

UN PROGRAMA DE CALCULO PARA LA IDENTIFICACION DE REACCIONES NUCLEARES EN LA EMULSION FOTOGRAFICA

por M. Ortega,^{*} A. Vidal-Quadras,^{**} M. Tomás^{***} y C. Jacquot.[§]

RESUMEN

Este trabajo tiene por objeto la identificación de reacciones nucleares inducidas por proyectiles de energía intermedia sobre los núcleos ligeros de la emulsión fotográfica. A la geometría de cada suceso se le asignan hipótesis de masa y carga que son juzgadas a la luz de las conservaciones de momento y de energía. Las hipótesis retenidas son dotadas de una probabilidad normalizada.

SUMMARY

This work aims to identify nuclear reactions induced by intermediate energy beams on the photographic emulsion light nuclei. Mass and charge hypothesis are given to each event and momentum and energy conservation used to determine their acceptance. A statistical weight is assigned to the accepted kinematical configurations.

* Lic. en Ciencias Físicas. Prof. Ayudante. Lab. de Física Corpuscular. Dep. de Física Fundamental. Fac. de Ciencias. Universidad Autónoma de Barcelona.

** Lic. en Ciencias Físicas. Prof. Adjunto. Lab. de Física Corpuscular. Dep. de Física Fundamental. Fac. de Ciencias. Universidad Autónoma de Barcelona.

*** Doctor en Ciencias Físicas. Prof. Agregado. Lab. de Física Corpuscular. Dep. de Física Fundamental. Fac. de Ciencias. Universidad Autónoma de Barcelona.

§ Docteur ès Sciences Physiques. Laboratoire de Physique Corpusculaire. Centre de Recherches Nucleaires. Strasbourg.

I - INTRODUCCION

El objeto de este trabajo es la identificación de la cinemática de reacciones nucleares inducidas por proyectiles de energía intermedia (inferior a la aparición de masa mesónica) sobre los núcleos ligeros de la emulsión fotográfica.

Los sucesos que constituyen el material de nuestro estudio son, por tanto, las estrellas de interacción de cualquier número de brazos registradas en la emulsión en las condiciones indicadas. Para aquellas estrellas cuyo número de productos emergentes sea superior a cuatro el detector utilizado es el idóneo, dado que cubre todo el espacio en volumen y no está sujeto a la limitación de las coincidencias múltiples. Por otra parte, su precisión y umbral de detección son excelentes.

Para la identificación de una reacción se hace necesario asignar una hipótesis de masa y carga (desconocidas en principio) a cada producto de la misma, utilizando la conservación de la energía y del momento como criterio para juzgar la bondad de esta asignación. En una estrella de seis brazos, por ejemplo, deben considerarse unas 100000 configuraciones posibles, cada una de las cuales ha de ser examinada y admitida o rechazada. La magnitud del número de hipótesis posibles a juzgar y el dotar a aquéllas que se acepten de un peso estadísticamente correcto son problemas resolubles únicamente mediante un programa de cálculo altamente elaborado, que plantea serias dificultades de rentabilidad en cuanto a tiempo de máquina y de orden teórico en cuanto a reflejar correctamente la realidad física de los fenómenos tratados.

En 1965 esta cuestión fué abordada en el C. R. N. de Estrasburgo por C. Jacquot y su equipo con la elaboración del programa ARACARI. La utilización del mismo dió lugar en los años posteriores a una serie de trabajos en la Física Nuclear de energías intermedias utilizando la emulsión como detector. (I-1, I-2, I-3, I-4, I-5, I-6, I-7). Sin embargo, pronto se puso de manifiesto que el programa de identificación empleado requería un profundo perfeccionamiento tanto desde el punto de vista estructural como de la corrección estadística de los resultados. Al iniciarse en Enero de 1971 la colaboración entre los Laboratorios de Física Corpuscular de Estrasburgo y Barcelona para el estudio de las interacciones de partículas Alfa de 40 MeV. y protones de 150 MeV. con los núcleos C, N, O de la emulsión, se tomó la decisión de empezar por la confección de un nuevo programa de identificación que perfeccionara aquellos aspectos de Aracari susceptibles de necesaria mejora. Este trabajo es el resultado de aquel propósito.

II - EL ASPECTO FISICO

1.- EL DETECTOR

La emulsión nuclear (II-1-1, II-1-2) está formada por gelatina con una alta concentración de Bromuro de Plata. Cuando una partícula cargada penetra en este medio activa los cristales de BrAg que halla en su recorrido. En el proceso de revelado estos cristales se transforman en granos de Ag observables al microscopio. Se forma así una traza (Fig. 1) que recoge el paso de la partícula cargada por el detector.

2.- MEDIDA DE LA GEOMETRIA

La geometría de una estrella de interacción queda completamente determinada con el conocimiento del recorrido R, el ángulo azimutal K y el complementario del ángulo cenital Θ de cada brazo. Las medidas se realizan mediante una escala ocular, un goniómetro y un comparador adaptados al microscopio. (Fig. 2). Los parámetros medidos son :

- L : Longitud proyectada
- D: Profundidad (Fig. 3)
- S: Espesor de la placa en el momento de la medida
- S₀ : Espesor virgen de la placa (espesor antes del revelado)
- K: Angulo azimutal
- G : Equivalencia en micras de una división de la escala ocular

A partir de estos parámetros el recorrido R y el ángulo Θ (Fig. 3) vienen dados por las expresiones :

$$R = \sqrt{(LG)^2 + (DS_0/S)^2} \quad , \quad \Theta = \text{arc tg} \left((DS_0/S) / LG \right) \quad (1)$$

3.- GEOMETRIA Y CINEMATICA

La cinemática de la reacción nuclear considerada quedará determinada con el conocimiento de la carga, masa, momento y dirección de cada uno de sus productos. El recorrido de una partícula cargada en la emulsión nuclear viene relacionado con su energía cinética por la expresión:

$$R = M/Z^2 \lambda(\beta) + MZ^2/3 C_Z (\beta/Z) \quad (2)$$

donde:

- Z: Carga de la partícula
- M: Masa en reposo de la partícula
- $\lambda(\beta)$: Recorrido de un protón del mismo
- β : Velocidad de la partícula medida en unidades de c
- $C_Z(\beta/Z)$: Término correctivo que varía en función de β/Z y calculado por diversos autores (II-3-1, II-3-2).

De esta forma pueden construirse curvas recorrido-energía. Si llamamos E a la energía total de un fragmento en MeV., su momento en MeV./c será:

$$P = \sqrt{E^2 - M^2} \quad (3)$$

En definitiva, hecha una asignación de masa y carga para cada brazo de la interacción, la medida de la geometría nos proporciona la cinemática del suceso. La conservación del momento y la energía nos permitirán juzgar la verosimilitud de la hipótesis.

4.- LA IDENTIFICACION

La verificación de las leyes de conservación exige que las cuatro expresiones:

$$\begin{aligned}
 U &= \sum_{i=1}^N p_i \cos \theta_i \cos K_i \\
 V &= \sum_{i=1}^N p_i \cos \theta_i \sin K_i \\
 W &= \sum_{i=1}^N p_i \sin \theta_i \\
 H &= E_1 - \sum_{i=1}^N E_i - Q + M_p
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

sean nulas. En ellas, N es el número de brazos de la interacción, p_i el momento del brazo i , E_1 la energía total del proyectil, M_p la masa del blanco, E_i la energía total del brazo i , y Q la diferencia entre la masa incidente y la emergente. La magnitud de U, V, W y H está, pues, directamente relacionada con la bondad de la asignación de masa y carga a cada brazo, permitiendo la identificación de los mismos.

La producción de un neutrón (partícula invisible al no estar cargada y no ser registrada en la emulsión) puede tratarse asignándole el momento que garantice la conservación ($U = 0, V = 0, W = 0$), quedando la conservación de la energía como único criterio de identificación. De la misma forma pueden tratarse las trazas perdidas (trazas cuya energía está indeterminada por salir del stack), hasta un número máximo de tres.

III -- EL ASPECTO ESTADISTICO

1. -- CONSIDERACIONES GENERALES (III- 1 - 1)

a) Caso en que todos los parámetros estén bien medidos.

Supongamos que se miden n magnitudes $y_1 \dots y_n$ y sean $y_1^m \dots y_n^m$ los resultados de las medidas. Cada una de ellas vendrá afectada de un error σ_i , determinado a partir de las condiciones experimentales. Las magnitudes y_i están sometidas a m ligaduras $F_j(y_1 \dots y_n) = 0, j = 1, \dots, m$. Se trata de hallar los valores de las y_i que minimicen la función χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - y_i^m)^2}{\sigma_i^2}$$

estando sometidos a las ligaduras F_j . Para ello construimos la función ϕ :

$$\phi = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - y_i^m)^2}{\sigma_i^2} + \sum_{j=1}^m \lambda_j F_j(y_1 \dots y_n)$$

Formamos el sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

$$F_j(y_1 \dots y_n) = 0, \quad j = 1, \dots, m$$

Este sistema tiene $n+m$ ecuaciones y $n+m$ incógnitas, las λ_j y las y_i . Entre las soluciones del sistema está la que buscamos (método de los multiplicadores de Lagrange).

Matricialmente, podemos escribir:

$$\phi = (\Delta Y)^T G_m \Delta Y + \lambda^T F(Y) \quad , \quad \text{donde:}$$

$$\Delta Y = \begin{pmatrix} y_1 - y_1^m \\ \vdots \\ y_n - y_n^m \end{pmatrix} \quad \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \end{pmatrix} \quad F(Y) = \begin{pmatrix} F_1(y_1 \dots y_n) \\ \vdots \\ F_m(y_1 \dots y_n) \end{pmatrix}$$

$$G_m^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad G_m = \begin{pmatrix} 1/\sigma_1^2 & & & \\ & 1/\sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1/\sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

Suponemos que las y_i son independientes por lo que los términos de correlación son nulos.

Para escribir el sistema de ecuaciones de manera que sea resoluble con la computadora procederemos a linealizar las ecuaciones de ligadura. Tomamos un valor aproximado \tilde{Y} de Y . Prescindiendo de los términos de orden superior al primero:

$$F(Y) = F(\tilde{Y}) + \frac{\partial F}{\partial Y} (Y - \tilde{Y}) \quad , \quad \text{ahora bien} \quad \begin{cases} \Delta Y = Y - Y^m \\ \Delta \tilde{Y} = \tilde{Y} - Y^m \end{cases}$$

$$\text{siendo} \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad Y^m = \begin{pmatrix} y_1^m \\ \vdots \\ y_n^m \end{pmatrix} \quad \tilde{Y} = \begin{pmatrix} \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}_n \end{pmatrix}$$

Pero $\Delta Y - \Delta \tilde{Y} = Y - \tilde{Y}$ y se tiene:

$$F(Y) = F(\tilde{Y}) + \frac{\partial F}{\partial Y} (\Delta Y - \Delta \tilde{Y}) = B \Delta Y + R \quad \text{siendo:}$$

$$B = \frac{\partial F}{\partial \tilde{Y}} \quad , \quad R = F(\tilde{Y}) - \frac{\partial F}{\partial \tilde{Y}} (\tilde{Y} - Y^m)$$

Las ecuaciones de ligadura serán : $B \Delta Y + R = 0$.

Se tiene , pues : $\phi = (\Delta Y)^T G_m \Delta Y + 2 \lambda^T (B \Delta Y + R)$

(El factor 2 se añade por comodidad de escritura)

Tomando ΔY como variable en lugar de Y :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \Delta Y} = 0 \quad : \quad 2(\Delta Y)^T G_m + 2 \lambda^T B = 0_p \quad \text{de donde:}$$

$$\Delta Y = -G_m^{-1} B^T \lambda \quad \lambda = G_B R \quad , \quad G_B = (B G_m^{-1} B^T)^{-1}$$

La solución buscada es $Y = Y^m + \Delta \tilde{Y}$

Los errores que afectan a las y_i vienen dados por la matriz:

$$G_Y^{-1} = \left(\frac{\partial Y}{\partial Y^m} \right) G_m^{-1} \left(\frac{\partial Y}{\partial Y^m} \right)^T \quad (5)$$

$$\text{Tras operar, queda: } G_Y^{-1} = G_m^{-1} - G_m^{-1} B^T G_B^{-1} B G_m^{-1}$$

Se trabaja por iteración. Inicialmente $Y = Y^m$, y mediante el proceso descrito previamente obtenemos $Y_1 = Y^m + Y$. A continuación procederemos exactamente igual con $Y = Y_1$ y obtendremos Y_2 . El proceso se detiene estableciendo un criterio sobre los valores de las F_j . La matriz de errores sobre Y se calcula al final del proceso:

$$G_Y^{-1} = G_m^{-1} - G_m^{-1} B^T \left[G_B^{-1} \right]_Y B G_m^{-1} \quad \text{siendo} \quad \left[G_B^{-1} \right]_Y = \left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right) G_m^{-1} \left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right)^T$$

tras ν iteraciones.

b) Caso en que hay parámetros no medidos o mal medidos.

Si ciertas magnitudes, que designaremos Y^* no han sido medidas o han sido mal medidas, utilizando la misma nomenclatura que en el apartado anterior:

$$\phi = (\Delta Y)^T G_m (\Delta Y) + (\Delta Y^*)^T G_m^* \Delta Y^* + \lambda^T F(Y, Y^*)$$

donde las Y son las magnitudes bien medidas. Procediendo de manera análoga a como se ha establecido en a):

$$\Delta Y = - G_m^{-1} B^T \lambda \quad B = \frac{\partial F}{\partial Y}$$

$$\Delta Y^* = - K^{-1} B^{*T} G_B R, \quad K = B^{*T} G_B B^*, \quad G_B = (B G_m^{-1} B^T)^{-1}$$

$$R = F(Y, Y^*) + \frac{\partial F}{\partial Y} \Delta Y - \frac{\partial F}{\partial Y^*} \Delta Y^*$$

Las matrices de errores sobre Y e Y^* son:

$$G_Y^{-1} = G_m^{-1} - G_m^{-1} B^T G_B B G_m^{-1} + G_m^{-1} B^T G_B B^* K^{-1} B^{*T} G_B B G_m^{-1}$$

$$G_{Y^*}^{-1} = K^{-1}$$

2.- APLICACION A NUESTRO PROBLEMA

En nuestro caso, las magnitudes medidas son $L, D, K, C = S_0/S$ (Coeficiente de contracción). Sin embargo, los parámetros Y son p, K, θ de cada brazo, obtenidos a partir de la geometría según se indica en II - 3. Los errores $\sigma_p, \sigma_K, \sigma_\theta$ se obtienen a partir de los $\sigma_L, \sigma_D, \sigma_C, \sigma_K$ de acuerdo con las expresiones:

$$\sigma_K^2 = \sigma_K^2, \quad \sigma_\theta^2 = \left(\frac{\partial \theta}{\partial L} \right)^2 \sigma_L^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial D} \right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial C} \right)^2 \sigma_C^2$$

resultando:

$$\sigma_K = \sigma_K, \quad \sigma_\theta = \frac{G}{R^2} \sqrt{C^2 (D^2 \sigma_L^2 + L^2 \sigma_D^2) + D^2 L^2 \sigma_C^2}$$

El error en el módulo del momento, σ_p , viene dado por el error en el recorrido:

$$\sigma_R = \frac{1}{R} \sqrt{D^2 C^2 (C^2 \sigma_D^2 + D^2 \sigma_C^2) + G^4 L^2 \sigma_L^2}$$

y de las curvas recorrido-energía.

Las ligaduras F_j son las ecuaciones de conservación (4). La matriz B se obtiene derivando las cuatro ligaduras respecto a los parámetros p, θ, K de cada brazo.

En caso de admitir la producción de un neutrón los parámetros X no medidos son p, θ, K del neutrón. El número de grados de libertad, que es cuatro en el caso sin neutrón queda reducido a uno.

Si existe una traza perdida queda como parámetro no medido el momento p de dicho brazo. El número de grados de libertad será tres. Pueden admitirse hasta tres trazas perdidas.

Al final del cálculo, el χ^2 junto con el número de grados de libertad fijan la probabilidad del suceso.

IV. - DESCRIPCION DEL PROGRAMA (Fig. 4)

1. - CONSIDERACIONES GENERALES

Nuestro programa (JOTOV) resuelve un problema muy similar al propio del programa GRIND utilizado en cámara de burbujas (IV - 1 - 1). La diferencia entre JOTOV y GRIND radica en que las masas son perfectamente conocidas en nuestro caso debido a los márgenes de energía en que sitúan nuestras experiencias. Asimismo, en la emulsión no intervienen problemas de curvatura de las trazas.

El programa JOTOV ha sido escrito en lenguaje FORTRAN IV y montado sobre el ordenador 360/30 del Laboratorio de Cálculo de la Universidad de Barcelona. Se ha procurado dar al programa una estructura lo más versátil posible para facilitar su evolución posterior y adaptación a nuevas situaciones. Con este fin, hemos escrito un MAIN PROGRAM (JOTOV) cuya única misión es dirigir el flujo y coordinar las funciones de los subprogramas. En cada uno de éstos figuran distintas sentencias ENTRY con misiones específicas pero relacionadas operacionalmente entre sí.

La mayor parte de la veintena de subprogramas que figuran en JOTOV han sido construidos para este trabajo, aunque se han aprovechado algunos ya existentes, bien sin modificaciones (v. g., MINV, IV-1-2, PROB, IV-1-3), bien adaptados a nuestras necesidades (v.g., MXPACK, IV-1-3).

El haber adoptado el MXPACK y la facilidad que supone la utilización de dimensiones variables para las matrices argumento de los subprogramas, nos ha obligado a prescindir de la convención FORTRAN de almacenamiento de matrices que se ha realizado por filas y sin dejar huecos. Como norma general, todas nuestras subrutinas y sentencias ENTRY que trabajan con matrices cuyos dos primeros caracteres son MX... están sujetas a esta hipótesis y no podrán ser utilizadas en la forma habitual del FORTRAN.

2. - DESCRIPCION SUCINTA DE LOS DISTINTOS SUBPROGRAMAS

SUBROUTINE	HPDIN	Transforma recorridos y sus errores en energías cinéticas y momentos con sus errores.
	HIPEST	Almacena una hipótesis de masa y carga en el COMMON/HIPEST/.
	MYGI	Construye la matriz Y y la matriz G^{-1}
	PTT	Realiza el ajuste detallado en III-11
	DESUM3	Es utilizada por HIPEST para la búsqueda sistemática de hipótesis
FUNCTION	ENERG	Calcula la energía cinética a partir del recorrido.
FUNCTION	RANGE	Calcula el recorrido a partir de la energía cinética.
ENTRY	RANEXT	Factor C_Z para partículas distintas del protón
	FITCC	
ENTRY	SAFECH	Rechaza hipótesis cuyas conservaciones son peores que un mínimo prefijado.
ENTRY	MOMCH	Verifica si los momentos son positivos
ENTRY	CONVCH	Verifica la convergencia del ajuste
ENTRY	ITTECH	Limita el número de iteraciones por hipótesis
ENTRY	EPSCH	Consulta los valores de las conservaciones tras cada iteración y decide la realización de un nuevo paso
	MXBAF	Calcula las matrices B, B^* , y F
	OBOECK	Efectúa una iteración
ENTRY	CHISQ	Calcula el χ^2 en cada iteración
	GEOCTR	
ENTRY	HEADST	Lectura del título de cada estrella
ENTRY	GEOCLA	Calcula la geometría de la interacción
ENTRY	TRICO	Calcula la geometría a partir de la medida semiautomática.
	LAGIN	
ENTRY	LAGINn	Interpolación lagrangiana de grado n
	MINV	Inversión de matrices
	MXDOP	Operaciones elementales con matrices
ENTRY	MXZERO	Pone a cero una matriz
ENTRY	MXVD	Construye una matriz diagonal a partir de un vector.
ENTRY	MXDV	Obtiene un vector a partir de la diagonal de una matriz.
	.	
	.	
	.	
	.	
	MXIO1	Comprende diversos ENTRY para efectuar operaciones de I/O de matrices en distintos formatos, espaciado, salto de página, lectura e impresión de títulos,...
	MXOPE	
ENTRY	MXTRA	Transferencia de matrices
	MXSUB	Sustracción de matrices
	MXADD	Adición de matrices
	MXMPY	Producto de matrices
	MXMPY1	Producto de una matriz por la traspuesta de otra.
	MXMPY2	Inversa de la anterior
	MXMTR	Multiplica una matriz por una constante y la transfiere.
	.	
	.	
	.	
	REDATA	Lectura de datos
ENTRY	BEAM	Características del haz incidente
ENTRY	TARG	Características del núcleo blanco
ENTRY	NUCL	Características de los núclidos estables
ENTRY	PROTON	Lectura de curva recorrido-energía del protón
	TBIO	I/O Tablas en forma standard
FUNCTION	SYSUN	Cambio de unidades

FUNCTION PROB

Dado el χ^2 y el número de grados de libertad asigna un valor a la probabilidad

FUNCTION PROB

Función de error

V. - VERIFICACION

La comprobación de este programa se ha realizado mediante el programa FOWL (V - 1). Esta genera reacciones nucleares en las que han sido preestablecidos los productos emergentes, el blanco y las características de la partícula incidente . Dichos sucesos se construyen por el método de Montecarlo verificando perfectamente las leyes de conservación y son subsiguientemente deformados aleatoriamente dentro del error-experimental.

BIBLIOGRAPHIA

- I-1 : C. Jacquot. Thèse. Université de Strasbourg. (1965)
I-2 : Jacquot, Jung, Baixeras-Aiguabella, Braun, Schmitt
C.R.A.S. 266 (1968) 963
C.R.A.S. 266 (1968) 196
C.R.A.S. 266 (1968) 1286
I-3 : Jacquot, Jung, Baixeras-Aiguabella, Braun, Schmitt
C. R. Nucl. React. induced by heavy ions, North Holland (1970)
C. R. Int. Conf. Heidelberg (1969)
C. R. Conf. Int. Clustering. Bochum . (1969)
Colloque de Grenoble, 1970, Journ. de Physique, Col. C2
Suppl. au n° 5-6, Mai-Juin 1970
Colloque de Surrey, 1970
I-4 : Jacquot, Sakamoto, Jung, Baixeras-Aiguabella, Girardin, Braun
Nucl. Phys. A 148 (1970) 235
I-5 : M. Jung. Thèse. Université de Strasbourg. (1968)
I-6 : Jung, Jacquot, Baixeras-Aiguabella, Schmitt, Braun, Girardin,
Phys. Rev. 188. (1969) 1517
I-7 : C. Baixeras-Aiguabella. Thèse. Université de Strasbourg.
II-1-1 : M. M. Shapiro. Nuclear Emulsions. Encyclopedia of Physics. Volume
XLV. Nuclear Instrumentation II. Springer-Verlag. Berlin
II-1-2 W. H. Barkas. Nuclear Research Emulsion. Academy Press. New York.
1963.
II-3-1 : Id. II-1-2
II-3-2 : Benton, Henke. Nuc. Inst. and Meth. 67 (1969) 87
III-1-1 : L. Jaumeau, D. Morellet. Notions de Statistique et Applications.
Proceedings of the 1964 Easter School for Physicists. Herceg- Novi.
IV-1-1 : CERN TC- PROGRAM LIBRARY. GRIND MANUAL.
IV-1-2 : IBM SYSTEM 360 SCIENTIFIC SUBROUTINE PACKAGE.
IV-1-3 : Id. IV-1-1
V-1 : CERN TC PROGRAM LIBRARY