bruto “Apalancamien to”	Coste financiación externa					
	(r ₁)	=	r ₂	+	f	· (	r ₂ - i	)	;	i
	(%)		(%)		(%)		(%)			(%)
2008	0,17		3,80		0,4262		-8,5			12,3
2011	6,75		6,48		0,5968	-0,46	6,02			
Variación	6,58		+2,68		+0,1706		+8,96			6,28
Promedios					0,5115		-4,02			

⇒ *Determinación de la contribución de cada variable explicativa inmediata, a la variación de la Rentabilidad sobre los recursos Propios: (aplicando la técnica de los valores medios):*

- 1) r_2 - Por mejora en la *rentabilidad de la empresa* * + 4,05 puntos de %
 - Efecto directo $\Delta r_2 = \dots\dots\dots + 2,68$
 - Efecto indirecto: $\boxed{} = 0,5115 \times 2,68 = \dots + 1,37$
- 2) i - Por reducción en el *coste de la financiación externa* + 3,21 "
 $\boxed{} = 0,5115 \times 6,28$
- 3) f - Por aumento del *índice de financiación externa* - 0,68 "
 $(\overline{r_2 - i}) \cdot \Delta f = (-4,02) \times 0,1706 =$
- Total + 6,58 "**

(*) Se usa $\bar{x}$ para indicar 'valores medios'; y Δx , para denotar 'variación (que puede tener signo positivo o negativo)'.



FASE II.

ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE LA EMPRESA

$$r_2 = r_3 + (Aa/RT) \cdot (a - r_3)$$

Año	Rentabilidad de la empresa r_2	Rentabilidad de la explotación r_3	Activo ajeno a la explotación, s/Recursos totales (Aa/RT)	Rentabilidad de los Activos ajenos a la explotación $(a - r_3)$	
	(%)	(%)		(%)	(%)
2008	3,80	6,-	0,38	- 5,81	0,19
2011	6,48	10,59	0,3515	- 11,69	- 1,1
Variación	+2,68	+ 4,59	- 0,0285	- 5,88	-1,29
Promedios			0,36575	- 8,75	

⇒ *Determinación de la contribución de cada variable explicativa inmediata, a la variación de la rentabilidad de la empresa: (mediante la técnica de los valores medios):*

puntos de %

- 1) r_3 . -Por variación en la *rentabilidad de la explotación* + 2,91
 - efecto directo $\Delta(r_3) = \dots\dots\dots + 4,59$
 - efecto indirecto $(Aa/RT) \cdot \Delta(r_3) = 0,36575 \times 4,59 = \dots - 1,68$
- 2) a . -Por variación en la *rentabilidad de las inv. ajenas a la expl.* - 0,48 "
 $((Aa/RT) \cdot \Delta(a) = 0,36575 \times (-1,29)$
- 3) Aa/RT -Por variación en el *índice de inversión ajena a la expl.* + 0,25 "

$$-(a-r_3) \cdot \Delta(Aa/RT) = (-8,75) \times (-0,0285)$$

Total + 2,68 “

FASE III.

ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD DE LA EXPLOTACIÓN

$$r_3 = r_n + r_x \quad ; \text{ en este caso } r_x = 0 ; \text{ y, por lo tanto, } r_3 = r_n$$

Pasamos directamente, pues, al análisis de la **RENTABILIDAD NORMAL DE LA EXPLOTACIÓN** :

$$[17] \quad r_n = m \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{Ie} \cdot \frac{Ie}{Ae} \cdot \frac{Ae}{RTe}$$

Años	rentabilidad normal de la Explotación	tasa de Margen comercial	Promedio de los precios de venta	Nivel de ocupación	Productividad potencial del Inmov. de la Expl	Grado de inmovilización del Activo de la Expl.	Aprovechamiento del Exigible Comercial						
	r_n	=	m	$\cdot$	V/Q	$\cdot$	Q/Q^*	$\cdot$	Q^*/Ie	$\cdot$	Ie/Ae	$\cdot$	Ae/RTe
2008	6,-	1,41	43,26	0,94	0,18	0,401	1.45						
2011	10,59	2,66	58,46	0,72	0,1384	0,427	1,6						
Variación:													
2008-11	+4,59												
t.v.c.	+0,56815	+0,63484	+ 0,301	-0,2666	-0,263	+0,063	+0,09854						

⇒ *Contribución de cada variable explicativa inmediata, a la variación de la Rentabilidad de la Explotación. (Aplicando el método de las tasas de variación continua):*

- 1) m : Por aumento en la tasa de *margen neto* + 5,13 puntos de %
4,59/0,56815 x (+0,63484)
 - 2) (V/Q) Por aumento en el *promedio de los precios de venta* + 2,43 “
4,59/0,56815 x (+0,301)
 - 3) (Q/Q^*) Por disminución en el *nivel de ocupación* - 2,15 “
4,59/0,56815 x (- 0,2666)
 - 4) (Q^*/Ie) Por disminución en la *productividad potencial del Inmov.* - 2,12 “
4,59/0,56815 x (- 0,263)
 - 5) (Ie/Ae) Por Incremento en el *grado de inmov. del Activo* + 0,51 “
4,59/0,56815 x (+0,063)
 - 6) Ae/RTe Por variación en el *aprovechamiento del exigible comercial* + 0,79 “
4,59/0,56815 x (+0,09854)
- Total + 4,59 “

Ejemplo de lectura/diagnóstico:

El aumento de 4,6 puntos de % en la rentabilidad de la explotación ha sido producido por la compensación de cuatro efectos positivos y dos negativos:

- * La tasa de margen ha aumentado en 0,6 puntos de %, y ello por sí solo ha repercutido en un incremento de 5,1 puntos de % en la rentabilidad de la explotación.
- * También el promedio de precios de venta ha aumentado en unas 15 pts/unidad, lo que ha inducido un aumento independiente de 2,43 puntos de % en la rentabilidad de la explotación.
- * Un tercer movimiento positivo ha sido el del grado de inmovilización del activo, que ha pasado del 40,1 % al 42,7 %, lo que ha repercutido en una pequeña mejora de 0,51 puntos de % sobre la rentabilidad.
- * Y el índice de aprovechamiento del exigible no remunerado también ha mejorado (de financiar el 31 % del activo ha pasado a financiar el 38 %), induciendo un incremento de 0,79 puntos de % en la rentabilidad de la explotación

Estos cuatro efectos favorables en su conjunto hubiesen hecho subir la rentabilidad de la explotación en casi 9 puntos de % ; pero han habido dos movimientos de signo desfavorable que, de haber sido los únicos cambios en las variables de gestión elementales, hubiesen provocado entre los dos una reducción de la tasa de rentabilidad de unos 4,3 puntos de % :

- * El nivel de ocupación ha caído del 94 % al 72 %, provocando ello una reducción de 2,15 puntos de % en la rentabilidad.
- * Y la productividad potencial del inmovilizado (de la explotación) ha caído de 180.000 uu./millón € en 2003 a 138.400 uu./millón € en 2006, induciendo ello una reducción de 2,12 puntos de % en la rentabilidad.

FASE IV**ANÁLISIS DE LA TASA DE MARGEN**

$$m = mb - g - v$$

Año	Margen Neto		Margen Bruto		Tasa de Costos n.i. *Variables		Tasa de Costos n.i.* Fijos
	m	=	mb	-	v	-	g
2008	1,41		33,46		5,25		26,80
2011	2,66		34,79		5,11		27,02
Variación							
2008-2011	(+1,25)	=	(+1,33)	-	(-0,14)	-	(+0,22)

(*) n.i. = no imputados

RESUMEN:**APLICACIÓN DEL MODELO EN SU CONJUNTO (FASES Iª A IVª):**

Cerraremos este ejemplo concretamente con una determinación del tipo: **INCIDENCIA QUE HA TENIDO SOBRE LA RENTABILIDAD DE LOS CAPITALES PROPIOS, CADA UNA DE SUS VARIABLES EXPLICATIVAS FINALES**

variable explicativa final 'X'	(en puntos de %)		
	$\Delta r_1^{\leftarrow} X$	$\Delta r_2^{\leftarrow} X$	$\Delta r_n^{\leftarrow} X$
i = Coste de la financiación externa	+ 3,21		
f = Índice de financiación externa (EF/C)	- 0,68	↓	
Aa/RT = Importancia relativa de las inversiones en activos ajenos a la explotación	+ 0,3778		
a = Tasa de rentabilidad de las Inversiones Ajenas a la explotación	- 0,725		↓
r_x = Rentabilidad (de la explotación) de carácter extraordinario	0		
V/Q = Promedio de los precios de venta unitarios	+ 2,328		
Q/Q^* = Nivel de ocupación de la capacidad productiva	- 2,06		
Q^*/I_e = Productividad potencial del Inmovilizado	- 2,031		
I_e/A_e = Grado de inmovilización del Activo de la explotación	+ 0,489		
A_e/RT_e = Índice de aprovechamiento del Exigible Comercial , o importancia relativa de la financiación comercial	+ 0,757		
mb = Tasa de margen bruto (resultante de deducir los Costes imputados)	+ 5,23		
v = Tasa de costes variables, no-imputados	+ 0,55		
g = Tasa de costes fijos, no-imputados	- 0,865		
Suma (= Variación total de r_1)	+ 6,58		

* *

Ejemplo de cómo se ha determinado el último de los valores anteriores, aplicando el algoritmo de cálculo, tomando los valores ya determinados en las sucesivas cuatro fases del modelo:

$$\Delta r_1^{\leftarrow} g = \frac{\Delta r_1^{\leftarrow} r_2}{\Delta(r_2)} \cdot \frac{\Delta r_2^{\leftarrow} r_3}{\Delta(r_3)} \cdot \frac{\Delta r_n^{\leftarrow} m}{\Delta(m)} \cdot \Delta m^{\leftarrow} g \quad [22a]$$

$$\Delta r_1^{\leftarrow} g = \frac{+4,05}{+2,68} \cdot \frac{+2,91}{+4,59} \cdot \frac{+5,13}{+1,25} \cdot [-(+0,22)] = -0,86503$$

PARTE (II)

EVALUACIÓN DE LA **PRODUCTIVIDAD**, a partir del análisis factorial del Margen

5

Relación entre tasas de Margen y Productividad

5.1

MEDIDA DE LA PRODUCTIVIDAD DE UNA EMPRESA A PARTIR DE SUS ESTADOS DE CUENTAS

Enfoque y terminología

Como continuación lógica del análisis de la Rentabilidad desarrollado en la primera parte, vamos a centrarnos ahora en el análisis de los factores que determinan lo que en el modelo anterior eran las tres últimas variables elementales, y que, de hecho, son las más determinantes del resultado de la empresa, así como las más relacionadas con la idea de eficiencia: La *tasa de Margen Bruto*, la *tasa de Costes no-imputados Variables* y la *tasa de Costes no-imputados Fijos*.

$$\frac{Bne}{V} = m = mb - v - g$$

A título ilustrativo de los contenidos o significado habitual de las variables anteriores:

VARIABLES		PERIODOS (en este ejemplo: Años):			
		20...(n)	%		20...(n-1)
V	Ventas (o facturación o ingresos)	400		100	252
CI	(-) Costes imputados * de materiales * de personal de producción * de amortizaciones de producción * suministros y serv. exteriores; etc	320		80	191,52
Mb	(=) Margen Bruto	80	mb	20	61,48
Cv	(-) Costos no imputados, VARIABLES * Transportes * Comisiones * Gastos gestión de cobro etc.	24	v	6	16,38
Cf	(-) Costos no imputados, FIJOS * de personal (no-producción) * de amortizaciones (ídem) * etc.	44	g	11	31,5
Bne	(=) Beneficio normal de la Explotac.	12	m	3	12,6
Bee	Beneficio extraordinario de la explotación.				
Be	(=) Beneficio de la explotación				
Ba	Resultados atípicos				
BE	(=) Beneficio de la empresa				
IN	- Intereses del Exigible Financiero				
B	(=) Beneficio antes de impuestos				

Un ejemplo en el que, para el periodo 20...(n) : $mb - v - g = m \Rightarrow 20 - 6 - 11 = 3$,
si expresamos las tasas en %. Y si las expresamos en términos de tantos por uno:
 $0,20 - 0,06 - 0,11 = 0,03$

Tomemos en primer lugar el concepto de *tasa de Margen Bruto* y considerémoslo ahora con algo más de detalle:

$$mb = \frac{V - CI}{V} \equiv 1 - \frac{CI}{V} \equiv 1 - \frac{\sum_j (Factor)_j \cdot (precio\ de\ coste)_j}{\sum_i (Producto)_i \cdot (Precio\ de\ venta)_i} \quad [24]$$

Como hemos visto al final de la sección 2.5, si examinamos cuales son sus elementos de gestión determinantes, observamos que en términos generales éstos son de tres tipos:

- La relación técnica entre las unidades **Producto/Factor**; es decir, un *determinado Índice de Productividad* (las unidades de Productos, valoradas, constituyen las Ventas, y las unidades de Factor, también valoradas, conforman los Costes imputados).

- La relación entre los precios de los ‘productos’ y los precios de los ‘factores’; o *precios relativos Productos vs. Factores*.
- La importancia relativa de cada Producto (o línea de ventas) en la cifra de Ventas total; es decir, *la estructura de la Venta* (dado que cada línea puede tener de por sí tasas de Margen diferentes).

Así, si la tasa de Margen Bruto (*mb*) de una unidad productiva es diferente de un periodo a otro, esta diferencia ha de poderse explicar a partir de esas tres causas. Y una afirmación paralela puede hacerse respecto a las tasas de costes no imputados, tanto la de los considerados como fijos (*g*) como la de los considerados como variables (*v*). (Ver argumentación general en el resumen introductorio a este tema, al final del apartado 8).

Adoptando esta perspectiva, las páginas que siguen están dedicadas al tema de la evaluación y análisis de la *productividad* de las empresas, y de los demás factores de los que depende la tasa de margen bruto y las tasas de costes no-imputados. El factor explicativo protagonista, como puede deducirse, es el de la *productividad*, por lo que gran parte de lo que sigue hace referencia a este concepto. De acuerdo con la terminología habitual al hablar de productividad, decimos que en un periodo dado una empresa obtiene unas determinadas cantidades de ‘outputs’ (productos) utilizando o consumiendo para ello unas determinadas cantidades de ‘inputs’ (factores). La definición general de PRODUCTIVIDAD es entonces, simplemente:

$$PRODUCTIVIDAD = \frac{\text{unidades de OUTPUT}}{\text{unidades de INPUT}}$$

Un concepto que no presenta problemas de determinación en el caso, -implícitamente supuesto en tal definición- de que la empresa produzca un solo output a partir de un único input. Pero en el caso general en el que lo habitual es que una empresa produzca un conjunto de diferentes outputs (productos) a partir de un conjunto de diferentes inputs (factores), se plantea el problema de como agregar los diferentes outputs (unidades de productos obtenidos/vendidos) para formar un numerador, y como agregar los diferentes inputs (consumo de factores que ha sido necesario para obtener/vender tales unidades de productos) para formar el correspondiente denominador.

En este sentido conviene destacar que el enfoque que aquí adoptaremos para la evaluación y análisis de la productividad tiene, como elemento diferencial respecto a los enfoques más habituales en este campo ⁴⁴, el que es un enfoque conectado directamente con la Cuenta de Resultados de la empresa analizada. Y ello es así precisamente porque se trata de un enfoque que parte, como se ha indicado, de analizar los factores determinantes de la tasa de margen; y la productividad es, sencillamente, uno de ellos. En esta línea, uno de los objetivos que se pretenden cubrir es que el planteamiento utilizado nos sirva para poder contestar dobles preguntas del estilo de:

⁴⁴ Sobre los principales enfoques relativos a la medida y el análisis de la productividad, véase, más adelante, nota 24.

¿ Cual ha sido la variación de la Productividad de la empresa “y” durante el periodo “n” ?

¿ Cual ha sido la repercusión de esta variación de Productividad en la tasa de margen (y, por tanto, en el Resultado de la empresa) ?

Centraremos en primer lugar la atención en el análisis de la que suele ser la principal componente: la *tasa de margen bruto (m)*. Posteriormente veremos que la mayor parte del esquema desarrollado para cuantificar las variables de gestión elementales que explican que el margen bruto cambie de un periodo a otro, es aplicable también a los porcentajes respecto a Ventas que representan los costes no imputados (tasas “g” y “v”).

5.2

ELEMENTOS DETERMINANTES DE LA TASA DE MARGEN BRUTO

Planteamiento simplificado: 1 output, 1 input

Para precisar estos elementos resultará útil empezar por un caso simplificado: supongamos que la empresa sólo vende un tipo de artículo, y que como costes imputados de las ventas sólo figura el de un solo tipo de factor . (Podemos pensar, por ejemplo, en una empresa de servicios cuyo único ‘producto’ consiste en efectuar la instalación de antenas parabólicas (suministradas a los clientes por otra empresa); y que el único factor que consideran como coste imputado es el Personal):

<u>valores del periodo en estudio</u>	<u>valores del periodo base</u>
$mb = \frac{V - CI}{V}$	$mb^o = \frac{V^o - CI^o}{V^o}$
$= 1 - C$	$1 - C^o$
$= 1 - \frac{F \cdot K}{A \cdot P}$	$1 - \frac{F^o \cdot K^o}{A^o \cdot P^o}$

donde: A = unidades de artículo o producto (‘output’)

P = Precio de venta unitario de dicho producto

F = unidades aplicadas de factor productivo (‘input’)

K = precio de coste unitario del mismo ⁴⁵.

⁴⁵ Así, en el ejemplo referido, ‘A’ sería el número de instalaciones de antena realizadas ; ‘P’ = el precio medio que se ha facturado por cada instalación; ‘F’ sería el número de personas (o el número de horas-persona, o de días-persona, ...) contratadas o utilizadas para prestar esos servicios. Y ‘K’ sería el correspondiente salario unitario .

Entonces los *indicadores de Productividad* serán:

$$\Pi = \frac{A}{F} \qquad \Pi^o = \frac{A^o}{F^o} \qquad [25]$$

Valores que en sí mismos no tienen un significado como para ser comparados con los correspondientes valores resultantes para otras empresas (principalmente porque - para cada empresa- las unidades en que vengan expresados tanto los artículos (unidades, Kg, Tn, cajas, etc.) como los factores (horas, meses de trabajo,...) dependen de elecciones arbitrarias de cada empresa. No obstante, lo que sí tiene un significado unívoco y general es el *índice de cambio de la Productividad*, dado que éste es un valor relativo, y, por ello, comparable entre empresas y entre diferentes épocas de una misma empresa:

$$\text{INDICE DE CAMBIO EN LA PRODUCTIVIDAD :} \quad \pi = \frac{\Pi}{\Pi^o} \qquad [26]$$

Por eso es éste, de hecho, el concepto más utilizado al hablar de productividad.

Veamos todo lo anterior en un caso concreto, siguiendo el ejemplo numérico introducido en el cuadro del principio, en el que, como hemos visto:

	<u>periodo en estudio</u>	<u>periodo base</u>
Tasas de margen bruto:	$0,20 = 1 - \frac{320}{400}$	$0,24 = 1 - \frac{191,52}{252}$
Y supongamos que las respectivas unidades y precios son las siguientes:	$1 - \frac{20 \cdot 16}{80 \cdot 5}$	$1 - \frac{16 \cdot 11,97}{60 \cdot 4,2}$
y que, por lo tanto: <i>Productividad</i> :	$\Pi = \frac{80}{20} = 4$	$\Pi^o = \frac{60}{16} = 3,75$
Y, en consecuencia, el <i>Índice de variación de la productividad</i> :		
	$\pi = \frac{4}{3,75} = 1,0666\dots$	

de donde deducimos que la productividad de ese único factor que forma parte de los costes imputados ha aumentado en un 6,66...% de un periodo a otro . (Y si, por ejemplo, tal índice hubiese resultado igual a 0,83, diríamos que la productividad habría caído en un 17% (siempre respecto al período que se tome como referencia o base de comparación para analizar el cambio en la tasa de margen bruto).

Tan evidente como que la tasa de margen bruto variará si varía la productividad que hemos definido (es decir si $\pi \neq 1$), lo es que lo mismo puede decirse de *la relación entre los precios*: precio de venta del artículo, vs. precio de coste del factor. *Relación de precios* que denotaremos por:

$$\text{Relación de precios (venta // coste) : } R = \frac{P}{K}; \quad R^{\circ} = \frac{P^{\circ}}{K^{\circ}} \quad [27]$$

cocientes cuyo valor en sí no tienen un significado económico específico, por las mismas razones mencionadas para los indicadores de productividad, Π ; pero cuyo índice de variación, de un periodo a otro, si tiene un significado conceptualmente preciso, como veremos : se trata del *índice de cambio en la relación de precios*, el cual, además, resulta ser equivalente al cociente entre los *respectivos índices de variación de precios* (precios de venta, precios de coste) :

$$p = \frac{P/K}{P^{\circ}/K^{\circ}} = \frac{P/P^{\circ}}{K/K^{\circ}} = \frac{P^{\triangleright}}{K^{\triangleright}} \frac{\text{Índice (de variación) del Precio de Venta}}{\text{Índice (de variación) del Precio de Coste}} \quad [28]$$

efectivamente, si este *índice de cambio de la relación de precios* es superior a la unidad, significa que ha aumentado proporcionalmente más el precio de venta que el de coste, y que esto tendrá una repercusión favorable sobre la tasa de margen bruto (y al revés, si tal índice de cambio es inferior a la unidad).

En el ejemplo numérico anterior:

$$\text{Relaciones de precios: } R = \frac{5}{16} = 0,31 ; \quad R = \frac{4,2}{11,97} = 0,35$$

Índice de cambio en la relación de precios:

$$p = \frac{R}{R^{\circ}} = \frac{5/16}{4,2/11,97} \equiv \frac{5/4,2}{16/11,97} = \frac{1,1905}{1,337} = 0,8906$$

de donde deducimos que: i) el precio de venta del artículo ha aumentado de un periodo a otro en un 19,05 %; ii) el precio de coste del factor ha aumentado bastante más: un 33,7 % ; y iii) como consecuencia, la relación de precios se ha degradado, y esto es lo que pone de manifiesto el valor inferior a la unidad resultante para el coeficiente p ; concretamente tal valor significa en este ejemplo que el precio de venta se ha reducido en términos reales (respecto al precio de coste) en un 11 % .

Utilizando estos dos **índices de cambio** que acabamos de definir (el de la *productividad*, π , y el de la *relación de precios*, p ,) puede escribirse que:

$$C = \frac{F \cdot K}{A \cdot P} \equiv \frac{F \cdot K}{A \cdot P} \cdot \left(\frac{A/F}{A^{\circ}/F^{\circ}} \cdot \frac{1}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{P/K}{P^{\circ}/K^{\circ}} \cdot \frac{1}{p} \right) \equiv \frac{F^{\circ} \cdot K^{\circ}}{A^{\circ} \cdot P^{\circ}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot p}$$

Es decir, que puede establecerse la siguiente relación explicativa del cambio en la tasa de margen de un periodo a otro:

$$\boxed{C = \frac{C^{\circ}}{p \cdot \pi}} \quad \boxed{mb = 1 - \frac{C^{\circ}}{p \cdot \pi}} \quad [29,a,b]$$

O sea, que el cambio en la tasa de costes de un periodo a otro (y, por tanto, el cambio en la tasa de margen bruto de un periodo a otro) puede explicarse por las dos variables que hemos definido, relativas a los cambios en la productividad y a los cambios en la relación de precios: " π " y " p ".

En el ejemplo:

$$0,80 = \frac{0,76}{(0,8906) \cdot (1,0666\dots)}$$

Leído esquemáticamente: ¿porqué C de 76 % $\rightarrow$ 80%? debido a que el % de incremento en el precio de venta fue bastante inferior al % de incremento en el precio del input (factor), compensado parcialmente por un crecimiento del 6,7 % en la Productividad.

Por otra parte, al tratarse π y p de dos coeficientes de la misma naturaleza (ambos son índices de variación, por lo que su valor de referencia es la unidad), ello nos permite deducir también cual ha sido el cambio más importante; y más concretamente, qué parte de la variación de la tasa de costes (variación idéntica a la de la tasa de margen bruto, solo que cambiada de signo) ha sido debida al elemento *productividad*, y qué parte responde al hecho de que la empresa ha repercutido sobre el precio de venta un porcentaje superior o inferior al porcentaje en que ha subido el precio de coste. Como una primera aproximación, esta asignación de efectos puede efectuarse teniendo en cuenta que las diferencias respectivas de p y π respecto a la unidad son valores de significado comparable: son tasas de variación. Así, por ejemplo, si $p = 1,05$ y $\pi = 1,10$, puede decirse que la repercusión favorable sobre el margen proveniente de la mejora en la *productividad* habrá sido el doble que la proveniente de la mejora en la *relación de precios*. La *tasa* de variación de la productividad ha sido del 10%, y la de la relación de precios del 5%, por lo que de la variación experimentada por la tasa de margen bruto, una tercera parte sería atribuible a la mejora en la *relación de precios* y dos terceras partes a la mejora en la *productividad* ⁴⁶. (Como es lógico, no ha aparecido en lo anterior, como causa explicativa, el elemento "mix" comercial, precisamente porque hemos considerado un caso simplificado en el que solo se vendía un tipo de artículo).

⁴⁶ Siguiendo este razonamiento lógico, en el ejemplo numérico que hemos seguido, en el que $\pi = 1,066\dots$, y $p = 0,8906$, vemos que las respectivas *tasas de variación* han sido: + 0,066.., y -0,11. En términos aproximados la primera es el 60 % de la segunda, cambiada de signo; en consecuencia, podemos decir lo mismo de la parte que cada una explicará de los 4 puntos de % que ha aumentado la tasa de costes. Este razonamiento aproximativo nos daría que la mejora en la *productividad* explica una reducción de 6 puntos de % de la tasa de costes, y que el empeoramiento de la *relación de precios* explica un aumento de 10 puntos de % (-6 +10 = +4). O, si nos referimos a la tasa de margen bruto: variación: -4 puntos de % = + 6 (gracias a la productividad)- 10 (a causa de la relación de precios).

5.3

EL ANÁLISIS DE LA TASA DE MARGEN BRUTO, EN EL CASO GENERAL

Teniendo en cuenta la terminología introducida al principio,

$$[24] \quad mb = 1 - C; \quad C = \frac{\sum_j F \cdot K}{\sum_i A \cdot P}$$

donde : j = 1,2,... factores ('inputs') incluidos como costes imputados
i = 1,2,... artículos o productos ('outputs')

la variable *índice de variación de la relación de precios* la definiremos ahora (como generalización del caso simplificado anterior), como:

$$P^> = \frac{R}{R^o} = \frac{\sum_i A \cdot P}{\sum_i A \cdot P^o} \bigg/ \frac{\sum_j F \cdot K}{\sum_j F \cdot K^o} \equiv \frac{\sum_i A \cdot P}{\sum_i A \cdot P^o} \bigg/ \frac{\sum_j F \cdot K}{\sum_j F \cdot K^o} \equiv \frac{P^>}{K^>} \quad [30]$$

donde $P^>$ y $K^>$ son los típicos *índices ponderados de variación de los precios*. En el primer caso, del conjunto de los artículos vendidos. Y, en el segundo caso, del conjunto de los factores que comprenden los costes imputados

$$P^> = \frac{\sum_i A \cdot P}{\sum_i A \cdot P^o} \quad ; \quad K^> = \frac{\sum_j F \cdot K}{\sum_j F \cdot K^o} \quad [31], [32]^{47}$$

Obsérvese que los dos índices de variación de precios pueden leerse, respectivamente, como:

$$P^> = \text{Ventas periodo en estudio} / \text{Ventas ídem, valoradas a precios del periodo base}^{48}$$

$$K^> = \text{Costes periodo en estudio} / \text{Costes ídem, valorados a precios del periodo base}$$

lo que facilita, sin duda, su cálculo en la práctica.

Siguiendo el mismo paralelismo, el equivalente a los indicadores de productividad, Π , Π^o , del planteamiento simplificado anterior, los definiremos en el caso general como: el cociente entre el valor monetario del conjunto de artículos y el valor monetario del conjunto de factores de cada año, valorados en ambos casos a los respectivos precios de un mismo año: concretamente los del año base,

⁴⁷ Concretamente puede verse que se trata de unos índices de precios tipo Paasche: los precios, tanto del periodo en estudio como los del periodo base, están ponderados concretamente con las respectivas cantidades del año en estudio.

⁴⁸ O, si se prefiere: 'en Euros del año base' ; o, también: 'en Euros constantes'.

$$\Pi = \frac{\sum_i A \cdot P^o}{\sum_j F \cdot K^o} \quad ^{49}; \quad \Pi^o = \frac{\sum_i A^o \cdot P^o}{\sum_j F^o \cdot K^o} \quad [33,a,b]$$

donde, como puede verse, si $\Pi > \Pi^o$ solo podrá serlo porque el volumen de unidades físicas de artículos ha sido en su conjunto comparativamente mayor que el volumen de unidades físicas de factores, y no por causa de que los precios de venta hayan subido más que los de coste; y viceversa. (Obsérvese también que para el año base la definición implica simplemente que: $\Pi^o = 1/C^o$) . Dados estos indicadores de productividad para ambos períodos, el *índice de variación de la productividad* será:

$$\frac{\Pi}{\Pi^o} = \frac{\sum_i A \cdot P^o / \sum_j F \cdot K^o}{\sum_i A^o \cdot P^o / \sum_j F^o \cdot K^o} = Y \quad [26a]$$

Expresión que hemos denotado por Y (y no por π) porque si bien es evidente que se trata de un índice de variación de productividad, ésta tiene ahora un sentido diferente, más amplio que anteriormente. En efecto, se trata de un cociente cuyo valor depende tanto de los cambios en la *productividad en sí*, como de los en la *composición de la venta* (entendiendo por tal la importancia relativa, en valor, de los ingresos procedentes de cada artículo, sobre la suma total de ingresos o ventas; es decir, la *estructura de la venta*). En todo caso, tal índice de variación Y nos mostraría la variación de lo que podríamos llamar , genéricamente hablando, ‘productividad técnico-comercial’ . Así, si un artículo con menor tasa de costes que el promedio en el año base, ha entrado en mayor proporción en la composición de la venta del año en estudio, este hecho solo ya haría que el cociente Y tuviese un valor superior a la unidad. El índice Y puede considerarse pues como un índice de variación de la productividad "bruta", en el sentido de que, junto a cuestiones técnicas, refleja, mezclándolas, cuestiones de carácter comercial , como es el que la composición de la venta haya variado de un período a otro.

Pero antes de pasar a aislar analíticamente este último elemento, es importante destacar que, dadas las dos definiciones anteriores de " p " e " Y ", se cumple también una relación formalmente idéntica a la que hemos deducido para el caso simplificado: Si multiplicamos y dividimos la tasa de costes imputados (C) por los coeficientes p e Y resulta:

$$C = \frac{\sum F \cdot K}{\sum A \cdot P} \cdot \frac{\sum A \cdot P / \sum A \cdot P^o}{\sum F \cdot K / \sum F \cdot K^o} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{\sum A \cdot P^o / \sum F \cdot K^o}{\sum A^o \cdot P^o / \sum F^o \cdot K^o} \cdot \frac{1}{Y} = \frac{\sum F^o \cdot K^o}{\sum A^o \cdot P^o} \cdot \frac{1}{p \cdot Y}$$

$$\Rightarrow C = \frac{C^o}{p \cdot Y} \quad [29a']$$

⁴⁹ Obsérvese que el indicador de productividad para el periodo en estudio equivale a (o puede ‘leerse’ como):

$$\Pi = (\text{Ventas periodo en estudio, a precios del año base}) / (\text{Costes periodo en estudio, a precios del año base})$$

y que el indicador para el periodo base es, simplemente: $\Pi^o = \text{Ventas periodo base} / \text{Costes periodo base}$

Es decir, que se cumple una relación paralela a la [29,a] que antes hemos visto para el caso implicado.

Pasemos ahora a aislar el efecto sobre la tasa de costes (y, por tanto, sobre la tasa de margen bruto) de que la composición o *estructura de la venta* haya cambiado del periodo base al periodo de estudio. Esto puede formularse fácilmente si tenemos en cuenta que tanto el numerador como el denominador del coeficiente Y son las inversas de sendas tasas de costes. Concretamente el denominador es la inversa de la tasa de costes del año base: $1/C^0$. Dicha tasa de costes, C^0 , como tasa global que es, puede ser expresada también como el promedio ponderado de las tasas-de-costes-sobre-ventas individuales de cada uno de los artículos que componen la venta total,

$$C^0 = \sum_i C_i^0 \cdot \beta_i^0$$

donde: $C_i^0 = (\text{Costes imputados, del artículo "i"}) / (\text{Ventas del artículo "i"})$, en el año base. 0

$\beta_i^0 = \text{proporción de la venta total (del año base) que correspondía al artículo "i"};$

$= (\text{Ventas artículo "i"})^0 / (\text{Ventas totales})^0 = (A^0 \cdot P^0)_i / \sum_i A^0 \cdot P^0$; $\sum \beta_i^0 \equiv 1$

Así, por ejemplo, en el caso real que se expone en el anexo 'Prácticas' del final de esta 2ª parte:

* para el año base:

	Total	Artículo 1	Artículo 2	Artículo 3
Ventas ⁰	32.704,6	3.597,5	22.893,2	6.213,9
β_i^0		0,11	0,70	0,19
Costes imputados ⁰	21.762,94	2.158,5	16.025,24	3.579,2
Tasas de costes imp.	66,54%	60 %	70 %	57,60 %

Donde puede comprobarse que se cumple que la tasa de costes global es la media ponderada de las tasas de costes individuales⁵⁰:

$$66,54 = 60 \times 0,11 + 70 \times 0,70 + 57,6 \times 0,19$$

* para el año en estudio

Ventas	49.462,4	3.957,-	26.710,-	18.795,4
β_i		0,08	0,54	0,38
Costes imputados	32.254,43			
Tasa de costes imp.	65,21 %			

Para cuantificar -con un coeficiente de naturaleza similar a los anteriores 'p' e 'Y'- el efecto que haya podido tener el simple cambio en la estructura de la venta, definiremos un concepto de 'tasa de costes' mixto que será: *la tasa de costes total que se hubiese dado en el año base, si la estructura de la venta hubiese sido la del año en estudio*: $C^* = \sum C_i^0 \cdot \beta_i^*$. Tal variable mixta⁵¹ solo podrá ser diferente de C^0 por causa de

⁵⁰ La misma regla es válida para la tasa de margen bruto, como puede verificarse.

⁵¹ Como variable mixta existen aquí dos posibilidades, igualmente razonables o lógicas: el aplicar la estructura de la venta del año en estudio a las tasas del coste individuales del año base, para comparar el resultado con el valor del denominador de Y, (que ha sido la opción elegida aquí), o bien aplicar la estructura de la venta del año base a las tasas del coste individuales del año en estudio y comparar su resultado con el numerador de Y. Como es normal, en este tipo de desglose de efectos, ambas alternativas

la diferente estructura de la venta, por lo que nos permite definir un índice que nos mostrará exactamente *la incidencia del cambio en la estructura de la venta sobre la tasa de costes imputados* (y por tanto sobre la tasa de margen bruto):

$$X = \frac{C^o}{C^*} \equiv \frac{\sum_i C_i^o \cdot \beta_i^o}{\sum_i C_i^o \cdot \beta_i^*} \quad [34]$$

Donde el vector β_i^* representa la estructura de la venta del año en estudio, pero recalculada ésta a precios del año base: $\beta_i^* = (A \cdot P^o) / (\sum_i A \cdot P^o)$. De esta forma evitamos que en el cálculo de la variable mixta C^* influya el ritmo de cambio de los precios de venta de cada producto. Por lo tanto, si $X \neq 1$ solo puede ser porque la estructura de la venta del año en estudio, β_i^* , ha cambiado respecto a la del año base, β_i^o , (y ello en sentido estricto, no por causa de los precios de venta). Y este cambio por sí solo, aún suponiendo que no hubiese variado ni la *relación de precios* ni la *productividad* propiamente dicha, habría hecho variar la tasa de costes global, del valor C^o al valor C^* ; y, por lo tanto habría hecho variar la tasa de margen bruto en la misma cuantía, aunque en sentido contrario. Al igual que ocurre con los índices de cambio p e Y anteriores, un valor $X > 1$ (es decir, $C^* < C^o$) significa aquí una incidencia favorable sobre la tasa de margen, dado que supone que el cambio en la estructura de la venta ha inducido por sí sola una reducción en la tasa global de costes imputados. Y viceversa para $X < 1$.

Este coeficiente X nos permite desglosar el índice de cambio anterior, Y , en los dos componentes que hemos visto que englobaba: el efecto *productividad* y el efecto *composición de la venta*. Con ello podremos, pues, aislar y poner de manifiesto el índice de cambio en la *Productividad* propiamente dicha; índice que denotaremos, como en el caso simplificado: π .

$$Y = \frac{\Pi}{\Pi^o} = \frac{\sum A \cdot P^o / \sum F \cdot K^o}{\sum A^o \cdot P^o / \sum F^o \cdot K^o} \equiv \frac{\sum A \cdot P^o / \sum F \cdot K^o}{\sum A^o \cdot P^o / \sum F^o \cdot K^o} \cdot \frac{X}{\sum F^o \cdot K^o / \sum A^o \cdot P^o} \cdot \sum C_i^o \cdot \beta_i^*$$

$$\Rightarrow Y = \frac{\sum A \cdot P^o / \sum F \cdot K^o}{1 / \sum C_i^o \cdot \beta_i^*} \cdot X = \pi \cdot X \quad [35]$$

lo que nos indica, por lo tanto, que el *índice de cambio de la Productividad* propiamente dicha vendrá dado por la expresión:

$$\pi = \frac{\sum A \cdot P^o / \sum F \cdot K^o}{1 / \sum C_i^o \cdot \beta_i^*} \equiv \frac{\text{Ventas periodo en estudio, a precios constantes}}{\text{Costes periodo en estudio, a precios constantes}} \cdot \frac{1}{C^*} \quad [36]$$

no coinciden exactamente en cuanto a determinar la parte de la variación del margen que corresponde a ambos efectos; aunque la diferencia no es relevante.

cuya interpretación económica es por otra parte evidente: el numerador *es un indicador de productividad del periodo en estudio* (por tanto, según la estructura de la venta de ese año, pero a precios constantes ⁵²); y el denominador, en tanto que inversa de una tasa de costes, es también un *indicador de productividad, pero del periodo base*, aunque calculado precisamente con la misma estructura de la venta que el indicador del año en estudio. El cociente entre ambos indicadores, $\Pi/\Pi^0=\pi$, solo puede significar, pues, *el índice de variación de la productividad propiamente dicha* de los factores representados por los costes imputados, dado que ambos indicadores están calculados con la misma serie de precios (tanto de venta como de coste) y con la misma estructura de la venta.

En resumen que, de acuerdo con [29,a'] y [35], el cambio experimentado en el la tasa de margen bruto puede explicarse en base a las tres variables aquí definidas y en los siguientes términos:

$$\boxed{C = \frac{C^0}{p \cdot \pi \cdot X}} \rightarrow \boxed{mb = 1 - \frac{C^0}{p \cdot \pi \cdot X}} \quad [37]$$

Y, como cuestión de tipo práctico, al aplicar esta relación explicativa a un caso concreto, dado que tanto C como C^0 serán siempre datos conocidos (puesto que proceden de las propias cuentas de resultados de la empresa, bastará con calcular dos de los tres coeficientes (p , X , π), puesto que el tercero podrá simplemente deducirse a partir de la propia ecuación [37].

Veamos esto con los datos del caso práctico expuesto con detalle en la sección 8.1:

⁵² En efecto, obsérvese que la estructura de la venta que está implícita en el indicador de productividad del año en estudio es también β^*_i , puesto que el ‘producto global’ que sirve para calcular tal indicador está representado por los ingresos totales ‘a precios constantes’, $\Sigma A.P^0$, cuya estructura es precisamente β^*_i .

EJEMPLO

DATOS PARA EL ANÁLISIS:

Variables básicas:	Total	líneas de venta		
		línea 1	línea 2	línea 3
% de Margen Bruto , año en estudio	34,79			
“ , año base	33,46	40 %	30 %	42,4 %
Ingresos por Ventas , año en estudio	49.462,4	3.957	26.710	18.795,4
“ , año base	32.704,6	3.597,5	22.893,2	6.213,9
Variación experimentada por los precios de venta,		+ 52,- %	+ 28,- %	+ 37,- %
Los Costes Imputados comprenden: 1) los consumos de materiales (12.901,76 m/€ en el año en estudio), y 2) los costes de Personal de producción (19.352,64 m/€ en el año en estudio). Los precios de coste de los materiales han experimentado un incremento del 47,5 % del año base al año en estudio; mientras que los salarios y demás costes del personal han aumentado en un 40%. (Ver caso completo en sección 8.1) A partir de esta información, podemos deducir los siguientes valores: → Tasa de costes imputados: año en estudio : C 65,21 % → “ : año base : C° 66,54 % 60 % 70 % 57,6 % → Ventas año en estudio, a precios constantes 2.603,3 20.867,2 13.719,3 → Estructura de la Venta : año base : β_i 0,11 0,7 0,19 → “ año en estudio : β_i 0,08 0,54 0,38 → Idem anterior, a precios constantes : β*_i 0,07 0,56 0,37				

RESULTADOS DEL ANÁLISIS:

→ Índice de variación de los precios de venta: $P^> = 1,33$

→ Índice de variación de los precios de coste: $K^> = 1,43$

→ Tasa de costes ‘mixta’: $C^* = 60\% \cdot 0,07 + 70\% \cdot 0,56 + 57,6\% \cdot 0,37 = 64,71\%$

y, finalmente:

→ $p = P^>/K^> = 1,33/1,43 = 0,93$

→ $X = C^o / C^* = 0,6654 / 0,6471 = 1,0282$

$$\rightarrow \pi = \frac{\sum_i A \cdot P^o / \sum_j F \cdot K^o}{1 / \sum_i C_i^o \cdot B_i^*} = \frac{37.189,8 / 22.555,5}{1 / 0,6471} = 1,067$$

Con lo que podemos establecer ya la relación básica que define el modelo de análisis:

$$C = \frac{C^o}{p \cdot X \cdot \pi} ; \Rightarrow 65,21 = \frac{66,54}{0,93 \cdot 1,0282 \cdot 1,067}$$

(la cual numéricamente, como puede comprobarse, se cumple, efectivamente).

Utilizaremos este ejemplo para ilustrar el tipo de explicación que -a partir de los datos extraídos de las memorias anuales de una empresa- nos ofrece la aplicación de este modelo de análisis, respecto a las causas de que la tasa de margen bruto sea distinta de un periodo a otro. Según los datos arriba obtenidos:

- La *relación de precios* (precios de venta, precios de coste) se ha degradado en el equivalente a 7 puntos de porcentaje ($0.93 - 1 = 0,07$) ; lo que equivale a decir que, al haber aumentado proporcionalmente menos los precios de venta que los de coste (33 % contra 43 %), esto en promedio ha representado que los precios de venta se han reducido en términos reales un 7 % respecto a los de coste ($43 - 33 / 43 = 0,07$).
- La *estructura de la venta* es ahora más favorable en términos de tasa de Margen: Los productos que presentan una tasa de Margen superior (línea 3) representan ahora una proporción mayor de las ventas (han pasado del 19 % al 38 %). Este cambio equivale a un efecto favorable del 2,8 % ($1,0282 - 1 = 0,0282$) , en el sentido de que por sí solo hubiese hecho reducir la tasa de costes del 66,54 % al $66,54 / 1,0282 = 64,71$ %.
- La *Productividad* del conjunto de factores incluidos en los Costes Imputados (Personal de producción, y materiales consumidos en el proceso) ha aumentado en un 6,7 % . Se trata de un aumento promedio, dado que está referido al conjunto formado por dos bloques de factores, cada uno de los cuales, además, es de suponer que estará formado a su vez por distintos componentes (diferentes tipos de trabajo, diferentes tipos de materiales). Y se trata, por supuesto, de un incremento de la Productividad, medida ésta en términos monetarios (como pone de manifiesto el numerador de la expresión π , que corresponde al valor de esta productividad para el año en estudio).

Observemos finalmente que una de las características del modelo -ésta de tipo práctico- es que, como ya se ha indicado, podíamos habernos evitado la determinación de uno de los tres coeficientes explicativos, ya que, como sabemos, la relación anterior es una identidad que se cumplirá siempre por lo que una vez calculados dos de sus tres coeficientes (p , X , π) el tercero puede determinarse simplemente por deducción, despejando su valor.

5.4

VARIACIÓN DE LA TASA DE MARGEN, QUE VIENE EXPLICADA POR CADA VARIABLE DE GESTIÓN

La determinación de la parte de la variación de la tasa de margen bruto que es atribuible a cada una de sus tres variables determinantes (productividad, relación de precios y 'mix' comercial), podemos efectuarla fácilmente aplicando el método de las 'tasas de variación continua', del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \text{dado que : } C &= C^0 / (p \cdot X \cdot \pi), \text{ entonces } ==> \ln(C^0/C) = \ln(p \cdot X \cdot \pi) \\ &==> \ln(C^0/C) = \ln(p) + \ln(X) + \ln(\pi) \quad ^{53} \\ \text{y que : } \Delta(\text{mb}) &\equiv -\Delta(C) ; \text{ es decir, que: } \text{mb} - \text{mb}^0 \equiv C^0 - C, \end{aligned}$$

puede escribirse, en consecuencia, que la parte de la variación de la tasa de margen bruto atribuible a la evolución que ha tenido la productividad, habrá sido ⁵⁴:

$$\Delta \text{mb}^{\leftarrow \Pi} = \frac{C^0 - C}{\ln(C^0/C)} \cdot \ln(\pi) \quad [38,a]$$

y así sucesivamente para los otros dos elementos explicativos: la relación de precios y la estructura de la venta:

$$\Delta \text{mb}^{\leftarrow R} = \frac{C^0 - C}{\ln(C^0/C)} \cdot \ln(p) \quad ; \quad \Delta \text{mb}^{\leftarrow \beta} = \frac{C^0 - C}{\ln(C^0/C)} \cdot \ln(X) \quad [38,b,c] \quad ^{55}$$

A título ilustrativo, continuando con el ejemplo numérico anterior llegaríamos en este punto a las siguientes conclusiones:

⁵³ Lo que nos indica un resultado analítico interesante: la t.v.c. de la variable a explicar, C, es igual, cambiada de signo, a la suma de las t.v.c. de la productividad (Π), de la relación de precios, R, y del índice de cambio en la estructura de la venta (X).

⁵⁴ El razonamiento lógico es el que hemos visto en el apartado 3. Aplicado a este caso: Si la variación relativa $\ln(C^0/C)$ explica o está asociada a la variación absoluta ($C^0 - C$), entonces una parte de la primera, $\ln(\pi)$, por ejemplo, explicará o estará asociada a la parte proporcional de la segunda.

⁵⁵ Obsérvese que habría otra forma, y más directa, de determinar la incidencia que ha tenido el cambio en la estructura de la venta, sobre la tasa de margen bruto: Sencillamente la diferencia: $C^* - C^0$. El valor es próximo, aunque no idéntico, al que resulta de la expresión anterior. Ambas son respuestas lógicas y aceptables, pero utilizaremos la de la expresión [38,c], simplemente porque así mantenemos la coherencia con las otras dos determinaciones.

La variación observada en la tasa de Margen Bruto del año base al año en estudio es una mejora de +1,33 puntos de porcentaje.

* Parte, de esta variación, que viene explicada por (el incremento registrado en) la *Productividad* de los factores comprendidos en los Costes imputados:

$$\Delta mb^{\leftarrow \Pi} = \frac{66,54 - 65,21}{\ln(66,54/65,21)} \cdot \ln(1,067) = + 4,28 \text{ puntos de \%} .$$

Lo que, teniendo en cuenta cual ha sido la cifra de ventas del año en estudio, representa una mejora sobre el Resultado de la empresa de $(49.462,4 \cdot 0,0428 =) 2.117 \text{ m/€}$,

* Parte, de la variación de 'mb', que viene explicada por (la degradación experimentada por) la *Relación de precios* :

$$\Delta mb^{\leftarrow R} = (\text{.....idem.....}) \cdot \ln(0,93) = - 4,78 \text{ puntos de \%}$$

* Parte, de la variación de 'mb' , que viene explicada por (el cambio experimentado en) la *Estructura de la venta* :

$$\Delta mb^{\leftarrow \beta} = (\text{.....idem.....}) \cdot \ln(1,0282) = + 1.83 \text{ puntos de \%}$$

$$(+4,28 - 4,78 + 1,83 = 1,33)$$

6

Productividad total y Productividades parciales

6.1

INTERPRETACIÓN DEL ÍNDICE DE VARIACIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD

El índice de variación de la productividad antes definido, π , viene concretamente referido al conjunto de factores incluidos en el bloque 'costes imputados'.

$$\pi = \frac{\sum_i A.P^o / \sum_j F.K^o}{1 / \sum_i C_i^o . \beta_i^*} \equiv$$

$$\equiv \frac{\text{Ventas(per. en estudio), a precios constantes}}{\text{Costos imputados(idem), a precios constantes}}$$

$$\equiv (\text{Ventas/Costes imp.})^{\text{perido base}} \text{ con la estructura de la venta del periodo en estudio}$$
[36]

por lo que su significado o interpretación concreta depende de qué costes se incluyan en dicho bloque. Consideremos, a título de ejemplo tres casos concretos:

- 1) Los costes imputados solo están compuestos de **materias primas**, componentes, o piezas adquiridas a otras empresas. En este caso el índice π muestra el cambio en la relación de productividad: (productos obtenidos-vendidos/materiales incorporados en esos productos), *en términos monetarios en ambos casos*, a precios constantes. Este cambio de un periodo a otro puede ser debido en este caso a tres posibles causas (o a una mezcla de ellas):
 - a) Se ha pasado a utilizar materias primas diferentes, que tienen un coste diferente; (por ejemplo: se ha substituido una pieza o componente de aluminio por una de plástico).
 - b) Se ha pasado a utilizar una proporción diferente de materia prima, respecto a la producción; es decir, ha habido un cambio en los coeficientes técnicos materia/producto, porque se ha cambiado el proceso productivo en sí.

- c) Se ha pasado a trabajar con más (o menos) mermas de materias primas (o, lo que es equivalente, se ha obtenido un mayor (o menor) rendimiento, en unidades de producción, consumiendo la misma cantidad de materias primas o piezas.

Los casos a) y b) podemos hablar propiamente de que ha habido cambios en la *productividad* del factor 'materiales' expresado en valor, debido a haberse introducido cambios tecnológicos. En el caso c) parece que la expresión *rendimiento* (de las materias primas en términos de producción) sería un término más propio, orientativo y realista que el de "productividad" para referirse al cambio observado.

- 2) Los costes imputados solo están compuestos de costes de **Personal**. En este caso el índice π mostrará un cambio en la relación de productividad (producción obtenida-vendida/Factor Trabajo contratado), en términos monetarios en ambos casos, a precios constantes. Estos cambios pueden ser debidos fundamentalmente a dos tipos de causas concretas (o a una mezcla de éstas):

- a) Que se ha alterado la *composición de la plantilla de trabajadores*, substituyendo determinado personal por otro más (menos) cualificado, que tiene un coste mayor (menor).

- b) Que, con la misma estructura de la plantilla⁵⁶ en cuanto a tipo o categoría de trabajadores, se ha obtenido *una mayor (o menor) productividad por hora contratada*. Y esto, a su vez, puede tener dos tipos de explicaciones:

b.1) que el *nivel de ocupación* del factor trabajo ha sido mayor (o menor) que en el periodo base; y

b.2) que, independientemente de lo anterior, se ha trabajado sencillamente con más (o menos) *productividad*, en el sentido mas estricto del término; es decir, que la *productividad por hora trabajada* ha sido mayor (o menor). A partir de ahora nos referiremos a ésta como: *productividad técnica, o productividad en sentido estricto*. .

- 3) Los costes imputados están compuestos exclusivamente por costes de **los bienes de equipo**, instalaciones, maquinaria, etc. ; es decir, que consisten en costes de *amortización, de reparaciones y de mantenimiento* de esos factores de capital. En este caso el índice π mostrará un cambio en la relación de productividad: (producción obtenida-vendida) / (costes del periodo, por amortización, reparaciones,... etc., a precios constantes). La dificultad en este caso es concretar lo que deberíamos entender por 'costes a precios constantes' hablando de las *amortizaciones*. Pero soslayando de momento esta cuestión (sobre la que se volverá después), podemos decir que en principio la productividad a la que en este caso se referirá el índice π puede haber cambiado por un conjunto de causas como las siguientes⁵⁷:

⁵⁶ Un aumento del x % en la plantilla de personal, sin modificar la proporción de los diferentes tipos de Personal en ella, si va acompañado de un aumento también del xx % en la producción, significará que la productividad no ha cambiado: $\pi=1$.

⁵⁷ La problemática de los costes de amortización -que son la parte más importante de los costes del factor productivo 'capital' en cualquier empresa- , en tanto que se refiere a bienes adquiridos a otras empresas y

- a) Que con los mismos equipos o máquinas se haya producido más (menos), debido a que el *nivel de ocupación o de utilización de éstos equipos* (o sea: el número de horas que efectivamente han sido utilizados) ha sido superior (inferior).
 - b) Que con los mismos equipos o máquinas se haya producido más (menos), debido a que en el periodo en estudio se están utilizando de una forma más adecuada. Es decir, que la *producción por hora de funcionamiento* es superior (inferior).
 - c) Que se han substituido unas máquinas por otras diferentes, que tienen un coste de amortización más bajo (más alto).
 - d) Que se haya cambiado la relación ‘capital/trabajo’, aumentando el grado de mecanización/automatización de los procesos productivos, de tal manera que en el periodo en estudio se esté obteniendo la misma (o más producción) con más maquinaria y menos trabajadores.
- 4) Que como costes imputados figuren exclusivamente los de **suministros y servicios de otras empresas**. (puede pensarse, por ejemplo, en una empresa cuyos productos son servicios logísticos, y que practica al máximo la sub-contratación externa, de tal manera que prácticamente la mayor parte de las fases de ‘producción’ -por ejemplo: tal o cual tipo de operación de montaje, de transporte, de almacenaje, de seguro, de etiquetaje, ...etc.- las subcontrata a otras empresas). En este caso el índice π mostrará un cambio en la relación de productividad: (Producción efectuada-facturada) / (Servicios externos contratados), en términos monetarios en ambos casos, a precios constantes. Las causas concretas por las que una tal *productividad* puede cambiar son similares a las que hemos visto para el caso de los materiales:
- a) Se ha pasado a contratar suministros exteriores de naturaleza diferente (sin haber modificado el ‘producto-servicio’ que presta la empresa a sus clientes), que tienen un coste diferente; (por ejemplo: se ha substituido el consumo de energía eléctrica por el de gas natural).
 - b) Se ha pasado a subcontratar con el exterior más fases del proceso productivo. Es decir, se ha cambiado el proceso productivo en sí (la composición de los ‘factores productivos’).
 - c) Se ha pasado a subcontratar algunos de los suministros o servicios externos en menor (o mayor) cuantía, para un mismo volumen de ‘producción’ propia. En este caso se estaría obteniendo una mayor *productividad*.⁵⁸

consumidos a lo largo de varios periodos, tiene características comunes a las ‘materias primas’ cuando hablamos de productividad. Pero también participan de las características del Trabajo, en tanto que los equipos y maquinarias son unos factores que con un mismo coste por periodo pueden ser utilizados un número mayor o menor de horas, o ser utilizados en el proceso productivo con mayor o menor acierto (una cuestión ésta relativa a la organización concreta de dicho proceso). De ahí que la enumeración de causas en este caso resulte una cierta mezcla de las indicadas para Materiales y para Personal.

⁵⁸ En mayor (o menor) cuantía en términos reales (en unidades físicas, si es que puede hablarse en estos términos); es decir, que los costes por suministros y servicios externos, valorados a los mismos precios de contratación del periodo base, fuesen diferentes.

5) Que los costes imputados de la empresa que estemos considerando estén compuestos por los de *materias primas*, los de una parte del *Personal* (personal de producción, por ejemplo), costes de *amortizaciones*, costes por *suministros y servicios exteriores*, y otros costes de funcionamiento de la empresa. En este caso - que de hecho podemos considerar como una de las situaciones más usuales o frecuentes con las que nos podemos encontrar en la práctica- el índice π que se deduzca de la aplicación de la expresión [37], mostrará el cambio en la relación de *productividad global* de todo ese conjunto de factores: (producción obtenida, en valor, a precios constantes) / (valor, a precios constantes, de los factores incluidos como costes imputados de aquella producción). Es decir, que el correspondiente índice de variación de la productividad, π , se referirá a la *productividad conjunta* de los factores incluidos en los costes imputados; por lo que su significado corresponderá a una determinada mezcla de las causas que hemos ido enumerando arriba.

En consecuencia, para una interpretación adecuada de las causas que han incidido sobre la variación de la tasa de margen bruto sería necesario conocer los índices de variación de productividad individuales correspondientes a cada uno de los cuatro (o más) conjuntos o tipos de factores que componen los costes imputados.

6.2

PRODUCTIVIDADES PARCIALES (DE CADA TIPO DE FACTOR PRODUCTIVO)

Desglose de la productividad conjunta, en productividades parciales

Supongamos, para simplificar, que se trata solo de dos conjuntos: el de materias primas (M) y el de trabajo (t). Y, también, que dentro de cada uno de esos dos conjuntos los componentes individuales son razonablemente homogéneos como para tratarlos en bloque como "un" factor ; (o, si se prefiere: que solo hay un tipo de materia prima, y un solo tipo de trabajo dentro de los costes imputados). Entonces, podemos decir que si la expresión que corresponde al índice de variación de la productividad conjunta es, como hemos visto:

$$[36'] \quad \pi = \frac{\sum_i A_i P^o / \sum_j F_j K^o}{1/C^*} \quad ; \text{ donde ahora, concretamente: } j = M, t$$

de haber utilizado tasas de costos individuales para el factor materias primas y para el factor Trabajo, las expresiones que resultarían para los respectivos índices individuales serían:

$$\pi_M = \frac{\sum_i A_i P^o / (F \cdot K^o)_M}{1/C_M^*} \quad ; \quad \pi_t = \frac{\sum_i A_i P^o / (F \cdot K^o)_t}{1/C_t^*} \quad [39,a,b]$$

donde: C_M^* = Equivalente de la antes definida C^* , pero tomando solo los costes de

materiales. Es decir, es la tasa de costes de materiales del Periodo ase, con la estructura de los ingresos del año en estudio:

$C_M^* = \sum_i C_{M,i}^0 \cdot \beta_i^*$; siendo $C_{M,i}^0$ = la tasa de costes de materiales para el artículo 'i', en el periodo base.

C_t^* = Ídem, ídem, tomando solo los costes de Personal;

$C_t^* = \sum_i C_{t,i}^0 \cdot \beta_i^*$; siendo $C_{t,i}^0$ = la tasa de costes de Personal para el artículo 'i', en el periodo base.

$C^* \equiv C_M^* + C_t^*$; y: $C_{M,i}^0 + C_{t,i}^0 \equiv C_i^0$; $\forall i$

Partiendo de esto, podemos establecer la siguiente **proposición (1)**:

El índice de variación de la productividad conjunta, π , es igual a la media ponderada de los índices individuales de cada factor comprendido, siendo los pesos de la ponderación los coeficientes de importancia relativa de los costes de cada factor dentro del total de costes imputados (a precios constantes).

$$\pi = \sum_j \pi_j \cdot \alpha_j^* \quad [40]$$

$$\text{donde: } \alpha_j^* = (F \cdot K^0)_j / \sum_j F \cdot K^0; \text{ dándose, por lo tanto que: } \sum_j \alpha_j^* = 1 \quad [41]$$

Así, en el caso simplificado de que los factores son dos: materiales y personal:

$$\pi = \pi_M \cdot \alpha_M^* + \pi_t \cdot \alpha_t^* \quad [40.a]$$

$$\alpha_M^* = (F \cdot K^0)_M / [(F \cdot K^0)_M + (F \cdot K^0)_t]; \dots \quad [41,a]$$

Como demostración, puede verse que, en efecto, si reescribimos convenientemente el indicador conjunto:

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{\sum_i A \cdot P^0 / \sum_j F \cdot K^0}{1 / C^*} \equiv \frac{C_M^*}{\sum_j F \cdot K^0 / \sum_i A \cdot P^0} + \frac{C_t^*}{\sum_j F \cdot K^0 / \sum_i A \cdot P^0} \equiv \\ &\equiv \frac{\sum_i C_{M,i}^0 \cdot \beta_i^*}{(F \cdot K^0)_M / \sum_i A \cdot P^0} \cdot \frac{(F \cdot K^0)_M}{\sum F \cdot K^0} + \frac{\sum_i C_{t,i}^0 \cdot \beta_i^*}{(F \cdot K^0)_t / \sum_i A \cdot P^0} \cdot \frac{(F \cdot K^0)_t}{\sum F \cdot K^0} \equiv \end{aligned}$$

es decir que se cumple la igualdad [40,a] $\pi = \pi_M \cdot \alpha_M^* + \pi_t \cdot \alpha_t^*$ ⁵⁹.

Es importante destacar que esta conclusión es generalizable tanto a: 1) más de dos factores o tipos de coste en los costes imputados (proposición 40); como a 2) que cada uno de los dos (o más) conjuntos de factores que forman parte de estos costes imputados esté compuesto a su vez por diversos factores; es decir: varios tipos de materias primas, y varios tipos o categorías de trabajadores, por ejemplo. La

⁵⁹ También aquí, como en el caso del cálculo del coeficiente X, puede considerarse como una aproximación práctica aceptable el utilizar simplemente la estructura de los Costes del año en estudio. Es decir: $\alpha_M^* \approx \alpha_M = \frac{(F \cdot K)_M}{\sum F \cdot K}$; ... etc

generalización en este segundo sentido significa que el índice de variación de la productividad que obtengamos para el conjunto de los materiales (π_M) sabremos que será a su vez la media ponderada de los índices correspondientes a cada uno de los diferentes materiales comprendidos; y que el índice de variación obtenido para el factor trabajo (π_t) será a su vez la media ponderada de los índices de variación de la productividad específica de cada uno de los grupos, tipos o categorías de trabajadores comprendidos. En cuanto a la generalización en el primero de los sentidos significa que la proposición [40] seguirá siendo válida en cualquier caso, incluido el supuesto extremo de que todos los tipos de costes de la empresa estén considerados como costes imputados; con lo cual el índice de variación π se estará refiriendo entonces a la *productividad total de los factores*. Las dos generalizaciones, consideradas simultáneamente, nos permiten 'leer' la proposición [40] de diferentes maneras - según el caso concreto a analizar-, todas ellas válidas: podemos considerar, por ejemplo, que al referirnos a los factores, " $j=1,2,3,\dots$ " significa 'cada *conjunto* de factores': 1=materiales; 2=Personal; 3=Suministros exteriores, ...etc.; o bien podemos considerar que " $j=1,2,3,\dots$ " significa 'cada *uno de los factores* propiamente dicho: 1=material clase 'a'; 2=material clase 'b'; 3=material clase 'c';; 7=personal tipo 'A'; 8= personal tipo 'B'; etc. etc.

Incidencia, sobre la tasa de margen, de la productividad de cada factor

Volviendo a nuestro supuesto simplificado en el que son concretamente dos los factores comprendidos en los costes imputados: materias primas y Personal de producción, veamos ahora cómo podemos determinar la repercusión o efectos, sobre la tasa de margen bruto, que ha tenido la variación de la productividad de cada uno de esos dos factores productivos (variables π_m y π_t). Previamente habremos determinado la variación del margen que viene explicada por la variación de la productividad conjunta ($\Delta mb^{\leftarrow \Pi}$, a partir de la variable π). Se trataría ahora por tanto de repartir esa repercusión conjunta en dos partes: aquella que es atribuible concretamente al cambio en la *productividad o rendimiento* del factor "materias primas", y aquella que lo es a la *productividad* del factor "trabajo". Asignación que es posible determinar, teniendo en cuenta que de [45,a] puede deducirse la siguiente identidad,

$$\pi - 1 \equiv \alpha_M^* \cdot (\pi_M - 1) + \alpha_t^* \cdot (\pi_t - 1)$$

que nos indica que la *tasa de variación*⁶⁰ de la productividad conjunta ($\pi-1$) es también la media ponderada de las tasas de variación de las productividades parciales; o, lo que es lo mismo, que tal tasa puede descomponerse en dos sumandos, uno correspondiente a cada factor productivo; por lo que, aplicando un reparto proporcional puede escribirse que:

$$\Delta mb^{\leftarrow \Pi}_M = \frac{\Delta mb^{\leftarrow \Pi}}{\pi - 1} \cdot \alpha_M^* \cdot (\pi_M - 1) \quad [42,a]$$

$$\Delta mb^{\leftarrow \Pi}_T = \frac{\Delta mb^{\leftarrow \Pi}}{\pi - 1} \cdot \alpha_T^* \cdot (\pi_t - 1) \quad [42,b]$$

⁶⁰ Recordemos que un *índice* de variación, menos 1, es igual a la correspondiente *tasa* de variación.

6.3

EL CÁLCULO DE LOS ÍNDICES DE PRECIOS: UN ENFOQUE PRÁCTICO

Los índices de variación de precios, como promedios ponderados

Los datos acerca de la evolución de los *precios de venta* aparecen usualmente en las memorias anuales de las empresas en forma simplemente de información sobre los porcentajes de incremento que se ha aplicado en los precios de venta de cada uno de los artículos o de cada una de las líneas de productos. O sea, que la información de que se dispone es en términos de % de variación, y desagregada; lo que en principio permite calcular directamente los índices de variación de precios correspondientes a cada producto o línea de productos que componen la venta o ingresos de la explotación. Así, por ejemplo, si consta que la empresa aumentó los precios de la línea de productos 'pinturas' en un 5,5 %, ello nos da directamente que el índice de variación específico de esa línea ha sido de 1,055, sin necesidad de calcularlo según la expresión original:

$$[31, j] \quad P^>_i = \frac{(A \cdot P)_i}{(A \cdot P^{\circ})_i}$$

Se trata entonces de, dada una información desagregada, a partir de este tipo de índices de variación individuales, calcular el índice de precios global $P^{\wedge}$,

$$[31] \quad P^> = \frac{\sum_i A \cdot P}{\sum_i A \cdot P^{\circ}} \equiv \frac{\text{Ventas periodo en estudio}}{\text{Ventas, idem, a precios constantes}}$$

que es el necesario para aplicar el modelo de análisis expuesto en los apartados anteriores. Esto puede resolverse fácilmente, pues, como veremos, *el índice de variación global puede calcularse también como la media ponderada de los índices individuales, siendo los pesos de la ponderación la ya conocida estructura de la venta β^*_i* :

$$P^> = \sum_i P^>_i \cdot \beta^*_i \quad [43]^{61}$$

En efecto, la expresión del índice de variación global la podemos reescribir como:

$$P^> = \frac{\sum A \cdot P}{\sum A \cdot P^{\circ}} = \frac{(A \cdot P)_1}{(A \cdot P^{\circ})_1} \cdot \frac{(A \cdot P^{\circ})_1}{\sum A \cdot P^{\circ}} + \frac{(A \cdot P)_2}{(A \cdot P^{\circ})_2} \cdot \frac{(A \cdot P^{\circ})_2}{\sum A \cdot P^{\circ}} + \dots \rightarrow$$

⁶¹ La proposición es también válida para las *tasas* de variación: La tasa global ($P^{\wedge}-1$) es la media ponderada de las *tasas* de variación de cada producto: $(P^>-1) = \sum (P^>_i - 1) \cdot \beta^*_i$. La demostración es paralela a la expuesta para los índices.

$$\rightarrow P^> = P^>_1 \cdot \frac{(A \cdot P^0)_1}{\Sigma A \cdot P^0} + P^>_2 \cdot \frac{(A \cdot P^0)_2}{\Sigma A \cdot P^0} + \dots \equiv \sum P_i^> \cdot \beta_i^* \quad [43]^{62}$$

Un razonamiento paralelo es aplicable también a los índices de variación de los precios de coste. Sigamos con el supuesto de que los costes incluidos como costes imputados son los de materiales y los de personal. No es frecuente que en las memorias anuales de las empresas aparezcan los precios de compra de las primeras, ni los salarios pagados a cada categoría de personal. Pero sí que haya información sobre los porcentajes de aumento salarial que se han aplicado durante el año, y sobre los incrementos que la empresa ha habido de soportar respecto a los precios de compra de los materiales. Incluso se trata de informaciones que, aún en el supuesto de que no figuren en la memoria de la empresa, pueden ser objeto de estimación aproximada utilizando los correspondientes índices sectoriales de precios industriales y de salarios que regularmente publica el Instituto Nacional de Estadística.

Supongamos, pues, que en lugar de precios de compra y salarios unitarios, disponemos de información desagregada sobre los correspondientes incrementos porcentuales de precios para cada tipo de factor; o, lo que es equivalente, que conocemos los índices de variación de precios de cada tipo de factor incluido en los costes imputados: $K_M^>$, $K_T^>$, La determinación del índice de variación del conjunto ($K^>$),

$$[32] \quad K^> = \sum_j F \cdot K / \sum_j F \cdot K^0$$

que es el que necesitamos para aplicar el modelo, no presenta mayor problema ya que tal *índice de variación de precios del conjunto puede calcularse también como la media ponderada de los índices individuales, siendo los pesos de la ponderación los coeficientes del peso relativo de cada coste sobre el total de costes imputados, valorados éstos a precios constantes (α_j^*)*:

$$K^> = \sum_j K_j^> \cdot \alpha_j^* \quad [44]$$

En efecto: teniendo en cuenta que

$$[32, M, T, \dots] \quad K_M^> = (F \cdot K / F \cdot K^0)_M ; K_T^> = (F \cdot K / F \cdot K^0)_T ; \dots \text{etc.}$$

puede demostrarse que:

⁶² Existe también la posibilidad de utilizar como pesos de la ponderación la simple estructura de la venta 'normal' [$\beta_i = (A \cdot P)_i / \Sigma A \cdot P$], la cual puede venir ya dada de la propia cuenta de resultados del periodo en estudio; y evitarnos, así, la necesidad de calcular la equivalente a precios constantes (β_i). En tal caso, no obstante, el promedio ponderado del cual hemos de deducir $P^\wedge$ no es exactamente el mismo, sino:

$$\begin{aligned} \frac{1}{P^>} &= \frac{\Sigma A \cdot P^0}{\Sigma A \cdot P} = \frac{(A \cdot P^0)_1}{(A \cdot P)_1} \cdot \frac{(A \cdot P)_1}{\Sigma A \cdot P} + \frac{(A \cdot P^0)_2}{(A \cdot P)_2} \cdot \frac{(A \cdot P)_2}{\Sigma A \cdot P} + \dots; \rightarrow \\ \rightarrow \frac{1}{P^>} &= \frac{1}{P^>_1} \cdot \beta_1 + \frac{(A \cdot P^0)_1}{\Sigma A \cdot P^0} + \frac{1}{P^>_2} \cdot \beta_2 + \dots \equiv \sum \frac{1}{P_i^>} \cdot \beta_i \end{aligned} \quad [43, \text{bis}]$$

Utilizar esta vía implica por tanto operar con las inversas de los índices individuales, para obtener la inversa del índice de variación global, y de ahí deducir éste.

$$K^> = \frac{\Sigma F \cdot K}{\Sigma F \cdot K^o} = \frac{(F \cdot K)_M}{(F \cdot K^o)_M} \cdot \frac{(F \cdot K^o)_M}{\Sigma F \cdot K^o} + \frac{(F \cdot K)_T}{(F \cdot K^o)_T} \cdot \frac{(F \cdot K^o)_T}{\Sigma F \cdot K^o} + \dots; \rightarrow$$

$$\rightarrow K^> = K^>_M \cdot \frac{(F \cdot K^o)_M}{\Sigma F \cdot K^o} + K^>_T \cdot \frac{(F \cdot K^o)_T}{\Sigma F \cdot K^o} + \dots \equiv \sum K_j^> \cdot \alpha_j^* \quad [44]$$

Y, al igual que para los precios de venta, también aquí es de aplicación que una aproximación razonablemente aceptable consiste en utilizar, simplemente, la estructura de los costes 'normal' [$\alpha_j = (F \cdot K)_j / \Sigma F \cdot K$], en lugar de calcular la estructura a precios constantes (α_j^*), solo que el promedio ponderado a utilizar será algo distinto

Determinación indirecta, conociendo la variación en términos reales

En algunos casos las memorias anuales de las empresas nos hablan de la evolución experimentada por las variables principales (ventas, producción, plantilla de personal, ...etc.), precisamente en *términos reales*, es decir, en términos de unidades físicas; o a precios constantes, si se prefiere. Conviene, por tanto, señalar aquí que con tal tipo de información podemos también calcular los índices de variación de precios que utiliza el modelo que hemos expuesto para el análisis de la tasa de margen bruto. Veámoslo en principio para los precios de venta: Supongamos que conocemos el porcentaje de *incremento en términos reales de las Ventas*; podemos entonces formular que:

$$P^> = \Sigma A \cdot P / \Sigma A \cdot P^o = \frac{\Sigma A \cdot P / \Sigma A^o \cdot P^o}{\Sigma A \cdot P^o / \Sigma A^o \cdot P^o} \equiv \frac{\text{Ventas año actual} / \text{Ventas año Base}}{\text{Ventas año a precios constantes} / \text{Ventas año Base}}$$

donde, como puede verse, el numerador es el índice de variación nominal de las ventas y el denominador es el índice de variación *en términos reales*. En consecuencia, si disponemos de información indirecta sobre éste último podemos calcular el índice de variación de los precios de venta simplemente como:

$$[31] \quad P^> = \frac{\text{Indice de variación NOMINAL de las ventas}}{\text{Indice de variación REAL (o efectivo) de las ventas}} \quad [45]$$

Así, por ejemplo, si según las informaciones de la memoria anual de la empresa se deduce que las ventas *en términos reales* disminuyeron un 5 % (porque en promedio las unidades facturadas de los diferentes productos fueron un 5 % inferiores a las del año anterior), y según las cuentas de resultados las ventas fueron de 5.107,200 € en el año en estudio y 4.800.000 € en el año anterior, podemos deducir que hubo un incremento de precios del 12 %.

$$P^> = \frac{5.107,2 / 4.800}{1 - 0,05} = \frac{1,064}{0,95} = 1,12$$

⁶³ En efecto: puede verse que también aquí se cumple que :

$$\frac{1}{K^>} = \frac{1}{K^>_M} \cdot a_M + \frac{1}{K^>_T} \cdot a_T + \dots; \Rightarrow \sum_j \frac{1}{K_j^>} \cdot \alpha_j \quad [44, \text{bis}]$$

En resumen, dado que el numerador es un dato siempre conocido (Ventas del año en estudio/Ventas del año base) si se dispone de una estimación fiable respecto al numerador (la variación *real* del nivel de actividad en términos de ventas), el cálculo del Índice $P^{\wedge}$ puede resultar sumamente simple.

Un razonamiento paralelo es aplicable a los costes imputados; o a cualquiera de sus componentes. La expresión correspondiente es en este caso:

$$[32] \quad K^> = \frac{\text{Indice de variación NOMINAL de los costes}}{\text{Indice de variación REAL de esos costes}} \quad [46]$$

Así, por ejemplo, si estamos considerando el cálculo del índice de variación de precios del Personal y sabemos por informaciones indirectas que la plantilla de ese personal aumentó de 400 a 480 personas (índice de variación *real* de los correspondientes costes: 1,2), y según las cuentas de resultados los costes de este personal fueron de 1.800.000 €. el año anterior y 2.246,400 €. éste año en estudio, entonces podemos deducir que el incremento de los salarios ha sido del orden del 4 %:

$$\frac{2.246,4 / 1.800}{1 + 0,2} = \frac{1,248}{1,2} = 1,04 = K^>_{\text{personal}}$$

6.4

APLICACIÓN DEL MODELO AL ANÁLISIS DE LAS TASAS DE COSTES NO-IMPUTADOS

Dado que el modelo que se ha expuesto para el análisis de la tasa de margen bruto opera en realidad sobre una de las tasas de costes que hemos distinguido:

$$\text{Tasa de margen neto:} \quad m = \left(1 - \frac{CI}{V}\right) - \frac{C_v}{V} - \frac{C_f}{V} \quad ; \quad m = 1 - C - v - g$$

en principio, todo lo desarrollado hasta aquí refiriéndonos a la *tasa de costes imputados* (C), es directamente aplicable a las otras dos tasas de costos, v y g . Es decir, que podemos establecer 'a priori' que:

$$g = \frac{g^{\circ}}{\pi_g \cdot p_g \cdot X_g} ; \quad \text{y que:} \quad v = \frac{v^{\circ}}{\pi_v \cdot p_v \cdot X_v}$$

donde los dos tríos de coeficientes o índices de variación se referirán en cada caso a los factores que están comprendidos en los respectivos costes no-imputados. Así, por ejemplo, p_v , significará el índice de variación en la relación de precios: (precios de venta) / (precios de coste de los factores representados por los costes-no-imputados-

variables). Y π_g nos indicará la variación registrada en la productividad de los factores representados por los costes-no-imputados fijos. Existen, sin embargo, sendas particularidades en cada caso, que requieren incluir unos elementos diferenciales.

El análisis de la tasa de costes (no-imputados) variables

Como ya hemos dicho, no existe norma alguna que prescriba qué costes debe una empresa considerar como imputables o no-imputables, ni tampoco qué costes deban considerarse como realmente fijos y cuales como variables. No obstante, en la práctica en este bloque de costes ahora considerado encontramos normalmente costes de tipo comercial: *comisiones sobre ventas* (a agentes comerciales), *gastos de transportes* y otros relacionados, y *gastos de gestión de cobro*, principalmente. El hecho de que sean unos costes variables respecto a las ventas significa, precisamente por ello, que puede saberse qué parte concreta del montante de un periodo corresponde a cada producto o a cada línea de ventas que configuran los ingresos de la explotación. Es decir, que cada producto, o bien cada línea de ventas, habrá generado unos determinados costes-no-imputados-variables durante el periodo. Ello hace que sea frecuente en la práctica que cada producto o bien cada *línea de ventas* tenga una tasa de costes variables específica diferente.

La particularidad en este caso -respecto a lo que hemos visto para los costes imputados- estriba en que estas *líneas de venta* en muchos casos no se corresponden con el desglose de las ventas por productos o grupos de productos establecida a los efectos de asignar los costes imputados (y por tanto a los efectos de determinar las tasas de margen bruto por productos). Así, para verlo con un ejemplo representativo de una situación relativamente frecuente, las tasas de costes imputados suelen ser diferentes según la naturaleza de los productos, mientras que las tasas de costes variables no imputados (compuestos principalmente por costes de tipo comercial, como comisiones, transportes,...etc.) suelen ser diferentes según el canal de distribución de los artículos. Veamos este caso relativo a una empresa del sector de electrodomésticos:

Ventas	Tasa de Costes imputados	Estructura de la Venta
Frigoríficos	C_1	β_1
Lavadoras	C_2	β_2
Cocinas	C_3	β_3
<i>total</i> = V	global: C	$\Sigma = 1$

Ventas	Tasa de (Coste variable)	Estructura de la Venta (bis)
Distribuidores	v_1	E_1
Clientes normales	v_2	E_2
Venta Directa	v_3	E_3
Exportación	v_4	E_4
<i>total</i> = V	global: v	$\Sigma = 1$

Un ejemplo en el que queda de manifiesto que la estructura de la venta cuya variación afectará a que la tasa conjunta de estos costes variables cambie, es una estructura o reparto de la venta, diferente de la relevante para las tasas de margen bruto. En general, pues, el cálculo del coeficiente que hemos denotado como X_v , debería hacerse con la estructura de la venta relevante para los costes variables no imputados; estructura que denotaremos por E_h , para distinguirla de la utilizada para los costes de producción imputados (β_i).

$$X_v = \frac{v^o}{\sum_h v_h^o \cdot E_h} \quad [47]$$

Así pues, también en este caso habrán tres causas explicativas o variables determinantes de que la tasa de Costes no-imputados Variables haya cambiado de un periodo a otro:

$$v = \frac{v^o}{\pi_v \cdot p_v \cdot X_v} \quad [48]$$

La determinación y el significado de los otros dos coeficientes es perfectamente paralelo a todo lo que antes hemos visto para la tasa de costes imputados. Así, $p_v = P^>/K^>_v$, y nos indica el cambio habido en la relación de precios: precios de venta / precios de compra de los servicios de transporte y demás factores cuyos costes configuran esta tasa v . En cuanto a π_v , el correspondiente índice de cambio en la productividad de los factores implícitos en la tasa de costes v , puede sonar un tanto raro, en principio, hablar de "productividad" para los factores que están detrás de costes como Comisiones a agentes de venta, Gastos de Transportes, Gastos por gestión de cobros, etc., que son los que generalmente integran los costes variables no-imputados. Y esta extrañeza resultaría comprensible porque generalmente el concepto de productividad se asocia con la idea intuitiva de que, dado un consumo determinado de factores, se obtiene una mayor (o menor) cantidad de output. En este caso, la idea intuitiva que habría que asociar al concepto de *mejora de la productividad* de estos factores sería la de que, manteniendo el nivel de output, ha habido un menor consumo de unidades de factor. Pero ¿puede hablarse de "unidades de factor" en los casos que estamos ahora considerando?. Aunque aparentemente resulte difícil, normalmente sí es posible. Veamos como ejemplo el caso de los Gastos de Transporte (factor: Servicio de Transporte de productos). Siguiendo el ejemplo de la empresa de electrodomésticos anterior, supongamos que en el año base el 75% de las ventas a distribuidores fue con portes a cargo de la empresa mientras que en el año en estudio la proporción ha sido de un 82,5% : ha habido pues *un mayor consumo de factor* en términos relativos, lo que significa una menor *productividad* de este factor; con la consiguiente incidencia negativa sobre el índice de cambio global de la productividad del conjunto de estos factores (π_v)⁶⁴.

⁶⁴ Este índice global π_v sabemos, por lo que hemos visto en ..., que será la media ponderada de los índices de variación de la productividad específica de los dos o tres factores o tipos de coste incluidos en la tasa v .

Otro ejemplo ilustrativo, en la misma línea anterior, podría ser el de los Gastos por Gestión de Cobro (de las ventas a clientes); un gasto que en el momento en que se produce puede ir acompañado o no de Gastos Financieros de Descuento. En efecto: es frecuente que las empresas encarguen la gestión de cobro de sus facturas por ventas, a entidades bancarias; pero casi igual de frecuente es que, además, soliciten a esas entidades bancarias que les anticipen el importe de esas facturas antes de que sean efectivamente cobradas a los clientes de la empresa por la entidad bancaria⁶⁵. Esta doble operación es lo que se denomina corrientemente “descuento bancario”. Y en los gastos que cobra la entidad bancaria hay dos partes: la de *gestión de cobro* y la de *intereses por la financiación del anticipo*. La primera parte, gastos por gestión de cobro, es el tipo de coste-variable-no-imputado al que nos queremos referir. Aparentemente no existe aquí el concepto de “cantidad de factor consumido” ni su correlato de “precio por unidad de factor” (variables necesarias para poder plantearse el cálculo de los coeficientes p_v y π_v). Pero si se examina la cuestión sin apriorismos, veremos que de hecho sí existen dichos conceptos, sólo que aparecen expresados en una forma distinta a la habitual; concretamente en una forma a la vez implícita e indirecta. Así, por ejemplo, el hecho de que los *gastos por gestión de cobro* hayan subido del 1,5% sobre ventas del año anterior, al 2,75% del presente año, puede ser: a) en parte debido a que se haya encargado a los bancos la gestión de cobro de una proporción superior de las ventas, lo que significa mayor “cantidad” relativa del factor y por tanto una menor productividad de éste; y b) en parte porque los porcentajes de ‘comisión de cobro’ sobre el importe de la ‘letras’ que han aplicado las entidades bancarias (= “precio” del factor) han sido más elevados que el año anterior.

Y, siguiendo con el mismo ejemplo, puede perfectamente ocurrir que la tasa de *gastos de gestión de cobro* respecto a las ventas sea considerablemente diferente para cada línea de ventas: no es el mismo el porcentaje de comisión que cobra la entidad bancaria para una ‘letra’, pongamos por caso contra un cliente del mismo municipio, que para un cliente domiciliado en un país extranjero. Y éste hecho es el que contribuirá a que la tasa de costes-no-imputados-variables correspondiente a cada línea de ventas sea distinta; y que, por lo tanto, el hecho de que cambie el peso de cada línea de ventas sobre el total sea en sí mismo una causa autónoma de que varíe la tasa conjunta, v . (Este es, como sabemos, el efecto que recogerá el coeficiente X_v de nuestro modelo).

En resumen, que a pesar de que pueda parecer en principio lo contrario, es siempre posible traducir el contenido de los *costes (no-imputados) variables* de la cuenta de

⁶⁵ Esta operación doble: gestión de cobro, y anticipo del importe, se documenta en lo que denominamos corrientemente ‘letras (de cambio)’, las cuales la empresa emite a partir de las facturas de venta. Y la doble operación en sí es lo que se entiende por ‘descuento bancario (de efectos comerciales)’. Teniendo en cuenta que en países como el nuestro es normal que en las operaciones de compra-venta las condiciones de cobro sean a los 30, 60, 90, 120, o más días después de la operación; y teniendo también en cuenta que -por falta recursos propios para financiar esta espera- las empresas tienden ‘descontar’ casi inmediatamente después de la venta sus ‘letras’ contra clientes, el descuento bancario (obtener el importe de la venta, anticipadamente a su fecha de vencimiento) constituye de hecho un crédito bancario que recibe la empresa. Es decir, debe reflejarse en el Balance y considerarse como *Exigible Financiero*. Paralelamente, pues, la parte de los ‘gastos de descuento’ que cobra la entidad bancaria que corresponden a los intereses según los días que anticipa el dinero a la empresa, constituyen propiamente unos *Gastos Financieros*. En consecuencia, éstos no forman parte del concepto que venimos utilizando de Beneficio Normal de Explotación, (Ver apartados 5 y 7).

resultados, a términos de: "cantidad de factor productivo" x "precio del factor". Aunque -al tratarse normalmente de 'factores productivos' tipo *servicios*- a veces nos encontraremos con la peculiaridad de que la "cantidad del factor productivo" tenga su expresión precisamente en términos de unidades de 'producto', como, por ejemplo, al referirnos antes a que se había requerido Servicios de Transporte para el 82,5% de las ventas.

El análisis de la tasa de costes (no-imputados) fijos

Este bloque de costes suele comprender, en la mayor parte de los casos: costes del Personal indirecto de producción; costes de amortización, reparaciones y mantenimiento de los equipos e instalaciones de uso general; costes del Personal Administrativo y Comercial y demás costes relacionados con las actividades de éstos; y costes de tipo general de la empresa. Todo un conjunto costes (o de factores) que, en definitiva, tienen un comportamiento relativamente fijo con respecto al nivel de producción/ventas y que la empresa en cuestión trata como costes-no-imputables.

El hecho de que se trate de unos costes 'fijos' hace que -aunque una parte de ellos pudieran considerarse como específicos u objetivamente asignables a cada uno de los productos o línea de productos que configuran las ventas- carezca de significado económico el calcular tasas de costes individuales por productos. Si lo hiciésemos, nos encontraríamos que dichas supuestas tasas g_i variarían de un periodo a otro simplemente porque el denominador (las ventas del producto 'i') habría cambiado, mientras el numerador (los costes fijos específicos o asignables al producto 'i') sería prácticamente el mismo, debido precisamente a que es un coste de carácter fijo. En consecuencia no tiene utilidad para el análisis el concepto de "tasa de coste fijo correspondiente al artículo i", pues el hecho de que cambie la *estructura de la venta* no es, en principio, una causa que haga variar estos costes, Cf, ni por tanto su tasa, g . Es decir, que el hecho de que se produzca un determinado cambio de g^0 a g , éste no tendrá como una de sus variables o causas explicativas el que la estructura de la venta haya cambiado. En consecuencia, en este caso la relación explicativa queda simplificada a:

$$g = \frac{g^0}{\pi_g \cdot p_g} \quad [49]$$

Si -como a veces observamos en la práctica de ciertas empresas- estos costes fijos Cf son repartidos de forma más o menos arbitraria entre los diferentes productos que configuran las ventas ($Cf = \sum Cf_i$), ello nos permitirá, por supuesto, calcular unas tasas de costes individuales g_i . Pero puede demostrarse que esto no invalida la conclusión anterior: Dado que habremos efectuado el reparto tanto para el año en estudio como para el año base ($Cf^0 = \sum Cf_i^0$), dispondremos efectivamente de unas tasas de costes individuales para este último g_i^0 , por lo que podríamos entonces determinar el correspondiente coeficiente X_g .

$$X_g = \frac{g^0}{\sum_i g_i^0 \cdot \beta_i^{\wedge}} \quad ; \text{ donde } g_i^0 = Cf_i^0 / (A^0 \cdot P^0)_i$$

pero, supongamos que -como también es una práctica corriente- el reparto se hace precisamente en proporción a la cifra de ventas de cada producto; entonces tendremos que:

$$Cf_i^o = (Cf^o/V^o) \cdot V_i^o \equiv Cf^o \cdot \beta_i^o ; \rightarrow g_i^o = Cf^o/V^o \equiv g^o$$

es decir, que las tasas de costes individuales resultantes serán idénticas para todos los productos, por lo que cualquier promedio ponderado que hagamos (incluido el que sirve de denominador a la expresión de X_g) dará siempre necesariamente $= g^o$; y, por lo tanto, X_g siempre daría igual a 1. Si suponemos ahora, por el contrario, que el reparto de Cf^o se hace según el criterio de asignar una proporción (arbitraria) predeterminada a cada producto⁶⁶; entonces:

$$Cf_i^o = Cf^o \cdot \gamma_i ; \text{ donde } \gamma_i \text{ son los coeficientes arbitrarios de reparto ; } \sum \gamma_i = 1$$

$$\rightarrow g_i^o = (Cf^o \cdot \gamma_i)/V_i^o ; \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{promedio ponderado, con la estructura de la venta del año base: } g^o$$

$$\rightarrow \text{promedio ponderado, con cualquier otra estructura de la venta, } \beta_i^*:$$

$$\sum g_i^o \cdot \beta_i^* = \sum [(Cf^o \cdot \gamma_i)/V_i^o] \cdot \beta_i^* \equiv \frac{Cf^o}{V^o} \cdot \sum \frac{\gamma_i}{V_i^o/V^o} \cdot \beta_i^* \equiv g^o \cdot \sum \frac{\gamma_i}{\beta_i^o} \cdot \beta_i^*$$

o sea, que tendremos un promedio distinto de g^o (como denominador de un posible coeficiente X). Pero ello no nos dirá nada respecto a un supuesto efecto en el cambio en la estructura de la venta, sino, simplemente, que se tomó un determinado criterio (arbitrario) de reparto de unos costes fijos entre los productos de la empresa.

Incidencia sobre la tasa de margen, atribuible a cada variable elemental

La determinación de qué parte de la variación registrada por la tasa de margen neto es atribuible a cada una de las variables de gestión elementales que están detrás de estas tasas de costes no-imputados, es formalmente idéntica a la que en el punto 16 hemos visto para la tasa de costes imputados. Eso significa que para calcular cual ha sido la repercusión sobre la tasa de margen neto de, por ejemplo, el cambio en la productividad de los factores comprendidos en los costes fijos no-imputados, haríamos:

$$\Delta m^{\leftarrow} \Pi_g = \frac{g^o - g}{\ln(g^o / g)} \cdot \ln(\pi_g) \quad [50]$$

Y de forma paralela procederíamos para el resto de variables explicativas de v y de g .

⁶⁶ Una posibilidad en este sentido es, por ejemplo, a partes iguales a cada producto.

6.5

APLICACIÓN GLOBAL DEL MODELO: PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES

El concepto de productividad que venimos utilizando lo hemos aplicado en principio a bloques de factores (o de costes) distinguiendo entre costes imputados, costes no-imputados variables, y costes no-imputados fijos. Pero ya hemos visto (apartado 18) que puede ser igualmente aplicado, bien (1) al conjunto de todos los factores -es decir, considerando todos los costes, imputados y no imputados, globalmente-; o bien (2) puede ser aplicado específicamente a uno o unos determinados factores incluidos en aquellos bloques de costes; por ejemplo: al conjunto de todas las materias primas; o, concretamente, a la materia prima xxx, o al personal de producción, o a los costes de amortización y de mantenimiento de las instalaciones y equipos,.... etc.

En el primer caso:

$$[36] \quad \pi = \frac{\sum_i A \cdot P^o / \sum_j F_j \cdot K_j^o}{1 / \sum_i C_i^o \cdot B_i^*} = \frac{\frac{\text{Ventas}^{(\text{periodo en estudio})} \text{ a precios constantes}}{\text{Costes}^{(\text{periodo en estudio})} \text{ a precios constantes}}}{\text{Idem, para el año base (con la actual estructura de la venta)}}$$

$j = 1, 2, \dots$: todos los factores

la productividad que determinemos estará referida al conjunto de todos los factores utilizados por la empresa (= todos los costes), y coincide con el concepto de *Productividad Total de los Factores*, PTF (o TFP en los trabajos en lengua inglesa), que es el concepto más utilizado en general en la literatura sobre medición y análisis de la Productividad⁶⁷.

En la segunda posibilidad de aplicación del modelo, el índice de variación se referirá a la *Productividad Parcial* del factor concreto considerado ; es decir, del tipo específico de coste tomado en consideración :

$$[33,a]_{j} \text{ Productividad parcial del factor 'j' , } \quad \Pi_j = \frac{\sum_i A \cdot P^o}{F_j \cdot K_j^o} ;^{68}$$

⁶⁷ Un planteamiento general simplificado, y una panorámica de los principales enfoques sobre la evaluación de la productividad puede verse en : Joaquim VERGÉS y Enric GENESCÀ : “ La medición de la productividad a nivel de empresa. Análisis crítico”, *Esic Market*, nº 40 (1983) ,pág. 59-83. Una exposición más completa y actual puede verse en : Enric GENESCÀ y Emili GRIFELL , “Profits and Total Factor Productivity: A comparative Analysis”, *Omega*, vol. 20 nº 5/6 (1992) pág. 553-568. Y también: Diego PRIOR, Joaquim VERGÉS y Immaculada VILARDELL , “Diferentes modelos para la evaluación de la eficiencia de las unidades de gestión” , en *La evaluación de la eficiencia en los sectores privado y público* , IEF, (1993), pág. 173-194 (como panorama general puede verse las páginas 173-178).

Dentro del campo de la evaluación de la productividad, uno de los desarrollos recientes más interesantes sobre la evaluación comparativa entre unidades de producción son los denominados ‘modelos frontera’. Una explicación sobre los mismos puede verse en :Diego PRIOR: “Los modelos frontera en la evaluación de la productividad” , *Esic Market* nº (1992) pág. 113-131.

⁶⁸ El denominador corresponde, como se ve, a los costes del factor ‘j’ concreto cuya productividad estemos considerando (costes valorados a precios del periodo base). Si, por ejemplo, estamos entendiendo por tal los costes de materiales (es decir, de todos los diferentes tipos de materiales consumidos), deberíamos escribir un denominador en forma también de sumatorio, pero el cual se referiría ahora

$$[39]_j \text{ Índice de cambio de la Productividad parcial de 'j', } \pi_j = \frac{\sum_i A \cdot P^o / F_j \cdot K_j^o}{1 / \sum_i C_{j,i}^o}$$

Y, generalizando lo expuesto antes para el caso de los costes imputados, podemos decir que la productividad total de los factores es igual al promedio de las diferentes productividades parciales de cada factor (medidas igualmente en términos monetarios, Ventas/Costes).

$$[33,a] \quad \Pi = \sum_j \Pi_j \cdot \alpha_j^* \quad [51]^{69}$$

Al igual que el correspondiente índice de variación temporal de esa *productividad total* es igual al promedio ponderado de los índices de variación de la productividad parcial de cada factor, siendo en ambos casos los pesos de la ponderación la importancia relativa del coste de cada factor respecto a los costes totales:

$$[40] \quad \pi = \sum_j \pi_j \cdot \alpha_j^*$$

Como resumen de las posibilidades del modelo expuesto, podemos formular estos dos corolarios:

- 1) Dados los datos de una empresa para dos periodos determinados, podemos determinar simultáneamente índices de variación de productividad (π) a cualquier nivel de agregación de factores. Por ejemplo, siguiendo la siguiente secuencia 'jerárquica':
 - a) para todos los factores (todos los costes), considerados globalmente
 - b) para cada uno de los bloques : costes imputados, no-imputados variables, no-imputados fijos.
 - c) para cada uno de los tipos o conjuntos de factores que incluyen uno de los bloques anteriores.
 - d) para cada uno de los factores específicos incluidos en uno de esos conjuntos.
- 2) La variación de productividad que obtendremos para un determinado factor específico (opción 'd) es siempre igual a $[39]_j$, y, por lo tanto, su valor es independiente de si -arbitrariamente- el factor se ha incluido en uno u otro de los bloques de costes o niveles de agregación superiores (c), o (b).

específicamente a la suma de los costes de cada tipo de material. No obstante ello, para mayor claridad y evitar posibles confusiones, prescindiremos aquí de escribir tal sumatorio.

⁶⁹ La demostración es paralela a la expuesta en el apartado 18 para la expresión [40] :

$$[33,a] \quad \Pi = \frac{\sum A \cdot P^o}{\sum F \cdot K^o} \equiv \sum_j \frac{\sum A \cdot P^o}{(F \cdot K^o)_j} \cdot \frac{(F \cdot K^o)_j}{\sum F \cdot K^o} \equiv \sum_j \Pi_j \cdot \alpha_j^*$$

7

Elementos que determinan la Productividad

7.1

PRODUCTIVIDAD DE FACTORES SEMI-FIJOS, Y NIVEL DE OCUPACIÓN

Cuando el *índice de variación de productividad* obtenido se está refiriendo a costes como Personal (factor *trabajo*), o costes como Amortización, Alquileres de bienes de equipo o locales, interés interno por las inversiones en los equipos utilizados (que corresponden al factor: *bienes de capital* utilizados), la interpretación del índice individual (π_t o de π_e) obliga a tener en cuenta el concepto nivel de ocupación de estos factores, dado el carácter que tienen de fijos o semi-fijos respecto al volumen de producción. En efecto, los costes a los que hemos hecho referencia podemos decir que corresponden a unos factores que tienen la característica de ser *contratados* 'a priori' por unas cantidades determinadas; lo que comporta respectivamente unas determinadas *capacidades de utilización* en términos de horas de trabajo o de funcionamiento. Esta *capacidad*, que podemos considerar como su *nivel óptimo* de ocupación, luego en la práctica puede realmente utilizarse o no. Depende ello, por ejemplo y entre otras cosas, de que la empresa tenga la demanda de productos suficiente como para emplear plenamente estos factores que son virtualmente fijos a medio plazo, como es el caso del trabajo, los bienes de equipo o bienes de capital, y otros que se les asemejan en cuanto a contratación / utilización.

Productividad del trabajo, y nivel de ocupación

Tomemos en primer lugar el trabajo; y concretamente los costes del Personal directo de Producción (bien sea que éste esté imputado formando parte de la tasa *C*, o no imputada, formando parte de la tasa *g*). El indicador de productividad correspondiente a un factor específico se mide, como se ha visto, en términos de valores monetarios a precios constantes:

$$[33], t \quad \Pi_t = \frac{\sum_i A \cdot P^o}{(F \cdot K^o)_j} = \frac{\text{Ventas, a precios constantes}}{\text{Coste de Personal, a precios constante}}$$

por lo que en el caso del factor Personal las cantidades (F) son las *contratadas* (que es lo que reflejan los costes de Personal de la cuenta de resultados). Pero éstas cantidades (horas) pueden en realidad no ser totalmente utilizadas. En consecuencia, el cálculo del índice de variación de la productividad, π_t

$$[39,b] \quad \pi_t = \frac{\Pi_t}{\Pi_t^o} = \frac{\sum A \cdot P^o / (F \cdot K^o)_t}{\sum A^o \cdot P^o / (F^o \cdot K^o)_t} \equiv \frac{\frac{\text{Ventas (per. est.), a precios const}}{\text{Coste Personal (per. est.), a precios const}}}{1 / \text{tasa de costes de Personal en el periodo base}} \quad 70$$

reflejará una mezcla o compensación de dos efectos: lo que podemos llamar *productividad en sentido estricto* o *productividad por hora trabajada*, y el efecto debido al mayor o menor grado de utilización de ese Personal contratado. Para poder evaluar la productividad en sentido estricto del Personal (a partir de ahora *productividad técnica*) resulta, pues, necesario introducir el concepto anterior de ‘grado de utilización’ o *nivel de ocupación* del Personal (concepto que denotaremos con θ). Así, por ejemplo, un *nivel de ocupación* del 85% para el factor trabajo significa que durante ese periodo se han utilizado realmente solo el 85% de las horas posibles de factor trabajo, es decir, de las horas contratadas.

$$\text{Nivel de ocupación del trabajo: } \theta = \frac{\text{horas realmente trabajadas}}{\text{horas contratadas}} = \frac{H}{F} \quad [52]$$

(=0,85 en el ejemplo)

Si este nivel medio de ocupación varía de un año a otro, es evidente que esto se reflejará en lo que hasta ahora hemos venido denominando índice de variación de la productividad del factor correspondiente. Es decir, que puede ocurrir que el índice obtenido para el periodo en estudio, π_t , muestre un notable aumento de la productividad del trabajo, pero que esto sea, simplemente, consecuencia de que el nivel de ocupación del factor trabajo contratado ha sido superior que en el periodo base. Para precisar esto formularemos la siguiente **proposición (1)**:

Proposición (1)

Si no hay realmente variación en la *productividad técnica del trabajo* (o productividad por hora trabajada), pero el índice π_t resultante es diferente a la unidad (lo que significa que la producción por hora contratada ha variado), entonces lo que muestra π_t es exactamente *el índice de variación registrado por el nivel de ocupación del trabajo*.

(se prescinde a partir de ahora del subíndice ‘t’, para mayor claridad).

Así, si el valor obtenido ha sido, por ejemplo, $\pi = 1,2$, significa que la producción/venta por hora *contratada* ha sido un 20 % superior (ver la expresión de

⁷⁰ Para mayor claridad en la exposición, la expresión está simplificada -en cuanto al denominador- suponiendo que la estructura de la venta no ha cambiado; o que, al tratarse de un coste fijo, ésta no es una variable relevante.

arriba); por lo que si es que sabemos -por información estadística independiente- que la *productividad por hora trabajada* no ha variado, entonces significará que el número de horas realmente trabajadas -respecto a las contratadas- ha aumentado en un 20 % respecto al periodo base; es decir, que el nivel de ocupación ha aumentado en un 20 %.

Índice de variación del nivel de ocupación (igual a valor 1,2 en el ejemplo):

$$\Phi = \frac{\theta}{\theta^0} = \frac{H/F}{H^0/F^0} \equiv \frac{\text{Indicador del nivel de ocupación del año en estudio}}{\text{Idem del año Base}} \quad [53]^{71}$$

y, por tanto, en el caso concreto planteado: $\pi = \Phi$

Proposición (2)

Si, contrariamente a lo supuesto anteriormente, sabemos por informaciones estadísticas independientes que el nivel de ocupación no ha cambiado de un periodo a otro, pero obtenemos que $\pi \neq 1$, entonces ese valor de π lo que nos mostrará es exactamente la variación que ha registrado la *productividad técnica* del Personal, o productividad por hora trabajada (en el trimestre, año, ..., 't').

Así, llamando π^* al *índice de variación de la productividad técnica*, diremos que en el caso anterior: $\pi = \pi^*$.

Proposición (3)

Supongamos que realmente el nivel de ocupación ha aumentado un 20 % ($\Phi=1,2$), y que también ha aumentado realmente la productividad técnica en un 25 % ($\pi^*=1,25$). Entonces el aumento bruto de la productividad (lo que mide el índice π de la expresión general) será del 56 % ($1,20 \times 1,25 = 1,50$). Es decir que:

$$\pi = \Phi \cdot \pi^* \quad [54]$$

Esta proposición puede verificarse fácilmente si suponemos, para simplificar, que el número de horas contratadas de Personal ha sido el mismo en un periodo y otro. Sean estas horas $F=F^0=10.000$; y sean las horas realmente trabajadas: $H^0=8.000$; $H=9.600$; y sea la producción=venta: $\sum A^0 \cdot P^0 = 420.000$; $\sum A \cdot P^0 = 630.000$. Si calculamos por separado los tres coeficientes anteriores resultará:

Nivel de ocupación: $\theta = 9600/10000 = 96\%$; $\theta^0 = 8000/10000 = 80\%$

Índice de variación del nivel de ocupación: $\Phi = \theta/\theta^0 = 0,96 / 0,8 = 1,2$

Productividad por hora trabajada: $\Pi^* = \sum A \cdot P^0 / H \cdot K^0 = 630.000 / 9600 \cdot K^0 = 65,625 / K^0$

$(\Pi^*)^0 = \sum A^0 \cdot P^0 / H^0 \cdot K^0 = 420.000 / 8000 \cdot K^0 = 52,5 / K^0$

Índice de variación de la productividad técnica: $\pi^* = \Pi^* / (\Pi^*)^0 = 1,25$

Índice de variación de la productividad (bruta):

⁷¹ Obsérvese que la argumentación se refiere a valores relativos: “un 20 % más de horas trabajadas, respecto a las contratadas”. Porque en términos absolutos las horas trabajadas en un periodo pueden ser mayores, simplemente porque se ha contratado mas (horas de) personal.

$$\pi = \frac{\sum A \cdot P^0 / (F \cdot K^0)_t}{\sum A^0 \cdot P^0 / (F^0 \cdot K^0)_t} = \frac{630.000 / 10.000 \times K^0}{420.000 / 10.000 \times K^0} = 1,5$$

La conclusión anterior [54], basada en un ejemplo, puede verse que es válida en cualquier caso. He aquí una argumentación general:

$$\pi = \frac{\Sigma A \cdot P^0 / F \cdot K^0}{\Sigma A^0 \cdot P^0 / F^0 \cdot K^0} \equiv \frac{\Sigma A \cdot P^0 / F}{\Sigma A^0 \cdot P^0 / F^0} \equiv \frac{\Sigma A \cdot P^0 / F \cdot H \cdot H^0}{\Sigma A^0 \cdot P^0 / F^0 \cdot H \cdot H^0} \equiv \frac{\Sigma A \cdot P^0 / H}{\Sigma A^0 \cdot P^0 / H^0} \cdot \frac{F^0 \cdot H}{F \cdot H^0} \equiv \pi^* \cdot \frac{\theta}{\theta^0} \equiv \pi^* \cdot \Phi$$

Así, por ejemplo, si en el año en estudio el nivel de ocupación fue el 72% y en el año base del 80%, entonces $\Phi = 72/80 = 0,9$. Lo que indica que el *nivel de ocupación* ha disminuido de un periodo a otro en un 10% ⁷². Si el valor previamente encontrado para la variación "bruta" de la *productividad* fuese de $\pi = 0,972$, podemos determinar, por deducción, que (dado que $0,972 = 0,9 \cdot \pi^*$) necesariamente $\pi^* = 1,08$; lo que nos indica que la *productividad técnica* del trabajo, ha crecido realmente un 8%; en el sentido estricto de 'mayor producción por hora trabajada'.

Plantearse la distinción entre estos dos componentes del índice de variación de la productividad aparente de un factor fijo o semi-fijo, responde a algo más que a un interés en profundizar en las causas elementales del rendimiento económico conseguido por la empresa. Téngase en cuenta que cuando el término "productividad" del trabajo, se utiliza en las negociaciones de Convenios Colectivos, o en ciertas comparaciones internacionales, es evidente que es el componente que aquí hemos denominado *productividad técnica* o "productividad-en-sentido-estricto" al que se hace usualmente referencia.

Productividad (técnica) del trabajo, eficiencia, y calidad de vida Elementos que pueden hacer aumentar (o disminuir) la productividad por hora trabajada

En general, las horas-persona trabajadas efectivamente son menores que las horas contratadas, debido a las siguientes causas:

- Tiempos de descanso (almuerzo de media mañana, p.e.)
- ausencias retribuidas (de las bajas por enfermedad, los días no cubiertos por la seguridad social, permisos voluntarios, ...)
- No cumplimiento del horario contratado (retrasos a la entrada, p.e.)
- La dirección de la empresa (o del departamento) no da al personal las tareas suficientes, por ejemplo, por falta de demanda para los productos, o por paradas técnicas relacionadas con necesidades de mantenimiento de las instalaciones o equipos.

⁷² Nivel de ocupación relativo, por supuesto. El nivel absoluto de horas trabajadas puede perfectamente haber aumentado. Por ejemplo:

	periodo en estudio	periodo base
* horas contratadas :	90.000	70.000
* horas trabajadas :	64.800	56.000
* nivel de ocupación : (θ)	72 %	80 %
* Índice de variación del nivel de ocupación: (Φ)		0,9

Podemos pues hablar de la *jornada laboral media efectiva* para designar las horas efectivamente trabajadas en promedio por persona. Y esta *jornada laboral media* está directamente relacionada con el concepto de *horas trabajadas* efectivamente, y, por lo tanto, con el concepto anterior de *productividad por hora trabajada*, *productividad técnica*, o *productividad propiamente dicha*. ¿Como puede aumentar en una empresa -o en una de sus áreas- esta '*productividad por hora trabajada*' ?

Si no hay cambios en cuanto a la dotación de capital (instalaciones, maquinaria, etc.), podemos resumir la respuesta en las siguientes tres posibilidades:

1. *Si se disminuyen las horas trabajadas no-productivas*: Puede ser que de las horas trabajadas hayan horas realmente perdidas por causa de la dirección de la empresa, debido a fallos en la organización día-a-día de las secuencias del proceso productivo. Se trata de tiempos que generalmente los trabajadores tampoco puede aprovechar a título personal; en muchos casos simplemente son horas en las que se aburren .
2. *Si se mejora la organización del trabajo, ganando en eficacia por cada hora trabajada*, con el mismo grado de esfuerzo, por hora trabajada, por parte del personal .
3. *Si se aumenta el esfuerzo dedicado por el personal*, por hora trabajada; es decir, si se aumenta la intensidad con la que trabaja el personal. Esto significa, por ejemplo, no perder ni un minuto en otra cosa que no sea la tarea productiva encomendada, reducción de las conversaciones de tipo personal, reducir al máximo las pequeñas interrupciones del trabajo por motivos fisiológicos; y, en resumen, trabajar con más atención , es decir, con más tensión.

De las tres posibilidades anteriores, la tercera implica -para los trabajadores afectados- reducción en la *calidad de vida en el trabajo*. Y lo mismo puede decirse en algunos casos de la primera.

En general, el incremento en la productividad por hora trabajada se viene consiguiendo en las empresas por una mezcla de las tres medidas anteriores; mezcla en la cual -hablando de los países desarrollados- el papel de la 2ª medida viene siendo cada vez más limitado debido a que las posibilidades de mejoras de ese tipo ya han sido llevadas a la práctica en gran medida en esos países . En consecuencia, en tales entornos competitivos el incremento en la productividad técnica del personal ha ido y va acompañada, normalmente, de una determinada reducción de la calidad de vida en el trabajo. Si adoptamos una cierta perspectiva histórica, podemos decir que, en la medida en que tal tendencia observada durante los últimos decenios -por ejemplo, en España- ha permitido a las empresas pagar salarios algo más altos ⁷³, lo que ha ocurrido es equivalente a decir que los trabajadores han cambiado calidad de vida en el trabajo, por un incremento en su renta monetaria.

⁷³ Como hemos visto antes, si la productividad técnica del personal de una empresa aumenta, por ejemplo, en un 12 % y el nivel de ocupación no varía, la empresa puede aumentar, pongamos por caso, en un 8 % los salarios y aun tendrá una reducción en la tasa de costes de personal (respecto a las ventas), es decir, un incremento en su tasa de margen de beneficios sobre ventas. Esto es lo que se entiende técnicamente, al hablar sobre relaciones laborales, por '*repartir las ganancias de la productividad del personal entre la empresa y los trabajadores*'.

Puede ocurrir, al contrario de lo que hemos dicho al principio, que las *horas efectivamente trabajadas* sean incluso superiores a las *horas contratadas*. Es algo que de hecho se viene observando desde los años 90 con frecuencia creciente (por ejemplo, en empresas de servicios, como las que llevan a cabo auditorías). Se trata de situaciones en las que la relación laboral ‘dirección de la empresa<-->empleado/a’ se basa en la ‘asignación de objetivos’: se trabaja ‘por objetivos, con fecha fija’. Consiste tal práctica empresarial en que al empleado se le encargan sucesivamente trabajos (por ejemplo, realizar las operaciones ‘xxx’ de auditoría de la empresa cliente ‘eee’), los cuales se estipula (aquí la fijación de ‘objetivos’) han de estar acabados necesariamente antes de un día determinado. Como consecuencia de estas ‘asignaciones’ de tareas, el/la trabajador/a tiende a alargar por decisión propia su jornada laboral bastante más allá de la jornada legal o contratada. Y es así como el nivel de ocupación de una de estas empresas pueda ser, paradójicamente no inferior sino superior al 100 %. Tales situaciones, en términos de la teoría de la agencia, las podemos etiquetar como una especial mezcla de, por una parte, una relación laboral tradicional (en tanto que se contrata una jornada laboral -la legal, claro está- y el sueldo fijo correspondiente), y, por otra parte, una situación de *trabajo a destajo* (o ‘a tanto la pieza’), aunque normalmente sin ser pagado como tal.

Productividad de los bienes de Capital (costes de amortizaciones), y Nivel de Ocupación

Los costes correspondientes a los factores tipo ‘Capital’ -entendiendo por ‘capital’ los equipos, maquinas, instalaciones, edificios, etc. ; es decir, el Inmovilizado- son básicamente los *costes de amortizaciones* más los correspondientes costes de reparaciones y mantenimiento. Respecto a estos factores tipo ‘capital’ y su correspondiente medida de productividad se da una problemática similar a la que hemos visto para el factor trabajo: se trata de un factor fijo o semi-fijo, por lo que al hablar de productividad habrá que distinguir entre *nivel de ocupación* y *productividad técnica o en sentido estricto*. Pero, como veremos, el cálculo de la productividad parcial del ‘Capital’ tropieza con escollos adicionales:

El correspondiente índice de variación de la productividad parcial será en este caso ⁷⁴:

$$[36]_a \quad \pi_a = \frac{\sum_i A \cdot P^o}{(F \cdot K^o)_a} = \frac{\sum_i A \cdot P^o}{(F \cdot K^o)_a} = \frac{\text{Ventas (per.est.), a precios constantes}}{\text{Costes por Amortizaciones(per.est.), a precios constantes}} = \frac{\text{Ventas(per.base) / Costes por amortizaciones (per.base)}}{\frac{\sum_i A \cdot P^o}{(F^o \cdot K^o)_a}}$$

(Donde hemos reescrito el denominador suponiendo, para simplificar, que estamos ante unos costes fijos, por lo que la estructura de la venta no será una variable determinante de su importe; ello nos permite escribir el denominador en su forma más directa de ‘inversa de la tasa de costes, en el periodo base’).

⁷⁴ Prescindiremos de lo que sigue de los costes por reparaciones y por mantenimiento, ya que éstos no presentan problema especial alguno con relación a nuestro modelo de análisis. Nos referiremos exclusivamente, pues, a los *costes de amortización* como costes del factor ‘inmovilizado’ o ‘capital’.

índice que dependerá por una parte de la *productividad técnica* (por hora trabajada) de las máquinas o equipos (π_a^*), y, por otra, de su *nivel medio de ocupación* (conceptos ambos paralelos a los antes vistos para el factor ‘trabajo’):

Índice de variación en el *Nivel de Ocupación* de los equipos (inmovilizado) =

$$\phi_a = \frac{\text{Nivel de ocupacion}_{\text{periodo en estudio}}}{\text{Nivel de ocupacion}_{\text{periodo base}}} = \frac{\left(\frac{HF}{HD}\right)^{\text{periodo en estudio}}}{\left(\frac{HF}{HD}\right)^{\text{periodo base}}} \quad [55]$$

HF = Horas efectivas de funcionamiento de los equipos

HD = Horas disponibles o técnicamente posibles ; $HF \leq HD$

Y, con un razonamiento paralelo al expuesto para el factor trabajo:

$$\pi_a^* \cdot \phi_a = \pi_a \quad [56]$$

Pero el verdadero problema, para poder determinar π_a , o bien π_a^* , estriba en qué es lo que debemos entender en nuestro análisis *por ‘Costes por Amortizaciones (per. est.) a precios constantes’*, ya que para determinar tal importe necesitaríamos conocer en cuanto han variado los *precios* de esas amortizaciones; o bien, conocer las correspondientes unidades (A) y precios (F^0). Pero, ¿Cuáles son, hablando de costes de amortización, las unidades y cuáles los precios? Porque, obsérvese, que -a diferencia de los demás- se trata de un coste en el que, a primera vista, las cantidades de factor vienen ya expresadas en unidades monetarias, de tal suerte que ‘cantidad’ y ‘coste del factor’ aparecen aquí como la misma cosa⁷⁵.

De hecho no se trata de un problema que nos lo encontremos ahora al abordar específicamente la cuestión de la productividad parcial del ‘inmovilizado’. El problema de qué se entiende por ‘costes de amortización a precios constantes’ lo tenemos en realidad (como en cualquier modelo de medición y análisis de la productividad) desde el principio, pero hasta ahora lo habíamos obviado. En efecto: Para determinar los ‘costes (totales) a precios constantes’, ($\Sigma F.K^0$), y así llegar al índice global π , es necesario deflactar los diferentes tipos de costes, los de amortizaciones entre ellos, por supuesto. Veamos pues el problema de ‘los precios, (o la variación de éstos)’ hablando de costes de amortización:

Recordemos que estamos midiendo la productividad parcial (de un factor) de la misma forma que la productividad total : *en términos monetarios* ; es decir, en términos de Ventas y Costes. Y con relación a los costes nos es básica para aplicar el modelo la distinción entre ‘cantidad de factor’ y ‘precio del factor’. O bien, entre ‘costes reales’ y ‘costes-a-precios-constantes’. Para un factor que se compra

⁷⁵ Supongamos, por ejemplo, que el único coste de amortización corresponde a una máquina que costó 48.000 €. , la cual la empresa está amortizando de forma lineal, sobre la estimación de que su duración útil será de 8 años y que al final de los mismos su valor residual será nulo. Consecuentemente los costes de amortización que aparecen en la Cuenta de Resultados del último año son: $48.000 \times 12,5/100 = 6.000$ €. Dado este ejemplo, obsérvese que el coeficiente $12,5/100$ no tiene ninguna connotación de ‘precio del factor’, sino de ‘cantidad’ ; y, más concretamente, de ‘fracción de la cantidad total del factor, consumida durante ese año’. O, visto de otro modo: supongamos que la empresa revisase a la baja su estimación sobre la duración de la máquina , y al año siguiente amortizase a razón de un $20/100$; no podríamos hablar de un incremento de precios, sino de un incremento de ‘cantidad’ del factor ; (de hecho lo que habría puesto de manifiesto es que las cantidades contabilizadas en los periodos anteriores estaban ‘mal contadas’: se habían subestimado) .

periódicamente - como el Trabajo, las Materias Primas, las piezas o componentes adquiridos a otras empresas, la electricidad, los servicios de transporte, etc.- el precio para cada periodo (o bien la variación del precio; con esto nos es suficiente), es algo objetivamente determinable. Pero tal circunstancia no se da respecto a los costes por amortizaciones del inmovilizado. O se da de forma harto diferente.

Dado un equipo comprado en un periodo determinado, los costes por amortización responden en definitiva a la estimación del consumo fraccionado de ese factor a lo largo de varios periodos. El 'precio' de compra, sea lo que sea lo que entendamos por tal, se mantendrá pues constante para todos estos periodos. Pero lo que encontramos usualmente en las cuentas de resultados de las empresas no es tan simple: Los costes de amortización corresponden usualmente a la suma de los costes de amortización contabilizados para los diferentes inmovilizados utilizados, cada uno de ellos comprado, probablemente, en un periodo pasado distinto. Y, además, las nuevas compras de inmovilizado que puedan haber en el periodo en estudio pueden tener tanto (1) un carácter de pura *renovación* de equipos o máquinas preexistentes, como (2) de un *incremento* en el uso (y por lo tanto en el consumo) de bienes de 'capital' en los procesos productivos; es decir, de un incremento en el grado de capitalización, con el correspondiente decremento en el consumo de los otros factores (normalmente del factor trabajo) ⁷⁶.

Así, sustituir una prensa estampadora ya obsoleta, al final de su vida útil, por otra más cara pero más automatizada y/o de más capacidad, implica simultáneamente ambas cosas: una *renovación*, más un *incremento* en el volumen del factor (un incremento en el grado de mecanización del proceso). Probablemente la substitución implicará una tasa de coste (Amortización/Ventas) superior que la correspondiente del periodo anterior, pero no será fácil saber en qué medida, en tanto que *renovación*, hay un incremento de precio, y en qué medida hay un *incremento* relativo en la *cantidad consumida* de factor y, por lo tanto, una disminución de la productividad aparente de este inmovilizado etiquetado como 'prensa estampadora'.

Solo en el caso concreto de que no hayan habido nuevas inversiones en el periodo en estudio respecto al periodo base se nos simplifica el problema, ya que entonces no habrá variación de precios alguna y todo posible cambio en la tasa Costes de Amortización/Ventas será atribuible a la variable productividad (dado que en tal caso $F \cdot K \equiv F \cdot K^0$). Pero se trata éste de un supuesto poco realista (a menos que no estemos considerando periodos de cálculo cortos; mensuales, por ejemplo). De hecho lo más usual es que cada año una empresa lleve a cabo un determinado número de nuevas inversiones y ciertas des-inversiones en inmovilizado.

En resumen, nos podemos encontrar con las siguientes posibilidades:

1. *No hay inversiones* durante el periodo en estudio (en comparación con el periodo base) .- ==> el cambio en los precios es por lo tanto nulo. La productividad técnica o por hora trabajada tenderá a ser constante (índice de variación $\pi_a^* \approx 1$) o bien algo decreciente si es que se acusa el posible envejecimiento de los equipos. La productividad bruta (cuyo cambio refleja el índice π_a) podrá variar si es que cambia

⁷⁶ Recordemos lo que hemos visto antes sobre la aparente paradoja de que el incremento en el grado de mecanización de los procesos productivos y la consiguiente pérdida de peso específico del trabajo directo hace reducir la productividad aparente medida para los bienes de capital y aumentar la del trabajo directo (ver tema 'productividad inducida').

el nivel de ocupación de esos equipos, exactamente igual que lo que antes hemos visto respecto al factor 'Personal': $\pi_a = \pi_a^* \cdot \phi_a$.

2. Hay inversiones durante el periodo en estudio, pero consisten en una *pura renovación* (compra de un camión nuevo de las mismas características que el retirado por obsoleto) .- ==> habrá un determinado incremento de precio; y la productividad técnica (por hora trabajada) tenderá a ser la misma. Aunque si hay cambios en el nivel de ocupación, la productividad bruta cambiará en el mismo sentido y medida.
3. Hay una inversión en el periodo en estudio, consistente en un *una ampliación pura*, en el sentido de que no se trata de una máquina que venga a substituir alguna de las que se vienen utilizando sino que representa un cambio cualitativo en el proceso productivo, aumentando el grado de mecanización preexistente.- ==> Hay un cambio cualitativo del factor 'capital' en sí: ese factor concreto no se compraba/consumía antes; no ha lugar, por tanto, a hablar de cambio de precios. Tal ampliación pura incidirá negativamente en la productividad aparente del conjunto de los bienes de capital.
4. Hay inversiones en el periodo en estudio, las cuales *son al mismo tiempo renovación y ampliación* (el ejemplo de la prensa estampadora anterior; o la substitución de una máquina de escribir por un equipo compuesto de ordenador, programas, impresora a color y módem para conexión a Internet) .
5. Hay inversiones en el periodo en estudio, tanto del tipo 1), 2) 3) como 4) anteriores.

Admitamos que la situación más corriente que nos encontremos al analizar la productividad de una empresa a partir de sus cuentas sea del tipo 4) o 5); o que, dados los datos que nos facilita su memoria anual, no podamos suponer lo contrario. Entonces el problema, como se ve estribaría en: (1) resolver qué variación de precios debemos estimar para los costes de amortizaciones; a partir de lo cual podremos calcular sin mayores dificultades la variación de la productividad bruta para los factores de 'capital' o inmovilizado que representan dichos costes, π_a , y la correspondiente variación en la productividad técnica, π_a^* ; o bien, (2) estimar de forma directa, mediante algún procedimiento a especificar, ésta última, π_a^* ; a partir de ella determinar π_a , y finalmente deducir mediante el modelo cual habrá sido el correspondiente 'efecto precio' para los factores tipo Capital (p_a) .

No se trata de un problema simple ni lo hemos resuelto aquí (solo ha quedado planteado). Se remite sobre este tema a un documento posterior.

7.2

PRODUCTIVIDAD APARENTE VS. PRODUCTIVIDAD REAL

La inevitable interdependencia entre los índices de productividad parciales

El presente análisis, aunque sería aplicable a un índice único (global) de variación de productividad, se ha desarrollado en base a considerar índices parciales : En primera instancia los tres correspondientes a los tres bloques de factores típicos en las cuentas de las empresas (π , π_v , π_g). Y, para precisar más, se ha visto la conveniencia-necesidad de desdoblar al menos los dos primeros en índices individuales para cada uno de los tipos básicos de factores que los componen; especialmente para determinar o aislar el índice individual correspondiente al factor "trabajo directo". Pero es necesario tener en cuenta, también, que esta metodología tiene una bien conocida limitación, consistente en *que existe una interdependencia entre un indicador parcial o individual y los demás*.

En efecto, cualquier índice, los tres parciales o sus posibles subdivisiones, relacionan (lógicamente por otra parte) *todo* el output con el consumo de *un* factor o de *un* bloque de factores. Esto significa que un aumento efectivo de la productividad, por ejemplo, por hora del factor trabajo directo, ocasionará, de hecho, que en las mediciones de productividad para el resto de los factores fijos o semi-fijos aparezcan también índices de crecimiento, aunque la productividad en sentido estricto de éstos no haya variado realmente. Para ilustrar esto, supóngase el caso simplificado de que las dotaciones de factores, en composición y en unidades físicas, son exactamente iguales en el periodo en estudio que en el periodo base; y supongamos que al haber introducido una mejor organización del proceso del trabajo (utilización del factor trabajo) se ha conseguido aumentar la producción respecto al año base. Aparecerá, por supuesto, un índice de crecimiento de la productividad del trabajo (π_t) que mostrará exactamente el incremento de productividad obtenido por este factor. Pero es fácil ver que en este caso se obtendrán también índices de variación de productividad superiores a la unidad para todos los demás factores o grupos de factores cuyo nivel de consumo no haya variado, a pesar de que en términos estrictos la productividad técnica de éstos no ha cambiado. Así, por ejemplo, se obtendrá también un índice de variación de productividad superior a la unidad para el factor capital o bienes de equipo (cuyo coste estará compuesto por las Amortizaciones, las reparaciones y, eventualmente, los cargos por el interés interno por la inversión neta en equipos), ya que, al no haber tenido variación este factor, el indicador de productividad parcial del año en estudio (Π_a) tendrá el mismo denominador que el del año base pero el numerador (Ventas a precios constantes) será superior. Y lo mismo ocurrirá con el resto de los factores de carácter fijo o semi-fijo; es decir, aquellos que, para variaciones no importantes del nivel de actividad, permanecen fijos).

Como puede deducirse, *este elemento distorsionador no se dará respecto a factores variables* como las materias primas (o las comisiones, o los gastos de transporte), ya que si, gracias a una mayor productividad del factor trabajo, se obtiene relativamente una mayor producción, también habrá necesariamente un consumo de materias primas mayor. Concretamente un aumento de consumo exactamente proporcional, si es que la "productividad" o grado de aprovechamiento-rendimiento

de las materias primas se ha mantenido constante; con lo que el índice de cambio que obtendremos (π_m) será exactamente igual a la unidad.

Sin embargo, a la inversa sí puede aparecer nuevamente un elemento distorsionador: Supongamos que por haber introducido cambios tecnológicos, se obtiene una mayor producción con un mismo consumo de Materias Primas (o, en términos más exactos, con un mismo coste-de-Materias-Primas-a-precios-del-año-base) ello hará aparecer no solamente un índice de variación de "productividad" o aprovechamiento-rendimiento de las materias primas superior a la unidad, sino que también índices superiores a la unidad para los factores fijos o semi-fijos (Trabajo y Capital, principalmente) a pesar de que la productividad en sentido estricto de éstos no haya aumentado.

En resumen, con lo anterior ha quedado argumentada la siguiente *proposición*:

Un incremento real en la productividad de uno de los factores (de cualquier tipo) se traducirá no solo en un incremento en el indicador de productividad de ese factor, sino también en un incremento en los indicadores de productividad de los (demás) factores fijos o semi-fijos.

Hablaremos entonces de que se han producido unos *cambios de productividad inducidos*, en esos otros factores; y, en general, de que *cualquier índice de productividad parcial (del factor xxx) nos mide, en realidad, la productividad aparente de dicho factor*. Veamos esto con más precisión:

Productividad de un factor, y cambios tecnológicos

Siguiendo en la línea de reflexión anterior, un ejemplo habitual es el del caso en que la empresa efectúa un cambio tecnológico importante modernizando los Equipos (factor Capital) a base de una gran inversión. El resultado de la nueva tecnología adoptada es por supuesto un gran aumento de la producción sin necesidad de aumentar el número de trabajadores (o su equivalente -más frecuente en los actuales periodos de reestructuración industrial-: se mantiene el nivel de producción, pero con una reducción considerable del número de trabajadores). El resultado que, como consecuencia, aparecerá después en términos de indicadores de productividad mostrará sin embargo un aumento en la productividad del factor Trabajo, y, probablemente, (si, como suele ocurrir el cambio tecnológico ha sido el típico de pasar a un proceso más mecanizado y por tanto más capital-intensivo) una disminución en la productividad del factor Capital. Véase como ilustración el ejemplo numérico del recuadro.

EJEMPLO

Inversión en nuevos equipos, acompañada de reducción de personal.

En el periodo anterior (t-1) los costes fijos no imputados han sido los siguientes:

* Personal directo , 320 personas x 200 = 64.000 uu. monetarias

* Costes de Equipo (amortizaciones) = $\frac{18.000}{82.000}$ “ “ “

Mientras que las ventas fueron de 2.000 unidades, a un precio medio de 102,5. O sea, V=205.000 u. m. . De lo que se deduce que la tasa que representan los anteriores costes fijos sobre ventas es del 40%.

A principios del periodo siguiente, con el fin de reducir costes de producción, se llevó a cabo un proyecto de modernización de la producción adquiriendo equipos automatizados que permitieron reducir la plantilla de personal en 20 personas, al mismo tiempo que incrementar la producción en un 20 %. Como resultado, las ventas han sido de 2.400 unidades a un precio medio de 104,96 (251.904 u.m. en total) y los costes fijos de este año (periodo t) han sido los siguientes:

* Personal directo , 300 x 210 = 63.000 u. m.

* Costes de Equipo , 18.000 + 11.000 = $\frac{29.000}{92.000}$

Lo que representa haber reducido la tasa de costes fijos del 40 al 36,5 %, aproximadamente.

El incremento de 11.000 u.m. en los costes de amortización corresponde, lógicamente, a la depreciación de los nuevos equipos. Supongamos además que si la inversión se hubiese efectuado (con los precios de adquisición de) el año anterior, este incremento hubiese sido de 10.000 en lugar de 11.000. De acuerdo con todo lo anterior, las ventas y costes fijos a precios constantes serán:

$$A.P^{\circ} = 2.400 \times 102,5 = 246.000$$

$$F.K^{\circ}_{(\text{personal})} = 300 \times 200 = 60.000$$

$$F.K^{\circ}_{(\text{equipos})} = 18000 + 10000 = 28.000$$

Por lo que resultaran unos indicadores de productividad aparente contradictorios: aumento para Personal y disminución para equipos.

	Para Personal	Para Equipos	conjunta
Año base (t-1): Π°	$\frac{205.000}{64.000} = 3,2$	$\frac{205.000}{18.000} = 11,4$	$\frac{205.000}{82.000} = 2,5$
Año en estudio (t): Π	$\frac{246.000}{60.000} = 4,1$	$\frac{246.000}{28.000} = 8,8$	$\frac{246.000}{88.000} = 2,8$
Indices de cambio, $\pi \Rightarrow$ ↓	$4,1 / 3,2 = 1,28$	$8,8 / 11,4 = 0,77$	$2,8 / 2,5 = 1,12$
Variación de Productiv. $\Rightarrow$	+ 28 %	- 23 %	+ 12 %

Para tener en cuenta esta realidad, diremos en estos casos que el cambio observado en el indicador de productividad del trabajo es un *cambio inducido* por el factor capital; y, en general -y siguiendo la terminología habitual- nos referiremos a los indicadores parciales de productividad como indicadores de *productividad aparente*. Con ello se quiere destacar que la mejora o empeoramiento de productividad que mostraran puede no ser real sino una simple consecuencia aritmética de que -inevitablemente- un indicador individual de productividad se calcula como el cociente entre el volumen de producto total y el volumen del factor correspondiente.

Finalmente, y sin pretender agotar con ello la casuística asociada a la interpretación de los índices de productividad parciales, también puede darse el caso de que el aumento de la productividad técnica de un factor 'directo' haga aparecer, además, un aumento en la productividad aparente de un factor 'indirecto', aumento que en realidad se deriva exclusivamente de un incremento en su nivel de ocupación. Así, por ejemplo, si el personal calificado como Mano de Obra Directa (las personas que trabajan directamente en el proceso productivo) pasa a trabajar con una mayor productividad, los índices de variación de productividad mostrarán, además de este aumento, un aumento inducido en la productividad del personal o trabajo indirecto (dirección de fábrica, personal supervisor, de transporte interno, de mantenimiento, administrativo,....etc.); aumento que en este caso puede significar simplemente que el grado de ocupación del personal indirecto (y no la productividad en sentido estricto de éste) ha sido superior. Una conclusión que se apoya en la evidencia empírica de que el personal indirecto es un factor que se mantiene constante para crecimientos relativamente significativos del nivel de producción, a diferencia de lo que ocurre con el personal directo.

El argumento es válido también para aplicarlo en sentido inverso: puede ocurrir que, a raíz de una reorganización interna, la efectividad del personal o mano de obra indirecta aumente de tal manera que eso sólo haga aumentar la producción, aún manteniéndose el grado de eficiencia con que opera el personal que trabaja como mano de obra directa, es decir, su "productividad real" o efectiva. Pero sin embargo aparecerá numéricamente una variación inducida, también favorable, en la productividad aparente de la mano de obra directa.

En resumen, en ciertos casos, el aumento de productividad efectiva de un factor puede manifestarse en un índice de variación favorable para ese factor y también en un índice favorable para otro u otros factores, cuando el "mérito", por decirlo así, no es de éstos (variación de productividad inducida). Y esto es debido a que todos los índices de productividad parciales se calculan con un denominador correspondiente al factor o grupo de factores que comprende, y con un numerador que es necesariamente el output total. En consecuencia, en estos casos, cuando no se dispone de información sobre cual ha sido el factor que realmente ha aumentado su productividad real, la interpretación de los índices individuales (índices de *productividad aparente*) tropieza con la limitación de una posible ambigüedad, en tanto que en cierta manera puede dar una imagen inexacta a consecuencia de contener una duplicidad: aparecen formalmente dos (o más) aumentos de productividad, en otros tantos factores, cuando puede ser que solo uno de ellos haya aumentado efectivamente su productividad. O aparece una disminución en la productividad aparente de un factor y un aumento en la de otro, cuando ni tal disminución ni tal aumento responden a variaciones reales en la eficiencia de los respectivos factores, como hemos visto en el ejemplo numérico anterior. Se trata, en definitiva, del conocido problema/ limitación en el uso de indicadores parciales de productividad, que es difícilmente resoluble.

¿Productividad parcial = "Productividad Marginal Física"?

Utilizando el concepto, habitual en Teoría Microeconómica, de '*función de producción*', podemos decir que el problema señalado arriba se deriva de que las

empresas obtienen el output (la producción-venta) consumiendo *conjuntamente* una serie de inputs o factores.

$$\begin{array}{cc} \text{cantidad de producto} & \text{cantidades consumidas de factores} \\ A & F_1, F_2, F_3, \dots \end{array}$$

(estamos suponiendo, para simplificar, una empresa uni-producto)

Por consiguiente, al relacionar la cantidad de producto total con las cantidades de cada uno de los factores ($\text{Productividad}_j = A/F_j$), se puede estar atribuyendo el posible aumento relativo de producción primero íntegramente a uno de los factores, luego a otro, etc. .

Parece que la solución técnica a este dilema pasaría por la utilización de un concepto, tan familiar en el análisis económico, como es el de *productividad marginal física* de un factor. Para definir éste (como puede recordarse a partir de cualquier manual de Microeconomía), primero se supone que existe una determinada *función de producción* continua y diferenciable, que relaciona de una forma precisa las cantidades de factores con la cantidad de producto:

$$A = f(F_1, F_2, F_3, \dots) \quad [57]$$

siendo dicha función tal que: $\delta A / \delta F_j > 0 ; \forall j$

Supuesta tal función, el incremento de producto que se consigue aumentando en una unidad uno de los factores (manteniendo constantes las cantidades de los demás), se define como la *productividad marginal (física)* de ese factor:

$$\text{Productividad marginal de "j"} = \frac{\delta A}{\delta F_j, (=1)} \quad [58]$$

Podríamos decir, por lo tanto, que el concepto de productividad que hemos venido utilizando en las páginas anteriores era el de *productividad media*, y que ésta [58] es su correspondiente *productividad marginal*. Pero esto no es de hecho así; veamos:

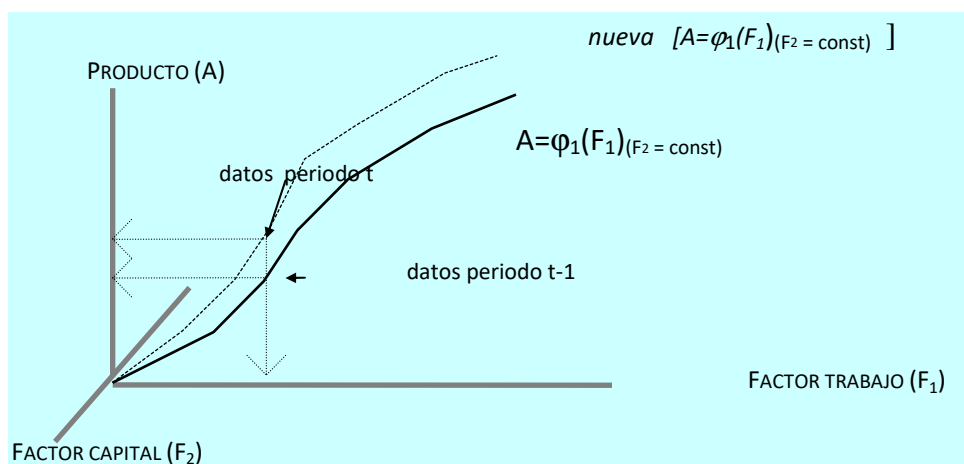
En primer lugar porque *el concepto de productividad marginal* (incremento de producto al incrementarse uno de los factores, permaneciendo constantes los demás) *puede no tener sentido real en la mayor parte de casos*. Por ejemplo, aumentando solo el factor trabajo no se pueden producir más bicicletas, a menos que no se aumenten también las cantidades de otros factores productivos como ruedas, cadenas, etc. . Y es un hecho que, en general, lo que observamos en la práctica es que predominan este tipo de procesos productivos en los que los *factores* son complementarios, más que substitutivos (mientras que el concepto de productividad marginal se basa en suponer que todos los *factores* son perfectamente substitutivos). Dicho en otros términos: es bastante general que el incremento en la cantidad producida-vendida de un bien o servicio requiera, ineludiblemente, incrementar en cierta medida las cantidades de la mayoría de los diferentes factores productivos que se requieren para su producción ⁷⁷. Especialmente de aquellos a los que nos hemos

⁷⁷ Cuando el incremento de producción requiere técnicamente incrementar todos los factores, y siempre en las mismas proporciones (por ejemplo: por cada unidad de producto, 1 unidad de material 'a'; 1,2 kg. de materia 'b'; 14 minutos de procesado en la máquina 'c'; 2,5 minutos de trabajo tipo 'd'; ...etc.) entonces estamos ante una función de producción del tipo Leontief (concretamente una función de producción

referido como 'variables' ; para los semi-fijos, dependerá de si su nivel de ocupación es o no del 100%.

Puede tener sentido el concepto de *productividad marginal* en el caso concreto -por ejemplo- de que el bien a producir sea un servicio, el cual solo requiera del 'consumo' de dos factores como trabajo y bienes de equipo, de tal manera que, efectivamente, pueda aumentarse -hasta cierto punto- las unidades producidas, manteniendo el mismo personal y aumentando la contratación de bienes de equipos (piénsese que éstos pueden ser alquilados); y viceversa. Pero obsérvese cómo en tal caso la productividad marginal que calculemos para uno de los factores (el trabajo, por ejemplo) dependerá de cual sea el nivel absoluto del otro factor. En efecto: Si dispone de un abundante parque de maquinas y equipos, el incremento de producción al contratar una unidad más de trabajo será mayor que si se parte de una dotación menor de bienes de equipo. En resumen, que suponiendo que en un caso real pueda efectivamente determinarse la *productividad marginal* para un factor, el valor que encontremos no es independiente del nivel al que se estén consumiendo los restantes factores; con lo que el problema de la interdependencia antes señalado, y que nos ha obligado a hablar de 'productividades aparentes' sigue sin resolverse.

Existe, además, un segundo escollo, y es que en realidad hablar de que la productividad (media) observada o aparente de un factor varía, $\Delta(A/F_j)$, es hablar no de un movimiento dentro de una supuesta función de producción, $\varphi(F_1, F_2)$, sino de que se ha modificado la propia función de producción. Véase como ilustración el gráfico siguiente en el que se ha representado lo que sería un incremento de productividad real del factor trabajo (con la misma dotación de capital, se ha producido más de un periodo a otro):



y en tanto que la *productividad marginal* es un concepto que presupone (un incremento dentro de) una determinada función de producción, no podemos relacionar tal concepto con el de productividad media o productividad propiamente dicha (A/F_j)⁷⁸.

homogénea de grado 1: duplicar la producción exige duplicar exactamente las cantidades de cada uno de los factores, y así sucesivamente).

⁷⁸ Hecha esta distinción, obsérvese que la *productividad marginal* equivaldría a moverse a lo largo de la función de producción dibujada en el gráfico, a partir del punto de observación correspondiente al periodo t-1. Tal como ha sido representada la función de producción, dicha *productividad marginal* es a partir de ese punto creciente. Esto es otra manera de decir que se ha representado una función de producción que

En resumen: un cambio en la productividad aparente de un factor semi-fijo como el trabajo o los bienes de equipo, podrá interpretarse que es efectivamente real, que refleja exactamente un cambio en la eficiencia real de ese factor, si se sabe que no han habido cambios cuantitativos, cualitativos o de eficiencia en el resto de factores, a excepción del posible cambio cuantitativo estrictamente proporcional en los materiales consumidos y demás factores variables. En tanto no se dé la condición anterior (infrecuente en la práctica) los índices de variación de productividad parciales -para cada factor- pueden estar interrelacionados en el sentido que se ha expuesto antes. En consecuencia, o bien existen informaciones adicionales que permitan una interpretación con un grado de aproximación/confianza suficiente, o bien -ante una insalvable ambigüedad en la interpretación de dichos índices- puede resultar un enfoque más adecuado el pasar a trabajar con un único índice de productividad para el conjunto de factores indicados, renunciando -por imposibilidad técnica- al objetivo de medir la contribución respectiva de cada factor al cambio en la productividad global del conjunto. En el peor de los casos -bien sea por falta de información detallada o por darse una situación de interpretación ambigua- lo anterior puede significar el limitarse a calcular el índice de variación de la productividad total (Productividad Total de los Factores); es decir, tomar la suma de todos los costes de la Cuenta de Resultados y aplicar el modelo al conjunto de los factores como un todo (como hemos visto en el punto 21).

en ese intervalo presenta **rendimientos de escala crecientes**. Vemos, pues, que ‘rendimientos de escala’ y ‘incremento de productividad’ no son tampoco conceptos del mismo nivel explicativo ni directamente relacionables.

Para una visión más completa sobre estas cuestiones relativas a la relación entre funciones de producción, economías de escala y productividad, resultará útil el trabajo antes citado de Prior (1992), “Los modelos frontera en la evaluación de la productividad”, *Esic Market*, pág. 113-131.

8

Aplicaciones del modelo de análisis de la Productividad

8.1

VISIÓN DE CONJUNTO, Y APLICACIÓN A UN CASO REAL

Resumen del modelo: el análisis de la tasa de margen neto

La exposición desarrollada hasta aquí en esta segunda parte nos ha permitido explicitar las variables que determinan o explican el cambio de la tasa de margen neto de una empresa de un periodo a otro, en los siguientes términos:

$$m = mb - v - g$$

$$m = 1 - \frac{C^o}{\pi \cdot p \cdot X} - \frac{v^o}{\pi_v \cdot p_v \cdot X_v} - \frac{g^o}{\pi_g \cdot p_g} \quad [59]$$

donde el superíndice (^o) significa que las variables corresponden al periodo base con respecto al cual se compara el margen neto del periodo en estudio, por lo que son unos valores ya conocidos; siendo el resto de variables los coeficientes o *índices de variación* cuyos valores explican las causas de que el margen neto de la empresa haya pasado del valor m^o en el año base al valor m en el año en estudio. Unos coeficientes cuyo cálculo e interpretación ha sido expuesto y comentado en las páginas anteriores. Vamos a ver ahora una aplicación práctica completa del modelo anterior, al mismo caso real utilizado en la parte 1ª: una conocida empresa española del sector lácteo. Pero antes es necesario completar lo expuesto hasta aquí, en dos sentidos:

En primer lugar, dos observaciones metodológicas: La primera, que el modelo se ha ido exponiendo para explicar la variación de la tasa de margen neto de una empresa, de un periodo a otro; pero que es igualmente aplicable para explicar porque dos empresas presentan una tasa de margen neto diferente. En este caso, se entiende que todos los valores con el superíndice (^o) en el modelo aquí desarrollado serían

lógicamente los correspondientes a la empresa que se toma como base de la comparación.. A este tipo de aplicación se dedica el punto 25 siguiente.

La segunda, destacar el hecho de que la definición o expresión aquí utilizada para el cálculo de la productividad, en tanto que partimos de las cuentas de resultados de las empresas, utiliza como valores del output o producción las Ventas (a precios constantes). De aquí podría sacarse la conclusión de que el modelo -especialmente en lo referido a *productividad técnica* o en sentido estricto- presupone la simplificación de considerar que *unidades vendidas* y *unidades producidas* coinciden siempre; (es decir, que no hay variación de existencias); y que dada tal simplificación el análisis aquí propuesto está sujeto a un sesgo importante cuando las unidades de venta y las de producción no coinciden. Sin embargo, puede verse que no existe en realidad tal inconveniente o limitación: Téngase en cuenta que en los indicadores de productividad que hemos utilizado (II) las cantidades de factores productivos que se compara con el volumen de artículos vendidos, son las correspondientes a los costes de las ventas que figuran en las Cuentas de Resultados, y por lo tanto las cantidades no corresponden necesariamente al consumo de factores del periodo, sino al volumen de factores incorporados a las ventas del periodo. Así, tomando concretamente el factor Materias Primas como ejemplo, lo que se compara con las ventas no son *los consumos del periodo*, sino los consumos de materias primas incorporados -en ese periodo o en anteriores- en la producción vendida; es decir, el coste material de las unidades vendidas (que es el concepto que explícita o implícitamente nos proporciona una Cuenta de resultados).

Determinación de la incidencia sobre la tasa de margen neto, de cada variable elemental

Como hemos hecho en el punto 18, supongamos concretamente que los costes imputados correspondiesen exclusivamente a Personal de producción y a Materias Primas. Entonces resultará relevante determinar la productividad específica de cada bloque, π_T y π_M

$$[40, a] \quad \pi = \pi_T \cdot \alpha_T^* + \pi_M \cdot \alpha_M^*$$

y, a su vez, determinar también, para la primera de las productividades, cual ha sido concretamente la variación de la *productividad técnica* en sentido estricto o productividad por hora trabajada, π_t^* , y cual la variación del correspondiente nivel de ocupación (Φ).

$$[54] \quad \pi_T = \pi_t^* \cdot \Phi$$

Una vez conocidos todos estos coeficientes y teniendo en cuenta lo ya visto sobre la forma de determinar la repercusión o incidencia que ha tenido cada variable directa obre la tasa de margen neto (puntos 16 y 18),

$$[38, a] \quad \Delta mb^{\leftarrow} \Pi = \frac{C^o - C}{\ln(C^o/C)} \cdot \ln(\pi) ; \quad \Delta mb^{\leftarrow} R = \frac{C^o - C}{\ln(C^o/C)} \cdot \ln(p) \quad ; \quad \Delta mb^{\leftarrow} \beta = \frac{C^o - C}{\ln(C^o/C)} \cdot \ln(X)$$

$$[42, a] \quad \Delta mb^{\leftarrow} \Pi_M = \frac{\Delta mb^{\leftarrow} \Pi}{\pi - 1} \cdot a_M^* \cdot (\pi_M - 1)$$

$$[42,b] \quad \Delta mb^{\leftarrow \Pi_T} = \frac{\Delta mb^{\leftarrow \Pi}}{\pi - 1} \cdot a_T^* \cdot (\pi_T - 1)$$

nos resta ahora, pues, precisar cómo determinar la parte de la variación de la tasa de margen bruto (y por tanto también de la de margen neto) que viene explicada concretamente por las variables finales: *productividad técnica* o por hora trabajada (cuyo índice de variación hemos denotado con π_t^*), y *nivel de ocupación*, θ , (cuyo índice de variación venimos denotando por Φ) del personal de producción al que corresponden los costes de Personal imputados. Tal determinación la podemos efectuar aplicando las propiedades de las tasas de variación continua, del siguiente modo:

de [54] podemos escribir que: $\ln(\pi_T) = \ln(\pi_T^*) + \ln(\Phi)$

lo que nos indica que la t.v.c. de la productividad del trabajo es igual a la suma de la t.v.c. de su *productividad técnica*, más la t.v.c. del *nivel de ocupación*¹¹⁶

Por lo tanto podemos repartir el efecto correspondiente a la productividad (bruta o nominal) del trabajo, $\Delta mb^{\leftarrow \Pi_T}$, proporcionalmente respecto a las respectivas t.v.c.¹¹⁷, de lo que resulta:

$$\Delta mb^{\leftarrow \Pi_T^*} = \Delta mb^{\leftarrow \Pi_T} \cdot \frac{\ln(\pi_T^*)}{\ln(\pi_T)} ; \quad \Delta mb^{\leftarrow \theta} = \Delta mb^{\leftarrow \Pi_T} \cdot \frac{\ln(\Phi)}{\ln(\pi_T)} \quad [60, a,b]$$

Y, por supuesto, una incidencia en más o en menos sobre la tasa de margen bruto es, al mismo tiempo una incidencia idéntica sobre la de margen neto, por lo que las dos expresiones anteriores también las podemos entender como ‘parte de la variación de la tasa de margen neto que viene explicada por’

Obsérvese que en este caso no puede seguirse el procedimiento práctico de determinación del efecto de cada variable elemental, basado en el algoritmo de cálculo de la sección 3.1¹¹⁸ porque el planteamiento presente utiliza los índices de cambio de las variables principales (π , π_T , π_T^* , Φ , p , X) y no éstas propiamente dichas (Π , Π_T , Π_T^* , θ , R , β). En consecuencia, para la determinación de las repercusiones sobre la variable final (tasa de margen neto, m) de cada variable elemental se hace necesario

¹¹⁶ Téngase en cuenta que $\ln(\pi_t) \equiv \ln(\Pi/\Pi^0)$, por lo tanto la t.v.c. está referida directamente a la propia variable ‘productividad’: Π . De la misma forma: $\ln(\Phi) \equiv \ln(\theta/\theta^0)$, por lo que la t.v.c. se refiere directamente a la variable ‘nivel de ocupación’: θ .

¹¹⁷ El razonamiento es el mismo utilizado desde el principio. En el presente caso: Si la variación relativa que representa $\ln(\pi_t)$ está asociada o explica una incidencia sobre la tasa de margen igual al valor $\Delta m^{\leftarrow \Pi_t}$, entonces, una parte de la primera, $\ln(\Phi)$, estará asociada o explicará la parte proporcional: $\Delta m^{\leftarrow \theta}$.

¹¹⁸ No obstante, puede verse que una aplicación mecánica de dicho algoritmo no carece de cierto sentido. Por ejemplo:

$$\Delta m^{\leftarrow \theta} = \frac{\Delta m^{\leftarrow \Pi}}{\Delta \Pi} \cdot \frac{\Delta \Pi^{\leftarrow \Pi_T}}{\Delta \Pi_T} \cdot \Delta \Pi_T^{\leftarrow \theta}$$

Especialmente si por ‘variación de Π ’ nos estamos refiriendo a su *tasa* de variación, $(\pi - 1)$; o bien $\ln(\pi)$ y por una fracción de ésta, como $\Delta \Pi^{\leftarrow \Pi_t}$, entendemos $(\pi_t - 1) \cdot \alpha_T^*$. Y así para las demás variables explicativas.

un proceso de cálculo por etapas como el que se ha ido desarrollando en estas páginas, y que -a modo de resumen- lo podemos esquematizar así:

$$\begin{aligned}
 \Delta(m) &= \\
 \downarrow \\
 \Delta m^{\leftarrow mb} &= \left\{ \begin{array}{l} \Delta m^{\leftarrow \Pi} \dots = \left\{ \begin{array}{l} \Delta m^{\leftarrow \Pi_m} \\ + \\ \Delta m^{\leftarrow \Pi_t} \dots = \left\{ \begin{array}{l} \Delta m^{\leftarrow \theta} \\ + \\ \Delta m^{\leftarrow \Pi^*_t} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ + \\ \Delta m^{\leftarrow R} \\ + \\ \Delta m^{\leftarrow \beta} \end{array} \right. \\
 \\
 \Delta m^{\leftarrow v} &= \left\{ \begin{array}{l} \Delta m^{\leftarrow \Pi_v} \\ + \\ \Delta m^{\leftarrow R_v} \\ + \\ \Delta m^{\leftarrow E} \end{array} \right. \\
 \\
 \Delta m^{\leftarrow g} &= \left\{ \begin{array}{l} \Delta m^{\leftarrow \Pi_g} \dots = \left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right. \\ + \\ \Delta m^{\leftarrow R_g} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Aplicación del análisis Margen/Productividad, a un caso real (La Lactaria Española, SA)

Se trata de la misma empresa e idénticos periodos del ejemplo numérico 2 expuesto en el apartado 'Prácticas' de la primera parte, el cual se refiere a una empresa pública del sector de industrias lácteas, de ámbito estatal, la cual, además, controla o posee participación en otras empresas menores del mismo sector.

Las variables necesarias para el análisis, elaboradas, según las definiciones anteriores, a partir de los datos básicos extraídos de la memoria de la empresa (ver apartado 12) - completados con algunos datos solicitados directamente- ofrecen los siguientes valores (se ha alterado los años exactos -lo que no afecta para nada a nuestro objetivo- por razones de mantener una cierta confidencialidad).

Variables	2008	2009	2010	2011
1. Tasa de margen Neto (m), en %	1,41	2,82	2,402	2,66
2. Tasa de margen Bruto (mb), %	33,46	34,74	34,94	34,79
3. (Costes imputados: Materias Primas (m/€.)				13.307,63
4. (Costes imputados: Personal de producción (m/€)				18.946,8
5. Tasa de Costes (no imput.) Fijos (g), %	26,80	27,55	27,74	27,02
6. Tasa de Costes /no imput.) Variables (v), %	5,25	4,37	4,80	5,11

7.	Participación en la cifra de Ventas (β) de:		
	Línea 1 (leche higienizada)	0,11	0,08
	Línea 2 (leche esterilizada)	0,7	0,54
	Línea 3 (postres)	0,19	0,38
8.	Tasa de Coste/Venta (CI/V), % , de:		
	Línea 1	60,-	
	Línea 2	70,-	
	Línea 3	57,6	
9.	Tasa de Costes (no imput.) Variables del canal de distribución:		
	1- Super e Hipermercados	1,5 %	
	2- Distribuidores locales	3,83 %	
	3- Distribución Directa	6,5 %	
10.	Estructura de la Venta por canales de distribución (E_h)		
	1- Super e Hipermercados	10 %	25 %
	2- Distribuidores locales	30 %	28 %
	3- Distribución Directa	60 %	47 %
11.	Indices de precios de venta		
	Leche higienizada	100	152
	Leche esterilizada	100	128
	Postres	100	137
	Indice de precios, compra de leche y otras materias primas *	100	147,5
	Indice de salarios, Personal de producción**	100	140
	Indice de precios, factores incluidos en los Costes Fijos no imput.	100	139
	Indice de precios, factores incluidos en los costes variables n.i.	100	124

(*) Por falta de información directa en las memorias anuales de la empresa estos datos fueron estimados, utilizando para ello los índices de precios industriales del sector correspondiente (ganadería de leche).

(**) Idem anterior. Se tomaron en este caso los índices de salarios del propio sector de industrias lácteas (La empresa indicaba haber aplicado en líneas generales los aumentos de salarios pactados en los sucesivos convenios colectivos firmados en el sector).

(1) VARIACION DEL MARGEN NETO :

Año	Margen Neto m	Margen Bruto = mb	Tasa de Costes Fijos no-imputados g	Tasa de Costes Variables, n.i. v	Costes
	(%)	(%)	(%)	(%)	
2003	1,41	33,46	26,80	5,25	
2006	2,66	34,79	27,02	5,11	
Variación					
2003-2006	(+1,25)	= (+1,33)	— (+0,22)	— (-0,14)	

(2) ANALISIS FACTORIAL DEL MARGEN BRUTO

$$mb = 1 - \frac{(CI)^{\circ}}{V} \cdot \frac{1}{\pi \cdot p \cdot X}$$

Cálculo de los coeficientes p , X y π

- $\beta_i^* = 0,07, 0,56, 0,37$
- $P^> = 1,52 \cdot 0,07 + 1,28 \cdot 0,56 + 1,37 \cdot 0,37 = 1,33$
- $\alpha_j^* = 0,4$ para materias primas, y $0,6$ para personal
- $K^> = 1,475 \cdot 0,4 + 1,40 \cdot 0,6 = 1,43$
- Índice de cambio de la relación de precios: $p = 1,33/1,43 = 0,93$
- Coeficiente indicador del efecto "variación en la composición de artículos" ("mix" comercial):

$$X = \frac{66,54}{0,07 \times 60, - + 0,56 \times 70, - + 0,37 \times 57,6} = \frac{66,54}{64,75} = 1,0282$$

- Índice de cambio de la productividad global de los factores directos (materias primas, más Personal de producción): dado que siempre se cumple que:

$$\frac{C^{\circ}}{C} = \pi \cdot p \cdot X \Rightarrow \text{entonces, } \pi = \frac{C^{\circ}}{C} \cdot \frac{1}{p \cdot X}; \Rightarrow \text{luego } \pi = \frac{66,54}{65,21} \cdot \frac{1}{0,93 \times 1,0282} = 1,067$$

$\Rightarrow$ Conclusiones:

- ◇ La relación de precios se ha degradado: los precios de venta han aumentado en promedio 10 puntos de % menos que los de coste; lo que equivale a haber disminuido, relativamente a los precios de coste, en un 7 %.
- ◇ La estructura de la venta ha cambiado de forma favorable, contribuyendo a una mejora en el porcentaje de margen bruto de alrededor de 2 puntos.
- ◇ La productividad conjunta de los factores directos (materias primas y Personal de producción), ha aumentado en un 6,7 % de 2003 a 2006.

$\Rightarrow$ Contribución de cada uno de los tres elementos a la variación del Margen Bruto:

* RELACION PRECIOS: PRECIOS DE VENTA / PRECIOS DE COSTE (FACTORES DIRECTOS) :

Se ha degradado, al haber aumentado proporcionalmente un 7% menos los precios de venta que los de coste de materia prima y trabajo directo, ocasionado esto una caída en el Margen Bruto de: $\frac{+1,33}{\ln(66,54 / 65,21)} \cdot \ln(0,93) = - 4,78$ puntos

* MEZCLA O COMPOSICION DE LA VENTA

El haber pasado a tener más peso la línea 3 (de mayor Margen) ha supuesto una mejora en el Margen Bruto global de: $\frac{+1,33}{\ln(66,54 / 65,21)} \cdot \ln(1,0282) = + 1,83$ puntos

* PRODUCTIVIDAD

Se ha conseguido una mejora o aumento, del orden del 6,3% , lo que se ha traducido en una mejora sobre el Margen Bruto global de :

$$\frac{+1,33}{\ln(66,54 / 65,21)} \cdot \ln(1,067) = + 4,28 \text{ puntos}$$

Total + 1,33 puntos

(3) ANALISIS FACTORIAL DE LA TASA DE COSTES FIJOS (NO IMPUTADOS)

$$* K^g_g = 1,39$$

* Índice de cambio en la relación de precios: precios de venta / precios de éstos factores:

$$p = 1,33/1,39 = 0,9568$$

$$\Rightarrow g = \frac{g^0}{\pi_f \cdot p_f}; \quad 27,02 = \frac{26,80}{\pi_f \cdot p_f}; \quad p_f = 0,9568345 \Rightarrow \pi_f = 1,0366$$

$\Rightarrow$ **Conclusiones:**

- * También la relación de precios se ha degradado en este caso. Equivale a una reducción real de los precios de venta respecto a los de coste, del 4,3 %
- * La productividad de los factores representados por estos costes, ha aumentado en un 3,7 % .

$\Rightarrow$ Contribución de cada uno de los dos elementos, a la variación de la tasa de Costes Fijos (no imputados):

RELACIÓN RECIOS DE VENTA/PRECIOS COSTE, FACTORES FIJOS (NO IMPUTADOS)

Los precios de venta han subido proporcionalmente 4,3 % menos que los precios de coste de estos factores, lo que ha ocasionado un aumento en la tasa de Costes Fijos no imputados de $\frac{0,22}{(-0,008175)} \cdot (-0,044125)$:

+ 1,19 puntos

PRODUCTIVIDAD (BRUTA) DE LOS FACTORES INCLUIDOS EN LOS COSTES FIJOS N. I.:

Ha aumentado en un 3,66 % lo que ha producido una disminución de la tasa de costes de $\frac{0,22}{(-0,008175)} \cdot 0,0359$:

- 0,97 puntos

Esta variación puede ser debida a su vez en parte a una variación en la Productividad técnica y a una variación en el nivel de ocupación de estos factores.

$$\text{Suma } , = \sqrt{(g)} = + 0,22 \quad "$$

(4) ANALISIS DE LA TASA DE COSTES VARIABLES (NO IMPUTADOS)

$$v = \frac{v^0}{\pi_v \cdot p_v \cdot X_v} \Rightarrow; 5,11 = \frac{5,25}{\pi_v \cdot p_v \cdot X_v}; \quad p_v = 1,33/1,24 = 1,07258$$

$$X_v = \frac{5,25}{1,5 \times 0,25 + 3,83 \times 0,28 + 6,5 \times 0,47} = 1,165803; \rightarrow \pi_v = 0,821643$$

$\Rightarrow$ **Conclusiones:**

- * La relación de precios ha mejorado, para el caso de estos factores: los de venta han aumentado comparativamente un 7,2 % más
- * Por el contrario, la productividad de estos factores ha disminuido en un 17,8 %

Contribución de cada uno de los efectos a la variación de la tasa de Costes Variables (n.i.)

RELACIÓN PRECIOS PRODUCTOS/PRECIOS FACTORES INCLUIDOS EN LA TASA v :

Ha mejorado. Los precios de los productos han subido un 7,26 % más que los de estos factores, lo que ha supuesto una disminución de la tasa

$$\text{de costes de: } \frac{0,14}{0,027} \cdot 0,07 = :$$

- 0,36 puntos

ESTRUCTURA DE LA VENTA POR LÍNEAS O CANALES DE DISTRIBUCIÓN:

Efecto favorable al haber aumentado la proporción de las ventas con menores tasas de costes variables, lo que ha supuesto una disminución

$$\text{de la tasa de costes de } \frac{0,14}{0,027} \cdot 0,153 = :$$

- 0,79 puntos

PRODUCTIVIDAD EN ESTOS FACTORES

Ha caído en un 17,8 % , lo que ha supuesto un aumento de la tasa de

$$\text{costes de } \frac{0,14}{0,027} \cdot (-0,196) = :$$

+ 1,01 puntos

$$\text{Total , } = \sqrt{(v)} = - 0,14 \text{ puntos}$$

(6) RESUMEN DE LAS CAUSAS DE LA VARIACION EN LA TASA DE MARGEN NETO

Variable	Concepto (abreviado)	Efecto causado (en puntos de %)
R ($\rightarrow p$)	– Por aumento en los precios de coste (de los factores incluidos en los costes imputados), proporcionalmente mayor que en los precios de venta:	-4,78
Π ($\rightarrow \pi$)	– Por mejora en la Productividad de los anteriores factores: (los representados por los costes imputados: Materiales, y Personal de producción)	+ 4,28
β ($\rightarrow X$)	– Por haber pasado a tener más importancia la cifra de ventas de la línea de productos con mayor tasa margen bruto (la 3):	+ 1,83
R_g ($\rightarrow p_g$)	– Por ser el aumento de los precios de coste de los factores incluidos en los Costes Fijos no imputados, más que proporcional que el aumento de los precios de venta:	- 1,19
Π_g ($\rightarrow \pi_g$)	– Por mejora en la Productividad de dichos factores:	+ 0,97
R_v ($\rightarrow p_v$)	– Por ser el aumento de los precios de coste de los factores variables no imputados, menos que proporcional respecto al aumento de los precios de venta	+ 0,36
Π_v ($\rightarrow \pi_v$)	– Por caída en la productividad de estos factores:	- 1,01
E ($\rightarrow X_v$)	– Por haber aumentado la importancia relativa de las ventas con menores tasas de coste variable:	+ 0,79
Variación de $m = 2,66 - 1,41 = 1,25 \implies$		= Suma =
		+ 1,25

♠ ♠ ♠

8.2

APLICACIÓN AL ANÁLISIS COMPARATIVO (TASAS DE MARGEN, Y PRODUCTIVIDAD) ENTRE EMPRESAS

Como ya se ha indicado, de la misma manera que el modelo de análisis 'margen//productividad' hasta aquí expuesto y desarrollado nos permite explicar los cambios económicos experimentados en una empresa entre dos periodos, el modelo puede ser igualmente aplicado a analizar y explicar porqué dos empresas tienen un grado de eficiencia distinto, si medimos éste por la tasa de margen neto; o bien puede ser aplicado al análisis comparativo de la tasa de margen y de la productividad de una empresa con respecto al conjunto del sector de actividad al que corresponde. Para ello basta con introducir en el modelo un simple cambio de nomenclatura: Donde decíamos 'datos del periodo en estudio' diremos ahora 'datos de la empresa a' y lo que entendíamos por 'datos del periodo base' corresponderá ahora a 'datos de la empresa b' (o bien, 'datos del conjunto de empresas del sector'):

$$\text{Empresa 'a': } m = 1 - C - v - g$$

$$\text{Empresa 'b': } m^b = 1 - C^b - v^b - g^b$$

Si ambas empresas son del mismo sector de actividad y los criterios seguidos para clasificar los costes entre imputados, no imputados, fijos y variables, son los mismos, entonces el modelo puede aplicarse formalmente igual que antes, a la comparación de cada una de las tres tasas de costes. La única diferencia estará en la lectura o significado de los índices o variables que se utilizan en el modelo, y en el significado o interpretación de los coeficientes explicativos finales que obtendremos (π , p , X , π_v , p_v , X_v , π_g , p_g). Si nos centramos, a título de ejemplo, en los costes imputados, el significado de los índices o variables intermedias será:

$P^>$ = Índice de *diferencia* de los precios de venta de 'a' con respecto a los de 'b'

$K^>$ = Idem. de los precios de coste

B^*_i = Estructura de la venta de 'a', pero valorada a precios de 'b'

C^* = Tasa de costes que presentaría la empresa 'b' si tuviese la misma estructura de la venta que la empresa 'a' (B^*_i). O bien: tasa de costes que tendría 'a' si tuviese la misma productividad y la misma relación 'precios de venta//precios de coste' que 'b'.

y en cuanto a las variables explicativas, supongamos que sus respectivos valores han resultado ser: $\pi = 1,24$; $p=0,85$; $X=0,94$. Lo que nos indicaran en este caso es que:

- La productividad (de los factores representados por los Costes Imputados) es un 24 % superior en la empresa 'a' que en la 'b'.

- La relación ‘precios de venta // precios de coste’ es menos favorable en la empresa ‘a’ que en la ‘b’. Concretamente es equivalente a que, suponiendo que se enfrentasen ambas a los mismos precios de coste, que los precios de venta de ‘a’ fuesen en promedio un 15 % inferiores a los de ‘b’ (lo que se suele decir: ‘una política de precios más agresiva’).
- Las líneas de venta con menor tasa de margen, representan en el caso de la empresa ‘a’ una mayor proporción sobre el total que en el caso de la empresa ‘b’. Concretamente ello equivale a que, suponiendo que la relación de precios y la productividad fuesen las mismas en ambas empresas, la empresa ‘a’ tuviese unos costes un 6,4 % superiores ¹¹⁹ a los que corresponderían por sus ventas .

Por lo que respecta a los periodos a que se refieran los respectivos datos de las empresas, nada impide que los datos de la empresa ‘a’ correspondan a un periodo diferente que los de la empresa ‘b’ . No obstante, el significado de las conclusiones será más claro si lo que comparamos son las Cuentas de Resultados de ambas empresas *para un mismo periodo*; pues, como mínimo sabremos que las variables del entorno habrán influido en el mismo sentido y medida en las variables económicas de ambas empresas; así, por ejemplo, una diferencia en la relación de precios no habrá que atribuirle en parte a que se han enfrentado a diferentes condiciones de mercado, sino que lo podremos atribuir enteramente a que han sido diferentes las estrategias (o las habilidades de gestión) de ambas empresas respecto a los precios.

En el caso de que comparemos dos *empresas de sectores de actividad diferentes*, o bien que presenten sus cuentas con unos criterios de agrupación (imputados//no imputados, variables, fijos) notablemente distintos, puede resultar de escasa relevancia una aplicación mecánica del modelo. En efecto, si comparamos cada una de las tres tasas de costes, el análisis nos evaluará diferencias que nada nos dirán sobre la eficiencia relativa o sobre las diferentes estrategias económicas de ambas empresas, sino sobre que se trata simplemente de empresas de actividad diferente, o sobre que sus criterios de agrupación de costes son distintos. En tales casos resultará más lógico la aplicación del modelo al conjunto de todos los costes; es decir, al análisis de la tasa de margen neto directamente. (lo cual, además, representa una simplificación):

$$m = 1 - C \quad ; \text{ siendo ahora } C = \text{Costes totales} / \text{Ventas}$$

En este caso, pues, el significado de los correspondientes indicadores de productividad se referirán a la *productividad total de los factores* (PTF) en cada una de las empresas; concepto que sabemos es igual a la media ponderada de las productividades parciales del trabajo, los materiales, los equipos, y demás factores que haya consumido o utilizado la respectiva empresa,

$$\text{Empresa 'a': } \Pi = \sum_j \Pi_j \cdot \alpha_j^* \quad ; \quad \text{siendo } \alpha_j^* = \frac{(F \cdot K^o)_j}{\sum F \cdot K^o}$$

¹¹⁹ $C^b/C^* = 0,94$, --> $C^* = C^b/0,94$; --> $C^*-C^b = 0,0638 \cdot C^b$, --> $(C^*-C^b) \cdot V = 0,0638 \cdot (C^b \cdot V) =$ mayores costes (en valor absoluto) = una cifra igual de menor margen .

E, igualmente, el índice π resultante de la comparación de ambas empresas (o de la empresa 'a' respecto a los datos económicos del conjunto de su sector) se referirá a la *diferencia* en la *productividad total de los factores* (PTF) entre ambas empresas (o entre 'a' y la media del sector ¹²⁰).

Y similares generalizaciones deberemos hacer para los otros dos coeficientes: 'p' se referirá ahora a la relación entre los precios de venta y los precios de coste de *todos* los factores (es decir, de todos los costes que aparecen en la respectiva cuenta de resultados); y 'X' se referirá ahora a la tasa de costes global (Costes Totales/Ventas).

8.3

APLICACIÓN CONJUNTA DEL ANÁLISIS DE LA PRODUCTIVIDAD, CON EL ANÁLISIS DE LA RENTABILIDAD

El análisis desarrollado en esta segunda parte en su conjunto (desde el margen neto a las variables elementales de las que depende) puede a su vez conectarse con (o, en cierto modo, considerarse como una continuación de) el análisis factorial por etapas de la *tasa de rentabilidad* desarrollado en la parte primera. De hecho en esta segunda parte podemos decir que hemos analizado tres de las variables finales de la primera parte; en general las tres más significativas como determinantes de la rentabilidad: la tasa de margen bruto, y las tasas de costes no imputados. Parece lógico -y resulta útil como instrumento de análisis de la eficiencia empresarial- el considerar conjuntamente ambos modelos, empezando por constatar que las variables de gestión explicativas del segundo modelo (el del análisis Margen/Productividad) pueden considerarse a su vez como variables explicativas de las tasas de rentabilidad.

Así, por ejemplo: la variación de la tasa de rentabilidad de los Capitales Propios) que viene explicada por los cambios experimentados en la productividad del grupo de factores incluidos en el bloque "costes variables no-imputados", puede determinarse, simplemente utilizando uno de los resultados finales del análisis de la rentabilidad, $\sqrt{r_1-m}$, y uno de los resultados finales del análisis de la productividad, $\Delta m^{\leftarrow} \Pi_v$:

$$\Delta r_1^{\leftarrow} \Pi_v = \frac{\Delta r_1^{\leftarrow} m}{(m)} \cdot \Delta m^{\leftarrow} \Pi_v \quad [61], \dots$$

y así para cualquier otro cálculo similar. Por ejemplo: $\Delta r_2^{\leftarrow} R_g$; $\Delta r_n^{\leftarrow} \Pi$; ... etc.

¹²⁰ Índice de variación (o de diferencia) de la Productividad Total que, hemos visto antes, puede formalmente expresarse también como la media de los correspondientes índices de diferencia entre la productividad parcial de los factores diferentes factores entre ambas empresas ($\pi = \sum_j \pi_j \cdot \alpha_j$), aunque si efectivamente ambas empresas son claramente heterogéneas, el cálculo de éstos índices parciales π_j puede resultar imposible, o no significativo, o ambas cosas a la vez. .

Veamos, a título ilustrativo, el cálculo de las tres determinaciones puestas como ejemplo:

La variación de la rentabilidad de los recursos propios que viene explicada por el cambio registrado por la productividad de los factores incluidos en los costes no-imputados variables ha sido de:

$$\Delta r_1^{\leftarrow} \Pi_v = \frac{+4,915}{+1,25} \cdot (-1,01) = -4 \text{ puntos de } \%$$

La variación de la rentabilidad de la empresa que viene explicada por la relación de 'precios precios venta'/'precios coste de los factores representados por los costes no-imputados fijos' ha sido de:

$$\Delta r_2^{\leftarrow} R_g = \frac{\Delta r_2^{\leftarrow} m}{\Delta(m)} \cdot \Delta m^{\leftarrow} R_g = \frac{+2,91}{+4,59} \cdot \frac{5,13}{+1,25} \cdot (-1,19) = -3,1 \text{ puntos de } \%$$

Y la variación de la rentabilidad (normal) de la explotación que viene explicada por el cambio registrado por la productividad de los factores incluidos en los costes imputados (materiales, y Personal de producción) ha sido de:

$$\Delta r_n^{\leftarrow} \Pi = \frac{\Delta r_n^{\leftarrow} m}{\Delta(m)} \cdot \Delta m^{\leftarrow} \Pi = \frac{+5,13}{+1,25} \cdot (+4,28) = +17,6 \text{ puntos de } \%$$

8.4

APLICACIONES DE SIMULACIÓN (ESTUDIOS PROSPECTIVOS SOBRE PRODUCTIVIDAD, RENTABILIDAD)

Tanto el análisis de la Rentabilidad como el de la Productividad, al igual que se aplican a comparar dos periodos pasados, pueden aplicarse a comparar el último periodo con el próximo, utilizando *previsiones* para éste. Formalmente ambos tipos de aplicación son, por otra parte, idénticos.

Comparar unas determinadas previsiones para el próximo ejercicio, con los datos reales del presente, aplicando los análisis desarrollados hasta aquí, tiene el interés típico de los instrumentos de simulación: el poder contestar preguntas del tipo,

"¿Que meta debería alcanzarse en cuanto a mejora en la *productividad del personal* de producción, a fin de que la *rentabilidad de la explotación* superase el insatisfactorio nivel actual del 5 % y alcanzase el próximo ejercicio el más aceptable valor del 16 % ?"

o bien,

"Suponiendo que para el próximo ejercicio la *productividad* (o rendimiento) de los materiales mejore en un 4,5 % gracias al nuevo programa de reducción de

mermas, y que la *productividad técnica* del Personal -incluido en los costes fijos no imputados- se consiga aumentar en un 8 % (gracias a los planes de mejora de métodos), ¿cual será la *tasa de margen neto*? ¿cual la *tasa de rentabilidad de la empresa* ?"

Se trata, en definitiva, del usual planteamiento de la simulación como un instrumento para la toma de decisiones estratégicas; el cual se basa en poder considerar diversas hipótesis de resultados futuros finales, si se alcanzasen o fijasen tales o cuales objetivos específicos intermedios (en términos de productividades, de niveles de ocupación, etc.); o bien la simulación de cálculo consistirá en determinar cuales deberían ser esos objetivos concretos de base, para que se alcanzasen unos resultados dados en términos de tasa de margen o en términos de tasas de rentabilidad.

Formalmente el problema es siempre del siguiente tipo: El objetivo estratégico o meta "final" deseada (sea ésta una de las tasas de rentabilidad, la tasa de margen neto, etc.) es una función que depende de una serie de "x" variables de gestión elementales. En consecuencia, para determinar que valor debería alcanzar una de ellas si es que se quiere alcanzar la meta indicada, será necesario fijar, dar valores, a las x-1 variables elementales restantes. Lo que en nuestro caso concreto significa disponer de previsiones respecto a los valores futuros de esas x-1 variables. Veamos esto en el siguiente ejemplo:

Durante el último ejercicio la *rentabilidad (normal) de la explotación* fue tan solo del 4,77 % ; y adecuadamente analizada, ha resultado:

$$r_n = \frac{Bne}{V} \cdot \frac{V}{Q} \cdot \frac{Q}{Q^*} \cdot \frac{Q^*}{Ie} \cdot \frac{Ie}{Ae} \cdot \frac{Ae}{RTe}$$

$$\% \quad \quad \% \quad \quad \% \quad \quad \% \quad \quad \% \quad \quad \%$$

$$4,77 = 14 \cdot 80 \cdot 0,65 \cdot 0,012 \cdot 0,70 \cdot 0,78$$

lo que nos indica que la baja rentabilidad se debió en gran parte al bajo nivel de actividad (que ha sido de solo un 65 %), y a que se obtuvo tasa de margen neto relativamente baja: 14 % ; la cual, desglosada, tiene los siguientes componentes: m=14 % = 38 % margen Bruto - 20 % costes. fijos n.i. - 4 % costes. variables n.i.

Considerando el próximo ejercicio, se desea saber que incremento de productividad debería alcanzarse respecto al personal de producción (representa los 2/3 de los costes imputados; el resto corresponde a costes materiales), a fin de conseguir una *tasa de rentabilidad (normal) de la explotación* del 12 % , teniendo en cuenta las siguientes expectativas sobre el resto de variables de gestión para dicho ejercicio:

- ◇ Que el grado de utilización de la capacidad productiva pase del 65 % al 82 %.
- ◇ Que el precio medio de venta aumente en un 7 %.
- ◇ Se espera aumentar el plazo medio de pago a Proveedores, lo que se estima hará subir el Efecto Financiero del Exigible Comercial del 0,78 al 0,85.
- ◇ Mejora del *rendimiento* de los materiales en un 2,4 %.
- ◇ Incremento de los precios de éstos en tan solo un 4 %
- ◇ Se prevé que el convenio colectivo del sector se firmará con un incremento de salarios del 12 %.
- ◇ No se prevén cambios apreciables en la estructura de las Ventas

- ◊ Para el resto de las variables, se considera bastante probable que se mantengan los mismos valores que para el presente ejercicio (incluidas las tasas de Costes Fijos y Variables no imputados).

RESPUESTA (denotaremos las variables del próximo periodo con una coma elevada (')):

$$(r_n)' = 12 \% \Rightarrow 12 \% = m' \cdot 85,6 \cdot 0,82 \cdot 0,012 \cdot 0,7 \cdot 0,85 \cdot \Rightarrow m' = 23,94 \% \\ \Rightarrow 23,94 = mb' - 20 - 4, \Rightarrow mb' = 47,94 \%$$

por otra parte: $X' = 1$; $P^{\wedge} = 1,07$
 $K^{\wedge} = 1 / [1/3 \cdot (1/1,04) + 2/3 \cdot (1/1,12)] = 1,092$
 $\Rightarrow p = 1,07/1,092 = 0,97985$

En consecuencia, para que $mb'=47,94$, deberá darse que $C' = 52,06 \%$, y, por lo tanto:

$$52,06 = \frac{62}{0,97985 \cdot 1 \cdot \pi}$$

de donde se deduce que π deberá ser = 1,2154; es decir, que la productividad del conjunto de los factores imputados debería aumentar en un 21,5 %.

En consecuencia, y dado que se espera una mejora en la productividad/rendimiento de los materiales del 2,4 % , la variación en la *productividad del Personal* de producción (medida por el índice de variación π_i) deberá ser tal que :

$$\pi = 1,2154 = 1/3 \cdot 1,024 + 2/3 \cdot \pi_i; \text{ de donde } \Rightarrow \pi_i = 1,3111$$

Es decir, que la **productividad del personal** de *producción debería aumentar algo más de un 31 %*. Teniendo en cuenta que tal variable depende, por una parte de la *productividad técnica* de ese Personal, y, por otra, del nivel de ocupación que vaya a tener. Supongamos que se estima, dadas las previsiones sobre nivel de producción, sobre grado de absentismo, etc., que el *nivel de ocupación* del personal podrá subir del 85 % actual al 90 % ($\Phi' = 1,059$); eso nos indicará que, para alcanzar la meta de rentabilidad fijada, la **productividad técnica del personal** debería aumentar en casi un 24 % .:

$$1,311 = 1,059 \cdot \pi^*_{\tau}; \Rightarrow \pi^*_{\tau} = 1,238$$

Un aumento de tal magnitud en la productividad del personal puede ser considerado por la dirección de la empresa como fuera de las posibilidades razonables, en cuyo caso probablemente decida revisar, bien algunas de las estimaciones-metas intermedias (el incremento de precios de venta, por ejemplo; lo relativo a las tasas de costes no imputados; ... etc.), bien la propia meta del 12 % de Rentabilidad; etc. . O bien puede replantearse la simulación de cálculo desde otra perspectiva: Suponiendo que se consiga efectivamente incrementar la *productividad técnica* del personal de producción, no en el porcentaje anterior, pero sí, pongamos por caso, en un 15 %. ¿Cual sería la tasa de rentabilidad si se mantienen las previsiones para el resto de variables de gestión ? .

Esta segunda perspectiva de cálculo es lo que denominamos simulación ‘directa’ mientras que la primera sería de simulación ‘indirecta’.