

Teoria de jocs aplicada a la història de la guerra moderna. De Balaguer a Almenar, 1710

Xavier Rubio Campillo

Universitat de Barcelona. Grup de Recerca DIDPATRI (Didàctica del Patrimoni, Museografia Comprensiva i Noves Tecnologies)
 Passeig de la Vall d'Hebron, 171. Campus Mundet, Edifici de Llevant, despatx 115
 08035 Barcelona
 xrubio@ub.edu

Rebut: maig de 2008

Acceptat: setembre de 2009

Resum

El present treball posa de manifest el potencial que la teoria matemàtica de jocs pot tenir en les investigacions sobre història de la guerra. Partint de la base que l'estudi de les fonts textuais sovint és insuficient per entendre la casuística generada a l'entorn d'un conflicte armat, es proposa l'ús de la teoria de jocs com a sistema d'estudi de les variables rellevants a nivell operacional, a fi de formular hipòtesis. Tot fent servir aquest model matemàtic és possible integrar dades provinents de diferents fonts textuais, així com del procés de presa de decisions de l'ésser humà i l'impacte dels accidents geogràfics en les mateixes. Es presenta, com a cas d'estudi, l'anàlisi de les maniobres operacionals realitzades durant la fase inicial de la campanya del 1710 emmarcada dins la Guerra de Successió al front de guerra català, que finalitzà amb la batalla d'Almenar.

Paraules clau: història de la guerra, teoria de Jocs, Guerra de Successió.

Resumen: *Teoría de juegos aplicada a la historia de la guerra moderna. De Balaguer a Almenar, 1710*

El presente trabajo pone de manifiesto el potencial que la teoría matemática de juegos puede tener en relación a las investigaciones sobre la historia de la guerra. Partiendo de la base que el estudio de las fuentes textuales puede ser insuficiente para entender la casuística generada por un conflicto armado, se propone el uso de la teoría de juegos como sistema de análisis de las variables relevantes a nivel operacional, con la finalidad de generar nuevas hipótesis. Mediante la aplicación de este modelo matemático es posible integrar datos procedentes de diferentes fuentes textuales, ya sea del proceso de toma de decisiones del ser humano, ya sea del impacto de los accidentes geográficos en el mismo. Se presenta, como caso de estudio, el análisis de las maniobras operacionales realizadas durante la fase inicial de la campaña de 1710, enmarcada dentro del frente de guerra catalán durante la Guerra de Sucesión, que finalizó con la batalla de Almenar.

Palabras clave: historia de la guerra, teoría de juegos, Guerra de Sucesión.

Abstract: *Game theory applied to the history of war during the Early Modern Age. From the Battle of Balaguer to the Battle of Almenar, 1710*

This paper tries to show the potential that the application of mathematical game theory can provide to military history research. Discussing the fact that the use of primary sources is often insufficient to understand the complexity generated by a violent conflict, this work proposes the use of game

theory as a tool to analyze important variables at an operational level, thus allowing the researcher to formulate new hypothesis about the causes of a given situation. The use of this mathematical model is useful to integrate data coming from different primary textual sources, as well as the human processes of decision making and the impact that geographical features could had on them. A case study is presented, analyzing the operational maneuvers in the Catalan theatre of war that led to the battle of Almenar in 1710, inside the War of the Spanish Succession.

Keywords: Military History, Game Theory, War of the Spanish Succession.

Sumari

Introducció	Anàlisi de la logística de Balaguer
Teoria de jocs i història de la guerra	Model de joc
L'ofensiva borbònica	Conclusions
Contraatac aliat	Bibliografia
Discussió sobre el cas d'estudi	

Introducció

La història de la guerra es troba actualment dins un procés renovador que s'ha anat modernitzant lentament (Parker, 2005). Les aportacions metodològiques proporcionades per l'anomenada *new military history* han eixamplat el camp d'estudi de manera important en les últimes dècades (Espino, 1993). S'han passat a considerar, doncs, factors tan essencials com els condicionaments culturals, psicològics i socials d'ambdós bàndols (Lynn, 2003), prenent especial importància les capacitats logístiques i la seva influència en la moral dels soldats (Roth, 1999; Creveld, 2004; Lynn, 1993, entre d'altres).

L'objectiu, en últim terme, és millorar la comprensió del fet bèl·lic tot analitzant-lo des de múltiples punts de vista (logística, efectes sobre la població civil, origen i composició dels exèrcits, etc.), amb la intenció d'estendre la història militar cap a l'anàlisi de factors anteriorment oblidats.

Malgrat tot, si fins la segona meitat del segle xx la història militar existent estava relacionada amb fets puntuals com són les batalles, a partir d'aleshores s'ha produït l'efecte invers, desapareixent aquest tipus d'estudi de les publicacions científiques. Domina la sensació que els estudis concrets de batalles han estat esgotats i superats (Hochedlinger, 1999, p. 24), malgrat els esforços d'alguns historiadors (Keegan, 1983). Aquest punt de vista menysté el potencial que pugui tenir una *nova* història de les batalles, tal com apunta Christopher Duffy (2008, p. 8), ja que no perquè s'hagin estudiat la majoria de les batalles vol dir que s'hagin interpretat correctament.

Dins aquest context, es poden identificar com a mínim dos factors que, convenientment analitzats, aportarien noves dades sobre les causes, el desenvolupament i les conseqüències d'una batalla o campanya.

El primer és el terreny, ja que el paisatge en el qual es lliurà un enfrontament bèl·lic és un dels paràmetres importants que condiciona la manera de comportar-se

dels exèrcits (tant operacionalment com tàcticament), així com el desenllaç de les batalles. La dificultat d'aquesta problemàtica rau en l'ambigüitat que les fonts textuals donen a les descripcions geogràfiques. Sovint, les fonts no s'adiuen exactament al paisatge de la zona descrita, ja que la càrrega subjectiva existent en les descripcions geogràfiques pot arribar a ser considerable, i el terreny pot haver canviat amb els anys. En aquest sentit, és paradigmàtic el fet que es desconeixi la ubicació real d'algunes de les batalles més conegudes, com per exemple la de Zama (202 aC), emmarcada durant la Segona Guerra Púnica; Agincourt (1415), a la Guerra dels Cent Anys (vegeu Sutherland, 2005), o Bosworth (1485), a la Guerra de les Roses anglesa (Williams, 2004). Aquestes dificultats també es detecten en fets d'època moderna, ja que recerques fetes al voltant del camp de la batalla de Poltava (1709) i Cardedeu (1808) han tingut problemes semblants als descrits (Hernández, 2008). Així, si les fonts textuals no són capaces de localitzar la zona d'un enfrontament determinat, ens podríem preguntar si per elles mateixes poden interpretar-lo de manera coherent i encertada.

L'altre factor que generalment no és considerat en tractar una batalla és potser encara més important: l'anàlisi de les decisions preses per ambdós bàndols. Com especifica Jeremy Black, la historiografia militar contemporània solament analitza els fets, sense tenir en compte la importància dels objectius de les persones que van dirigir els exèrcits, així com la missió estratègica que la corresponent força política els havia assignat (Black, 2004, p. 128-150).

Operacionalment i tàcticament no s'analitzen en profunditat les accions que els comandants dels exèrcits en lluita van decidir dur a terme, ni les alternatives possibles. Aquesta falta de reflexió i la perspectiva que ens dona el temps fan que es pugui tenir la sensació que els fets van ocórrer de l'única manera que podien succeir, tot obviant-se d'aquesta manera una anàlisi real de les accions i decisions dels diferents bàndols.

Finalment, la metodologia que s'ha aplicat a l'estudi de les batalles ha estat sovint interessada en l'avaluació dels fets a partir d'una dicotomia victòria/derrota que no és la més òptima per interpretar una batalla; si es jutgen els actes dels comandants enlloc d'analitzar-los no s'estarà entenent el complex procés humà de presa de decisions, així com els factors decisoris.

Centrant-se en el problema de l'anàlisi de decisions, doncs, aquest article explora les possibilitats que la teoria de jocs té en tant que eina de generació de noves hipòtesis relacionades amb les decisions que prengueren els comandants de l'època moderna al cap dels seus exèrcits.

Teoria de jocs i història de la guerra

La teoria matemàtica de jocs intenta modelitzar el procés de presa de decisions de l'ésser humà. La intenció és entendre millor com es comporten les persones enfrontades a un problema determinat, així com la manera segons la qual analitzen racionalment les diverses opcions possibles al seu abast. És una eina àmpliament emprada en altres camps del coneixement, com per exemple l'economia, la politologia i la sociologia. Fins i tot, en un camp tan llunyà com la biologia s'ha aplicat amb èxit

aquesta teoria, ja que si bé, òbviament, animals i plantes no són racionals, sembla ser que la manera en la qual evolucionen els organismes sí que segueix una lògica analitzable (Smith, 1982). Per contra, malgrat el seu potencial la seva aplicació en les humanitats i altres ciències socials ha estat mínima, malgrat el potencial probable que aquesta pugui tenir (Carnap, 1974).

Centrant-nos en el concepte, un joc és el model abstracte d'una situació en la qual interaccionen diversos protagonistes amb capacitat de decisió: els jugadors. És descrit mitjançant formulació matemàtica per tal d'expressar els diferents conceptes de manera formal. S'hi defineixen quines accions poden fer els jugadors, tot tenint en compte les restriccions quant a capacitat de decisió, així com en qualitat de la informació que té cadascú sobre el problema. Com es pot intuir, hi ha un ampli ventall de fets que poden ser analitzats d'aquesta manera, ja que com especifica Ken Binmore un model matemàtic en forma de joc pot servir per estudiar tota aquella situació en la qual estiguin interactuant diverses persones amb objectius diferenciats (Binmore, 1992, p. 3).

Aquesta definició permet, doncs, entendre que és possible aplicar la teoria de jocs a qualsevol problema de caire històric que necessiti d'una anàlisi de les decisions preses per éssers humans, sigui de manera individual o en grup. En aquest context podem afirmar que una campanya militar d'època moderna pot ser un bon exemple del potencial que té aquesta eina per generar hipòtesis. De fet, hi ha alguns precedents pioners relacionats amb l'aplicació de la teoria de jocs a la història militar, com per exemple la detecció d'equilibris Nash en diversos conflictes (Hernández, 2001-2004), l'estudi de potències de foc en camps de batalla (Isaacs, 1999, p. 305-335) o l'anàlisi de les opcions estratègiques d'un estat (Brams & Kilgour, 1981).

En primer lloc, gestionar un exèrcit exigeix la màxima racionalitat. Per la seva naturalesa violenta i impredecible la guerra té bona part d'irracionalitat, però abastir i moure una força de diversos milers d'homes amb la intenció de derrotar un enemic de força equivalent és una tasca necessàriament reflexiva. Ningú no farà moure un exèrcit sota les seves ordres per dalt d'una muntanya si és possible fer servir una carretera, o deixarà que els seus homes morin de fam o set si és possible obtenir aquests elements essencials.

En segon lloc, la magnitud dels exèrcits en època moderna, així com la naturalesa de la guerra, permet definir el conjunt de factors decisoris de manera relativament simple, en contraposició a la complexitat que pugui assolir la seva aplicació en conflictes posteriors a la industrialització, en els quals la complexitat de la logística és molt superior, tant en diversitat com en quantitat de variables.

Finalment, l'estudi d'una campanya militar permet fer servir models de joc estrictament competitiu de suma zero amb dos jugadors, que són els més coneguts i utilitzats actualment.

Un cop examinada la possibilitat d'aplicació, cal veure quina utilitat pot tenir la teoria dins l'estudi de batalles i campanyes d'època moderna. Tal com hem observat anteriorment, la teoria de jocs és útil per analitzar les decisions dels protagonistes d'una situació donada. Així, a partir d'aquesta podem crear un model matemàtic d'un problema històric concret, tot formulant-ne hipòtesis relacionades amb el desen-

volupament de l'enfrontament, posant especial atenció en l'anàlisi de variables per tal de destriar les que van determinar-ne el resultat. D'aquesta manera, doncs, i alimentant el model amb dades provinents de fonts documentals i arqueològiques, la teoria de jocs ens pot servir, en definitiva, per millorar la comprensió de les complexes interaccions que van decidir un determinat fet bèl·lic. És important emfatitzar la flexibilitat d'aquest model, ja que en haver estat específicament dissenyat per analitzar problemes de caire social és possible introduir-hi elements relacionats amb el comportament humà i la situació donada (psicologia, cultura, sociologia, fonts escrites, etc.).

Per demostrar el potencial que la teoria de jocs té com a eina complementària a l'estudi de les fonts documentals l'aplicarem a un cas d'estudi concret: l'obertura de la campanya militar de 1710 en el teatre de guerra català. Com veurem, l'objectiu d'aquest estudi és intentar suggerir noves hipòtesis al voltant de qüestions que no es poden respondre a partir de l'estudi únic de les fonts textuals, i que d'altra banda són vitals per arribar a entendre les accions d'un exèrcit del segle XVIII.

Abans de definir un model, però, hem de precisar el marc de treball, les variables rellevants del nostre problema i, especialment, les incògnites que pretenem resoldre. En el cas que ens ocupa farem servir fonts textuals, però cal dir que en altres casos és possible tenir altres tipus de dades (arqueològiques, cartogràfiques, etc.).

L'ofensiva borbònica

A l'inici de la campanya de 1710 l'exèrcit borbònic establert a Lleida estava compost per 58 batallons d'infanteria i 66 esquadrans de cavalleria (Thoyras, 1749, p. 393; Castellví, 1999, vol. III, p. 25). S'havia reforçat considerablement a partir de les tropes provinents del front d'Extremadura, mentre que al seu torn l'exèrcit aliat encara estava esperant reforços per tal d'iniciar la campanya.

Malgrat que Felip pretenia que el duc de Vendôme fos el comandant de les seves tropes, Lluís XIV ho va refusar, i finalment es va donar el càrrec a Francisco del Castillo Fajardo, marquès de Villadarias, que havia estat la persona a càrrec de les forces espanyoles durant el setge fallit a Gibraltar (Parnell, 1905, p. 273).

Al seu torn l'exèrcit del rei Carles III estava, a l'inici de 1710, bastant debilitat per les campanyes anteriors i especialment per la derrota d'Almansa. El seu comandant en cap, el mariscal austríac Guido von Starhemberg, havia decidit desplegar les tropes en posicions defensives degut a la seva inferioritat numèrica, tot guarnint les fortaleses frontereres de Girona, Tarragona i especialment Balaguer. Era necessari reforçar la posició aliada si es volia evitar la conquesta del territori català, per la qual cosa l'emperador d'Àustria acceptà l'enviament d'uns 5.000 soldats des del teatre d'operacions d'Itàlia cap a Barcelona (Castellví, 1999, vol. III, p. 19). També el parlament anglès decidí enviar a Catalunya un substancial reforç de tropes, per la qual cosa desembarcaren a Tarragona durant el novembre de 1709 un total de 13 regiments d'infanteria i 2 regiments de dragons, seguits per 8 regiments addicionals (Castellví, 1999, vol. III, p. 20). Holanda, finalment, aportà 1.000 reclutes més per als seus regiments ja establerts a Catalunya.

Villadarias i Felip, intuïnt la debilitat de l'enemic en contrast amb el seu exèrcit, van intentar aprofitar la superioritat numèrica de què gaudien temporalment, i van posar-se en moviment d'hora, tot prenent d'aquesta manera la iniciativa. El 15 de maig de 1710 l'exèrcit borbònic deixava la seva base a Lleida, i travessava el Segre amb uns 25.000 soldats (Coxe, 1815, p. 17-25 i Castellví, 1999, vol. III, p. 43), número bastant superior al contingent aliat desplegat a la zona.

La comandància borbònica tenia diverses opcions al seu abast. Molts oficials s'inclinaven per l'ocupació d'Igualada, Calaf i Cervera amb la intenció de dominar la plana central catalana, rica en blat i per tant capaç de sustentar el seu exèrcit. El rei, però, pretenia intentar conquerir la plaça forta de Balaguer, la fortalesa més important que tenien els aliats a la zona; a més, aquesta dominava l'únic pont de què disposaven els aliats sobre el Segre i, per tant, era un punt geoestratègic de primer ordre a la zona.

Així doncs, l'elecció de les accions que s'havien de fer no era gens fàcil, degut a la multiplicitat d'objectius dels borbònics. Si s'avançava fins a Igualada, Villadarias podria fer bon ús de la seva superioritat en cavalleria per dominar tota la plana fàcilment. Tot i això, deixar una fortalesa com Balaguer a la seva rereguarda seria molt arriscat, ja que des d'allà els aliats podrien organitzar incursions per tal d'atacar la línia de comunicacions borbònica quan, per una altra banda, ja estava en perill en aquells moments degut a les guarnicions dels nombrosos castells que els aliats controlaven a l'Aragó.

Atacar Balaguer, però, tampoc no era una empresa fàcil, ja que era una plaça forta, ben artillada i defensada per una tropa nombrosa. Qualsevol intent d'establir un setge, doncs, aniria consumint la infanteria borbònica, i els aliats guanyarien el temps necessari per rebre els reforços que estaven de camí des d'Itàlia.

Tanmateix, els borbònics finalment es decidiren per l'opció d'atacar Balaguer des de l'est per ser la més prudent, acampant davant Balaguer el dia 16 de maig (Castellví, 1999, vol. III, p. 43) després de creuar el Segre per Lleida. Aquesta ofensiva havia de ser complementada per un atac del duc de Noailles cap a Girona des del Rosselló, amb una imponent força de 38 batallons i 34 esquadrons, gairebé 20.000 soldats. També en la zona nord de Catalunya els borbònics gaudien de gran superioritat numèrica, i la força aliada als territoris gironins era limitada a 10.000 soldats comandats pel baró de Wetzel (Castellví, 1999, vol. II, p. 38).

La resposta d'Starhemberg va ser reforçar la guarnició de Balaguer fins als 5.000 soldats, tot fent acampar el seu exèrcit en tres destacaments separats a la zona compresa entre Calaf, Igualada i Cervera, des d'on podria organitzar ràpides incursions per tal de desorganitzar el dispositiu de setge dels borbònics. A més, aquesta posició interceptava un possible moviment enemic cap a l'interior del territori català, tot permetent als aliats aprofitar qualsevol errada de Felip.

L'intent de setge borbònic va fracassar per les dificultats plantejades pel Segre, present entre la ciutat i el campament de Villadarias. Degut al desgel de les muntanyes el riu portava una gran quantitat d'aigua, motiu pel qual era difícil tant franquejar-lo cap a Balaguer com comunicar-se amb Lleida. Així, també es ressentí l'aparell logístic borbònic, per la qual cosa el dia 20 les seves tropes es retiraren

cap a les rodalies de Lleida, amb la intenció d'esperar uns dies que baixés el cabal del riu (Castellví, 1999, vol. III, p. 43-44). Addicionalment, els borbònics reberen el reforç de 6.000 soldats, d'entre els quals destacaven cinc batallons de guàrdies valones vingudes de Flandes (Boyer, 1711, p. 79), així com 1.400 cavalls provinents de la zona de València (Castellví, 1999, vol. III, p. 45).

Al seu torn el general Stanhope, comandant de les forces angleses a Catalunya, havia aconseguit convèncer el seu govern de la importància del teatre de guerra de la Península Ibèrica. Així, partint a finals de maig de Gènova amb 1.000 soldats de l'imperi austríac (Ministry at Home, 1712, p. 374) i una gran suma de diners per a les pagues dels soldats, arribà dues setmanes després al camp aliat, situat aleshores a Agramunt (Lord Mahon, 1832, p. 94), on també hi arribà Carles III el 8 de juny, acompanyat pel Regiment de Guàrdies Catalanes. Finalment, l'exèrcit aliat es desplaçà més a prop de Balaguer, on establí un campament fortificat amb la intenció de defensar el marge esquerre del Segre, i especialment el pont que menava a la ciutat. Malgrat els reforços, però, continuaven estant sota un greu desavantatge numèric, ja que, segons Castellví, Starhemberg tan sols disposava de 15.000 infants i 5.000 genets.

El comandant de la cavalleria borbònica Antonio Amézaga va aprofitar aquest compàs d'espera, en el qual els dos exèrcits anaven reunint les tropes disponibles per a la campanya, per tal de fer-se amo dels terrenys vora de Balaguer, tot fent incursions i intentant derrotar els miquelets catalans, que organitzats com a fusellers de muntanya componien bona part de les tropes austricistes encarregades de lluitar la petita guerra (per als regiments de fusellers vegeu Espino, 2006 i Hernández, 2007). D'altra banda, hi hagueren continuats combats i escaramusses a les zones muntanyoses (a Areny, Estadilla. Naval i Ainsa, entre d'altres, segons Castellví, 1999, vol. III, p. 38-41).

Una altra expedició de la cavalleria borbònica, encapçalada per Verboom, intentà trobar un emplaçament on establir l'exèrcit borbònic al marge dret del Segre per tal d'evitar el riu durant les operacions de setge, però fracassà en l'intent (Castellví, 1999, vol. III, p. 44).

Amb la baixada del cabal Villadarias decidí passar de nou el Segre per Lleida, entre els dies 10 i 11 de juny (Parnell, 1905, p. 274), amb el convenciment que els atacs simultanis de Villadarias sobre Balaguer i Noailles sobre Girona posarien en perill tot l'esforç aliat a Catalunya. Per aquest motiu, tornant a la zona a l'est de Balaguer va desplegar-se en ordre de batalla, amb un exèrcit d'entre 25.000 i 30.000 soldats, inclosos els reforços que havien arribat durant el temps d'espera. Ara que encara gaudia d'una marcada superioritat numèrica, especialment en cavalleria, Felip intentava que els aliats s'arrisquessin a acceptar batalla, i per aquest motiu les seves tropes s'anaren aproximant des del sud al campament enemic, situat a l'est de Balaguer, protegint el marge esquerre del Segre.

Pel que fa als aliats, hi havia discussions sobre com havien de fer front a les maniobres borbòniques. Alguns comandants aliats pensaven que ara tenien capacitat per tal d'encapçalar una acció ofensiva i arrabassar la iniciativa als borbònics, opció que rebia el suport del general anglès Stanhope.

Per contra, Starhemberg va ser més prudent, ja que veia arriscat un enfrontament decisiu entre els dos bàndols en aquesta fase de la campanya. És una decisió lògica, si els borbònics encara gaudien d'una important superioritat numèrica (40 batallons i 60 esquadrons borbònics contra 30 batallons i 43 esquadrons aliats a Boyer, 1711, p. 80 i Parnell, 1905, p. 273).

Per aquest motiu, els diversos intents d'iniciar un enfrontament fets per Felip, que des del seu campament a Belcaire desplegà el 12, 13 i 14 l'exèrcit en *battalia*, no reeixiren. Starhemberg no es decidí a deixar les posicions defensives construïdes al marge esquerre del Segre vora de Balaguer, i Villadarias no volia atacar una posició tan avantatjosa per a l'enemic (Boyer, 1711, p. 81). Els borbònics van decidir moure's cap a Ivars d'Urgell, tot endinsant-se en territori català possiblement amb la intenció de crear una amenaça prou important com per obligar els aliats a sortir de les seves posicions fortificades (Parnell, 1905, p. 274-275). Aquest intent també fracassà degut a les reticències d'Starhemberg a enfrontar-se a camp obert, i es produí una situació d'*impasse* estratègic en la qual cap dels dos exèrcits es decidia a intentar una maniobra arriscada. Per contra, es van fer nombroses accions de l'anomenada petita guerra, amb escaramusses constants entre destacaments d'ambdós exèrcits.

Nombroses incursions aliades van travessar Segre i Noguera Ribagorçana, tot interceptant les caravanes de subministraments enemics, així com intentant enfortir les guarnicions aliades que encara resistien a l'Aragó. Al seu torn, el dia 16 de juny sortiren diverses forces borbòniques en direcció est. El tinent general irlandès Daniel O'Mahony encapçalà una expedició cap a Cervera, travessant el pas de Torà i dirigint-se a Calaf amb la intenció de bloquejar la ruta que menava cap a Balaguer a través d'aquesta població (Castellví, 1999, vol. III, p. 44-45). Després de derrotar la guarnició, el comandant borbònic aconseguí dominar aquest punt clau en la línia de comunicacions aliada fins Barcelona, tot capturant nombroses provisions i fins a 300 soldats aliats (Pitaval, 1715, p. 3).

Per la seva banda, el gruix de l'exèrcit borbònic, que tenia el campament a Ivars, s'estava debilitant pels constants atacs contra les línies austriacistes i les malalties. De fet, la presència d'un estany a la zona d'Ivars és probablement un dels factors que expliquen les baixes borbòniques, ja que en zones humides i pantanoses el risc d'epidèmies és molt més elevat. A això s'hi afegiren altres problemes relacionats amb l'aigua de la zona, que van anar deteriorant a poc a poc l'exèrcit borbònic (Martí Escayol, 2001, p. 185-187).

Contraatac aliats

A banda dels problemes que Villadarias estava tenint per sotmetre Balaguer i l'exèrcit aliats, el temps jugava a favor de Carles III per les accions en altres teatres d'operacions. Esperonats per Marlborough, els aliats van enviar una petita expedició aliada de Barcelona cap a Sète, dins el Llenguadoc, amb la intenció d'aixecar en revolta els protestants de la zona. Aquesta acció, iniciada el 24 de juliol, va tenir ocupat l'exèrcit borbònic del Rosselló i, d'aquesta manera, 3.000 dels soldats austriacistes que defenien aquest front, vora Girona, van poder dirigir-se cap a Balaguer.

A més, el petit destacament que havia arribat amb Stanhope a Barcelona partint de Gènova a finals de maig va ser complementat amb l'esperada arribada entre el 10 i el 12 de juliol de l'esquadra anglesa, que desembarcà a Barcelona 5.000 soldats més, provinents de l'escenari italià (Castellví, 1999, vol. III, p. 35). Segons altres fonts, els reforços arribaven als 6.000 combatents, consistents principalment en veterans alemanys (Coxe, 1820, p. 374). Aquests increments de forces aliades, juntament amb la precària situació de Felip davant Balaguer, van possibilitar que els austriacistes se situessin per primer cop a l'altura de l'exèrcit borbònic quant al nombre de tropes. Felip V, a més de les baixes, va haver de distribuir forces per tot l'Aragó per tal de controlar-lo (Thoyras, 1749, p. 394). Els borbònics encara tenien uns 25.000 soldats (Castellví, 1999, vol. III, p. 50), però més de 3.000 d'ells estaven malalts per les precàries condicions del camp borbònic vora Ivars (Pedrozo, 1710, p. 4). Per acabar d'amenaçar l'exèrcit borbònic, els reforços d'Itàlia i de Girona, consistents en 7.000 soldats, es dirigien ja en aquells moments cap a Starhemberg, tot i que aquest fet no era conegut encara per ells.

Villadarias, malgrat que encara tenia la iniciativa i la superioritat numèrica, decidí retirar-se de la zona d'Ivars. Deixant el Segre i la Noguera Ribagorçana com a barreres entre ambdós exèrcits, l'exèrcit borbònic es retirà cap a Lleida la nit del dia 25 al 26 de juliol. Les patrulles de reconeixement aliades van veure com, durant la matinada d'aquell dia, els borbònics incendiaven el que no es podien emportar del camp, i marxaven en tres columnes cap a Lleida. Starhemberg decidí no perdre el contacte, i tot passant el riu Sió amb el destacament que encara guardava Agramunt, es reuní amb la resta de tropes al campament fortificat situat al marge esquerre del Segre, just al costat del pont que el travessa per Balaguer.

Els reforços de Girona consistien en 9 batallons i 11 esquadrans que, comandats pel tinent general baró de Wetzel, ja estaven a Camarasa el dia 25 de juliol (Boyer, 1711, p. 85), unint-se d'aquesta manera totes les forces a disposició d'Starhemberg, ja que aquestes tropes ja s'havien unit als reforços provinents d'Itàlia (Castellví, 1999, vol. III, p. 163). Així, els aliats incrementaren de manera considerable els seus efectius fins als 35 batallons i 52 esquadrans, i van arribar a un total de 16.000 soldats d'infanteria i 6.000 genets (Raa, 1956).

Els aliats no volien deixar passar l'oportunitat que la retirada borbònica i els desitjats reforços els brindaven. Per tant, aquella mateixa nit es va decidir en el consell de guerra dels comandants austriacistes aixecar el campament, amb la intenció de fer una marxa forçada nocturna, intentar establir un cap de pont que els permetés creuar sense oposició la Noguera Ribagorçana, i deixar d'aquesta manera el rival en una posició prou incòmoda, tenint al seu abast tot l'Aragó.

Al mateix temps, Villadarias va enviar cap a Alfarràs un contingent comandat pel duc de Sarno, que va ser seguit per la resta de l'exèrcit, tot desembocant la maniobra en la batalla d'Almenar, on l'exèrcit borbònic va ser derrotat de manera decisiva el 27 de juliol.

Discussió sobre el cas d'estudi

És difícil esbrinar el motiu pel qual Villadarias decidí enviar tot el seu exèrcit cap a Alfarràs. Segons la narració de Lord Mahon, entre d'altres, Villadarias va desplaçar tot el seu exèrcit cap a Alfarràs amb la intenció de bloquejar el pas del riu Noguera Ribagorçana als aliats. Això explicaria la marxa del duc de Sarno; però per fer-ho Villadarias no necessitava retirar tot el seu exèrcit d'Ivars cap a Lleida, i desplaçar-lo de nou a Alfarràs. A més, les fonts indiquen que l'ordre de moure's des de Lleida cap a Alfarràs va ser donada abans que els borbònics coneguessin la marxa aliada cap a aquest pas. La crònica feta per Gayot de Pitaval ens confirma aquest fet, ja que les tropes borbòniques havien deixat el campament de Lleida cap a les 11 del matí del dia 27, i no van conèixer la presència dels aliats a Alfarràs fins ben entrada la tarda (Pitaval, 1715, p. 5). Per tant, no és possible que Villadarias intentés negar el pas del riu als aliats, ja que la seva decisió de marxar amb tot l'exèrcit cap a Alfarràs és anterior a aquest fet.

Els textos de Rapin de Thoyras i William Coxe sostenen que el veritable motiu del comandant borbònic era travessar el riu Noguera Ribagorçana per Alfarràs, amb la intenció d'ocupar la Ribagorça i negar-li a Starhemberg els subministraments que en treia, tot provocant-lo per entrar en batalla. Malgrat que la Ribagorça no podia abastir totes les necessitats logístiques dels aliats, sí que seria possible obtenir certes quantitats de blat i e farratge, per la qual cosa negar a Starhemberg aquesta zona podia ser avantatjós per a Villadarias.

Segons Pitaval, Villadarias decidí deixar l'infructuós setge de Balaguer i recular a Lleida per passar a la Ribagorça a través del pont d'Alfarràs per dos motius. Mentre que el primer que aquest autor assenyala és el mateix que l'anterior (controlar la Ribagorça), el segon era més concret: enviar una força comandada pel tinent general Sello i Don Pedro de Zúñiga per tal de trencar el setge que els aliats estaven duent a terme al castell Areny (Pitaval, 1715, p. 4). Tot plegat suggereix que Villadarias volia bloquejar l'ús aliat d'aquestes àrees de muntanya, on els miquelets austriacistes, superiors en nombre als seus equivalents borbònics, podien desenvolupar un paper decisiu com a infanteria lleugera en el control del territori. De fet, la importància d'aquest cos era tan notòria que fins i tot un oficial francès va titllar Starhemberg despectivament com a *general de miquelets* (Castellví, 1999, vol. III, p. 47). Per aquest motiu, doncs, no és estrany que Villadarias decidís acabar amb el predomini austriacista a la Ribagorça, tot donant l'ordre de travessar la Noguera Ribagorçana per Alfarràs amb la intenció de donar suport a les seves tropes emplaçades allà, donat que l'estratègia de bloqueig de Balaguer havia fracassat.

Per tot plegat podem afirmar que, segons la majoria de fonts, el factor decisiu que obligà els borbònics a retirar-se va ser la capacitat logística de l'exèrcit aliat, que aconseguí abastir Balaguer durant tot el bloqueig. Aquest fet, però, no alterà excessivament la situació estratègica ni els objectius dels dos bàndols, que d'altra banda no són analitzats per cap autor. Sabent que el resultat final va ser la batalla d'Almenar, les seves causes no són analitzades en profunditat, per la qual cosa resten sense resposta dues qüestions importants. La primera és la manera amb la qual els aliats abastiren Balaguer sense tenir el control de l'Urgell, un dels factors més

importants en els posteriors esdeveniments. La segona, estretament vinculada amb la primera, és el motiu pel qual Villadarias decidí retirar el seu exèrcit d'Ivars tot i que encara tingués una superioritat numèrica important.

Anàlisi de la logística de Balaguer

La posició del campament borbònic al sud-est de Balaguer, així com les constants incursions dels dragons de Don José Vallejo i la captura del pas de Torà, anaven dirigides sens dubte a controlar les rutes directes des de Barcelona a Balaguer. Així, davant la impossibilitat d'establir un setge i bloquejar el Segre al mateix temps, Villadarias intentà que la guarnició, que constava de 5.000 soldats, es rendís per falta d'aigua i menjar. Per aquest motiu, doncs, els aliats hagueren d'obtenir els seus subministraments per altres mitjans, tot evitant l'àrea d'influència de l'exèrcit enemic. Aquest fet és confirmat pels intents d'Starhemberg de controlar tant la vall de la Noguera Ribagorçana com la del Segre, amb la intenció de recollir en aquestes zones aliments per a les tropes. Malgrat tot, les fonts textuals no expliquen en cap cas la font dels abastiments aliats, així com la via de comunicacions entre Balaguer i la rereguarda aliada.

Segons els estudis logístics fets per a conflictes del segle XVIII, es requereixen 1,5 racions de menjar diari per cada soldat d'un exèrcit, encara que distribuïdes de manera no uniforme (els sots oficials i oficials reben més aliment que no pas els soldats, a més de tenir en compte el seguici format per civils: dones i fills dels combatents, comerciants, etc.) (Lynn, 1993, p. 140). Així, per a la guarnició de 5.000 soldats necessitem 7.500 racions diàries. La ració normal perquè una persona pugui sobreviure és, aproximadament, de 600 grams de pa al dia. Per tant, la guarnició de Balaguer necessitava 4.500 quilograms de pa cada dia que, multiplicats pels 40 dies que van estar isolats, donen un resultat final que supera les 180 tones de pa (aquests 40 dies són una estimació optimista, ja que Villadarias passà el Segre el dia 11 de Juny, i Balaguer fou alliberada cap al 26 de juliol). Si a aquesta quantitat li sumem el fet que els aliats no van tenir gaire temps de recollir el blat de l'Urgell abans de l'ofensiva borbònica, i que no s'estan calculant ni les necessitats d'aigua ni, especialment, el farratge per als animals, podem entendre la complexitat que suposava per als aliats la defensa de Balaguer. Certament a Balaguer hi havia subministraments abans d'iniciar-se el bloqueig borbònic; però com hem dit els aliats no van poder segar el blat abans de l'ofensiva enemiga i, per tant, les reserves de menjar dins la ciutat no podien ser gaire abundants.

En contra del que expressen alguns historiadors (Creveld, 2004, p. 39), segons els quals els exèrcits del segle XVIII obtenien el 90% dels queviures necessaris per a la seva subsistència del terreny en el qual estaven concentrats, aquest no pot ser el cas pel que fa a la guerra a la Península Ibèrica. Els territoris on es va combatre eren molt més pobres en recursos cerealístics que no pas el centre i el nord d'Europa i, per tant, es requeria d'un complement substancial en forma d'abastiments provinents de bases logístiques.

Sense aquests algunes de les accions realitzades a les campanyes de 1710 i de 1711 serien impossibles, com per exemple l'estada a Prats de Rei, a finals de 1711,

de dos exèrcits que superaven els 30.000 combatents per un període de quatre mesos. La zona de l'Urgell estava devastada per les incursions de l'any anterior i, per tant, difícilment el seu blat hauria abastit cap de les dues forces, especialment en ple hivern.

Pel que fa al cas concret de Balaguer, mentre els borbònics controlessin les planes d'Urgell els aliats necessitarien subministraments provinents de Barcelona i, encara més important, la guarnició de Balaguer no tindria accés a una zona prou àmplia com per garantir la seva subsistència, malgrat que la Ribagorça pogués alleugerir part de les seves necessitats.

L'existència necessària d'aquesta ruta de subministrament es pot confirmar, a més, per l'evolució del preu del blat a la capital catalana. Mentre que al 1707 una quartera de gra (equivalent a un volum d'entre 70 i 80 litres) es pagava a 58 sous i al 1709 es feia a 82 sous, en arribar al 1710 la xifra es dispara als 114 sous, que baixa posteriorment als 107 sous que valia al 1711 i als 83 del 1712 (Feliu, 1991, p. 36).

Quant al pa, l'evolució és gairebé idèntica. Al 1708 una lliura de pa es pagava a 0,57 sous, i al 1709 el preu havia pujat fins als 0,63. Per al 1710 no hi ha cap valor anotat, però al 1711 el cost s'havia enfilat fins als 0,75 sous per lliura, gairebé el doble del que valia abans de la guerra (Feliu, 1991, p. 40). Tenint en compte aquestes dades, podem formular la hipòtesi que el preu del blat va pujar tant al 1710 i al 1711 perquè calia alimentar els 20.000 o 30.000 combatents que formaven l'exèrcit aliat, i a sobre la plana d'Urgell estava ocupada pels borbònics. El preu del farratge va tenir una evolució similar, per la qual cosa tot sembla indicar que tant el gruix de l'exèrcit com la guarnició de Balaguer feien servir l'aliment provinent de Barcelona, i amb l'increment del contingent també va augmentar el preu del blat en aquesta ciutat (que probablement era convertit en pa abans de ser enviat cap a l'exèrcit degut a la dificultat de fabricar-lo al campament de manera regular). Addicionalment, la tesi de la subsistència basada en el territori circumdant proposada per van Creveld no explica el que passava quan un exèrcit residia en territori amic, tal com feien les forces comandades per Starhemberg. Així, es referma encara més la idea d'una ruta de subministrament aliada prou potent com per mantenir els 5.000 soldats de la guarnició de Balaguer.

Per resoldre el problema, per tant, era necessari establir algun sistema logístic capaç de subministrar la fortalesa. Segons les fonts de l'època, la mitjana de càrrega d'una mula quant a racions diàries de pa era de 50 (Lynn, 1993, p. 141). Aquestes racions sumen un total de 30 quilograms, als quals hem de sumar la resta de queviures necessaris, municions, etc. Per tant, per transportar el pa necessari per a la guarnició en un sol dia es requerien 150 mules, combois massa lents i grans com per burlar les patrulles borbòniques establertes a la plana d'Urgell. Així, els aliats degueren modificar la via de comunicacions per passar per Manresa (i continuar possiblement per Cardona i Solsona), seguint un camí que, tot i ser més lent que el pas per Calaf, era molt més segur. És en aquest punt on s'entenen les constants al·lusions de les fonts a la petita guerra desenvolupada a les zones muntanyoses, ja que els milers de miquelets austriacistes controlaven una ruta lliure de contingents borbònics, on podien circular els combois cap a Balaguer, mantenint així subministrat aquest punt clau del dispositiu aliat.

Model de joc

Per respondre la segona qüestió plantejada, relativa a la decisió borbònica de retirar-se de l'Urgell, podem dissenyar un model de joc que ens permeti analitzar el problema, tot introduint-hi les diverses opcions recollides en l'estudi de les fonts textuals. S'ha definit un joc de tipus estratègic, prenent com a base la definició del model feta per Osborne (1994, p. 13). La comandància borbònica és definida com a jugador B , i el seu conjunt de possible accions A_B seria:

- A_{B1} : plantejar un setge en les formes sobre Balaguer.
- A_{B2} : ocupar la plana d'Urgell (Igualeda, Calaf i Cervera) i forçar el pas cap a Barcelona.
- A_{B3} : ocupar la plana d'Urgell i intentar bloquejar Balaguer.

Per la seva banda, el comandant aliat al teatre de guerra català, Guido von Starhemberg, tenia unes opcions prou limitades, degut a l'escassetat de tropes i de recursos. Si el definim com a jugador S , el seu conjunt d'accions elegibles A_S , definides també pels diferents autors, seria:

- A_{S1} : passar a l'ofensiva i atacar l'exèrcit borbònic a la zona del Pla d'Urgell.
- A_{S2} : defensar Balaguer evitant batalla a camp obert.
- A_{S3} : retirar-se a la línia de defensa geogràfica articulada al voltant de Cardona, Manresa i Igualeda.

Així, la taula 1 mostra un possible joc estratègic d'aquest escenari. Com veiem, la combinació d'algunes d'aquestes opcions fa que determinats resultats siguin molt perjudicials per a un dels bàndols (i, per tant, estratègies errònies per a ells), mentre que d'altres tenen possible validesa en funció de la quantitat de tropes i de recursos logístics de cadascun dels exèrcits.

Taula 1.

	A_{S1}	A_{S2}	A_{S3}
A_{B1}	Batalla	Setge a Balaguer	Rendició de Balaguer
A_{B2}	Batalla	Atacs a la rereguarda borbònica	Rendició de Balaguer i l'Urgell
A_{B3}	Batalla	Situació d'equilibri	Rendició de Balaguer i l'Urgell

Deixant de banda els creuaments d'eleccions que acaben en batalla, que tractarem seguidament amb més cura, podríem estimar el guany de cadascuna de les situacions, tenint en compte que en qualsevol cas el valor v serà tal que $0 \leq v \leq 1$, i que v serà el benefici obtingut pel bàndol borbònic (sent el benefici austriacista $1-v$, ja que hem formulat el model com a joc de suma zero).

D'aquesta manera, si l'objectiu dels borbònics per a la campanya era l'increment de territoris catalans conquerits, podríem donar valor a aquestes situacions, tal com es mostra a la taula 2.

Taula 2.

	A_{S1}	A_{S2}	A_{S3}
A_{B1}	B	0,2	0,7
A_{B2}	B	0	1
A_{B3}	B	0,5	1

Definides les altres probabilitats, queda el cas en el qual els austriacistes haguesin decidit seguir A_{S1} . Inevitablement, la situació hagués esdevingut una batalla campal (esdeveniment B). Deixant de banda la casuística particular de cada situació, és possible establir una fórmula que permeti conèixer el guany potencial de la situació per als bàndols en conflicte. Per modelar un enfrontament, prendrem com a valors essencials el nombre de soldats N i la seva eficiència E , entesa com a valor global que defineix la situació logística, experiència i moral dels combatents de l'exèrcit. Per tant, podríem definir una fórmula que permetés mostrar el possible resultat d'una batalla. Cal destacar, d'altra banda, que tenint en compte la vàlua de la cavalleria en aquesta època i territori hem decidit comptabilitzar cada genet com a 1.5 infants.

Definim el valor de combat de cadascun dels dos bàndols (sent A el bàndol borbònic, i B el bàndol austriacista) de la manera següent:

$$v_a = \frac{N_a * E_a}{\text{Max}(N_a, N_b)} \qquad v_b = \frac{N_b * E_b}{\text{Max}(N_a, N_b)}$$

Del qual es dedueix que el resultat compleix necessàriament: $0 \leq V_i \leq 1$. Restant el valor del defensor del de l'atacant obtenim: $X = V_a - V_b$, tenint en compte que $-1 \leq X \leq 1$.

Finalment, com que per al joc estratègic necessitem un valor comprès entre 0 i 1, que serà el guany potencial del bàndol borbònic, ajustem d'aquesta manera el resultat:

$$R = \frac{X+1}{2}$$

Si definim el valor d'eficiència E de tal manera que estigui inclòs en l'interval $[0..1]$, la mesura R ens donarà una mostra del poder de combativitat d'un exèrcit en relació amb el seu contrincant. De fet, el valor E és en realitat el percentatge de l'exèrcit capaç de combatre. Per tant, la variable decreixerà quan hi hagi problemes logístics, baixa moral, etc.

Així, l'esdeveniment B , que ha de complir $0 \leq B \leq 1$, queda definit de la manera següent:

$$B = \frac{\frac{N_a * E_a}{\text{Max}(N_a, N_b)} - \frac{N_b * E_b}{\text{Max}(N_a, N_b)} + 1}{2}$$

Taula 3.

	A_{S1}	A_{S2}	A_{S3}
A_{B1}	0,587	0,2	0,7
A_{B2}	0,587	0	1
A_{B3}	0,587	0,5	1

Si a l'inici de la campanya l'eficiència dels dos exèrcits era lògicament molt alta ($E=1$), podem calcular el valor de B en el moment àlgid de la campanya per Balaguer, que és el segon pas del Segre per part dels borbònics (el dia 10 de juny de 1710). Com hem constatat en referències a les fonts textuals, les forces borbòniques com a mínim constaven de 16.000 infants i 6.000 genets, i els seus contrincants podien reunir en el teatre d'operacions vora Balaguer 14.200 infants i 4.300 genets. Per tant, el model estratègic final seria el mostrat a la taula 3, un cop fets els càlculs pertinents:

Pel que fa a les altres alternatives, la tria de l'acció A_{S3} per part austriacista implicaria la conquesta borbònica d'una important part del territori català sense resistència, per la qual cosa tampoc no hauria estat una decisió correcta. Cal destacar, però, que l'any posterior a aquesta campanya va ser la mesura que Starhemberg va adoptar després de la desfeta anglesa a Brihuega i la posterior batalla de Villaviciosa. En aquest altre cas va ser possiblement l'estratègia més correcta, ja que després de l'erosió i depredació que el 1710 els borbònics desfermaren a la zona de Balaguer i l'Urgell no quedaven subministraments suficients per què l'exèrcit austriacista afrontés l'hivern amb garanties estacionat en aquesta àrea. Això hagués implicat, per tant, que l'eficiència de l'exèrcit hauria disminuït considerablement (Castellvi, 1999, vol. III, p. 216). Per tot això A_{S2} sembla ser l'opció correcta per als austriacistes en el moment de l'obertura de la campanya. Per part dels borbònics, A_{B1} havia de ser descartada, ja que sacrificar temps i combatents en el setge de Balaguer just en el moment que gaudien de superioritat numèrica considerable podia significar perdre una bona oportunitat d'acabar la guerra a Catalunya en un sol any. A_{B2} era possiblement un suïcidi per part dels borbònics, ja que intentar forçar el pas cap a Barcelona deixant Balaguer a la rereguarda permetria tant a les forces de la plaça com als ferotges miquelets amenaçar la ruta logística borbònica, en una situació encara pitjor de la que va forçar la retirada de Catalunya durant el 1706. Així, A_{B3} era la decisió més correcta a prendre tenint en compte les possibles respostes austriacistes a l'ofensiva borbònica. Això va comportar una situació d'equilibri que es mantingué gairebé dos mesos. Per intentar trencar aquest punt mort ambdós bàndols van organitzar incursions contra les línies logístiques enemigues. Destacaments aliats van travessar en nombroses ocasions Segre i Noguera Ribagorçana, tot interceptant les caravanes de subministraments enemigues.

Alhora, Starhemberg va intentar enfortir les guarnicions aliades que encara resistien a l'Aragó. Per part borbònica, com ja hem esmentat, hi va haver expedicions per capturar emplaçaments clau en la ruta de Balaguer i d'Agramunt fins a Barcelona. A més, la comandància borbònica cercà desesperadament forçar una batalla campal contra el reduït exèrcit austriacista, al mateix temps que intentava

Taula 4.

	A_{S1}	A_{S2}	A_{S3}
A_{B1}	0,4875	0,2	0,7
A_{B2}	0,4875	0	1
A_{B3}	0,4875	0,5	1

provocar la rendició de Balaguer mitjançant el tall de la ruta logística que menava subministraments a la guarnició aliada. Si qualsevol d'aquests dos fets hagués succeït (la derrota aliada en batalla o la caiguda de Balaguer), el desenvolupament de la campanya hagués estat molt diferent, ja que la rendició de la fortalesa o una derrota contundent d'Starhemberg podria haver obert les portes cap a Barcelona en uns termes prou avantatjosos per a la causa borbònica. És aquest, doncs, el punt central de tota la campanya: l'exèrcit austriacista aconseguí crear una ruta logística fins a Balaguer, de tal manera que l'eficiència de la guarnició es va mantenir a un nivell elevat durant tota l'època que va durar el bloqueig per part dels borbònics. Al mateix temps, Starhemberg fou prou intel·ligent com per no arriscar-se a la desfeta absoluta en cas de derrota en una batalla campal.

En termes de teoria de jocs, si fem servir l'estratègia MiniMax per computar el joc estratègic (Dresher, 1981, p. 13) detectem un únic punt de sella a la taula en la tria conjunta d'accions A_{B3} i A_{S2} , fet que denota l'existència d'un equilibri Nash que correspon a les decisions històriques triades i a la situació que es generà (Russell i Norvig, 2004, p. 185).

Així, segons el concepte d'equilibri de joc, malgrat que Villadarias sapigués que els aliats no pensaven entrar en batalla ni retirar-se, el comandant borbònic hauria continuat fent les mateixes accions, ja que eren les que li podien reportar uns majors beneficis; al seu torn, els aliats tampoc no haguessin variat l'estratègia triada si les seves fonts d'intel·ligència els haguessin subministrat tot el pla d'operacions borbònic.

Els reforços provinents de Girona i els d'Itàlia van donar peu a reconsiderar l'opció ofensiva per part dels austriacistes, ja que a l'increment del nombre de forces sota la comandància d'Starhemberg se sumaven les dificultats de l'exèrcit borbònic. Tornant al model estratègic anteriorment descrit, els reforços es traduirien en un augment significatiu de la variable, i les epidèmies i els problemes logístics borbònics, en una disminució de E_a . Podem, per tant, afegir aquestes modificacions a l'hora de fer els càlculs del joc.

Si tenim en compte que les forces borbòniques constaven d'uns 20.000 infants i 8.000 genets per 16.000 infants i 6.000 genets austriacistes, i definint com a valors d'eficiència $E_a=0,6$ i $E_b=0,8$ tenint en compte el desgast dels combats, les dificultats logístiques i les malalties a camp borbònic, els valors del joc estratègic varien fins a situar-se en els mostrats a la taula 4.

En aquest context, l'opció A_{S1} passà a ser la més adequada dins el conjunt global d'opcions del bàndol austriacista, ja que aplicant el teorema MiniMax deixa d'existir un punt de sella a la intersecció entre A_{B3} i A_{S2} perquè el jugador austriacista surt més beneficiat triant la seva primera opció.

Aquest canvi en la situació fou percebut tant per ells com pels seus enemics (Boyer, 1711, p. 90), i Villadarias decidí retirar les tropes cap a zones més avançades des d'un punt de vista defensiu i logístic. Els borbònics intentaren bloquejar el pas que hi ha a Alfarràs per passar el riu Noguera Ribagorçana, però la maniobra fou un complet desastre. El general anglès James Stanhope s'avançà a les forces de les dues Corones tot travessant la Noguera Ribagorçana i desplegant-se a les altures que dominen la població d'Almenar. Aquesta decisió fou crítica per la victòria posterior aliada, que permeté obrir el cor d'Aragó als austriacistes i allunyar l'amenaça borbònica de Barcelona.

Conclusions

L'estudi mitjançant teoria de jocs a la fase inicial de la campanya de 1710, que acabà amb la victòria austriacista d'Almenar, és una exploració del potencial de la teoria de jocs en tant que eina per modelitzar situacions concretes, tot intentant formular noves hipòtesis vàlides en l'estudi i la interpretació de la història.

La modelització, però, no està exempta de riscos i d'inconvenients, el principal dels quals és una possible manca de dades per alimentar el model. Sense informació precisa s'ha d'augmentar el nombre de variables estimades, i aquest fet comporta un augment en el possible error dels càlculs posteriors. Per aquest motiu, variables com l'eficiència dels exèrcits, definida en aquest treball, haurien d'anàlitzar-se de manera més atenta en treballs futurs. Això, d'altra banda, augmenta el grau de complexitat del model matemàtic, per la qual cosa s'ha decidit en un primer terme definir-ho com una variable global a efectes de la facilitat d'interpretació.

En tot cas, el valor d'eficiència d'un exèrcit hauria de ser determinat en bona part per l'experiència de les tropes, la seva moral, les condicions logístiques, la capacitat dels comandants i, de manera especialment rellevant, pel terreny que s'ocupa en cada moment. La utilitat d'aquest model és que fàcilment pot integrar el coneixement generat per altres camps, com per exemple fonts documentals escrites, dades econòmiques, anàlisi del terreny, etc., a través de la definició de models com el presentat.

Així, la teoria de jocs és una eina que pot servir per discretitzar aquestes dades, amb la finalitat de delimitar la selecció de variables rellevants en el procés de decisió, tot ajudant a formular noves hipòtesis a partir de l'estudi de les fonts.

Bibliografia

- BACALLAR, V. (1957). *Comentarios de la Guerra de España e historia de su rey Felipe V, el Animoso*. Madrid: BAE.
- BINMORE, K. (1992). *Fun and Games. A text on Game Theory*. USA: D.C. Heath & Company.
- BLACK, J. (2004). *Rethinking Military History*. UK: Routledge.
- BOYER, A. (1711). *History of the reign of Queen Anne*. UK: Thomas Ward Print.
- BRAMS, S.; KILGOUR, M. (1984). *Teoría de juegos y seguridad nacional*. Madrid: Ministerio de Defensa.
- CARNAP, R.; MORGENSTERN, O.; WIENER, N. (1974). *Matemáticas en las ciencias del comportamiento*. Madrid: Alianza Editorial.
- CASTELLVÍ, F. (1999). *Narraciones históricas*. Vol. III. Madrid: Fundación Elías de Tejada.

- COXE, W. (1815). *Memoirs of the Kings of Spain of the House of Bourbon*. UK: Longman.
- (1820). *Memoirs of John Churchill Duke of Marlborough*. UK: Longman.
- CREVELD, M. Van (2004). *Supplying War. Logistics from Wallenstein to Patton*. USA: Cambridge University Press.
- DRESHER, M. (1981). *The Mathematics of Games of Strategy*. USA: The Rand Corporation.
- DUFFY, C. (2008). *By Force of Arms. The Austrian Army in the Seven Years War*. Vol. II. USA: The Emperor's Press.
- ESPINO, A. (1993). «La historia militar. Entre la tradición y la renovación». *Manuscripts, Revista d'Història Moderna*, 11, p. 215-242.
- FELIU, G. (1991). «Precios y salarios en la Cataluña moderna». *Estudios de Historia Económica*, núm. 21, vol. I. Madrid: Banco de España.
- HERNÁNDEZ, F.X. (2001-2004). *Història militar de Catalunya*. 4 vols., Barcelona: Rafael Dalmau Editors.
- (2007). *Els exèrcits de Catalunya, 1713-1714*. Barcelona: Rafael Dalmau Editors.
- HERNÁNDEZ, F.X.; RUBIO, X. (2008). *La batalla de Cardedeu 1808. 200 anys de la Guerra del Francès*. Cardedeu: Ajuntament de Cardedeu.
- HOCHEDLINGER, M. (1999). «Bella gerant alii...? On the state of Early Modern Military History in Austria». *Austrian History Yearbook*. Vol. XXX, p. 237-277.
- ISAACS, R. (1999). *Differential Games: A Mathematical Theory with Applications to Warfare and Pursuit, Control and Optimization*. UK: Dover Publications.
- KEEGAN, J. (1983). *The face of battle*. USA: Penguin Books.
- LYNN, J. (1993). *Feeding Mars. Logistics in Western Warfare from the Middle Ages to the Present*. USA: Westview Press.
- (2003). *Battle. A History of Combat and Culture*. USA: Westview Press.
- MAHON, Lord (1832). *History of the War of Succession in Spain*. UK: John Murray.
- MARTÍ ESCAYOL, M. (2001). «Catalunya dins la xarxa científica de la il·lustració. John Polus Lecaan: medicina i botànica a Barcelona durant la Guerra de Successió». *Manuscripts, Revista d'Història Moderna*, 19, p. 175-194.
- Ministry at Home (1712). *An Impartial enquiry into the management of the war in Spain*. UK: John Morphew.
- OSBORNE, M.; RUBINSTEIN, A. (1994). *A course in Game theory*. USA: The MIT Press.
- PARKER, G. (2005). «The Military Revolution. 1955-2005: From Belfast to Barcelona and the Hague». *Journal of Military History*. Vol. 69, p. 205-209.
- PARNELL, A. (1905). *The War of the Succession in Spain during the Reign of Queen Anne (1702-1711)*. UK: George Bell and sons.
- PEDROZO, A. (ed.) (1710). *Relaçam da Batalha, que se deu entre os dous Exercitos de Catalunha, & Castella, em 27. de Julho passado, junto a Almenara*. Lisboa.
- PITAVAL, G. (1715). *Histoire des Combats d'Almenar et de Pennalva, des Batailles de Saragosse, de Villaviciosa, et du siege de Gironne*. France: Claude Jombert.
- RAA, T. (1956). *Het Staatsche Leger*. Gravenhage: Koninklijke Militaire Akademie.
- ROTH, J. (1999). *The Logistics of the Roman army at war: 264 B.C. - A.D. 235*. USA: Brill Academic Publishers.
- RUSSEL, S.; NORVIG, P. (2004). *Inteligencia artificial. Un enfoque moderno*. Madrid: Pearson Prentice Hall.
- SMITH, J. (1982). *Evolution and the Theory of Games*. UK: Cambridge University Press.
- SUTHERLAND, T. (2005). «The Battle of Agincourt: An Alternative location?». *Journal of Conflict Archaeology*, 1, p. 245-263.
- THOYRAS, R. (1749). *Histoire d'Angleterre*. Vol. XXVI, La Haye: Alexandre de Rogissart.
- WILLIAMS, D. (2004). *The battle of Bosworth Field*. UK: Leicestershire County Council.