

$$N_A = 6.022\ 045\ (31) \times 10^{23} \text{ mole}^{-1}$$

$$c = 2.997\ 924\ 58\ (1.2) \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$$

$$e = 4.803\ 242\ (14) \times 10^{-10} \text{ u.e.s} =$$

$$1.602\ 189\ 2\ (46) \times 10^{-19} \text{ coulomb}$$

$$1 \text{ MeV} = 1.602\ 189\ 2\ (46) \times 10^{-6} \text{ erg}$$

$$\hbar = 6.582\ 173\ (17) \times 10^{-22} \text{ MeV s} =$$

$$1.054\ 588\ 7\ (57) \times 10^{-27} \text{ erg s}$$

$$\hbar c = 1.973\ 285\ 8\ (51) \times 10^{-11} \text{ MeV cm}$$

$$\alpha = e^2/\hbar c = 1 / 137.036\ 04\ (14)$$

$$k_B = 1.380\ 662\ (44) \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1} =$$

$$8.617\ 35\ (28) \times 10^{-11} \text{ MeV K}^{-1} =$$

$$1 \text{ eV} / 11604.50\ (36) \text{ K}$$

$$\sigma_B = \frac{n^2 k_B^4}{60 c^2 \hbar^3} = 5.670\ 32\ (74) \times 10^{-5} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4} =$$

$$3.539\ 11\ (44) \times 10^7 \text{ eV s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$m_e = 0.511\ 003\ 4\ (14) \text{ MeV}/c^2 =$$

$$9.109\ 534\ (47) \times 10^{-28} \text{ g}$$

$$m_p = 938.2796\ (27) \text{ MeV}/c^2 = 1836.151\ 52\ (70) m_e =$$

$$1.007\ 276\ 470\ (14) \text{ a.m.u.}$$

$$1 \text{ a.m.u.} = (1/12) m_{12C} = 931.501\ 6\ (29) \text{ MeV}/c^2$$

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.817\ 938\ 0\ (70) \text{ fm.}$$

$$\lambda_e = \frac{\hbar}{m_e c} = 3.861\ 590\ 5\ (64) \times 10^{-11} \text{ cm}$$

$$a_{\infty B} = \frac{\hbar}{m_e (\alpha c)} = 0.529\ 177\ 06\ (44) \text{ \AA}$$

$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3} \pi r_e^2 = 0.665\ 244\ 8\ (33) \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2 m_e c} = 0.578\ 837\ 85\ (95) \times 10^{-14} \text{ MeV gauss}^{-1}$$

$$R_{\infty} = \frac{1}{2} m_e (c\alpha)^2 = 13.605804(36) \text{ eV}$$

$$R_{\infty} = \frac{1}{2h} m_e c \alpha^2 = 109737.3177(83) \text{ cm}^{-1}$$

$$1 \text{ año (sideral)} = 365.256 \text{ días} = 3.1558 \times 10^7 \text{ sec.}$$

$$G = 6.6720(41) \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$1 \text{ caloria (termoquímica)} = 4.184 \text{ joules}$$

$$1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar} \quad (1 \text{ bar} \equiv 10^6 \text{ dinas/cm}^2)$$

$$\ell_p = \left(\frac{G \hbar}{c^3} \right)^{1/2} = 1.615 \cdot 99(50) \times 10^{-33} \text{ cm.}$$

$$m_p = \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{1/2} = 2.17683(68) \times 10^{-5} \text{ gr} =$$

$$1.22140(38) \times 10^{22} \text{ MeV}/c^2$$

$$\alpha_G = \frac{G m_p^2}{\hbar c} = 5.9042(37) \times 10^{-39}$$

$$1 \text{ parsec.} = (\text{semieje mayor T-S}) / \tan 1'' = 206264.84 (\text{semieje mayor}) = 3.0857 \times 10^{18} \text{ cm} =$$

$$3.262 \text{ año luz.}$$

$$1 \text{ año-luz} = 9.4609 \times 10^{17} \text{ cm.}$$

$$M_{\odot} = 1.989(2) \times 10^{33} \text{ gr}$$

$$R_{\odot} = 6.9598(7) \times 10^{10} \text{ cm.}$$

$$L_{\odot} = 3.90(4) \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$$

LOS ATOMOS

La primera afirmación explícita de que la materia está compuesta de partículas indivisibles, llamadas átomos (ατομος) es debida a la figura semi-legendaria de Leucipo y a su discípulo Demócrito, nacido en Abdera alrededor del año 460 a.C. y que, según parece, vivió más de cien años. El Universo de Demócrito está compuesto de átomos y de vacío. En su teoría los átomos, a los que el vacío sirve de receptáculo, tienen características bien precisas: hay un número infinito, todos de la misma sustancia y perfectamente homogéneos, existen desde toda la eternidad, son indestructibles e inalterables. Existen en innumerables variedades de distintas formas y tamaños. Los átomos se mueven en el vacío infinito en el que no hay ni arriba ni abajo, ni centro ni extremo. El movimiento es coeterno a los átomos y los arrastra en un torbellino incesante gracias al cual se producen, al azar, todos los agrupamientos y todas las formas posibles. De estos encuentros fortuitos, de combinaciones innumerables y siempre nuevas nacen los cuerpos que componen el Universo y las cualidades sensibles, objetos de nuestra experiencia.

Las teorías filosóficas que preconizaban una estructura atomística para la materia tuvieron también sus seguidores en la Roma clásica y así Tito Lucrecio Caro (98 - 55 a.C.) planteaba, en "De Rerum Natura", un problema al cual aún no se ha podido dar una contestación enteramente satisfactoria "Con frecuencia, interesa mucho saber con quienes se relacionan estos entes elementales y de qué forma y a quienes dan movimiento entre sí y de quienes lo reciben".

Tenemos, sin embargo, que esperar varios siglos para que aparezca una teoría atomística que no sea puramente especulativa y que esté basada en hechos experimentales. Esta

teoría surge de los trabajos de una pléyade de científicos de los siglos XVIII y XIX entre los que merecen destacarse Henry Cavendish (1731-1810), Joseph Priestley (1733-1804), Antoine-Laurent de Lavoisier (1743-94), Joseph Louis Proust (1754-1826), John Dalton (1766-1844), Amadeo Avogadro (1776-1856) y Joseph-Louis Gay-Lussac (1778-1850), si bien es J. Dalton sobre el que recae el mérito de haber formulado esta importante teoría, probablemente la más importante de toda la historia de la química.

John Dalton. Nació el 6 de septiembre de 1766 en Eaglesfield (Lumberland); autodidacta, empezó a enseñar muy joven y prosiguió al mismo tiempo sus estudios. Se estableció en Manchester en 1793 y continuó viendo de dar clases particulares, realizando además pequeños trabajos de análisis; recorrió las grandes villas inglesas dando conferencias y cursos lo que le hizo entrar en contacto con los principales sabios británicos. Incluso cuando sus trabajos ya le habían hecho ilustre, prosiguió esta vida independiente que amaba. Murió el 27 de julio de 1844. Dalton expuso totalmente la hipótesis atómica en una gran obra "New System of Chemical Philosophy" cuyo primer volumen se publicó en 1808 y el tercero en 1827. Dalton resume su teoría "La materia, aunque divisible en un grado extremo, no es, sin embargo, infinitamente divisible. Esto es, debe haber un punto más allá del cual no podemos ir en la división de la materia. La existencia de estas últimas partículas de materia no puede apenas ponerse en duda, aunque sean tan sumamente pequeñas que no puedan apreciarse ni aún con dispositivos microscópicos. Yo he elegido la palabra átomo, para representar estas últimas partículas."

Los átomos de Dalton se presentaban como entes inmutables, sin posibilidad de que fueran creados o destruidos en las reacciones químicas. Existía un átomo distinto para cada uno de los elementos y combinaciones, más o menos complica-

das, de ellos daban origen a todas las sustancias químicas conocidas. Dalton dio una tabla de pesos relativos, o pesos atómicos, de veinte elementos. Daba al hidrógeno el peso atómico unidad. Sus pesos atómicos son todos falsos, en parte debido a los errores de sus medidas, en parte por suponer fórmulas químicas erróneas, por ejemplo suponía que la molécula de agua consistía de un átomo de hidrógeno y otro de oxígeno. Dalton no tenía ninguna idea del peso real de un átomo.

Dalton determinaba los pesos atómicos usando la ley de las proporciones definidas de Proust: "En todos los compuestos químicos, los diferentes constituyentes entran en proporciones definidas". Las fórmulas correctas para los compuestos químicos se dedujeron gracias a nuevos desarrollos en la teoría atómica.

Joseph-Louis Gay-Lussac (1778-1850) Nació en Saint-Léonard-de-Noblat y murió en París. Fue ingeniero de puentes y caminos y ayudante de Berthollet. En 1809 ganó la cátedra de química práctica en la escuela politecnica de París, que ocupó durante treinta años. En 1831 llegó a diputado, y, en 1839, Luis Felipe le concedió la dignidad de par. El 31 de diciembre de 1808, leyó una memoria a la Société Philomathique en la que afirmaba que si bien todos los elementos se combinaban en proporción definida de pesos, los gases también se combinan en proporciones definidas de volúmenes. Por ejemplo, dos volúmenes de hidrógeno más un volumen de oxígeno dan dos volúmenes de vapor de agua, donde por "volumen" debemos entender cualquier unidad de volumen.

Amadeo Avogadro, conde di Quaregna e Ceretto (Turín 1776 - Turín 1856) Estudió derecho, y en 1800 inició sus estudios de matemáticas y física. Autodidacta, con profundos conocimientos científicos llegó a profesor de matemáticas y física en el colegio real de Vercelli (1809) y profesor de física superior en la Universidad de Turín (1820). En 1811 explicó la ley de Gay-Lussac

mediante la hipótesis: "Volumenes iguales de cualquier gas a una presión y temperaturas dadas contienen siempre igual número de las partículas del gas", las cuales Avogadro llamó moléculas. Por ejemplo, el hecho de que dos litros de hidrógeno siempre se combinen con un litro de oxígeno (a la misma temperatura y presión) formando agua sugiere inmediatamente que la molécula de agua contiene doble número de átomos de hidrógeno que de oxígeno; en nomenclatura actual H_2O .

Dificultad: Si cada molécula de agua contiene un átomo de oxígeno y dos de hidrógeno, entonces ¿por qué un litro de oxígeno y dos de hidrógeno dan dos litros de vapor de agua y no uno sólo? Avogadro, ya se dio cuenta, que en condiciones normales, las moléculas de hidrógeno y de oxígeno contiene cada una dos átomos y no solo uno: $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. Avogadro usa las fórmulas químicas deducidas mediante su hipótesis para determinar varios pesos atómicos con buena precisión.

Jöns Jakob Berzelius (Väfrersunda Söngård 1779- Estocolmo 1848) Estudió ciencias en la Universidad de Uppsala; fue profesor de medicina y de farmacia en Estocolmo (1806), miembro de la Academia de Ciencias de Suecia (1808), presidente (1810) y secretario perpetuo (1818). Fue miembro asociado del Instituto de Francia (1822). Muy al corriente de la producción científica de su época y muy bien considerado en el mundo intelectual asumió el papel de "director de conciencia" de los químicos de todos los países. En 1818 presenta su "Ensayo sobre la teoría de las proporciones químicas" que contiene la primera tabla "completa" de los pesos atómicos.

A finales del S. XVIII, aunque no todos los físicos y químicos creían en la existencia de los átomos, era usual usar tablas de pesos atómicos en el trabajo de laboratorio. Al final del S. XIX la idea de los átomos era familiar a la mayor parte de científicos, familiar, pero no universalmente aceptada. Había tendencia a usar teorías atómicas en Inglaterra, pero en Alemania

había mucha resistencia a estas teorías. La influencia de la escuela neopositivista de Viena, centrada en Ernst Mach (1838-1916), hizo que muchos físicos y químicos alemanes aunque creyeran en los átomos no se atrevían a incorporar en sus teorías nada, que como los átomos, no pudiera ser observado directamente. Algunos, como el gran teórico Ludwig Boltzmann (1844-1906) usaron hipótesis atómicas para construir teorías de fenómenos tales como el calor, pero tuvieron que sufrir la crítica de sus colegas; se dice que la oposición al trabajo de Boltzmann por los seguidores de Mach contribuyó al suicidio de Boltzmann, en 1906.

Ernst Mach (Turas (Moravia) 1838 - Haar, cerca de Munich, 1916). Fue profesor de matemáticas y luego de física en la universidad de Graz (1864); enseñó después en Praga (1867) y obtuvo finalmente la cátedra de filosofía inductiva de Viena (1895). Comenzó dedicándose a estudios de óptica y acústica, mediante los cuales demostró la importancia de la velocidad del sonido para la aerodinámica. En 1883 publicó "La mecánica. Historia crítica de su desarrollo" donde analiza críticamente los principios de la dinámica newtoniana. Su postura influenció a Albert Einstein si bien Mach nunca aceptó la teoría de la relatividad.

Ludwig Boltzmann (Viena 1844 - 1906). Profesor de física y matemáticas en las universidades de Graz (1869), Munich (1891) y Viena (1895). Fue uno de los creadores de la teoría cinética de los gases. En 1868, dio una demostración de la ley de distribución de las velocidades de las moléculas e interpretó la noción abstracta de entropía relacionándola con la de probabilidad, que introdujo en la termodinámica (1877). En 1884, demostró termodinámicamente la ley de Stefan relativa a la radiación de un cuerpo negro.

Ya en 1815 William Prout (1785-1850) llamó la atención sobre el hecho de que los pesos atómicos de la mayoría de los átomos entonces conocidos eran, prácticamente, múltiplos exactos del peso

del átomo de hidrógeno y opinó que la materia podía consistir toda ella de átomos de hidrógeno.*

El examen crítico de la hipótesis de Prout, exigía determinaciones analíticas hasta entonces no imaginada. Los criterios físicos de pureza de un compuesto, que durante muchos años fueron intuitivos, empiezan a ser objeto de medidas precisas. Por otra parte la lista de nuevos elementos va creciendo: Hasta 1870 se conocían ya 64 elementos, casi el doble de los que Berzelius inventarió en 1818.

El flujo de nuevos datos exigía un esfuerzo enorme de clasificación. Ya se sabía que existían familias naturales de elementos cuyos miembros manifiestan un comportamiento químico parecido: el grupo de los halógenos, el de los metales alcalinos, --

Dimitri Ivánovich Mendeléiev (Tobolsk 1834 - San Petersburgo 1907) Terminó sus estudios en París y trabajó en el laboratorio C.A. Wurtz. Posteriormente vivió algún tiempo en Pennsylvania y en el Cáucaso para estudiar el petróleo. Obtuvo la cátedra de química de la Universidad de San Petersburgo. En 1869 da a conocer su famosa tabla periódica de los elementos, y a principios de 1871 da una nueva versión que difiere muy poco de la que finalmente se adoptó.

El genial físico ruso demostró que las propiedades químicas de los elementos son funciones periódicas de sus pesos atómicos. Clasifica los elementos químicos en un cuadro. Aquellos que tienen propiedades químicas análogas están en la misma columna y todos ellos ordenados por pesos atómicos crecientes. Para que ciertos elementos se puedan colocar convenientemente en la tabla modificó, a priori, los pesos atómicos hasta entonces admitidos. Experimentos posteriores le dan la razón. El éxito más sorprendente es el descubrimiento de elementos cuya existencia predijo y para los cuales había reservado un lugar en su tabla. Tal es el caso del galio, el escandio y el germanio.

4/002

- * ".... si estas opiniones son correctas... podemos ver en este modo realizada en el átomo de hidrógeno la "prōtē hýlē" (= "materia primera") de los antiguos... " (Prout 1845)
"prōtos" = primero, "hýle" = materia.

El germanio: Mendeléiev postuló la existencia del "ekasilicio" y en 1886 Clemens Alexander Winkler (Freiberg 1838 - Dresde 1904) descubrió el germanio.

Predicciones para el Ekasilicio

Peso atómico 72

Densidad 5.55

Elemento de color gris sucio

Otras varias predicciones que fueron todas ellas confirmadas.

Propiedades del germanio

Peso atómico 72.59

Densidad 5.323

Elemento de color gris blanquecino

Incluso para aquellos físicos del siglo XIX que creían en la realidad de los átomos había gran incertidumbre en la interpretación de los pesos atómicos. ¿Cuándo decimos que un cierto elemento tiene un determinado peso atómico estamos hablando del peso de todos los átomos de este elemento (con relación al hidrógeno) o es meramente un peso promedio de los átomos de dicho elemento? Fue Sir William Crookes el primero que intuyó, en 1886, que los pesos atómicos medidos por los químicos eran en realidad promedios de los pesos atómicos de distintos átomos de un mismo elemento. Hoy día sabemos que esto es así. Casi todos los elementos, en su forma natural, son mezclas de distintos isótopos. Los átomos de los distintos isótopos de un mismo elemento son casi indistinguibles químicamente, pero tienen pesos atómicos distintos.

Sir William Crookes (Londres 1832 - Londres 1919). A los veinte años fue profesor suplente en el Colegio Real y en 1855 profesor de química en el Colegio Científico de Chester. Fue Premio Nobel de Química en 1907. Fue un pionero del estudio de las descargas en gases.

Tabla de algunos isótopos

Elemento	Peso atómico	% Abundancia Natural	Peso atómico medio
^1_1H	1.007 825	99.985	
^2_1H	2.014 10	0.015	1.007 975
^3_1H	3.016 05	-	

$^{12}_6\text{C}$	12. definición	98.89	12.011 14
$^{13}_6\text{C}$	13.003 35	1.11	
$^{16}_8\text{O}$	15.994 91	99.759	
$^{17}_8\text{O}$	16.999 4	0.037	15.999 4
$^{18}_8\text{O}$		0.204	
$^{35}_{17}\text{Cl}$	34.968 85	75.53	35.458
$^{37}_{17}\text{Cl}$	36.965 9	24.47	
$^{235}_{92}\text{U}$	235.043 9	0.725	238.029
$^{238}_{92}\text{U}$	238.050 8	99.275	

Nota: La nomenclatura actual es ^A_ZX : X símbolo del elemento,
 Z = número atómico que es el número del orden en la tabla periódica
 A = peso atómico redondeado a un número entero.
 Por definición el peso atómico del $^{12}_6\text{C}$ es 12.

La electrólisis fue descubierta accidentalmente en Abril de 1800 por William Nicholson (1753-1815) y Anthony Carlisle (1768-1840). Mientras estudiaban el funcionamiento de las baterías eléctricas, pusieron una gota de agua en la conexión entre el alambre y la batería para mejorar el contacto eléctrico. Notaron que se producían burbujas de gas cuando el alambre penetraba en el agua. Cuando introdujeron alambres conectados a los terminales de una batería en un tubo de agua para observar con más detalle el fenómeno, observaron que se producía gas hidrógeno en el alambre conectado al terminal negativo y gas oxígeno en el alambre conectado al terminal positivo. Pronto se vio que otras sustancias químicas eran también descompuestas de forma análoga.

Sir Humphrey Davy (Penzance, Cornwall 1778 - Ginebra 1829). Empezó su carrera científica en un centro médico de Bristol; donde realizó experimentos sobre efectos fisiológicos de varios gases. Benjamin Thompson, conde de Rumford (1753-1814) lo llamó a Londres para profesar química en la nueva Institución Real; fue nombrado miembro de

la Royal Society (1803) y posteriormente la presidio. Hizo amplios estudios de electrolisis, en el transcurso de los cuales descubrió los elementos sodio y potasio, que aunque presentes en muchos compuestos son demasiado reactivos para encontrarlos como elementos libres.

Fue necesario bastante tiempo para entender de forma detallada este fenómeno, en parte por el hecho de que los químicos del siglo XIX sabían muy poco acerca de los átomos o las moléculas, y nada acerca de las electrolisis y también porque el proceso de la electrolisis es relativamente complicado.

Michael Faraday (Newington, Surrey, 1791 - Hampton Court 1867).

Nacido en una familia de cuatro hijos, cuyo padre era obrero forjador, recibió apenas una instrucción elemental y fue mozo de recados en una librería-papelería de Londres y, pronto, aprendiz de encuadernador. Así leyó numerosos libros y se interesó especialmente por la química y la electricidad. Oyente asiduo de conferencias científicas, asistió a un video que dio H. Davy en la Royal Institution y como consecuencia le ofreció ser su ayudante (1812). Allí se quedó toda su vida y llegó a director del laboratorio en 1825 y fue profesor de química en 1833. En 1831 descubrió la inducción magnética y en 1833 las leyes de la electrolisis.

El fenómeno de la electrolisis en lenguaje moderno, esencialmente debido a Faraday tiene la siguiente explicación: Cierta fracción de las moléculas eléctricamente neutras de un líquido, tal como el agua, se hallan normalmente disociadas en submoléculas cargadas positiva y negativamente, para las que Faraday introdujo el nombre de iones [Faraday introdujo los nombres de ion y electrado, así como también los de anión y catión para iones positivos y negativos y ánodo y cátodo para los electrodos positivos y negativos, pero él no inventó estos nombres. A petición de Faraday fueron construidos a partir de raíces griegas por el Master of Trinity College, de Cambridge, Dr. William Whewell]. Por ejemplo, bajo condiciones ordinarias alrededor de 1.8×10^{-7} de las moléculas de agua pura se hallan disociadas, por razones complicadas que no vienen al caso, en un ion hidrógeno positivo H^+ , y en un ion

hidroxilo negativo OH^- . Desde el descubrimiento del electrón sabemos que el H^+ es un átomo de hidrógeno que ha perdido un electrón y OH^- es una molécula que ha ganado un electrón, pero esta información no es necesaria para la teoría de Faraday.

Supongamos ahora que introducimos los electrodos en el líquido. Los iones positivos H^+ en la inmediata vecindad del cátodo serán atraídos por él. Al llegar al cátodo cederán su carga eléctrica adicional y se convertirán en moléculas ordinarias. En nomenclatura moderna: $2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2$. Similarmemente en el ánodo tendrá lugar la reacción $4\text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2 + 4\text{e}^-$. Estas reacciones usan una deficiencia de iones positivos en la cercanía del electrodo negativo y una deficiencia de iones negativos en la cercanía del electrodo positivo, por tanto nuevos iones serán atraídos hacia la vecindad de los electrodos y el proceso continuara. La carga negativa que es cedida al terminal positivo y tomada del negativo fluye a través de los cables y la batería como una corriente eléctrica ordinaria, cuya intensidad puede ser medida.

La producción de cada molécula de oxígeno requiere 4 unidades de electricidad, mientras que la producción de cada molécula de hidrógeno requiere solo dos unidades de electricidad. Por tanto una determinada corriente producirá moléculas de oxígeno a un ritmo mitad que moléculas de hidrógeno. La masa de cada molécula de oxígeno es 16 veces la de una molécula de hidrógeno y por tanto por cada gramo de hidrógeno producido se producen 8 de oxígeno.

De la misma forma que Dalton era incapaz de determinar la unidad absoluta de peso atómico, tampoco Faraday podía determinar la unidad de carga eléctrica. Para Faraday era solo una cierta cantidad ineducible de carga eléctrica, múltiplos enteros de la cual eran transferidos entre los iones y los electrodos en la electrolisis. Más adelante los múltiples resultados de la electrolisis condujeron a la idea, de que al menos en la electrolisis, las cargas eléctricas son "partículas" materiales. Esta idea fue defendida en 1874 y publicada en 1881 por el inglés G. Johnstone Stoney (1826-1911):

afirmo la existencia de una unidad natural de carga eléctrica asociada a los iones monovalentes. En 1894, dió a esta carga elemental el nombre de electrón. Citando textualmente: "... Una carga de esa magnitud está asociada con cada valencia en el átomo químico. Así que puede haber varias cargas en un átomo. Estas cargas, que será conveniente llamar electrones, no pueden separarse del átomo, y quedan enmascaradas cuando los átomos se unen químicamente." Pero el electrón como partícula elemental se introduce más tarde, según veremos.

Los resultados de Faraday pueden formularse diciendo:

- i) El peso de la sustancia depositada en el ánodo o cátodo en un proceso electrolítico es proporcional a la cantidad de electricidad que ha circulado.
- ii) Los pesos de las distintas sustancias depositadas por una misma cantidad de electricidad son proporcionales a los pesos equivalentes de estas sustancias.

Dicho en otras palabras: Puesto que un mol de cualquier sustancia contiene siempre el mismo número de moléculas ($N_A \equiv$ número de Avogadro), la cantidad de carga eléctrica necesaria para producir un mol de cualquier sustancia es igual al número de unidades de electricidad necesarias por molécula (una para la plata, dos para el hidrógeno y el cloro, cuatro para el oxígeno) multiplicada por una constante universal llamada Faraday (F). Hoy día sabemos que

$$F = 96484.56 (55) \text{ coulomb / mole}$$

Este número ya era conocido con bastante precisión ($\pm 0.5\%$) a finales del S XIX.

El conocimiento de esta cantidad si bien no permitía calcular la unidad de masa atómica o la unidad de carga eléctrica, permitía calcular el cociente de ambas: Si m_H es la masa de un átomo de hidrógeno y N_A es el número de Avogadro, un mol de hidrógeno atómico tiene una masa $m_H N_A = 1.007825 \text{ g}$ y si e es la carga elemental $e N_A = 96484.56 (55) \text{ coulomb}$, luego

$$\frac{m_H}{e} = 1.044 \ 545 \ 4 \ (52) \times 10^{-5} \text{ gr/coul.}$$

The Cavendish Laboratory: Cambridge deseaba tener un laboratorio de física experimental y en el invierno de 1868-69 el comité de la Universidad pidió este laboratorio. Se necesitaba financiación y un profesor. El Chancellor de la Universidad era entonces William Cavendish, séptimo duque de Devonshire y miembro de una familia que había ya producido un físico famoso Henry Cavendish (1731-1810) que fue el primero en medir la atracción de la gravedad entre masas en un laboratorio. El dio £ 6.300 que fueron suficientes para construir el edificio y comprar aparatos. El edificio quedó terminado en 1874 y se le denominó laboratorio Cavendish en honor de esta familia. Se esperaba que fuera nombrado Cavendish Professor Sir William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907) que entonces era el físico más distinguido de Gran Bretaña, pero el propio permaneció en Glasgow y fue nombrado otro escocés: James Clerk Maxwell (1831-1879) que a sus 39 años recién retirado en su finca de Glenair. Maxwell es considerado el más gran físico entre Newton y Einstein, pero es difícil pensar en él como un experimental. Aunque su trabajo dio gran prestigio al Cavendish no se convirtió en nada de Maxwell en un importante centro experimental.

A la muerte de Maxwell se ofreció de nuevo la cátedra a William Thomson que declinó de nuevo. Se nombró a John William Strutt (1842-1919), Tercer Lord Rayleigh, que fue un buen teórico y un buen experimental. Bajo su dirección el laboratorio continuó siendo un centro experimental pequeño pero se hicieron muchas mejoras. En 1884, Lord Rayleigh dimitió de su cargo para pasar a profesor de la Royal Institution en Londres.

De nuevo se ofreció la cátedra a Lord Kelvin que declinó por tercera vez el ofrecimiento. La obra de elección eran R.T. Glazebrook o W.N. Shaw, ayudantes de Lord Rayleigh. Para sorpresa de casi todos y por razones que no se conocen bien se ofreció el puesto a un joven de aptitudes principalmente matemáticas: Joseph John Thomson (Cheetham Hill, cerca de Manchester 1856, - Cambridge 1940)

Aunque no está claro si había razones de peso para esta decisión, fue una duda la correcta. Bajo la sugerencia de Lord Rayleigh, Thomson empezó los experimentos cruciales sobre rayos catódicos. Más aún bajo su dirección se convirtió en un centro nro y muchos grandes físicos experimentales trabajaron allí, incluyendo la llegada, en 1895, de un joven físico experimental de Nueva Zelanda, Ernest Rutherford (1871-1937).

Como vemos J.J. Thomson descubrió el electrón; E. Rutherford empezó allí sus trabajos de radioactividad y fue su director a partir de 1919. La lista de constituyentes del átomo quedó completada en el Cavendish, en 1932, al descubrir James Chadwick el neutrón.

Descargas eléctricas: En 1709 Francis Hawksbee (+1713) observó que cuando el aire del interior de una vasija era extraído hasta alcanzarse una presión de $1/60$ la normal y se conectaba a una fuente de electricidad friccional, una extraña luz aparecía en la vasija. Observaciones similares fueron realizadas por William Watson (1715-87), Jean-Antoine Nollet (1700-70) y otros.

La naturaleza de la luz no fue entendida en un principio, pero hoy día sabemos que es un fenómeno secundario. Cuando una corriente eléctrica fluye a través de un gas, los electrones chocan con los átomos del gas y les ceden energía, excitándolos. Al desexcitarse, los átomos emiten luz. Los tubos fluorescentes actuales están basados en este principio, siendo su color determinado por el color de la luz que es principalmente emitida: naranja para el neón, rosado-blancuzco para el helio, verde-azul para el mercurio, etc. La importancia del fenómeno no yace en la luz emitida sino en la corriente que circula. En un sólido la corriente que circula, las propiedades de la electricidad están tan entremezcladas con las del sólido que es muy difícil determinar las propiedades de los electrones. Las descargas en gases eran un poco interesantes, pero presiones de $1/60$ de la normal dejaban aún tanto gas en el tubo que era imposible estudiar los electrones.

Un paso importante fue dado en 1857 por Johann Heinrich Geissler (Jgelshied, Turingia 1815 - Bonn 1879) al inventar la bomba de mercurio que le per-

muñó obtener presiones de $1/100$ mm de Hg.

Julius Plücker (Elberfeld 1801 - Bonn 1868) que fue profesor de Filosofía Natural en Bonn usó la bomba de Geissler en una serie de experimentos de descargas en gases durante los años 1858-1859. Preparó un tubo con dos placas metálicas conectadas mediante conductores a una intensa fuente de electricidad. Plücker observó que cuando se eliminaba prácticamente todo el gas del tubo, la luz desaparece en casi todo el tubo, pero una luz rojosa aparecía en el tubo de vidrio cerca del cátodo. La posición de la luz parecía ser independiente de donde se colocara el ánodo. Parecía como si saliera algo del cátodo, viajara a través del espacio casi vacío del tubo, chocando con el vidrio, y siendo posteriormente recogido en el ánodo. Un año más tarde Eugen Goldstein (Gleiwitz 1850 - Berlín 1930) introdujo (1876) el nombre de rayos catódicos.

Hay día sabemos que estos rayos son chorros de electrones. Son emitidos por el cátodo por repulsión eléctrica, viajan en el espacio casi vacío del tubo, chocan con el vidrio, depositando su energía en sus átomos que la reemiten como luz visible y finalmente son atraídos por el ánodo, uniéndose al circuito.

También fue Goldstein el que demostró que las propiedades de los rayos catódicos no dependían del material de que estuviera hecho el cátodo. El mismo Plücker observó que la posición de la luminiscencia en las paredes del tubo podía ser cambiada mediante un campo magnético, lo cual indicaba que debía tratarse de partículas cargadas. Un estudiante de Plücker, Johann Wilhelm Hittorf (Bonn 1824 - Münster 1914), observó que cuerpos sólidos colocados cerca de un pequeño cátodo producían sombras sobre las paredes del tubo y de esto dedujo que los rayos emitidos por el cátodo viajaban en línea recta. El mismo fenómeno fue observado por Sir William Crookes (1832-1919) que concluyó que estos rayos eran moléculas del gas del tubo que cogían una carga eléctrica negativa del cátodo y eran violentamente repelidos por éste. La teoría de Crookes fue refutada por Goldstein, que hizo notar que, a una presión de 10^{-5} atm, los rayos catódicos viajaban al menos 90 cm

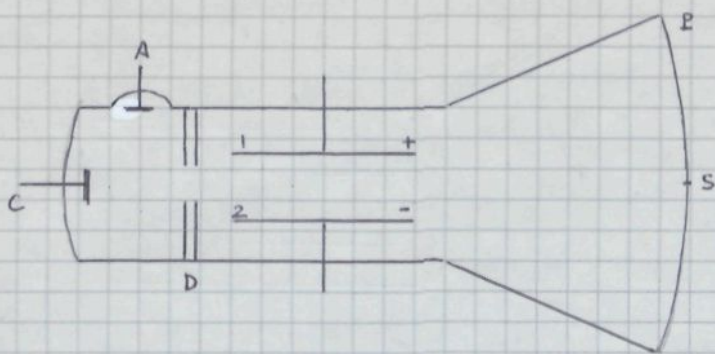
en línea recta, mientras que el recorrido libre medio de una molécula ordinaria a esta presión era de unos 0.6 cm.

Heinrich Hertz (Hamburgo 1857 - Bonn 1894). Trabajo en el laboratorio de Física de la Universidad de Berlín, fue profesor de la escuela técnica superior de Karlsruhe (1885) y catedrático de la Universidad de Berlín (1889). En 1887 produjo ondas electromagnéticas mediante un oscilador confirmando así la teoría de Maxwell. En 1883, siendo asistente en el laboratorio de Física de Berlín, demostró que los rayos catódicos no eran, aparentemente, desviados por placas metálicas electrificadas. Esto parecía eliminar la posibilidad de que los rayos catódicos fueran partículas cargadas. Sugirió que eran algún tipo de ondas, como la luz. No estaba claro porque debían desviarse en un campo magnético, fue la naturaleza de la luz aun no era bien conocida y no parecía improbable que fuera desviada por campos magnéticos. En 1891 Hertz observó que estos rayos podían penetrar películas delgadas de oro o de otros metales, de la misma forma que la luz atraviesa el vidrio y esto le confirmó en su idea de su naturaleza ondulatoria.

Jean Baptiste Perrin (Lille 1870 - New York 1942). Fue profesor ayudante (1895) en la escuela normal superior, y, en 1898 encargado de la enseñanza de la físico-química en la Facultad de Ciencias de París, de la que fue profesor en 1910. En 1930 se fue a New-York a dirigir la Universidad francesa de esta ciudad. Premio Nobel de Física de 1926. En su tesis doctoral (1895) demostró que los rayos catódicos depositaban carga eléctrica negativa en un colector situado en el interior del tubo de rayos catódicos. La razón por la que Hertz no había observado ninguna desviación de los rayos en placas electrificadas es que las partículas viajaban tan rápidamente y las fuerzas eléctricas tan débiles, que la desviación era demasiado pequeña para que pudiera ser observada. Goldstein ya había probado que no podían ser moléculas ordinarias ¿Qué eran?

J. J. Thomson inició sus investigaciones sobre rayos catódicos en 1894 intentando medir, con poco éxito, la velocidad de los rayos. En 1897 logró detectar la desviación de los rayos catódicos por fuerzas eléctricas. Su éxito fue debido a la mejora de las bombas de vacío. Confirmó que su carga era negativa.

La experiencia de J.J. Thomson. El diafragma D limita un haz muy estrecho



de rayos catódicos, que al incidir sobre la pantalla fluorescente P determina en ella el punto luminoso S. Supongamos que sea m , $-|e|$ y v la masa, carga y velocidad de las partículas. Si actúa una fuerza F perpendicular

a la dirección del movimiento inicial de las partículas estas adquieren una aceleración $a = F/m$ y en tanto una velocidad transversal

$$v_{\text{perp}} = ta = Ft/m$$

siento t el tiempo en que se hallan sometidas a esta fuerza. Sea l la longitud de la zona de deflexión entonces $l = vt$ y en tanto

$$v_{\text{perp}} = \frac{F l}{m v}$$

$$v_{\text{perp}} \ll v$$

Después de dejar esta zona imaginemos que las partículas viajan una distancia L hasta llegar a la pantalla y que tardan un tiempo $T = L/v$ entonces llegan a la pantalla en un punto a una distancia $d = T v_{\text{perp}}$ del punto S. Usando estas formulas

$$d = \frac{F l L}{m v^2}$$

Supongamos ahora que entre las placas 1 y 2 se establece un campo eléctrico E que ejerce sobre las partículas una fuerza hacia arriba $|e|E$ y produce una desviación

$$d_{\text{elec}} = \frac{|e| E l L}{m v^2}$$

(1)

Si en la misma región establecemos un campo ~~eléctrico~~ magnético perpendicular al plano del papel y dirigido hacia afuera se ejerce sobre las partículas una fuerza hacia abajo $|e| v B/c$ y se produce una desviación

$$d_{\text{mag}} = \frac{|e| B l L}{m v c}$$

(2)

y en tanto si se mide d_{elec} , d_{mag} para una configuración dada de E, B, l y L se obtiene

$$\frac{m}{|e|} = \frac{B^2 \ell L}{e^2 E} \frac{d_{elec}}{(d_{mag})^2}$$

que nos permite determinar $m/|e|$. Valores típicos usados por J.J. Thomson eran por ejemplo

$$E = 1.0 \times 10^4 \text{ N/C} \quad d_{elec} = 0.07 \text{ m} \quad \ell = 0.05 \text{ m}$$

$$B/c = 3.6 \times 10^{-4} \text{ N/amp-m} \quad d_{mag} = 0.07 \text{ m} \quad L = 1.1 \text{ m}$$

de donde

$$\frac{m}{|e|} = 1.0 \times 10^{-8} \text{ gr/coul.}$$

El no dio errores pero de sus tablas se deduce un valor $\approx (1.2 \pm 0.2) \times 10^{-8} \text{ gr/coul.}$

El valor correcto es

$$\frac{m}{|e|} = 5.685679(34) \times 10^{-9} \text{ gr/coulomb.}$$

En realidad J.J. Thomson utilizó también otro método en el que midió la energía y la carga eléctrica depositadas en la pantalla y así evitó el problema de tener de medir la deflexión del rayo causado por las fuerzas eléctricas. En realidad encontró por este método valores mucho más cercanos al actual. En este caso J.J. Thomson colocó un colector en el lugar de la pantalla y midió la carga Q y el calor H depositados en él. Si llegan al colector N partículas entonces $Q = |e|N$ y $H = \frac{1}{2} m v^2 N$ de donde $m/|e| = 2H/Qv^2$. Por otra parte de la deflexión producida por un campo magnético podía deducir la cantidad $I \equiv m v/|e| = (B \ell L/c)/d_{mag}$ y por tanto

$$\frac{m}{|e|} = \frac{I^2}{2(H/Q)}$$

$$H/Q = 4.6 \times 10^3 \text{ Joules/coulomb}, \quad I = 2.3 \times 10^{-3} \text{ kg.m/C.sec} \rightarrow \frac{m}{|e|} = 5.7 \times 10^{-9} \text{ gr/c.}$$

Hasta este momento todo lo hecho por Thomson fue medir $m/|e|$ para las partículas de los rayos catódicos. Sin embargo da el gran salto al suponer que estas partículas son constituyentes fundamentales de la materia ordinaria

"... we have in the cathode rays matter in a new state, a state in which matter is carried very much further than in the ordinary gaseous state: a state in which all matter - that is, matter derived from different sources such as hydrogen, oxygen, etc. - is of one and

the same kind; this matter being the substance from which the chemical elements are build up" [J.J. Thomson Phil. Mag. 44, 295 (1897)]

Era realmente una hipótesis atrevida y como el mismo Thomson reconoce:

"At first there were very few who believed in the existence of these bodies smaller than atoms. I was even told long afterwards by a distinguished physicist who had been present at my [1897] lecture at the Royal Institution that he thought I had been 'pulling their legs'." [J.J. Thomson "Recollections and Reflections" G. Bell and Sons., London 1936, p. 341]

Thomson no podía probar la existencia de partículas más pequeñas que los átomos pero había un cierto número de indicaciones de que era así:

- i) El valor $m/1e1$ era totalmente independiente de la composición química del cátodo o del gas que llenara el tubo.
- ii) Suponiendo que las cargas son, en valor absoluto, las mismas para los rayos catódicos que para los iones monovalentes entonces

$$\frac{m_u}{m} = 1837 \cdot 1514 (51)$$

- El hecho de que su masa fuera tan pequeña estaba de acuerdo con el hecho de que su recorrido libre medio fuera muy grande.
- iii) Thomson usaba en su trabajo resultados del espectroscopista holandés Pieter Zeeman (1865-1943) que indicaban líneas similares que $m/1e1$ caracterizaban las corrientes eléctricas en átomos que son responsables de la emisión y absorción de la luz.

Thomson no usó ningún nombre para estas partículas. Ya hemos visto que G.J. Stoney había llamado *electron* la unidad de carga ganada o perdida cuando los átomos se convierten en iones [G.J. Stoney Phil. Mag. 38, 418 (1894)]. En la década que siguió a los trabajos de Thomson, la realidad de estas partículas fundamentales quedó ampliamente aceptada y los físicos las empezaron a llamar electrones.

Walter Kaufmann (Elberfeld 1871 - Fráncfort 1947) fue profesor en las universidades de Bonn (1903) y Königsberg (1908). Hizo también y al mismo tiempo que Thomson $m/1e1$. En realidad sus medidas eran mejores pero no supo darse cuenta de resultado. Igual que Hertz

y otros físicos en Alemania, Kaufmann estaba influenciado por Ernst Mach y su círculo, que mantenían que no era ventajoso ocuparse de las entidades hipotéticas que como los átomos no podían ser observadas directamente.

El gran problema ahora era medir la carga o la masa del electrón para establecer la escala absoluta de los átomos y electrones.

En los primeros años del SXX habían ya varios métodos aproximados para estimar la masa de los átomos. Métodos basados en fenómenos físicos muy variados: difusión de gases, radiación térmica, el color del cielo, el espesor de películas de aceite, centelleo de sustancias radiactivas, el movimiento Browniano de pequeñas partículas, tales como granos de polen, producido al chocar con las moléculas, efectos sobre las propiedades de los gases debido al tamaño finito de las moléculas, etc. No vamos a entrar en esta historia y solo mencionaremos la primera medida directa.

Robert Andrews Millikan (Morrison, Illinois 1868 - San Marino, California 1953). Creció en Iowa y se interesó en física mientras era estudiante "undergraduate" en el Oberlin College. Fue a la Universidad de Columbia (1893) para obtener su Ph.D., en donde era el único estudiante graduado en Física. En 1895 fue a Europa: París, Berlín y Göttingen. En 1896 A.A. Michelson le ofreció una plaza de "teaching assistant" en la Universidad de Chicago. Durante casi 10 años pasó su tiempo enseñando, escribiendo libros de texto y haciendo poca investigación. En 1906, a la edad de 38, solo había alcanzado la posición de "associate professor". Desesperado, inició la medida de la carga del electrón por la que se hizo famoso. Fue presidente de la American Physical Society (1916), Premio Nobel (1923), En 1921 fue al California Institute of Technology como presidente del Consejo Ejecutivo y bajo su liderazgo se convirtió en la importante institución actual.

La carga del electrón fue medida por vez primera en una serie de experimentos llevados a cabo en el Cavendish Laboratory por J.J. Thomson y sus colegas J.S.E. Townsend (1868-1952) y H.A. Wilson (1874-1964).

Sus métodos se basaban en el hecho, descubierto poco antes por el estudiante de Thomson: Charles Thomson Rees Wilson (1869-1959), de que los iones podían servir para iniciar el crecimiento de gotas de agua en aire húmedo, papel que en general hacen los granos de polvo. De hecho las gotas de agua se pueden formar alrededor de un solo ion de forma que la medida de carga/masa para estas gotas y la medida independiente de su tamaño daban la carga del ion y de aquí se podía inferir la carga del electrón.

Townsend usaba los iones que hay naturalmente presentes en los gases producidos en la electrolisis. Las gotitas de agua eran demasiado pequeñas para poder ser medidas directamente, de forma que usó un método basado en la velocidad de caída de las gotas. Bajo la influencia de la gravedad, una gota de agua se acelerará hasta que la viscosidad del medio haga que la fuerza que actúa sobre la gota se nula y a partir de entonces caerá con velocidad constante.

Supongamos que la gota de agua cae bajo la influencia de la gravedad. Sobre ella actúa una fuerza $F_{grav} = mg$. El movimiento hacia abajo viene frenado por la viscosidad del aire que produce una fuerza cuya componente hacia abajo es $F_{vis} = -6\pi\eta av$ donde η es la viscosidad del aire, a es el radio de la gota y v su velocidad. La velocidad estacionaria v_0 viene dada por

$$mg = 6\pi\eta av_0$$

Por otra parte

$$m = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho$$

donde ρ es la densidad del agua. De aquí

$$m = \frac{4\pi\rho}{3} \left(\frac{9\eta v_0}{2\rho g} \right)^{3/2}$$

A continuación las gotas se hacen pasar a través de ácido sulfúrico, que absorbe el agua, y Townsend mide la carga eléctrica adquirida por el ácido y el aumento de su peso debido al agua absorbida. De estas dos medidas obtiene el cociente carga/masa de las gotas y de la estimación de la masa deduce la carga.

Variaciones del método fueron usadas por J.J. Thomson y por H.A. Wilson, obteniendo resultados compatibles entre sí, pero que hoy día sabemos que son un 60% demasiado bajos.

Millikan empezó sus experiencias en 1906 y se prolongaron hasta 1913.

En primer lugar usó gotas de aceite mineral, producidas en un aparato mediante un pulverizador. Esto reducía la evaporación de la superficie de las gotas con lo que su masa no cambiaba en el transcurso de la experiencia. En segundo lugar, no que era posible observar una sola gota en lugar de la nube de gotas usada en el faravendish. Finalmente usaba un campo eléctrico, que producía una fuerza cuya componente hacia abajo era $F_{elec} = qE$ si la carga era $q (< 0)$ y E estaba hacia arriba. La velocidad terminal de la gota era

$$0 = F_{grav} + F_{vis} + F_{elec} \Rightarrow 0 = mg - 6\pi\eta a v + qE \Rightarrow$$

$$q = \frac{1}{E} (-mg + 6\pi\eta a v)$$

Millikan hizo dos correcciones a esta fórmula.

i) En primer lugar tuvo en cuenta el empuje del aire con lo cual

$$F_r = mg - \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_{aire} g = \frac{4\pi}{3} a^3 (\rho - \rho_{aire}) g \equiv \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_{eff} g \equiv m_{eff} g.$$

y teniendo en cuenta esta corrección únicamente el radio es

$$m_{eff} g = 6\pi\eta \tilde{a} v_0 \Rightarrow \tilde{a} = \sqrt{\frac{9\eta v_0}{2\rho_{eff} g}}$$

ii) El tamaño de las gotas no es mucho mayor que el camino libre medio de las moléculas del gas y esto implica que η debe ser sustituido por

$$\eta_{eff} = \frac{\eta}{1 + A \frac{\ell}{a}} \quad A = \frac{6}{\pi}$$

Al ser una corrección pequeña se puede dejar aquí el valor de A calculado antes y

$$\eta_{eff} = \frac{\eta}{1 + A \ell \sqrt{\frac{2g\rho_{eff}}{9\eta v_0}}}$$

Entonces la masa efectiva de la gota es

$$m_{\text{eff}} = \frac{4\pi}{3} \rho_{\text{eff}} \left(\frac{q \eta_{\text{eff}} v_0}{2g \rho_{\text{eff}}} \right)^{3/2}$$

y la carga es

$$q = \frac{1}{E} \left(-m_{\text{eff}} g + 6\pi \eta_{\text{eff}} a v \right)$$

$$a = \left(\frac{q \eta_{\text{eff}} v_0}{2 \rho_{\text{eff}} g} \right)^{1/2}$$

Consideremos la gota 16 de su trabajo R. A. Millikan Phys. Rev. 32 849 (1911)

Se observó que en ausencia de campo eléctrico esta gota caía con velocidad terminal $v_0 = 5.449 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$. La densidad del aceite era $\rho = 9.199 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$ y la del aire $\rho_{\text{air}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ de donde $\rho_{\text{eff}} = 0.9187 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Tomando $\eta = 1.825 \times 10^{-5} \text{ Newtons} \cdot \text{seg} / \text{cm}^2$ y $l = 9.6 \times 10^{-8} \text{ m}$, la viscosidad efectiva era ($g = 9.806 \text{ m seg}^{-2}$, $A = 0.874$)

$$\eta_{\text{eff}} = 1.7588 \times 10^{-5} \text{ New. seg} / \text{cm}^2.$$

Entonces

$$a = 2.1880 \times 10^{-6} \text{ m}$$

y

$$m_{\text{eff}} = 4.031 \times 10^{-14} \text{ kg}$$

Con $E = 3.178 \times 10^5 \text{ V/m}$, se observó que la gota subía con una velocidad $v = -5.746 \times 10^{-4} \text{ m/seg.}$, de donde

$$q = -2.555 \times 10^{-18} \text{ coul.}$$

Evidentemente esto no nos da la carga elemental, pues no sabemos cuántas electrones en exceso hay en la gota. Millikan resolvió el problema conectando y desconectando el campo eléctrico un cierto número de veces y observando que el valor del q en las diferentes subidas de la gota era siempre un número entero de veces la misma cantidad. El dio como valor

$$|e| = 1.592(3) \times 10^{-19} \text{ coulombs}$$

mientras que el valor actual es

$$|e| = 1.6021892(46) \times 10^{-19} \text{ coulomb.}$$

El mayor error de Millikan no venía de sus medidas, sino del valor de η que usó que era algo demasiado bajo. Un valor mejor es $\eta = 1.844 \times 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$. Con este valor hubiera obtenido $|e| = 1.616 (3) \times 10^{-19} \text{ coulomb}$ que difiere en menos del 1% del valor actual.

Conociendo este valor la escala del átomo queda totalmente desvelada.

i) Carga del electrón $|e| = 1.6021892(46) \times 10^{-19} \text{ coulomb}$

ii) Número de Avogadro: $N_A = \frac{F}{|e|} = 6.022045(31) \times 10^{23} \text{ mole}^{-1}$

iii) masa del electrón $m_e = 9.109534(47) \times 10^{-31} \text{ Kg.} \Rightarrow$
 $m_e c^2 = 0.5110034(14) \text{ MeV.}$

iv) masa del átomo de hidrógeno $m_H = 1.6735594(87) \times 10^{-27} \text{ Kg}$

v) tamaño típico de un átomo: Por ejemplo el Au tiene un peso atómico de 196.9665 y por tanto su átomo pesa

$$m_{Au} = \frac{196.9665}{1.007825} \times m_H = 3.271 \times 10^{-25} \text{ Kg}$$

Su densidad es $\rho = 1.93 \times 10^4 \text{ Kg/m}^3$ y por tanto hay ρ/m_{Au} átomos de Au por m^3 y 1 átomo de Au ocupa un volumen $m_{Au}/\rho = 1.69 \times 10^{-29} \text{ m}^3$ y por tanto si están unos tocando a los otros el tamaño de un átomo de Au es $2.57 \text{ \AA}$

LOS NUCLEOS

Los átomos son eléctricamente neutros, pero las electrones descubiertas por J.J. Thomson en 1897 tienen carga eléctrica negativa. Si los átomos contienen electrones, entonces también deben contener algún otro material que tenga carga positiva para compensar la negativa de los electrones. Surgen así los modelos atómicos.

Jean Perrin (1870-1942) imaginaba el átomo formado por una partícula cargada positivamente, alrededor de la cual, como pequeños planetas se movían un conjunto de electrones que compensaban la carga total [J. Perrin Rev. Sci. 15, 449 (1901)]. Poco más tarde el físico japonés Hantaro Nagasaki (1865-1950) proponía, en 1904, un modelo más concreto, en el que los electrones equidistaban del centro del átomo y se movían todos ellos con una velocidad angular común.

J.J. Thomson [Phil. Mag 6, 673 (1903) y 7, 237 (1904)] describió el átomo como una esfera de carga positiva con los electrones oscilando alrededor de su centro.

Dejemos de momento los modelos atómicos y veamos como se llega al descubrimiento del núcleo.

Antoine Henri Becquerel (Paris 1852 - Le Croisic 1908) Su abuelo, su padre, el mismo y su hijo fueron profesores de física en el museo de historia natural. Ocupó dicho cargo en 1892. Compartió el premio Nobel de Física con Pierre y Marie Curie en 1903. En febrero de 1896, siendo profesor de la Ecole Polytechnique, descubrió por azar la radioactividad. Estudiando otro fenómeno dejó unas placas fotográficas enmarcadas en un papel oscuro en un cajón, junto a unos cristales de bisulfato de uranio y potasio. Pocos días después (3 de Marzo) se le ocurrió revelar las placas esperando no encontrar nada y halló las siluetas de unos hilos de cobre de unas pantallas que rodeaban las placas. Becquerel atribuyó el efecto al uranio y durante un cierto tiempo las llamó rayos uránicos.

Marie Sklodowska Curie (Varsovia 1867 - Lenon de Sallanches 1934) descubrió

en 1898 que el torio emitía una radiación análoga. y ella y su marido Pierre Curie (Paris 1856 - Paris 1906) descubrieron el radio, que resultó ser millones de veces más activo que el uranio. Este mismo año dieron a este fenómeno el nombre actual de radioactividad.

Ernest Rutherford (Brightwater, New Zealand 1871 - Cambridge 1837). Nació en una familia de emigrantes ingleses. Se educó en el Nelson College en New Zealand y estuvo como estudiante "undergraduate" en el Canterbury College en Christchurch donde obtuvo honores en Física y Matemáticas. Empezó sus investigaciones en electromagnetismo que le permitieron ganar una beca de £ 150 con la que se trasladó, en 1895, al Cavendish Laboratory. Empezó a trabajar en rayos X que habían sido descubiertos por Wilhelm Konrad Röntgen (1845-1923) en Noviembre de 1895. y seguidamente en los rayos descubiertos por Becquerel. En 1898 había logrado probar que había al menos dos tipos de radioactividad que él llamó rayos α y β . Los rayos β eran casi tan penetrantes como los rayos X, mientras que los rayos α tenían un poder de penetración mucho menor y la mayor parte de ellos se apantallaban por un hoja de aluminio de 0.03 mm de espesor. Este trabajo le hizo ganar la plaza de profesor de investigación en el recientemente fundado Macdonald Physics Laboratory de la McGill University en Montreal. Se marchó a Canadá en Septiembre de 1898. Allí trabajó con Frederick Soddy (1877-1956) sobre la naturaleza de la radioactividad. En 1906 volvió a Inglaterra al serle ofrecida una cátedra en la Universidad de Manchester, donde hizo sus trabajos que le permitieron establecer la existencia del núcleo atómico. En 1919 sucedió a J. J. Thomson en el Cavendish. Premio Nobel de Química 1908, fue nombrado Baron Rutherford of Nelson en 1930, caballero en 1914, presidente de la Royal Society 1925. Permaneció activo en el Cavendish hasta su muerte.

En 1899, Becquerel (e independientemente F. Giesel) vieron que la radiación β podía ser desviada mediante un campo magnético y midiendo m/mol vio que eran electrones de gran energía.

En 1903, E. Rutherford no que también las partículas α eran desviadas por campos magnéticos y no que $m\alpha/e\alpha \approx$ ion hidrogeno. Medidas mas precisas de Rutherford (1906) dieron $m\alpha/e\alpha \approx 2mH/e$. Esto podría significar que las partículas α eran partículas de carga igual a la del ion hidrogeno y de peso atómico 2. Pero no se conocía ningún elemento de este peso atómico. El mismo Rutherford sugirió que eran iones de He de peso atómico 4 y carga 2 veces la del electrón cambiada de signo. Hoy día sabemos que son núcleos de helio. Ya en Manchester y en colaboración con T.D. Royds, logró (1907-1908) almacenar un número suficiente de partículas α procedentes de la desintegración del Ra, que pudo estudiar su espectro y comprobar que coincidía con el del Helio.

La intensa clase de radioactividad eran rayos altamente penetrantes y que no eran desviados por un campo magnético. Fueron observados por primera vez en Francia por Paul Villard (1860-1934) en el año 1900 y Rutherford los llamo rayos γ (1903). Éste supuso que eran ondas electromagnéticas de longitud de onda muy corta y el mismo Rutherford con E.N. de Gosta Andrade (1887-1971) logró medir su longitud de onda en 1914.

¿Por qué aparecen los rayos α , β y γ ? Un hecho importante fue descubierto por Rutherford en 1899. Había observado un año antes que la radioactividad del torio fluctuaba, especialmente si la muestra estaba en una corriente de aire. Estableciendo una corriente de aire sobre la superficie del torio, fue capaz de recoger un gas "emanación de torio" (Un gas parecido producido por el Ra había sido encontrado un poco antes por Friedrich Ernst Dorn). El gas era muy radioactivo y explicaba parte de la radioactividad que se había atribuido al torio. Se trataba de un fenómeno muy complejo.

Rutherford y Soddy encontraron, en 1901, que el 54% de la radioactividad del torio es debida a una sustancia altamente radiactiva llamada "Torio X". y lograron probar que el torio produce torio X y que este a su vez produce emanación de torio. En 1902 vieron que la emanación de torio era un nuevo gas noble que llamaron Niton y hoy día se llama Radon. Mas tarde se vio que el torio X era ^{224}Ra , un isotopo del radio ordinario ^{226}Ra .

En 1903 E. Rutherford y F. Soddy [Phil. Mag. Serie 6, 4, 561 y 576 (1903)] explicaron que la radioactividad es en realidad un cambio de un elemento químico en otro, causado por la emisión de una partícula α o β . Esto era un paso atrevido pues hasta entonces se había creído en la inmutabilidad de los elementos químicos. Al año siguiente, Rutherford expuso su Teoría en la Royal Society de London y fue recibida con incredulidad. En la audiencia estaba Pierre Curie que preparaba una puesta a punto sobre la radioactividad y en ella no mencionó la Teoría de Rutherford y Soddy.

Rutherford se dio cuenta que la intensidad de la radioactividad de la emanación de torio disminuía rápidamente en el transcurso del tiempo: al cabo de 54.5 s una dada muestra del gas tiene solo la mitad de su radioactividad original, después de 2×54.5 s solo un cuarto, ... Su interpretación (en colaboración con Soddy) es que cada átomo de emanación de torio tiene una probabilidad $1/2$ de emitir una partícula α en 54.5 s, independientemente de cuánto tiempo un átomo ya haya vivido o de cuanto átomos estén presentes en la muestra, y cuando emite una partícula α deja de ser emanación de torio.

Ley de desintegración: Sea $N(0) \equiv N_0$ el número de partículas de una muestra radioactiva en el instante $t=0$ y $N(t)$ las que quedan en el instante t . En un tiempo $\Delta t \ll 0$ el número de partículas que se desintegran es proporcional al número de partículas de la muestra y a Δt

$$N(t + \Delta t) - N(t) = -\lambda N(t) \Delta t$$

$$\lambda \equiv \text{constante radioactiva} \quad [\lambda] = T^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \Rightarrow$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Semi-vida $T_{1/2}$: El tiempo que debe transcurrir para que una muestra se reduzca a la mitad: $N(t + T_{1/2}) = \frac{1}{2} N(t) \Rightarrow e^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693147}{\lambda}$$

Vida media o periodo: $\tau \equiv \frac{1}{\lambda} \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$

Otro punto que preocupó mucho a los físicos entre 1900 y 1910 es el siguiente:

En 1903 Rutherford encontró que la velocidad de las partículas α emitidas por el radio era de $v = 2.5 \times 10^7$ m/sec. y por tanto su energía cinética es $K = \frac{1}{2} m v^2$, donde m es la masa de la partícula α . Como el peso atómico del Radio es 226 y el de la partícula α es: 4, la energía liberada en la transmutación total de una masa de radio es

$$\frac{4}{226} \frac{1}{2} (2.5 \times 10^7)^2 = 5.5 \times 10^{12} \text{ Joules / Kg.}$$

Recordar que la energía liberada al quemar gas natural es $\approx 5 \times 10^7$ J/Kg.

E. Rutherford and F. Soddy. [Phil. Mag Series 6, 5, 576 (1904)] "all this considerations point to the conclusion that the energy latent in the atom must be enormous compared to that rendered free in ordinary chemical change". "Now the radio elements differ in no way from the other elements in their chemical and physical behaviour --- Hence there is no reason to assume that this enormous store of energy is possessed by the radio elements alone" "The maintenance of solar energy --- no longer presents any fundamental difficulty if the internal energy of the component elements is considered to be available, i.e. if processes of subatomic change are going on".

Parece ser un embargo [A. Pais Rev. Mod. Phys. 49, 925 (1977)] que varios físicos los físicos, Lord Kelvin, Jean Perrin, --- creían que los cuerpos radiactivos obtenían energía de alguna fuente externa.

Esta cuestión no pudo contestarse claramente hasta que se descubrió el núcleo y sus constituyentes.

En 1909 hubo una gran sorpresa que explica el mismo Rutherford de la siguiente forma.

"One day Geiger came to me and say, "Don't you think that young Marsden, whom I am training in radioactive methods, ought to begin a small research?" Now I had thought that too, so I said

"Why not let him see if any alpha particles can be scattered through a large angle?" I may tell you in confidence that I did not believe that there would be, since we knew that the alpha particle was a very fast massive particle, with a great deal of energy, and you could show that if the scattering was due to the accumulated effect of a number of small scatterings the change of an alpha particle being scattered backwards was very small. Then I remember two or three days later Geiger coming to me in great excitement and saying, "We have been able to get some of the alpha particles coming backwards..." It was quite the most incredible event that has ever happened to me in my life. It was almost as incredible as if you fired a 15-inch shell at a piece of tissue paper and it came back and hit you."

¿Por qué la sorpresa? Geiger y Marsden encontraron, en 1909, que el ángulo más probable de desviación de partículas α , provenientes del radio C, pasando una lámina de oro de un espesor de 4×10^{-5} cm, era de 0.87° , pero vieron que 1 de cada 20.000 era desviada hacia atrás ($\theta > 90^\circ$). ¿Cuál era la probabilidad de que estas desviaciones hacia atrás fueran debidas a muchas colisiones independientes de ángulo pequeño? Hay un famoso teorema, el teorema central del límite, que permite calcular la probabilidad de encontrar un valor específico de una cantidad que está obtenida a partir de pequeños incrementos estadísticamente independientes, cada uno de los cuales puede estar en cualquier dirección. Esta probabilidad para el scattering backwards resulta ser 3×10^{-2174} !!

Rutherford concluyó que estos ángulos tan grandes solo podían ser explicados si hubiera una probabilidad apreciable de que una partícula α se desviara un gran ángulo en un solo encuentro con el átomo.

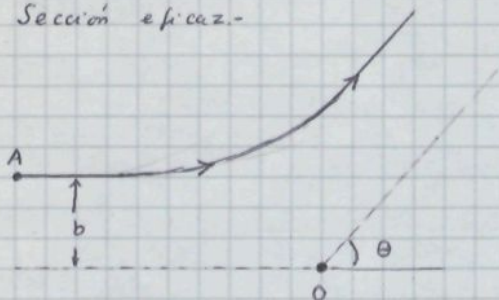
Las partículas α usadas en la experiencia tenían una velocidad $v = 2.09 \times 10^9$ cm/s. y su masa era $mc^2 = 3727.409$ MeV y su carga es $2e$. Consideremos el caso de que la partícula α es enviada directamente en un choque frontal contra algún tipo de partícula de masa $M \gg m$ que está dentro del átomo. Entonces la distancia menor entre la partícula α y este centro de fuerza definiendo que su carga es Ze es

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{(2e)(Ze)}{r} \Rightarrow r = \frac{4e^2 Z}{m v^2} \Rightarrow$$

$$r = 3.21 Z \times 10^{-14} \text{ cm}$$

Vemos pues que los choques se producen con objeto mucho menor que el tamaño de un átomo.

Sección eficaz.-



Supongamos un potencial central $V(r)$ de centro en O. Por semejanza lo supondremos repulsivo. Imaginemos que sobre él incide una partícula de parámetro de impacto b , masa m y velocidad asintótica entrante v .

En principio podemos calcular la trayectoria de la misma usando las ecuaciones clásicas del movimiento. Para cada parámetro de impacto b podemos calcular el ángulo θ en que ha sido desviada la partícula y podemos escribir $b = b(\theta)$. Es evidente que para potenciales $V(r)$ suficientemente regulares θ disminuye al aumentar b y que cuando $b \rightarrow \infty$ entonces $\theta \rightarrow 0$, mientras que si $b=0$ entonces $\theta = \pi$. Podemos pensar $b(\theta)$ como el radio de un disco perpendicular a la dirección incidente. La partícula entrante será desviada un ángulo mayor que θ si (en el caso de que no fuera desviada) chocara con este disco. El área efectiva del disco es

$$\sigma = \pi b^2(\theta)$$

Rutherford calcula $b(\theta)$ suponiendo que $V(r)$ es el potencial coulombiano entre una partícula entrante de carga e_1 y una partícula blanco de carga e_2 y radio

$$\sigma(\theta) = \pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m^2 v^4} \frac{1}{\tan^2 \theta/2}$$

Como la carga entrante es $e_1 = Ze$ y suponiendo que la del blanco es $e_2 = Ze$ se tiene

$$\sigma(\theta) = 4\pi \frac{Z^2 e^4}{m^2 v^4} \frac{1}{\tan^2 \theta/2}$$

Esta es la llamada sección eficaz de Rutherford para que se produzca un choque con ángulo mayor que θ .

Consideremos ahora la situación experimental en la que un haz de partículas α incide sobre una delgada capa de un material de peso atómico A . La capa tiene un espesor d , una área transversal S y una densidad ρ . Su masa total es $M_b = \rho S d$. La masa de un átomo es $M = A \mu$.
 $\mu = \text{unidad atómica de masa} = 1.6605655(66) \times 10^{-24} \text{ gr.}$
 Entonces el número de centros dispersores en el blanco es

$$N = \frac{M_b}{M} = \frac{\rho S d}{A \mu}$$

La probabilidad $P(\theta)$ de que la desviación sea superior a un ángulo θ viene dada por la fracción del área total S de la lámina ocupada por los N discos asociados con cada uno de los blancos de la lámina, siendo el área de cada disco $\sigma(\theta)$. Esto es, la probabilidad es

$$P(\theta) = \frac{N}{S} \sigma(\theta)$$

en la hipótesis que los discos no se tocan apreciablemente.

Con un pcm de oro: $\rho = 19.3 \text{ gr/cm}^3$, $d = 4 \times 10^{-5} \text{ cm}$, $A = 197$, $e = 4.803 \times 10^{-10} \text{ u.e.s}$
 $m = 6.65 \times 10^{-24} \text{ gr}$, $v = 2.09 \times 10^9 \text{ cm/s}$.

$$N/S = 2.36 \times 10^{18} \text{ cm}^{-2}, \quad \sigma(\theta) = 7.93 \times 10^{-28} \text{ cm}^2 \frac{Z^2}{\tan^2 \theta/2}$$

Entonces

$$P(\pi/2) = 1.83 \times 10^{-9} Z^2$$

como Geiger y Marsden habían encontrado que $P(\pi/2) = 1/20000 = 5 \times 10^{-5}$ se deduce que $Z = 165$. No es un valor entero pues el valor correcto es $Z = 79$.

Rutherford determinó pues por primera vez números atómicos. Los valores mejorados y recientes

Elemento	Z Rutherford	Z redados
Aluminio	22	13
Cobre	42	29
Plata	78	47
Platino	138	78
Oro	144	79

que por razones desconocidas son sistemáticamente demasiado altos.

Tenemos ya una descripción física del átomo: Un núcleo atómico de radio muy pequeño comparado con el de todo el átomo. En el núcleo está prácticamente toda la masa y está cargado con carga Ze . A su alrededor hay electrones que compensan la carga positiva del núcleo.

Nota: es curioso hacer notar que $\sigma(\theta)$ deducida clásicamente coincide con la deducida en mecánica cuántica en el caso de un potencial coulombiano. Si no hubiera sido así los experimentos de Geiger y Marsden deberían haber esperado su interpretación al descubrimiento de la mecánica cuántica.

Niels Bohr (Copenhague 1885 - Copenhague 1962). Estudió en Cambridge y Manchester bajo la dirección de J.J. Thomson y E. Rutherford y fue profesor de la Universidad de Copenhague (1916) y director del Instituto de Física Teórica (Nórdica) (1921). Modelo de Bohr (1913). Premio Nobel 1922. Modelo de la gota líquida (1933). Durante la segunda guerra mundial fue a los EEUU y trabajó en Los Alamos. Volvió a Dinamarca en 1945.

Los resultados de Rutherford favorecían claramente el modelo atómico de Rutherford. La dificultad mayor apareció al intentar estudiar su comportamiento mediante la Mecánica de Newton y la teoría electromagnética de Maxwell. En el caso del átomo de hidrógeno hay un núcleo, prácticamente puntual de carga $Z|e|$ ($Z=1$) y cuya masa es M y en su alrededor giraba un electrón de carga $-|e|$ y masa m_e . La energía potencial es $V(r) = -\frac{Ze^2}{r}$. Si la energía del electrón es $E < 0$ este describe una elipse con el núcleo en uno de sus focos siendo la frecuencia del movimiento

$$\nu = \frac{1}{2\pi e^2} \left(\frac{2Ze^2}{\mu} \right)^{1/2} \quad \mu^{-1} = m_e^{-1} + M^{-1}$$

De acuerdo con la electrodinámica clásica este movimiento acelerado, emite radiación compuesta por una serie de ondas monocromáticas de frecuencia igual a ν o a uno de sus armónicos. Este proceso de radiación ocasiona una pérdida de energía por parte del electrón y se produce una caída de este hacia el núcleo en un tiempo inferior a 10^{-10} s., originando una emisión continua de radiación

En 1885, un maestro de escuela suizo Johann J. Balmer (1825-98) propuso que todas las rayas del espectro visible del hidrógeno podían explicarse mediante la fórmula

$$\nu_{m \rightarrow 2} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \quad m=3, 4, 5, \dots$$

donde R es una constante.

En 1908, H. L. Ritz encontró el principio de combinación, que se puede enunciar de la siguiente forma: la frecuencia de cualquier línea espectral de un elemento es expresable como la diferencia de dos términos espectrales. Para el hidrógeno éstos términos son de la forma R/m^2 , donde R es una constante y m un número entero, por lo que las frecuencias posibles son

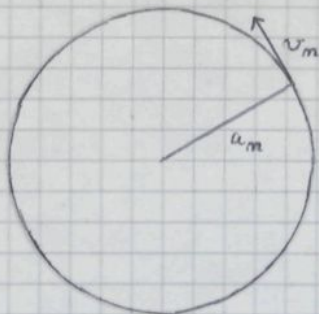
$$\nu_{m \rightarrow n} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad m > n = 1, 2, \dots$$

resultado imposible de comprender clásicamente y que para $n=2$ coincide con el de Balmer.

Niels Bohr [Phil. Mag. 26, 1, 476 y 857 (1913)] es el primero en construir un modelo razonable de átomo, mediante las siguientes hipótesis

- i) Un átomo tiene un conjunto discreto de estados estacionarios con energías $E_1, E_2, \dots$
- ii) La emisión y absorción de radiación en un átomo no tiene lugar de forma continua, como indica la electrodinámica clásica, sino solo cuando el átomo pasa de un estado estacionario a otro
- iii) Al pasar de un estado estacionario E_i a otro $E_j < E_i$ ($E_j > E_i$) se emite (absorbe) un fotón de energía $h\nu = |E_i - E_j|$
- iv) Un electrón en un estado estacionario describe una órbita circular, con movimiento gobernado por las leyes de la mecánica clásica, pero éstas no son válidas en las transiciones de un estado estacionario a otro
- v) Las órbitas estacionarias en el átomo vienen determinadas por la condición de que el momento angular orbital del electrón sea un múltiplo entero positivo de $\hbar \equiv h/2\pi$

Nota: Hemos usado la palabra fotón de acuerdo con la terminología moderna pero como veremos este concepto y esta idea son muy posteriores. Por otra parte en (iii) sabemos que no se tiene en cuenta el retardo nuclear que es despreciable aquí.



Momento angular orbital $l_m = m \hbar = \mu v_m a_m$, $m=1, 2, \dots$

Energía cinética $K_m = \frac{1}{2} \mu v_m^2$

Energía potencial $V_m = - \frac{Z e^2}{a_m}$

La fuerza centrípeta = fuerza de Coulomb $\frac{\mu v_m^2}{a_m} = \frac{Z e^2}{a_m^2}$

Si $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137.03604(11)}$ entonces

$$a_m = \frac{\hbar}{\mu (Z \alpha c)} m^2 = 0.529 \ 177 \ 06 \ (44) \ \text{\AA} \left(\frac{m_e}{\mu} \right) \frac{1}{Z} m^2$$

$$E_m = - \frac{1}{2} \mu (Z \alpha c)^2 \frac{1}{m^2} = - 13.605 \ 804 \ (36) \text{ eV} \left(\frac{\mu}{m_e} \right) Z^2 \frac{1}{m^2}$$

$$\mu = \frac{m_e M_m}{m_e + M_m} \Rightarrow \frac{\mu}{m_e} = \frac{1}{1 + \frac{m_e}{M_m}}$$

Hidrogeno $Z=1$ $\frac{\mu}{m_e} = 0.999 \ 458 \ 428 \ 0 \ (35)$

Nota: $K_m = - \frac{1}{2} V_m$ (Teorema del virial)

$$v_m = \frac{Z \alpha c}{m} \Rightarrow \frac{v_m}{c} = \frac{1}{137.03604(11)} \frac{Z}{m}$$

El espectro: $h \nu_{m \rightarrow n} = E_m - E_n = \frac{1}{2} \mu (Z \alpha c)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

$$\nu_{m \rightarrow n} = \frac{\mu (Z \alpha c)^2}{4 \pi \hbar} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad m > n = 1, 2, \dots$$

$$\lambda_{m \rightarrow n} = c \frac{1}{\nu_{m \rightarrow n}}$$

$$\frac{1}{2} m_e (\alpha c)^2 = 13.605 \ 804 \ (36) \text{ eV}$$

$$\frac{m_e (\alpha c)^2}{4 \pi \hbar} = 3.289 \ 842 \ 02 \ (25) \times 10^{15} \text{ Hertz}$$

$$\begin{aligned} \frac{m_e \alpha^2}{4 \pi \hbar} &= 109 \ 737.317 \ 7 \ (83) \text{ cm}^{-1} = \\ &= 1 / 911.267 \ 034 \ (69) \text{ \AA} \end{aligned}$$

Hidrogeno

$$E_m - E_n = 13.598435(36) \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ eV}$$

$$\nu_{m \rightarrow n} = 3.28806033(28) \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \times 10^{15} \text{ Hz.}$$

$$\lambda_{m \rightarrow n} = 911.760818(76) \frac{1}{\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)} \text{ \AA}$$

Series espectrales: Las transiciones $m \rightarrow n$ ($n = \text{fijo}$) $m > n$ se denominan series espectrales.

$n = 1$	Serie de Lyman	, ultravioleta
$n = 2$	Serie de Balmer	, visible
$n = 3$	Serie de Paschen	, infrarrojo
$n = 4$	Serie de Brackett	, infrarrojo
$n = 5$	Serie de Pfund	, infrarrojo.

Serie de Balmer $n = 2$, $m = 3, 4, 5$

m	$E_m - E_2 / \text{eV}$	$\nu_{m \rightarrow 2} / 10^{15} \text{ Hz}$	$\lambda_{m \rightarrow 2} / \text{\AA}$
3	1.889	0.4567	6565
4	2.550	0.6165	4863
5	2.856	0.6905	4342
6	3.022	0.7307	4103
..	----	----	----
∞	3.400	0.8220	3647

Límites de series

$n = 1$	$\lambda_{2 \rightarrow 1} = 1215.681$	$\lambda_{\infty \rightarrow 1} = 911.7608$
$n = 2$	$\lambda_{3 \rightarrow 2} = 6564.678$	$\lambda_{\infty \rightarrow 2} = 3647.043$
$n = 3$	$\lambda_{4 \rightarrow 3} = 18756.22$	$\lambda_{\infty \rightarrow 3} = 8205.847$
$n = 4$	$\lambda_{5 \rightarrow 4} = 40522.70$	$\lambda_{\infty \rightarrow 4} = 14588.17$
$n = 5$	$\lambda_{6 \rightarrow 5} = 74548.61$	$\lambda_{\infty \rightarrow 5} = 22794.02$

Relación

$$E = 2\pi h \nu = 2\pi (hc) \frac{1}{\lambda}$$

$$E = 4.135701(14) \times 10^{-15} \text{ eV (V.eg)} = 12398.520(32) \text{ eV } \frac{\text{\AA}}{\lambda}$$

Ondas de radio $\lambda > 10^{-1} \text{ m} \Rightarrow \nu < 3 \times 10^{11} \text{ Hz}$, $E < 1.2 \times 10^{-3} \text{ eV}$

Infrarrojo $7.5 \times 10^{-5} \text{ m} < \lambda < 10^{-1} \text{ m} \Rightarrow$

$$4.0 \times 10^{14} \text{ Hz} > \nu > 3.0 \times 10^{11} \text{ Hz} , \quad 1.7 \text{ eV} > E > 1.2 \times 10^{-3} \text{ eV}$$

Visible $4.0 \times 10^{-5} \text{ m} < \lambda < 7.5 \times 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow$

$$7.5 \times 10^{14} \text{ Hz} > \nu > 4.0 \times 10^{14} \text{ Hz} , \quad 3.1 \text{ eV} > E > 1.7 \text{ eV}$$

Ultravioleta $10^{-6} \text{ m} < \lambda < 4.0 \times 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow$

$$3 \times 10^{16} \text{ Hz} > \nu > 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz} , \quad 120 \text{ eV} > E > 3.1 \text{ eV}$$

Rayos X $10^{-9} \text{ m} < \lambda < 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow$

$$3 \times 10^{19} \text{ Hz} > \nu > 3 \times 10^{16} \text{ Hz} , \quad 0.12 \text{ MeV} < E < 0.12 \text{ keV}$$

Rayos γ $\lambda < 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \nu > 3 \times 10^{19} \text{ Hz} , \quad E > 0.12 \text{ MeV}$

Henry Gwyn-Jeffreys Moseley (Weymouth 1887 - Gallipoli 1915) Fue asistente de Rutherford en Manchester y después enseñó en Oxford. Cuando se inició la primera guerra mundial estaba en Australia donde asistía a las reuniones de la British Association, y volvió inmediatamente a Inglaterra para alistarse a los Royal Engineers, como Signals Officer. Murió en Agosto de 1915 en acción, en la campaña de Gallipoli, en el desembarco de Suvla Bay.

En el año 1895 Wilhelm Konrad Röntgen (1845-1923) descubrió, en Múnich, los rayos X. Muchos experimentadores habían encontrado que placas fotográficas depositadas cerca de los tubos de descargas se quedaban veladas. Röntgen sintió curiosidad por este fenómeno y supuso que los tubos emitían alguna, hasta entonces desconocida, forma de radiación que podía pasar a través del material donde estaban empacotadas las placas. Así accidentalmente descubrió que allí existía tal radiación; era invisible, pero podía captarse debido a su propiedad de convertir en luminoso el material fosforescente. Se halló bien pronto que una placa gruesa de metal la detenía en completo, pero que podía atravesar placas metálicas delgadas o bien sustancias ligeras, como cartón, papel medero o carne humana, y que después de atravesarlas podía aun afectar a una pantalla fluorescente o una placa fotográfica, de modo que era posible fotografiar los huesos dentro de un cuerpo vivo !!

En 1912, Max von Laue (1879-1960) dijo que si la radiación consistía en ondas electromagnéticas de longitud de onda muy corta, entonces los átomos dispuestos de manera regular en un cristal debían producir difracción, exactamente igual que el rayado regular en una red de difracción difracta la luz visible, y calculó el tipo general de la pauta de difracción que debía esperarse de esta hipótesis. Cuando Walter Friedrich (1883-) y Paul Knipping (1883-1935) llevaron a cabo las experiencias comprobaban las ideas de Laue y confirmaron la naturaleza de los rayos X.

Inmediatamente después de la aparición del trabajo de Bohr sobre la estructura atómica, Moseley decidió medir con precisión las cargas nucleares de una serie de elementos de peso atómico medio que emiten rayos X, midiendo la longitud de onda de estos. La idea básica es que al chocar un electrón de energía alta con un átomo arranca un electrón de una de las capas más internas K, L, ... y este hueco es llenado por otro electrón menos energético produciéndose una radiación X.

Los niveles más internos de un átomo de muchos electrones pueden ser descritos aproximadamente mediante una expresión

$$E_n \approx -\frac{1}{2} \mu (\alpha c)^2 (Z - b)^2 \frac{1}{n^2}$$

donde b es una constante debida al apantallamiento. Entonces en las transiciones entre estos niveles

$$\sqrt{\nu} = K (Z - b) \quad (\text{Ley de Moseley})$$

Los resultados de Moseley [Phil. Mag. Series 6, 26, 257 (1913)] fueron

Ca	$Z = 20.00$	$A = 40.09$
Sc	no medido	44.1
Ti	21.99	48.1
V	22.96	51.06
Cr	23.98	52.0
Mn	24.99	54.93
Fe	25.99	55.85
Co	27.00	58.97
Ni	28.04	58.68
Cu	29.01	63.57

41/002

Valores actuales de la línea $\alpha_2 K L_E$ para distintos elementos

	$\lambda / \text{\AA}$	$\nu / 10^9 \text{ Hz}$	$\Delta \nu$
Ca	3.36166	0.944351	0.04965
Sc	3.0342	0.99400	0.04969
Ti	2.75216	1.04369	0.04976
Va	2.50738	1.09345	0.04983
Cr	2.293606	1.143276	0.04989
Mn	2.10578	1.19317	0.04995
Fe	1.939980	1.243116	0.05000
Co	1.792850	1.293119	0.05004
Ni	1.661747	1.343160	0.05009
Cu	1.544390	1.393250	0.05013
Zn	1.439000	1.443378	

Zm

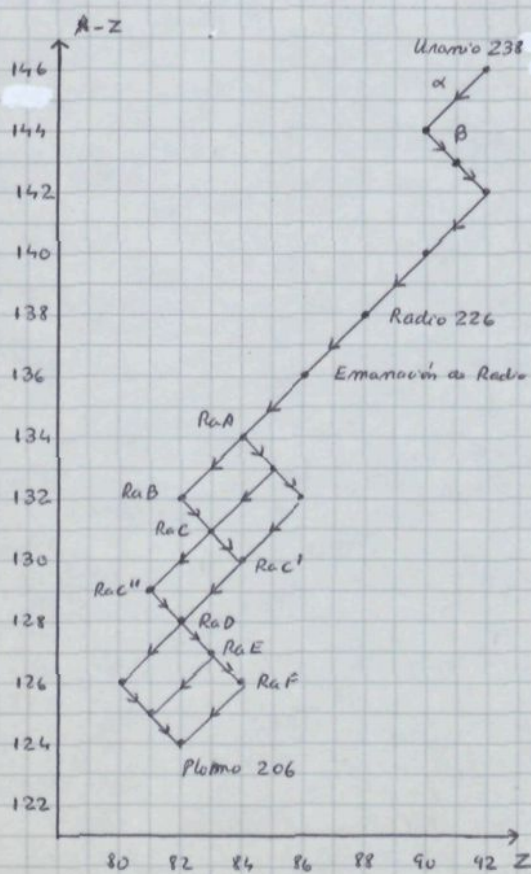
30.01

65.37

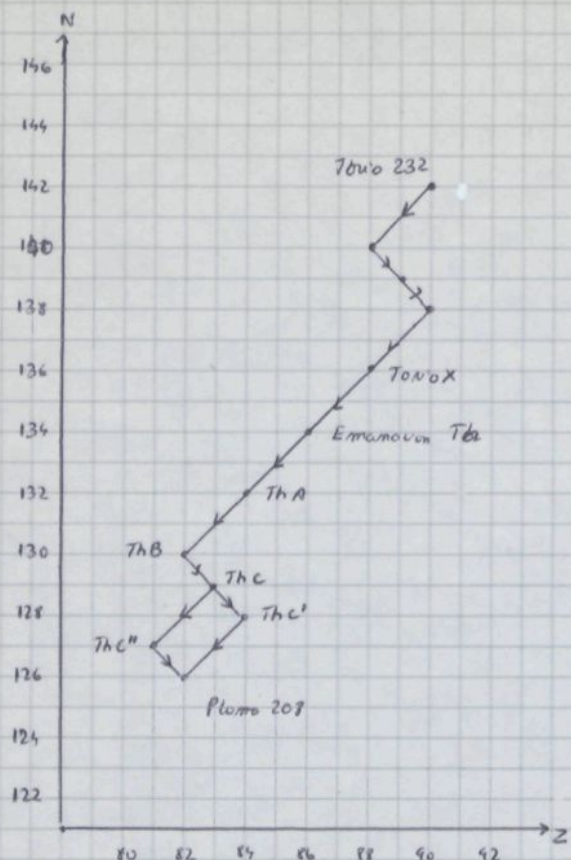
No fue sorprendente que la Z fuera un número entero pues ya se esperaba que la carga nuclear compensara el número de electrones que tuviera el átomo. La sorpresa fue que la carga nuclear aumentara en una unidad de un átomo al siguiente al ordenarlos en pesos atómicos (salvo algunas excepciones como el Co)

Ya en 1914 Frederick Soddy (1877-1956) había indicado que cuando un átomo emite una partícula α pasa que siempre se convierte en un átomo de un elemento que está dos puestos mas abajo en la lista de elementos atómicos ordenados de acuerdo con sus pesos atómicos. También Soddy, K. Fajans y A.S. Russell, independientemente, habían visto que al emitir un átomo una partícula β cambia a un nuevo átomo un lugar más arriba en la serie periódica. Estas "leyes de desplazamiento" eran ahora inmediatas a la vista de los resultados de Moseley.

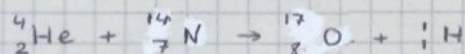
Las tres series radiactivas principales quedaban claramente establecidas



Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	Th	Pa	U
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92



En 1919, Rutherford logró las primeras transmutaciones atómicas artificiales. Usó rápidas partículas α provenientes de la desintegración natural del Radio C. y produjo la reacción



y otras reacciones análogas. Se puede decir que Rutherford fue el primer alquimista que logra transmutar la materia.

Rayos canales: Las partículas catódicas (electrones) no constituyen el único mecanismo para el transporte de la electricidad a través de un gas; hay también un flujo de partículas positivas que se mueven en sentido opuesto. Goldstein descubrió estos

rayos en 1886, que no son más que partículas del gas residual ionizadas. En 1898 Wilhelm Wien (1864-1928) midió las cargas y masas de estos portadores y vio que cada partícula llevaba una carga igual y opuesta a la del electrón y una masa análoga a la masa de alguno de los átomos del gas residual, lo cual permitió establecer la conclusión anterior.

Wien, en 1902 [Ann. d. Phys. 8, 244 (1902)] al medir e/m para los rayos canales o positivos más ligeros comprobó que corresponden al ion hidrógeno.

El estudio de los rayos canales proporciona un nuevo método de medir masas atómicas que resultó ser mucho más exacto que los métodos químicos normales. En el año 1910, J.J. Thomson lo emplea ya para medir masas. Si en un haz de rayos positivos las partículas fueran exactamente iguales, y todas se movieran con la misma velocidad, entonces, todas las partículas se desviarían de igual modo por efecto de las fuerzas eléctricas y magnéticas, de tal suerte que el haz permanecería compacto, y cayendo sobre una placa fotográfica marcaría en ella un punto. En realidad, no es fácil eliminar diferencias de velocidad y por tal causa el haz se ensancha y deja impresionada en la placa una parábola, para un valor determinado de e/m , debido al efecto del campo eléctrico y magnético empleado.

Los químicos daban al Ne un peso atómico 20.2 y ahora aparecían dos parábolas correspondientes a pesos atómicos 20.0 y 22.0, siendo la primera parábola de una intensidad de casi nueve veces la segunda. De esto se dedujo que el neon no estaba formado por átomos enteramente iguales, sino una mezcla de dos sustancias de propiedades químicas análogas y de pesos atómicos distintos. Se habían descubierto los isotopos. Hoy día sabemos que el neon natural es

	Abundancia	Peso atómico	
$^{20}_{10}\text{Ne}$	0.9092	19.99244	} 20.171
$^{21}_{10}\text{Ne}$	0.00257	20.99395	
$^{22}_{10}\text{Ne}$	0.0882	21.99138	

El nombre de isotopos es debido a Soddy (iso = $\epsilon\acute{o}$ mos = idéntico lugar). Por correspondencia el mismo lugar en la tabla periódica.

Rutherford, ya desvelado el problema de los isotopos, vuelve a imaginar el núcleo de H
sillas fundamental de los otros núcleos y los llama electrones positivos [E. Rutherford
Phil. Mag. 27, 488 (1915)]:

"Es bien conocido, de las experiencias de J. J. Thomson y otros, que no ha sido observada ninguna partícula de carga positiva con masa menor que la del átomo de hidrógeno. Las dimensiones extraordinariamente pequeñas encontradas para el núcleo de hidrógeno corroboran la sugerencia de que el núcleo de hidrógeno es el electrón positivo. El núcleo de helio tiene una masa unas cuatro veces la del hidrógeno. Si se supone que el electrón positivo es una unidad de la que están compuestos todos los átomos, ha de anticiparse que el átomo de helio contiene cuatro electrones positivos y dos negativos."

Que los "electrones positivos" sean partículas constitutivas de los núcleos, era entonces una pura hipótesis, ya que ellos no aparecían en la desintegración radiactiva, como aparecían los electrones negativos en forma de rayos β . Poco pronto quedará confirmada esta hipótesis por el mismo Rutherford en su célebre experiencia de la primera transmutación artificial [E. Rutherford Phil. Mag. 37, 581 (1919)]:

"De los resultados hasta aquí obtenidos es difícil eludir la conclusión de que los átomos de largo alcance producidos en la colisión de partículas α con nitrógeno, no son átomos de nitrógeno, sino probablemente átomos de hidrógeno. Si es así, habremos de concluir que el átomo de nitrógeno

se desintegra bajo las intensas fuerzas desarrolladas en una colisión frontal con partículas α rápidas, y que el átomo de hidrógeno liberado formaba una parte constitutiva del núcleo de nitrógeno."

En la reunión de la British Association que tuvo lugar en Cardiff en 1920, Rutherford, recordando a Prout, propuso el nombre de "protón" para esta elección positiva constituyente de la materia. Así lo recordará en el ambiente más internacional de la 3ª Conferencia de Solway de 1921. La segunda partícula elemental quedaba establecida, aunque su nombre se introduzca lentamente en la literatura científica. El mismo Rutherford, hasta 1929, usa más frecuentemente los términos "H-nucleus", "H-particle" y raramente "protón".

De acuerdo con todo esto un átomo (A, Z) estaba compuesto de un núcleo formado por A protones y $(A-Z)$ neutrones y rodeado por una nube compuesta de Z electrones.

Hoy día sabemos que el electrón tiene una masa $m_e c^2 = 0.5110034(46)$ MeV y el protón $m_p c^2 = 938.2796(27)$ MeV y valores aproximados de estas cantidades eran ya conocidas. La unidad de masa atómica era $1 \text{ a.m.u.} = 931.5046(26)$ MeV. Hoy día sabemos, por ejemplo, que la masa de un átomo de $^{14}_7\text{N}$ es $M(^{14}_7\text{N})c^2 = 14 \times (1 \text{ a.m.u.}) + 2.86373 \text{ MeV} \approx 13043.886(36) \text{ MeV}$. De acuerdo con el modelo propuesto

$$M(^{14}_7\text{N})c^2 = 14(m_p + m_e)c^2 = 13143 \text{ MeV}$$

Esto no era origen de sorpresas, pues de acuerdo con la Teoría de la relatividad, masa y energía son equivalentes y lo único que indicaba es una elevada energía de ligadura.

Las partículas materiales establecidas hasta el año 20 eran el protón y el electrón, poseían carga eléctrica. En realidad desde principio de siglo se habían también imaginado partículas masivas y neutras, a las que W. Nernst denominó "neutrones". Fue sin embargo Rutherford en su alocución Bakerian Lecture ante la Royal Society el 3 de junio de 1920 sobre "La constitución nuclear de los átomos" el primero en predecir con detalle su existencia y propiedades. Le brinda la oportunidad para estas especulaciones la reciente observación de un isótopo de Helio con masa 3:

"Las observaciones experimentales realizadas hasta ahora son incapaces de establecer si el nuevo átomo tiene masa 3, pero por analogía con el helio podemos esperar que el núcleo del nuevo átomo conste de tres núcleos H y un electrón---

"Si somos correctos al suponer eso, parece muy verosímil que un electrón pueda también ligar dos núcleos H, y aun posiblemente uno solo. En el primer caso resulta la posibilidad de un átomo de masa aproximadamente 2 y con una sola carga, que ha de considerarse como un isótopo del hidrógeno. El segundo caso implica la idea de que pueda existir un átomo de masa 1 con carga nuclear cero. Tal estructura atómica de ningún modo parece imposible. Según las ideas actuales, el átomo de hidrógeno, que es neutro, se comporta como un núcleo de carga unidad que atrae un electrón a una cierta distancia, y el espectro del hidrógeno se atribuye a los movimientos de ese electrón distante. Pero en ciertas condiciones le ha de ser posible a un electrón combinarse mucho más íntimamente con el núcleo H, para formar una especie de doblete neutro. Un átomo así gozaría de propiedades muy originales. Su campo externo sería prácticamente cero, a no ser muy cerca del núcleo y por consiguiente sería capaz de moverse libremente a través de la materia. Sería difícil detectar su presencia con el electroscope, e imposible contenerlo en un recipiente cerrado. Por otra parte habría de penetrar fácilmente la estructura de los átomos, y podría unirse al núcleo, o desintegrarse bajo un intenso campo, emitiendo posiblemente un átomo H cargado, o un electrón, o ambas cosas.

Si la existencia de tales átomos es posible, se ha de esperar que puedan producirse, aunque probablemente en muy pequeña cantidad, en la descarga eléctrica a través del hidrógeno, donde hay tanto electrones como núcleos H en cantidades enormes.---

La existencia de tales átomos parece casi necesaria para explicar como se forman los núcleos de los elementos pesados; pues a menos de suponer la producción de partículas cargadas en velocidades muy grandes, es difícil concebir cómo una partícula cualquiera cargada fuertemente puede alcanzar el núcleo de un átomo pesado contra su campo repulsivo."

Poco después Rutherford pone a dos estudiantes a intentar hallar los neutrones producidos en las descargas eléctricas a través del hidrógeno, sin ningún éxito.

Sin embargo Rutherford en la 3a Conferencia Solvay (1921) indica de nuevo el papel del neutrón en la nucleogénesis estelar. y Maurice de Broglie hablará con naturalidad de los "neutrones de Sir Ernest Rutherford". Por otra parte, esa noción de "neutrón" como "agrupación protón-electrón" se usara ocasionalmente en la descripción de modelos de estructura nuclear [W.D. Harkins J. Am. Chem. Soc. 43, 1308 (1921)] [S. UNO Proc. Phys. Math. Soc. Japan 2, 76 (1926)]. A veces se indicará explícitamente que no se hace por pura "comodidad de lenguaje", sin "preguntar para nada la naturaleza de esta agrupación". [G. Fournier Jour. de Phys. et le Radium, Ser. VII, 1, 195 (1930)].

Si bien las experiencias en el *forendish* continúan en la búsqueda del neutrón no es allí donde empieza la historia de su descubrimiento.

El equipo de Berlín fue el primero en publicar [W. Bothe y H. Becker. Naturwiss 18, 705 (1930), Zeits. f. Physik 66, 289 (1930); W. Bothe Phys. Zeits. 32, 661 (1931)] el fenómeno sorprendente de que el berilio, excitado por rayos α , emitía una "radiación γ " muy penetrante, cuya energía resultó ser superior a la de los rayos α primarios.

La experiencia se repitió en el Institut du Radium de París [I. Curie C.R. 193, 1412 (1931)], que poseía las fuentes de polonio más potentes del mundo. Medidas de absorciones en láminas de plomo permitieron estimar la energía de estos sorprendentes "rayos γ ". Resultaba ser de unos 15-20 MeV. A las pocas semanas [I. Curie y F. Joliot C.R. 194, 273 (1932)] ven que "esta radiación γ " al hacerlos incidir sobre una lamina de parafina producen fotones de gran velocidad. El cálculo del fenómeno exigía rayos γ de 50 MeV, en contradicción con la energía calculada por su absorción en plomo. Los esposos Curie llegaron a cuestionar la ley de la conservación de la energía.

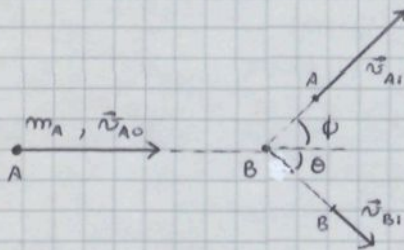
En Cambridge, H.C. Webster, bajo la dirección de Chadwick realizaba experiencias análogas desde hacía dos años. [H.C. Webster Proc. Roy. Soc. 136, 428 (1932)] advierte el enigma de que las radiaciones de Be emitidas en el sentido de los rayos α excitantes eran mucho más penetrantes que las emitidas en sentido opuesto, lo cual no se entendía suponiendo que eran rayos γ . No se olvidaron de que quizás eran neutrones. Pero se suponía que los neutrones, dado su momento magnético, debían ionizar débilmente y esto no fue observado.

Sir James Chadwick [Manchester 1891 -

] Estudio en Manchester

con Rutherford y luego se fue a Alemania donde fue internado durante la primera guerra mundial. Subdirector del Cavendish (1923), miembro de la Royal Society (1927), profesor en Liverpool (1935), Nobel de Física (1935), Director de la delegación británica en los Estados durante el proyecto Manhattan. Director del Cavendish (1948).

En este momento Chadwick realiza la experiencia crucial; estudia la colisión de esos rayos del berilio con núcleos ligeros y aplica las leyes de conservación de la energía y el momento.



$$m_A v_{A0} = m_A v_{A1} \cos \phi + m_B v_{B1} \cos \theta$$

$$0 = m_A v_{A1} \sin \phi - m_B v_{B1} \sin \theta$$

$$\frac{1}{2} m_A v_{A0}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B1}^2$$

Eliminando ϕ de las dos ecuaciones primeras

$$\left. \begin{array}{l} m_A v_{A0} - m_B v_{B1} \cos \theta = m_A v_{A1} \cos \phi \\ m_B v_{B1} \sin \theta = m_A v_{A1} \sin \phi \end{array} \right\} \Rightarrow m_A^2 v_{A1}^2 = (m_A v_{A0} - m_B v_{B1} \cos \theta)^2 + m_B^2 v_{B1}^2 \sin^2 \theta$$

$$m_A^2 v_{A1}^2 = m_A^2 v_{A0}^2 + m_B^2 v_{B1}^2 - 2m_A m_B v_{A0} v_{B1} \cos \theta$$

Substituyendo en la última

$$m_A^2 v_{A0}^2 = m_A^2 v_{A0}^2 + m_B^2 v_{B1}^2 - 2m_A m_B v_{A0} v_{B1} \cos \theta + m_A m_B v_{B1}^2 \Rightarrow$$

$$v_{B1} [(m_A + m_B) v_{B1} - 2m_A v_{A0} \cos \theta] = 0$$

La solución $v_{B1} = 0$ es evidente: nada sucede en la colisión y no nos interesa. Entonces

$$v_{B1} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A0} \cos \theta$$

Haciendo la experiencia con dos núcleos B y B'

$$\frac{v_{B1}}{v_{B'1}} = \frac{m_A + m_{B'}}{m_A + m_B}$$

Chadwick observa que en idénticas condiciones experimentales si $B = H$ y $B' = N$

entonces $v_{B1} = 3.3 \times 10^7 \text{ m/s}$ y $v_{B'1} = 4.7 \times 10^6 \text{ m/s} \Rightarrow$

$$\frac{3.3 \times 10^7}{4.7 \times 10^6} = \frac{1 + m_A}{1 + m_B} \Rightarrow m_A = 1.15 \text{ u.a.m.}$$

Chadwick explico su resultado en el Kapitza Club, un círculo informal de físicos que se había formado en el Garendish alrededor de Peter Leonidovich Kapitza. Pocos días después publicó su descubrimiento en el Nature (Febrero 27, 1932) y en forma más completa en Proc. Roy. Soc. A136, 692 (1932):

"Las propiedades de la radiación penetrante emitida por berilio (y boro), al ser bombardeado por partículas α de polonio, han sido examinadas. Se concluye que la radiación no consiste de cuantos, como se había supuesto hasta aquí, sino en neutrones, partículas de masa 1 y carga 0. Se aducen argumentos para probar que la masa del neutrón está probablemente contenida entre 1.005 y 1.008. Esto sugiere que el neutrón consiste en un protón y un electrón íntimamente combinados, con una energía de ligadura de entre 1 y 2×10^6 eV,..."

El papel del neutrón en la constitución nuclear fue subrayado por D. Iwanenko [Nature 129, 798 (1932)] y por W. Heisenberg [Zeits. f. Physik 77, 1, 156 (1932) 80, 587 (1933)]. Heisenberg propuso que los núcleos estaban formados de protones y neutrones que se mantienen unidos por el intercambio de electrones entre sí. Esto es, un neutrón deja en su electrón y se convierte en un protón, y el electrón es logido por un protón que se convierte en neutrón. La carga, el momento y la energía son conservados en este proceso, dando origen a las llamadas fuerzas de intercambio. Sin embargo, como el neutrón era considerado por Heisenberg como un estado ligado protón-electrón, aún podían considerarse estas partículas como constituyentes fundamentales de toda la materia.

Desde la perspectiva actual no faltaban sólidas razones al final de la década de los veinte para rechazar el esquema de núcleos constituido por protones y electrones:

1) La primera es el valor del spin nuclear. El caso más claro es el del $^{14}_7\text{N}$ que de acuerdo con el esquema debía contener en su núcleo 14 protones y 7 electrones, en total 21 fermiones de spin $1/2$. Así que debía poseer spin semi-entero y obedecer la estadística de Fermi-Dirac. Pero el análisis del espectro de bandas indicaba [R. Kronig Naturwiss. 16, 335 (1928)] que el spin del $^{14}_7\text{N}$ es 1. Por otra parte el espectro Raman del nitrógeno

molecular demostraba que era un bosón [F. Rasetti Proc. Nat. Acad. Sci. 15, 545 (1929)]. Esto hizo levantar la voz de los entendidos [W. Heitler y G. Herzberg Naturwiss. 17, 673 (1929)], pero se llegó a admitir que los electrones al incorporarse al núcleo perdían su spin. Chadwick conocía este problema pero no parece que le preocupara seriamente. Al final de su trabajo de 1932 dice:

"It is, of course, possible to suppose that the neutron is an elementary particle. This view has little to recommend it at present, except the possibility of explaining the statistics of such nuclei as ^{14}N ."

Evidentemente el problema desaparece si aceptamos que el núcleo de ^{14}N está formado de 7 p y 7 n, todos ellos con spin $1/2$.

2) Se sabía que el radio nuclear era muy pequeño, del orden de unos pocos fermis. Hoy día, sabemos que es $r = r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1.2 \text{ fm}$, si $A \gg 1$. Al quedar confinado el electrón en un volumen tan pequeño el principio de indeterminación de Heisenberg nos dice que

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar/2 \Rightarrow \Delta p \approx \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV sec}}{2 \times 1 \text{ fm}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c \Delta p \approx 100 \text{ MeV} !!$$

El electrón tendría que estar ligado al núcleo con fuerzas extraordinariamente intensas de origen desconocido, que lógicamente deberían afectar los detalles finos de los efectos atómicos, contra toda evidencia experimental. Los electrones no pueden formar parte de la estructura nuclear.

3) El momento magnético de una distribución de corrientes se define como

$$\vec{m} \equiv \frac{1}{2c} \int d^3x [\vec{x} \times \vec{J}(\vec{x})]$$

y para una distribución de cargas

$$\vec{J}(\vec{x}) = \sum_i e_i v_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i)$$

se lo que

$$\vec{m} = \frac{1}{2c} \sum_i q_i (\vec{x}_i \times \vec{v}_i) \Rightarrow$$

$$\vec{m} = \frac{\hbar}{i} \sum_i \frac{q_i}{2M_i c} \vec{L}_i$$

$\vec{L}_i \equiv \text{mom. angular orbital}$

Una partícula con spin tiene un momento magnético intrínseco

$$\vec{m} = \mu \frac{1}{\hbar} \vec{S}$$

donde

$$\mu_e = -g_e \frac{\hbar |e|}{2m_e c}, \quad \mu_p = g_p \frac{\hbar |e|}{2m_p c}, \quad \mu_n = g_n \frac{\hbar |e|}{2m_p c}$$

$$\mu_B = \frac{\hbar |e|}{2m_e c} = 0.578 \ 837 \ 85 \ (95) \times 10^{-14} \text{ MeV Gauss}^{-1}$$

$$\mu_N = \frac{\hbar |e|}{2m_p c} = 3.826 \ 085 \ 4 \ (53) \times 10^{-18} \text{ MeV Gauss}^{-1}$$

$$\frac{g_e}{2} = 1.001 \ 159 \ 652 \ 209 \ (31)$$

$$\frac{g_p}{2} = 2.792 \ 845 \ 6 \ (11), \quad \frac{g_n}{2} = -1.913 \ 041 \ 84 \ (88)$$

El primero de ellos se puede calcular usando Q.E.D.

$$\left. \frac{g_e}{2} \right|_{\text{th}} = 1.001 \ 159 \ 652 \ 460 \ (148)$$

El orden de magnitud de los otros dos se puede deducir de la Q.E.D. en cálculos de lattice.

Si en el núcleo hay electrones y protones es de esperar que los momentos magnéticos de los núcleos sean del orden del momento magnético del electrón, mientras que estos son del orden del momento magnético del nucleón.

No es fácil decir cuando el neutrón es aceptado plenamente como una partícula elemental. Una influencia importante es la medida precisa de su masa. En 1932 se descubrió el deuterio y Chadwick y Maurice Goldhaber usando rayos gamma para romper el deuterio en un protón y un neutrón, determinaron de forma precisa la masa de esta última partícula y vieron que

$$M_n > M_p + M_e$$

$$\begin{aligned} \text{Hay día } (M_n - M_p - M_e) c^2 &= 1.29343 \ (4) \text{ MeV} - 0.5110034 \ (14) \text{ MeV} = \\ &= 0.78243 \ (4) \text{ MeV.} \end{aligned}$$

Otro experimento influyente fue llevado a cabo en los EEUU por Merle A.

Tuross (1901-1982) con N. Heydenberg y L.R. Hafstad [Phys. Rev. 50, 806 (1936)] que estudiaron las colisiones p-p. De acuerdo con las ideas de Heisenberg los protones y neutrones pueden ejercer fuerzas de intercambio al intercambiarse.

electrones, pero los protones no contienen electrones, y en tanto no tiene que aparecer más que la fuerza electromagnética. La experiencia indicaba por el contrario que la fuerza entre dos protones es tan fuerte como la que hay entre un protón y un neutrón. En un paper que acompañaba a este Gregory Breit y Eugene Fermi [Phys. Rev. 50, 850 (1936)] propusieron que las fuerzas nucleares debían ser independientes de la carga. Ya no era posible suponer que el neutrón era menos elemental que el protón.

Los detalles de la estructura nuclear fueron descubiertos mediante el estudio de colisiones de alta energía con núcleos. De acuerdo con la relación de De Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}} \Rightarrow$$

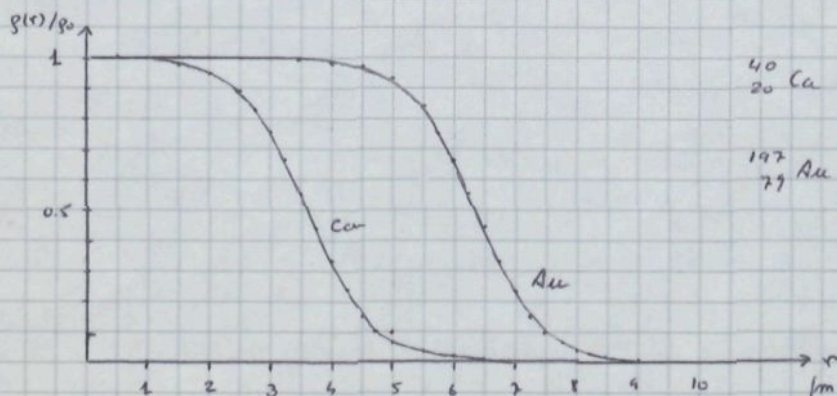
$$\lambda = \frac{197.32858(51)}{[E^2 - 0.2611244(10)]^{1/2}} \text{ fm} \quad E \text{ en MeV.}$$

Si queremos estudiar objetos del orden 1 fm debemos usar energías del orden de 100 MeV.

Uno de los resultados principales es que para núcleos pesados ($A > 12$) la densidad nuclear es de la forma

$$\rho_F(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r-c)/a_0]} \quad (\text{Distribución de Fermi})$$

donde $c \gg a_0$



$${}^{40}_{20}\text{Ca} \quad c = 3.64 \text{ fm} \quad a_0 = 0.57 \text{ fm}$$

$${}^{197}_{79}\text{Au} \quad c = 6.38 \text{ fm} \quad a_0 = 0.53 \text{ fm}$$

Notar que $\rho_F(0) = \rho_0$, $\rho_F(c) = \rho_0/2$.

Muchas veces se usa t = radio en el que $\rho_F/\rho_0 = 0.1$ = radio en el que $\rho_F/\rho_0 = 0.9$

$$\left. \begin{aligned} 1 &= 0.9 + 0.9 e^{-(r-c)/a_0} \\ 1 &= 0.1 + 0.1 e^{-(r+t-c)/a_0} \end{aligned} \right\} e^{t/a_0} = 81 \Rightarrow t = 4.395339 a_0.$$

En líneas generales

$$a_0 \approx 2.5 \text{ fm}, \quad c = r_1 A^{1/3}, \quad r_1 = 1.05 \text{ fm}$$

Se usa también el radio cuadrático medio a definido por

$$a^2 \equiv \int_0^\infty dr r^2 4\pi r^2 \rho(r) = 4\pi \int_0^\infty dr r^4 \rho(r)$$

y

$$a = a_0 A^{1/3} \quad a_0 = 0.97 \text{ fm.}$$

También se usa la distribución uniforme equivalente que es una distribución uniforme con el mismo valor del radio cuadrático medio

$$\rho(r) = \bar{\rho} \Theta(R-r)$$

$$\frac{4\pi}{3} R^3 \bar{\rho} = 1, \quad \frac{4\pi}{5} R^5 \bar{\rho} = a^2 \Rightarrow R = \left(\frac{5}{3}\right)^{1/2} a$$

$$R = r_0 A^{1/3} \quad r_0 = 1.25 \text{ fm.}$$

Una de las propiedades básicas de los núcleos es su energía de ligadura

$$B(A, Z) \equiv [Z M_p + N M_n - M(A, Z)] c^2$$

$$M_p c^2 = 938.2796 \text{ (27) MeV}, \quad M_n c^2 = 939.5731 \text{ (27) MeV}$$

$$M(A, Z) = \text{masa del núcleo}, \quad N \equiv A - Z$$

La energía de ligadura pueda calcularse mediante la fórmula semi-empírica de Weizsäcker, válida si $A \geq 10$.

$$B(A, Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta$$

a) $a_1 = 15.760 \text{ MeV}$. Este término corresponde a la energía de ligadura por nucleón para núcleos con $A \rightarrow \infty$, con $Z=N$, ausencia de fuerzas electrostáticas y de aparcamiento. Debido al corto alcance de las fuerzas nucleares, cada nucleón sólo nota la presencia de sus vecinos más próximos y no le importa el tamaño total del núcleo. Este efecto se conoce con el nombre de saturación de las fuerzas nucleares.

(ii) $a_2 = 17.8 \pm 0 \text{ MeV}$. En un núcleo finito los nucleones superficiales están menos ligados y la relación entre el volumen $V \propto A$ y la superficie $S \propto A^{2/3}$ es la razón del segundo término.

iii) $a_3 = 0.711 \text{ MeV}$. Hasta aquí no hemos tenido en cuenta las fuerzas electrostáticas entre protones que dan una contribución a la energía $\propto -Z^2/R \propto -Z^2 A^{-1/3}$ y esto origina el tercer término

iv) $a_4 = 23.702 \text{ MeV}$. Es debido a la distinta energía cinética del mar de neutrones y de protones

v) Es una energía de apareamiento

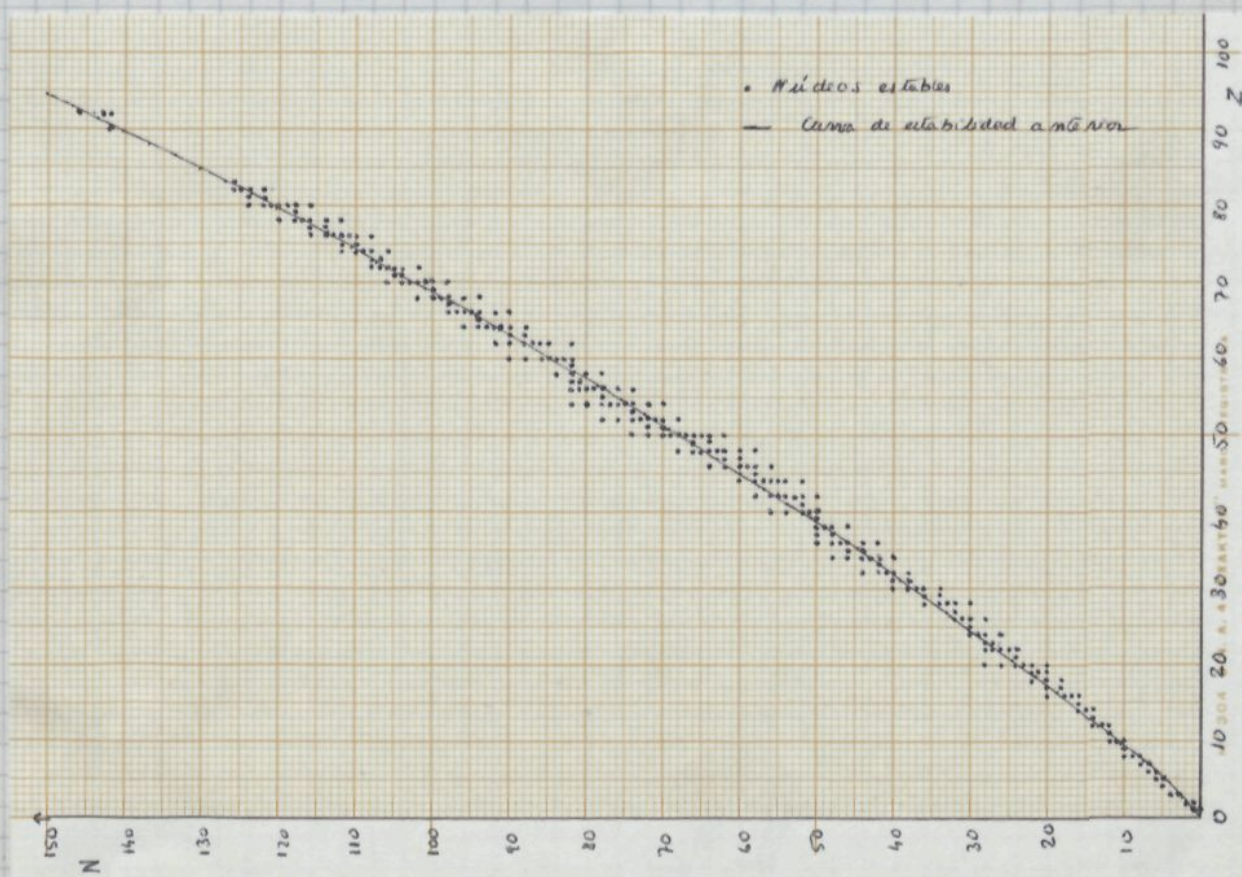
$$\delta = \begin{cases} a_5 A^{-3/4} & Z = \text{par}, N = \text{par} \\ 0 & A = \text{impar} \\ -a_5 A^{-3/4} & Z = \text{impar}, N = \text{impar} \end{cases} \quad a_5 = 34 \text{ MeV.}$$

Despreciando los términos de apareamiento, los núcleos más estables son aquellos para un dado A , $B(A, Z)$ es máximo:

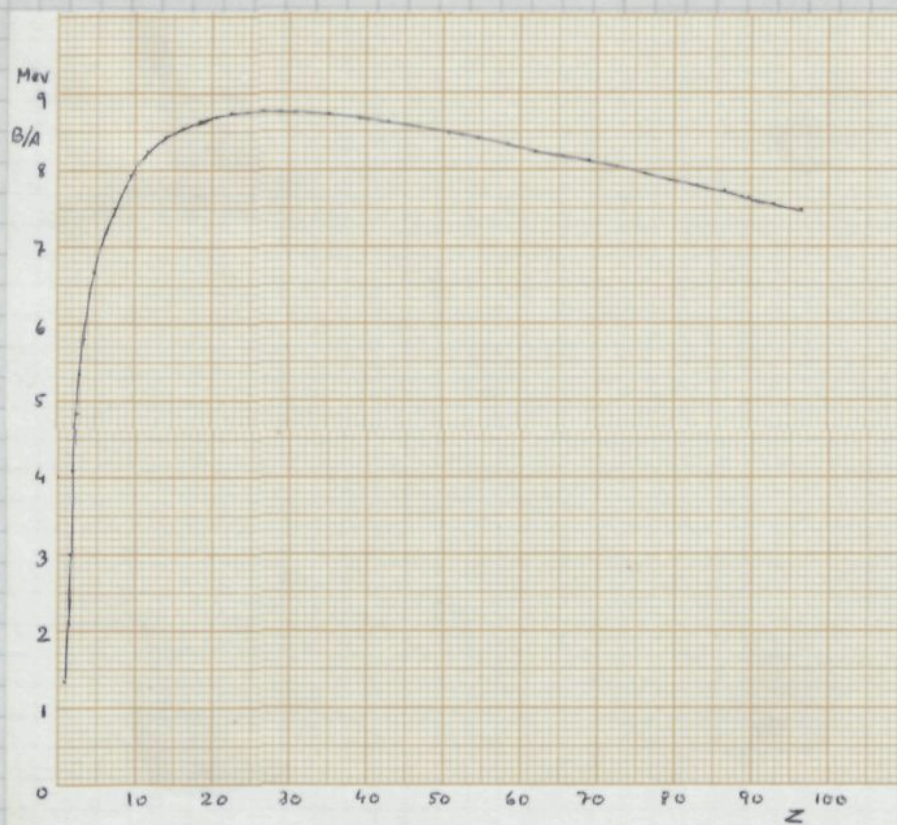
$$\frac{\partial B(A, Z)}{\partial Z} = 0 \Rightarrow -2a_3 Z A^{-1/3} + 4a_4 (A - 2Z) \frac{1}{A} = 0 \Rightarrow$$

$$Z = \frac{A}{2} \frac{1}{\left[1 + \frac{a_3}{4a_4} A^{2/3} \right]}, \quad N = A - Z$$

$$Z = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + 0.00750 A^{2/3}}$$



Para los núcleos que están sobre la curva de estabilidad anterior se encuentra ($d=0$)



De acuerdo con esta curva el máximo aparece para $A = 62.7 \Rightarrow Z = 28.0 \Rightarrow B/A = 8.77 \text{ MeV}$

En realidad el núcleo más estable es el $^{56}_{26}\text{Fe}$, lo cual está en buen acuerdo con la expresión anterior sobrestado teniendo en cuenta que (B/A) versus Z es una función muy plana en la zona del máximo y se han despreciado las energías de apareamiento.

En general la cantidad que se mide con precisión es la masa del átomo neutro y se mide en u.a.m. ($1 \text{ u.a.m.} = 931.5016 (26) \text{ MeV}$) definida diciendo que la masa del átomo de $^{12}_6\text{C}$ es 12 u.a.m.

La fórmula anterior daría para la masa del átomo neutro de $^{12}_6\text{C}$ y despreciando la energía de ligadura de los electrones.

$$\begin{aligned}
 M_{\text{at}}(^{12}_6\text{C}) \text{ e}^2 &= 6 \times 938.2796 (27) + 6 \times 939.5731 (27) + 6 \times 0.5110036 (14) \\
 &- [189.120 - 93.350 - 11.180 - 0. + 5.273] = 11270.182 - 89.863 = \\
 &= 11180.319 \text{ MeV} = 12 \times 931.5016 \times 1.00021
 \end{aligned}$$

Es decir la fórmula reproduce satisfactoriamente la masa del átomo de $^{12}_6\text{C}$.

Para átomos más pesados la energía de ligadura de los electrones puede estimarse mediante la aproximación de Thomas-Fermi y es

$$B_{ele} = +20.94 Z^{7/3} \text{ eV.}$$

Ejemplo $^{56}_{26}\text{Fe}$

$$\begin{aligned} M_{\text{atom}}(^{56}_{26}\text{Fe}) &= 26 \times 938.2796 + 30 \times 939.5731 + 26 \times 0.5110034 - \\ &- [882.560 - 260.689 - 125.628 - 6.772 + 1.661] - 0.042 = \\ &= 52595.749 - 491.132 - 0.042 = 52104.575 = \\ &= 56 \times 931.5016 = 59.515 \text{ MeV} \end{aligned}$$

mientras que el valor tabulado es $M_{\text{exp}}(^{56}_{26}\text{Fe}) = (56 \times 931.5016 - 60.6054) \text{ MeV}$

Ejemplo $^{238}_{92}\text{U}$

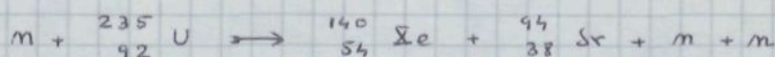
$$\begin{aligned} M_{\text{at}}(^{238}_{92}\text{U}) &= 92 \times 938.2796 + 146 \times 939.5731 + 92 \times 0.5110034 - \\ &- [3750.880 - 683.988 - 971.075 - 290.399 + 0.561] - 0.800 = \\ &= 223546.408 - 1805.979 - 0.800 = 221739.629 \\ &= 238 \times 931.5016 + 42.248 \text{ MeV} \end{aligned}$$

mientras que el valor tabulado es $M_{\text{at}}(^{238}_{92}\text{U}) = (238 \times 931.5016 + 50.76) \text{ MeV}$

Dos procesos posibles para obtener energía nuclear son la fisión y la fusión:

Fisión: Consiste en la escisión de núcleos pesados ocasionada por neutrones lentos

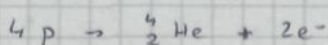
Un ejemplo típico es



$$Q = M(\text{U}) + M(n) - M(\text{Xe}) - M(\text{Sr}) + 2M(n) \approx 173 \text{ MeV}$$

Vemos pues que 0.8% de la masa inicial se convierte en energía

Fusión: Átomos ligeros se unen para formar un átomo más pesado. Es la forma de producción de energía en las estrellas. Uno de los ciclos más importantes en estrellas jóvenes es el del hidrógeno-carbono, a lo largo del cual el efecto neto es



$$Q = 24.6 \text{ MeV}$$

Es decir se libera alrededor del 7% de la masa inicial.

41/002

A=5

$$B(5, Z) = 78.80 - 52.08 - 0.4158 Z^2 - 4.7503 (5 - 2Z)^2$$

$$B(5, 2) = 20.32 \text{ MeV}, \quad B(5, 3) = 18.24 \text{ MeV}$$

A=8

$$B(8, Z) = 126.08 - 71.24 - 0.3555 Z^2 - 2.9628 (8 - 2Z)^2$$

$$B(8, 4) = 56.30 \text{ MeV}, \quad B(8, 3) = 32.64$$

En realidad los núcleos con $A=5$ y 8 existen que son estables

EL FOTON

El concepto de cuerpo negro fue introducido por G. R. Kirchhoff [Ann. Phys. (Poggendorff) 109, 275 (1860)], quien lo definió como aquel cuerpo que absorbe toda radiación electromagnética incidente sobre él. Mediante argumentos termodinámicos probó que la densidad de energía $u(\nu, T)$, por unidad de volumen y de frecuencia, de la radiación E.M. en el interior de una cavidad de paredes adiabáticas mantenidas a temperatura T , era independiente de la naturaleza de estas, y su dependencia funcional en ν y T coincidía con el poder emisivo espectral del cuerpo negro.

E. Wien [Ann. Phys. (Wiedemann) 52, 132 (1896)], también con razonamientos termodinámicos, logró probar la llamada ley de desplazamiento

$$u(\nu, T) = \nu^3 \phi(T/\nu)$$

Para determinar la forma de $\phi(T/\nu)$, E. Wien [Ann. Phys. (Wiedemann) 58, 662 (1896)] supuso que la fórmula de Maxwell para la distribución de velocidades de las moléculas de un gas es también aplicable a las moléculas de un sólido que se comporte como un cuerpo negro, y aceptó, además, que la longitud de onda λ y la intensidad de la radiación emitida por una molécula quedan totalmente determinadas por la velocidad de ésta, logrando así establecer

$$u(\nu, T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu / T} \quad (\text{Ley de Wien})$$

donde α y β son constantes universales. Si bien sabemos, hoy día, que los argumentos usados para derivar la fórmula anterior son incorrectos, el resultado obtenido daba cuenta de los datos experimentales que existían en aquel entonces.

Nuevos resultados experimentales [F. Paschen Ann. Phys. (Wiedemann) 60, 662 (1897)] [F. Paschen y H. Wamner Sitzungsber. K. Preuss. Akad. Wiss. Berlin 2, 5 (1899)] confirmaron la validez de la ley para la gama de frecuencias correspondiente al visible ($\nu \approx 10^{15} \text{ s}^{-1}$) y para temperaturas de hasta $T = 4 \times 10^3 \text{ K}$.

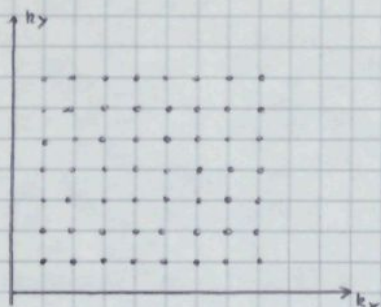
Las primeras discrepancias entre la ley de Wien y los resultados experimentales fueron puestas de manifiesto por [O. Lummer y E. Pringsheim Ann. Phys. (Wiedemann) 63, 395 (1897); Verh. Deut. Phys. Ges. 2, 163 (1900)] al

estudiar la zona de $\lambda \approx 12$ a $18 \mu\text{m}$ ($\nu \sim 10^{13} \text{s}^{-1}$). La ley de Wien se notaba al disminuir la frecuencia.

Un nuevo intento para obtener $u(\nu, T)$ fue llevado a cabo por Lord Rayleigh

[Phil. Mag 59, 539 (1900)]. Empezo calculando el número $N(\nu)$ de modos

normales por unidad de volumen y de frecuencia para la radiación E.M. en una cavidad cerrada, sea una cavidad cúbica de lado L



$$\vec{E} = E_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$$

$$k_i L = m_i \pi \Rightarrow k_i = m_i \frac{\pi}{L}$$

$$m_i = 1, 2, \dots$$

Cada modo ocupa un volumen en el espacio de $\vec{k}$.

$$\left(\frac{\pi}{L}\right)^3$$

Si L es grande el número de modos con $k \in [k - dk/2, k + dk/2]$ es

$$2 \times \frac{4\pi}{8} k^2 dk \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 = N(\nu) d\nu L^3$$

polarización

Como $k = 2\pi\nu/c \Rightarrow N(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$

donde hemos tenido en cuenta la corrección de J.H. Jeans [Phil. Mag. 10, 91 (1905)]

Supuso además, que para cada uno de estos modos normales, asimilables a osciladores armónicos, la energía media $\langle E(\nu, T) \rangle_c$, podía ser calculada mediante la estadística de Boltzmann

$$\langle E(\nu, T) \rangle_c = \frac{\int_0^\infty dE E e^{-E/k_B T}}{\int_0^\infty dE e^{-E/k_B T}} = k_B T$$

Resumiendo ambos resultados

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2 k_B T}{c^3} \quad (\text{Ley de Rayleigh-Jeans})$$

Esta ley daba cuenta de los resultados experimentales a bajas frecuencias ya existentes y de las nuevas medidas en esta zona [H. Rubens y F. Kurlbaum Ann. Phys. (Leipzig) 5, 639 (1901)]. Sin embargo falla a grandes ν

$$u(T) \equiv \int_0^\infty d\nu u(\nu, T) = \infty \quad !! \quad (\text{catástrofe ultravioleta})$$

Max Planck [Verh. Deut. Phys. Ges 2, 202, 237 (1900)] dio el primer paso para la fórmula correcta. Haciendo uso de argumentos termodinámicos y haciendo hipótesis ad hoc para hallar una fórmula de interpolación de las leyes anteriores dedujo

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T \frac{h\nu/k_B T}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

(eine glücklich erratene Interpolationsformel). La validez general de la fórmula quedó pronto establecida

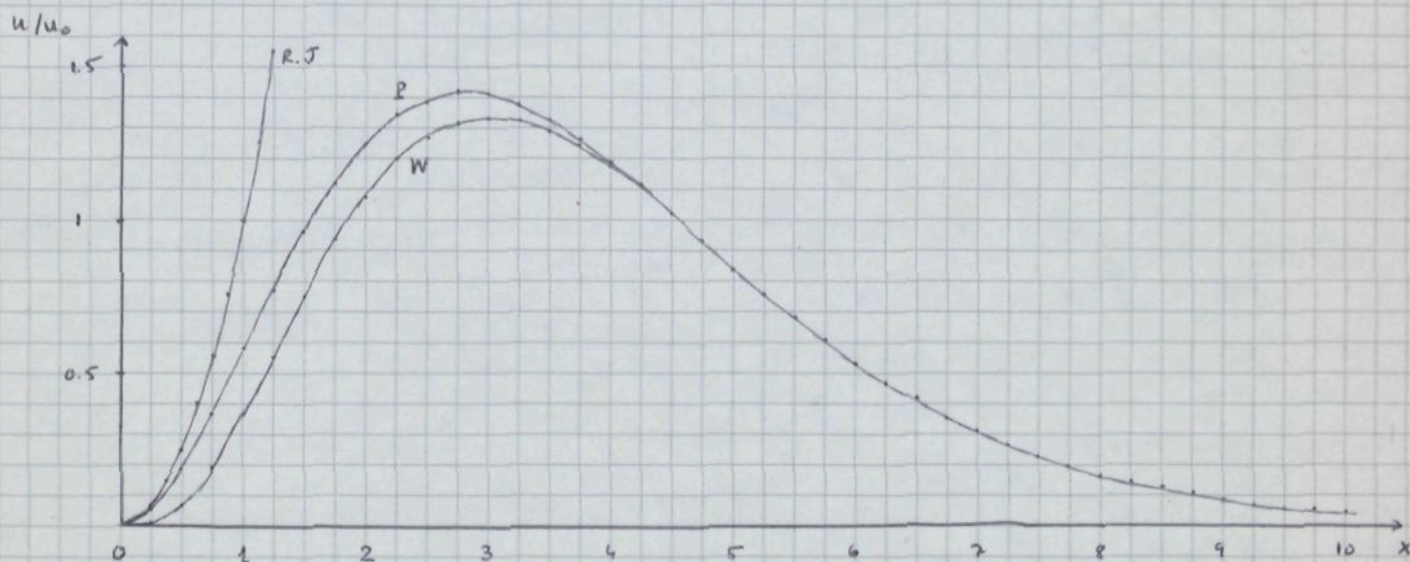
$$x \equiv \frac{2\pi h\nu}{k_B T} = 4.79927(15) \times 10^9 \frac{\nu}{T} \text{ seg K.}$$

$$x \ll 1 \quad u(\nu, T) \rightarrow \frac{8\pi\nu^2 k_B T}{c^3}$$

$$x \gg 1 \quad u(\nu, T) \rightarrow \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} e^{-h\nu/k_B T}$$

$$u(\nu, T) = \frac{2(k_B T)^3}{c^3 \pi h^2} \frac{x^3}{e^x - 1} \equiv u_0 \frac{x^3}{e^x - 1}$$

$$u_0 = \frac{2(k_B T)^3}{c^3 \pi h^2} = 5.59131(31) \times 10^{-26} \text{ erg } \frac{1}{\text{cm}^2} \text{ K}^{-3} T^3$$



En 1912 Max Planck [Solvay 1912] logró dar una demostración de la fórmula. Basta postular que la energía E de cada modo normal de vibración del campo electromagnético en una cavidad no es una variable continua sino que únicamente puede tomar los valores

$$E = m h \nu \quad m: 0, 1, 2, \dots$$

$$\langle E(\nu, T) \rangle_p = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n h \nu e^{-n h \nu / k_B T}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n h \nu / k_B T}}$$

Noten que $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n h \nu / k_B T} = (1 - e^{-h \nu / k_B T})^{-1}$

y derivando con respecto a T $\sum_{n=0}^{\infty} n h \nu e^{-n h \nu / k_B T} = h \nu \frac{e^{-h \nu / k_B T}}{(1 - e^{-h \nu / k_B T})^2}$

$$\langle E(\nu, T) \rangle_p = h \nu \frac{h \nu / k_B T}{e^{h \nu / k_B T} - 1}$$

que conduce al resultado deseado.

A veces se desea la intensidad por unidad de longitud de onda y de frecuencia

$$u(\lambda, T) d\lambda = u(\nu, T) d\nu$$

como $\lambda = c/\nu \Rightarrow |d\lambda| = \frac{c}{\nu^2} d\nu \Rightarrow$

$$u(\lambda, T) = \frac{16 \pi^2 c h}{\lambda^5} \left\{ e^{\frac{2 \pi c h}{\lambda k_B T}} - 1 \right\}^{-1}$$

Ley de desplazamiento de Wien: El valor para el que λ es máximo es obtenido

de $du(\lambda, T)/d\lambda = 0$

$$\frac{2 \pi c h}{k_B T \lambda_{\max}} = 5 \left\{ 1 - e^{\frac{2 \pi c h}{k_B T \lambda_{\max}}} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \pi c h}{k_B T \lambda_{\max}} = 4.965114232 \dots$$

$$\lambda_{\max} T = 0.2897790(98) \text{ cm K}$$

Densidad de energía (energía por unidad de volumen)

$$u(T) = \int_0^{\infty} d\nu u(\nu, T) = \frac{(k_B T)^4}{\pi^2 c^3 h^3} \int_0^{\infty} dx x^3 \frac{1}{e^x - 1} = \frac{(k_B T)^4}{\pi^2 c^3 h^3} \frac{\pi^4}{15}$$

$$u(T) = a T^4$$

$$a \equiv \frac{\pi^2 k_B^4}{15 c^3 h^3} = \frac{4 \sigma}{c} = 7.56566(95) \times 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3} \frac{1}{\text{K}^4} \text{ T}^4$$

$$= 4.72208(59) \times 10^{-3} \frac{\text{eV}}{\text{cm}^3} \frac{1}{\text{K}^4} \text{ T}^4$$

Número de fotones por unidad de volumen

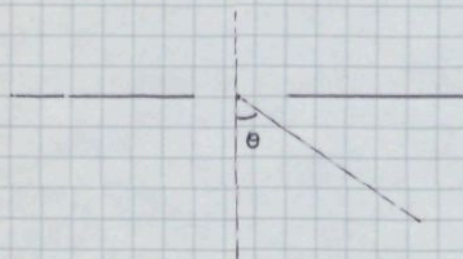
$$N(T) = \int_0^{\infty} dv \frac{u(v, T)}{h\nu} = \frac{(k_B T)^3}{\pi^2 c^3 h^3} \int_0^{\infty} dx x^2 \frac{1}{e^x - 1} = \frac{(k_B T)^3}{\pi^2 c^3 h^3} 2.5(3)$$

$$N(T) = \frac{2.5(3) (k_B T)^3}{\pi^2 c^3 h^3}$$

$$2.5(3) \equiv \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1.202056903...$$

$$N(T) = 20.2865(21) \left(\frac{T}{1K} \right)^3 \text{ fotones/cm}^3$$

Energía emitida por unidad de área y tiempo



$$J = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} d\theta \sin\theta \frac{u(T)}{4\pi} c \cos\theta =$$

$$J = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67032(71) \times 10^{-5} \text{ erg sec}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

Ejemplo 1) Las estrellas son aproximadamente cuerpos negros.

$$L_{\odot} = 3.90(4) \times 10^{33} \text{ erg/s}$$

$$R_{\odot} = 6.9598(7) \times 10^{10} \text{ cm}$$

Su temperatura es

$$T = \left[\frac{3.90(4) \times 10^{33}}{4\pi [6.9598(7) \times 10^{10}]^2} \frac{1}{5.67032(71) \times 10^{-5}} \right]^{1/4} = 5798(15) \text{ K}$$

El Sol es bastante buen cuerpo negro si bien su potencia radiada es menor que la teorica en el ultravioleta.

$$\lambda_{\max} \approx 5000 \text{ Å}$$

2) Radiación de fondo del Universo $T = 2.7 \text{ K}$.

$$\lambda_{\max} = 0.107 \text{ cm} \Rightarrow E = 1.16 \times 10^{-3} \text{ eV}$$

$$N = 400 \text{ fotones/cm}^3$$

El efecto fotoeléctrico - A finales del siglo pasado los trabajos de un gran número de físicos entre los que merecen destacarse H. Hertz, W. Hallwachs, A. Stoletow, P. Leclercq demostraron la existencia del efecto fotoeléctrico: cuando se ilumina una placa metálica con radiación E.M., el metal emite electrones. Con estos mismos trabajos quedaron establecidas de forma empírica las leyes fundamentales de este efecto.

- i) El número de electrones emitidos es proporcional a la intensidad de la radiación incidente
- ii) Para cualquier metal existe una frecuencia umbral ν_0 tal que para radiación de frecuencia $\nu < \nu_0$ no se emiten electrones
- iii) La energía cinética máxima de los electrones emitidos es proporcional a $(\nu - \nu_0)$ e independiente de la intensidad de la radiación incidente
- iv) La emisión de electrones es prácticamente instantánea, es decir, aparece y desaparece con la radiación E.M. sin retraso medible.

Las leyes iii) y iv) son incompatibles con la teoría ondulatoria de la radiación E.M.

Albert Einstein (Ul'm 1879 - Princeton 1955). Paso su infancia en Hurnich donde su padre dirigía una pequeña empresa de electricidad. Hizo sus estudios en el Instituto Politécnico de Zurich (1896). Paso a ocupar una plaza en la oficina de patentes de Berna. En 1905 publicó sus tres famosos trabajos (Sobre el movimiento Browniano, El efecto fotoeléctrico y la Relatividad especial). En 1912 fue nombrado profesor en Zurich; En 1913 pasó a la Academia de Ciencias de Berlín. En 1921 fue premio Nobel de Física. En 1933 abandonó Alemania para vivir finalmente en EEUU. En 1940 se nacionalizó Americano. En 1916 publicó su teoría de la Relatividad general.

En 1905, A. Einstein [Ann. Phys. 17, 132 (1905)] comparando la expresión del cambio de entropía de una radiación E.M. distribuida según la ley de Wien, al variar el volumen, con la expresión análoga para un sistema de partículas, concluyó que la radiación monocromática de frecuencia ν se comporta como si consistiera de un número finito de cuantos de energía, localizados e independientes, de magnitud $E = h\nu$.

El nombre de fotón es debido a G.N. Lewis [Nature 118, 874 (1926)]

Con este resultado, la interpretación del efecto fotoeléctrico es inmediata. Sea $\phi_0 (> 0)$ la energía de ligadura de los electrones menos ligados. Un fotón que incide sobre el metal puede ser absorbido por uno de sus electrones (uno solo, y absorción total, si se acepta el carácter indivisible del cuanto). La energía cinética máxima de los electrones emitidos es

$$K_{\max} = h\nu - \phi_0$$

que corresponde a arrancar el electrón menos ligado. Existe claramente una frecuencia umbral $h\nu_0 = \phi_0$.

R. A. Millikan [Phys. Rev. 7, 356 (1916)] confirmó brillantemente el resultado de Einstein midiendo directamente aquí el valor de h y comprobando que coincidía con el de Planck.

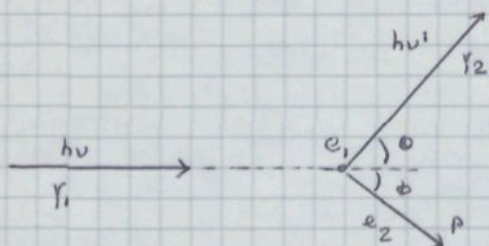
Para darnos una idea de la innovación que esto representaba utilizaremos un trozo del informe de Max Planck, Nernst, Rubens y Emil Warburg redactado en favor de Einstein para que este pudiera ocupar una plaza en la Academia de Ciencias de Berlín: (1913)

"... En resumen, puede decirse que de todos los grandes problemas, tan abundantes en la física moderna, difícilmente hay uno en el que Einstein no haya hecho una contribución sobresaliente. Que algunas veces haya equivocado en sus especulaciones, como por ejemplo en su teoría de los cuantos de luz, no puede ser temido en contra suya. Pues en las más precisas de las ciencias naturales la innovación implica un riesgo..."

Efecto Compton: posiblemente fue este efecto el que influyó más decisivamente en que los físicos aceptaran que la luz presentaba en algunas ocasiones un carácter corpuscular. El efecto Compton es la colisión de rayos X o γ con electrones. Si bien el efecto ya era conocido, fue Compton [A. H. Compton Phil. Mag. 41, 749 (1921), Phys. Rev. 18, 96 (1921) y 19, 267 (1922)] el que llevó a cabo las experiencias cruciales. Demostró con ellas que al iluminar un cuerpo con rayos X , además de la radiación dispersada, aparecía una radiación secundaria. Probó que la longitud de onda de ésta era independiente de la sustancia usada en el experimento y dependía únicamente de la longitud de onda de la radiación incidente y del ángulo que formaban los rayos incidente y saliente y observó que su longitud de onda era siempre mayor que la incidente.

Compton intentó explicar este fenómeno en el marco de la teoría ondulatoria de la luz y al darse cuenta de que no podía hacerlo, recurrió a las hipótesis corpusculares [A. H. Compton Phys. Rev. 21, 483, 715 (1923) y 32, 409 (1923)]

Aceptó no solo que la luz de frecuencia ν está formada por fotones de energía $E = h\nu$, sino también que estos corpusculos tienen momento $p = h\nu/c = h/\lambda$.



$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{m_e^2 c^4 + p^2 c^2}$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p \cos \phi$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - p \sin \phi$$

De las dos últimas

$$p^2 = \left(\frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \theta \right)^2 + \frac{h^2 \nu'^2}{c^2} \sin^2 \theta = \frac{h^2 \nu^2}{c^2} + \frac{h^2 \nu'^2}{c^2} - 2 \frac{h^2 \nu \nu'}{c^2} \cos \theta$$

y sustituyendo en la primera

$$\cancel{m_e^2 c^4} + \cancel{h^2 \nu^2} + \cancel{h^2 \nu'^2} - 2 h^2 \nu \nu' \cos \theta = \cancel{h^2 \nu^2} + \cancel{h^2 \nu'^2} + m_e^2 c^4 + 2 h^2 \nu \nu' + 2 m_e c^2 h\nu - 2 m_e c^2 h\nu'$$

y como $\lambda = c/\nu$

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{h}{m_e c} = 2.4263089(40) \times 10^{-10} \text{ cm} \quad (\text{Longitud de onda Compton del electrón})$$

Experimentos con rayos X y usando blancos de grafito comprobaron esta ley.

Nota: Relativísticamente $E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p^2}$. La relación supuesta por Compton equivale a decir $m_f = 0$. Experimentalmente $m_f c^2 < 6 \times 10^{-22} \text{ eV}$. Una pista simple sobre la masa del fotón puede obtenerse con el siguiente argumento: Si existen ondas electromagnéticas de frecuencia ν entonces como $E = h\nu$ se tiene que

$$m_f c^2 \leq h\nu$$

$$m_{\gamma} c^2 \leq 4.135 \, 701 \, (11) \times 10^{-21} \, \text{MeV} \, (\nu \, \text{sec})$$

las ondas E.M. de menor frecuencia conocida son las producidas en la cavidad resonante tierra-atmosfera (resonancias Schumann) con $\nu \approx 8 \, \text{Hz} \Rightarrow m_{\gamma} c^2 < 3.3 \times 10^{-20} \, \text{MeV}$.

La luz: ¿onda o corpúsculo? : Durante años ha tenido como opuestas las nociones de onda y partícula, y por tanto los resultados de las experiencias antes citadas le planteaban un serio dilema en el caso de la luz. Para interpretar las experiencias clásicas de interferencia y difracción era necesario considerar la radiación E.M. como ondas, mientras que la explicación de los efectos fotoeléctrico y Compton exigían atribuir a la luz un carácter corpuscular. ¿Es la luz onda o corpúsculo?

La contestación a esta pregunta pudo ser dada sólo en la segunda mitad de los años veinte, gracias, principalmente, a la interpretación estadística de la mecánica cuántica desarrollada a partir del trabajo de Max Born [Z. Phys. 37, 863 (1926) y 38, 803 (1926)] y al principio de complementariedad anunciado, en 1927, por Niels Bohr [Atti del Congresso Internazionale dei Fisici. N. Zanichelli, Bologna (1928)]

En realidad esta dualidad es extendida poco después a todas las partículas. En el efecto Compton es necesario suponer que una luz monomóvil de longitud de onda λ está compuesta de fotones de momento $p = h/\lambda$. Maurice de Broglie [C.R. Acad. Sci. 177, 507, 548 y 630 (1923)] hace la hipótesis de que cualquier móvil con momento p va acompañado de una onda, imposible de separar de su movimiento, y cuya longitud de onda es

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{1.239 \, 852 \, 0 \, (32) \times 10^{-6} \, \text{eV} \, \text{cm}}{cp} = \frac{1.239 \, 852 \, 0 \, (32) \times 10^{-6} \, \text{eV} \, \text{cm}}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}}$$

Esto implica, como destacó el mismo de Broglie, que en circunstancias adecuadas cualquier cuerpo puede presentar comportamiento ondulatorio. Pocos años después C. Davisson y L. H. Germer [Phys. Rev. 30, 705 (1927)] confir-

man brillantemente la predicción. Con electrones de $K = 54 \text{ eV}$ y una red de difracción formada por un cristal de níquel obtuvieron una figura de difracción correspondiente a $\lambda \approx 1.65 \text{ \AA}$, en buen acuerdo con la relación anterior

$$K = 54 \text{ eV} \Rightarrow cp = \sqrt{2 K m_e c^2} = 7429 \text{ eV} \Rightarrow \lambda = 1.67 \text{ \AA}$$

Veamos algunos valores típicos de λ para e^- y p .

$\lambda (\text{nm})$	$pc (\text{MeV})$	$K_e (\text{MeV})$	$K_p (\text{MeV})$
10^{-6}	1.24×10^{-4}	1.50×10^{-8}	8.19×10^{-12}
10^{-7}	1.24×10^{-3}	1.50×10^{-6}	8.19×10^{-10}
10^{-8}	1.24×10^{-2}	1.50×10^{-4}	8.19×10^{-8}
10^{-9}	1.24×10^{-1}	1.48×10^{-2}	8.19×10^{-6}
10^{-10}	1.24×10^0	1.30×10^{-1}	8.19×10^{-4}
10^{-11}	1.24×10^1	1.19×10^1	8.19×10^{-2}
10^{-12}	1.24×10^2	1.23×10^2	8.16
10^{-13}	1.24×10^3	1.24×10^3	6.16×10^2
10^{-14}	1.24×10^4	1.24×10^4	1.15×10^4
10^{-15}	1.24×10^5	1.24×10^5	1.23×10^5
10^{-16}	1.24×10^6	1.24×10^6	1.24×10^6
10^{-17}	1.24×10^7	1.24×10^7	1.24×10^7
10^{-18}	1.24×10^8	1.24×10^8	1.24×10^8

$$K \equiv \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p^2} - mc^2 \approx \frac{1}{2m} p^2$$

$mc^2 \gg cp.$

$$\approx cp.$$

$mc^2 \ll cp.$

Aceleradores: Sirven para acelerar partículas cargadas (en general p y e^-) para poder estudiar los detalles pequeños.

$$S \equiv (p_1 + p_2)^2 c^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 c^2.$$

Esta es la variable S de Mandelstam y se desea que sea lo más alta posible. La cantidad $\sqrt{S}$ es la energía del choque en el sistema C.M.

Aceleradores de blanco fijo : $\vec{p}_2 = 0$, $E_2 = m_2 c^2$

$$s = (E_1 + m_2 c^2)^2 - p_1^2 c^2 = m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2 m_2 c^2 E_1$$

para energías grandes $\sqrt{s} \approx \sqrt{2 m_2 c^2 E_1}$

El haz siempre es limitado en el número de partículas y el blanco puede ser grande.

Anillos de colisión : e^+e^- , $p\bar{p}$, pp ...

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$$

$$s = [E_1 + E_2]^2 = [\sqrt{m_1^2 c^4 + c^2 \vec{p}_1^2} + \sqrt{m_2^2 c^4 + c^2 \vec{p}_1^2}]^2$$

A grandes energías $s \approx 4 c^2 p_1^2 = 4 E_1^2 \Rightarrow \sqrt{s} = 2 E_1$

El inconveniente es que el número de colisiones es siempre mucho mas reducido que en el caso anterior.

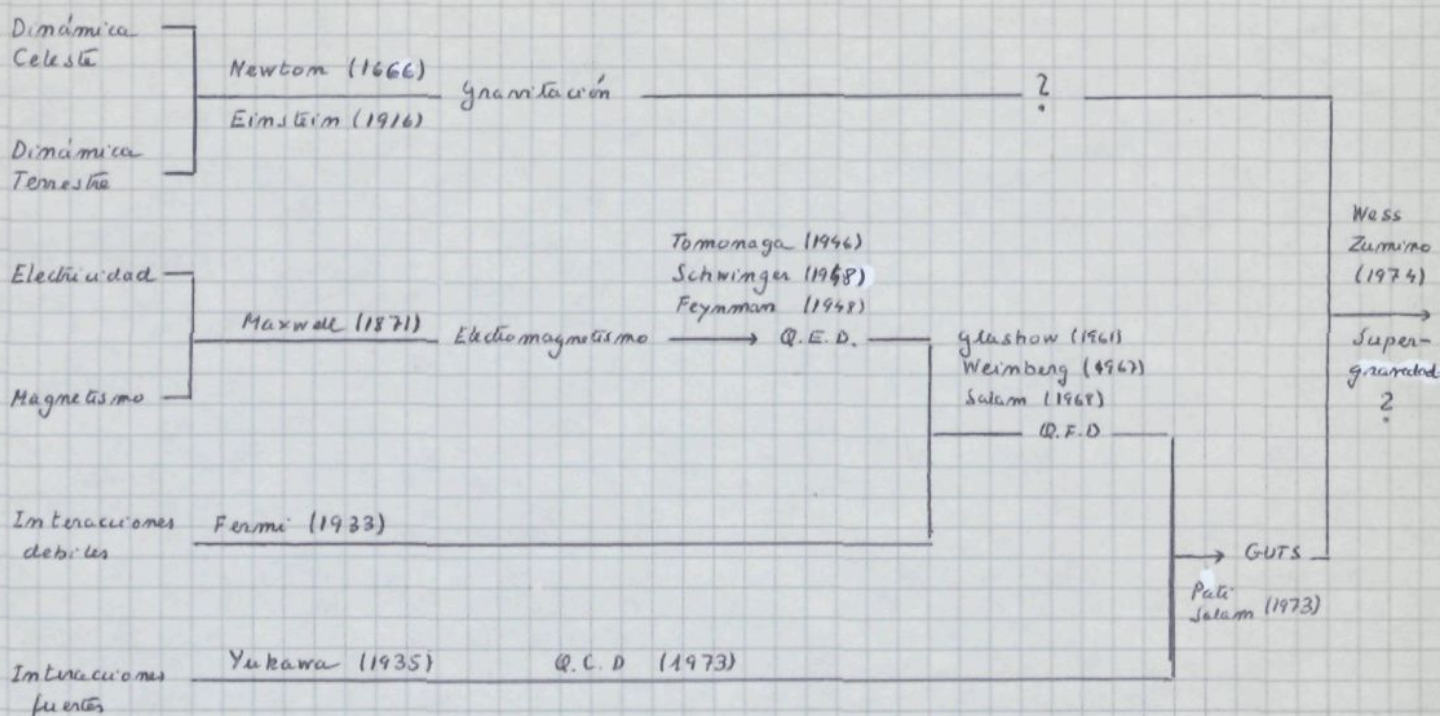
S.P.S del CERN. Blanco fijo $E_1 \approx 500 \text{ GeV}$ $m_2 c^2 \approx 1 \text{ GeV} \Rightarrow \sqrt{s} \approx 32 \text{ GeV}$

$p-\bar{p}$ del CERN : Anillo de colisión $E_1 = E_2 = 270 \text{ GeV} \Rightarrow \sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$

Para lograr este valor de $\sqrt{s}$ con blanco fijo serían necesarias $E_1 \approx 1.5 \times 10^5 \text{ GeV}$.

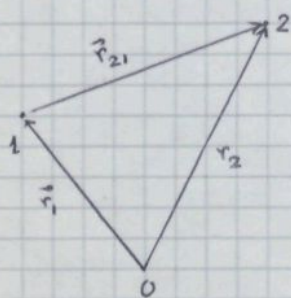
e^+e^- (LEP) en construcción en el CERN : $E_1 = E_2 \approx 70 \text{ GeV} \Rightarrow \sqrt{s} = 140 \text{ GeV}$.

LAS INTERACCIONES



Comencemos por las interacciones gravitacionales.

Isaac Newton fue el primero en darse cuenta que las fuerzas que causaban la caída de las manzanas eran las mismas que causaban los movimientos planetarios, logrando así la unificación de la ~~dinámica~~ dinámica terrestre y de la celeste. Dos cuerpos situados a una distancia r se atraen siempre con una fuerza



$$\vec{F}_{21} = G \frac{M_{p1} M_{p2}}{r^2} \hat{r}_{21} \quad (\text{Fuerza que el 2 ejerce sobre el 1})$$

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \quad r \equiv |\vec{r}_{21}|$$

$M_{pi} \equiv$ masa pesante del cuerpo i .

$G =$ constante de la gravitación universal

Masa inerte y masa pesante: La segunda ley de Newton dice que cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza $\vec{F}$ este adquiere una aceleración $\vec{a}$ tal que

$$\vec{F} = M_i \vec{a}$$

$M_i \equiv$ masa inerte del cuerpo. ¿Qué relación hay entre M_i y M_p ?

Supongamos que un cuerpo de masa inercial M_i y masa pesante M_p se deja caer desde una cierta altura y bajo la acción de la gravedad. Su aceleración en el vacío a es

$$M_i a = G \frac{M_{TP} M_p}{r^2} \equiv g M_p$$

donde r es la distancia al centro de la Tierra y M_{TP} la masa pesante de ésta. Entonces

$$a = g \frac{M_p}{M_i}$$

El hecho de que todos los cuerpos caigan, en la superficie terrestre, con idéntica aceleración implica que para todos los cuerpos

$$M_p = k M_i \quad k = \text{constante.}$$

Si $[G] = L^3 M^{-1} T^{-2}$ entonces k no tiene dimensiones y podemos ajustar el valor numérico de G para que $k = 1$.

$$G = 6.6720(41) \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Experimentalmente si $M_p \neq k M_i$, el período de un péndulo simple, para pequeñas oscilaciones, sería

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \frac{M_i}{M_p}}$$

y dependería de la composición química del cuerpo. Experimentos de este tipo fueron realizados ya por F.W. Bessel en 1830 y encontró que los períodos no dependían del material empleado. Medidas mucho más precisas fueron realizadas por Roland von Eötvös (1848-1919) durante los años 1890-1896 que probaban que M_i/M_p no difiere de una sustancia a otra en cantidades que a lo sumo eran de 1 entre 10^9 . Modernas experiencias de R.H. Dicke y de V.B. Braginsky y V.I. Pomer han logrado bajar esta cifra en una parte en 10^{13} .

Volveremos más adelante sobre la identidad de M_i y M_p , que aceptaremos de momento.

En ocasiones interesa introducir en lugar de G una cantidad adimensional equivalente y esta suele definirse como

$$\alpha_G \equiv \frac{G M_P^2}{\hbar c} = 5.9042 (37) \times 10^{-39}$$

No vamos aquí a explicar los múltiples hechos que confirmaron la teoría de la gravitación de Newton y el triunfo de la mecánica clásica. Como muestra de la precisión mencionaremos solo el descubrimiento de Neptuno. En 1846, Urbain Jean Joseph Le Verrier en Francia y John Couch Adams en Inglaterra decidieron, independientemente, que las pequeñas desviaciones observadas en la órbita de Urano de las predichas por la teoría de Newton debían ser motivadas por la presencia de un planeta más lejano, cuya órbita calcularon. Le Verrier comunicó su predicción al observatorio de Potsdam y allí Johann Gottfried Galle encontró el planeta Neptuno en la posición predicha, el mismo día en que recibía la carta.

Ya durante el S. XIX aparecen problemas con la mecánica Newtoniana y en 1895 Simon Newcomb pasaba revista a los problemas que las observaciones realizadas de los cuerpos celestes presentaban a la ley de la gravitación y a la mecánica newtoniana. Su lista incluía esencialmente seis puntos

- i) La precesión del perihelio de Mercurio era, aproximadamente, 40 segundos de arco mayor que la prevista por la teoría newtoniana y esto era 30 veces mayor que el error probable de cálculo
- ii) Los nodos de la órbita de Venus eran 5 veces más grandes que los errores probables de cálculo
- iii) El desplazamiento del perihelio de Marte era 3 veces mayor que los posibles errores de cálculo
- iv) La excentricidad de la órbita de Mercurio era doble que los errores de cálculo
- v) La existencia de una anomalía en el movimiento del cometa Encke es el cometa de período más corto
- vi) Una pequeña irregularidad en el movimiento de la Luna. 3 años

El primero de estos problemas ya era conocido por Le Verrier en 1850. No vamos a entrar en las posibles explicaciones que se daban para estas anomalías.

La explicación más simple era suponer que existían otros cuerpos celestes que causaban estas anomalías, pero estas explicaciones fueron poco satisfactorias. Se intentó también tener en cuenta una velocidad de propagación finita para la interacción gravitacional o modificaciones ad hoc de la ley de la gravitación. [Ver José Manuel Sánchez Rom "Relatividad Especial. Relatividad general 1905-1923. Orígenes, desarrollo y recepción por la comunidad científica" UAB - HEF - D4 (1981)]

El principio de la Relatividad galileana afirma que las leyes de la mecánica tienen la misma forma en todos los sistemas inerciales o lo que es equivalente que mediante experiencias de tipo mecánico es totalmente imposible distinguirlos. Estos sistemas de referencia privilegiados se mueven los unos con respecto a los otros con velocidad constante. Consecuencia de esto es que la velocidad es un concepto relativo.

Un sistema de referencia que se mueva con velocidad arbitraria, no constante, con respecto a un sistema inercial ya no es inercial y Newton se formuló la pregunta ¿Qué es lo que determina los sistemas de referencia inerciales?

Newton, contestó a esta pregunta diciendo que debe existir un espacio absoluto, y que los sistemas de referencia inerciales son los que están en reposo o se mueven con velocidad constante respecto a él.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) rechazó la idea de un espacio absoluto, argumentando que no había ninguna necesidad filosófica para una concepción del espacio más allá de las relaciones entre los cuerpos materiales.

Este tema fue debatido en una serie de famosas cartas cruzadas entre Leibniz y Samuel Clarke (1675-1729), defensor de las ideas de Newton. Posteriormente Leonhard Euler (1707-1783) y Immanuel Kant (1724-1804) defendieron la postura de Isaac Newton (1643-1727), que fue atacada George Berkeley (1685-1753).

Por supuesto ninguno de ellos dio una teoría dinámica que sustituyera a la de Newton.

Un intento de crítica altamente constructiva es ensayada por Ernst Mach (1838 - 1916) que se desarrolla principalmente en su libro "Desarrollo histórico-crítico de la Mecánica" (1883)

"Nadie puede decir algo sobre el espacio absoluto o sobre el movimiento absoluto, que no sean meras abstracciones sin manifestación posible en la experiencia. Todos nuestros enunciados fundamentales de la mecánica, como lo hemos mostrado detalladamente, son experiencias sobre posiciones y movimientos relativos de los cuerpos".

Hay una experiencia simple que clarifica la postura de Mach. En una noche estrellada nos podemos colocar en reposo mirando al cielo y con los brazos caídos a lo largo de nuestro cuerpo. Las estrellas están prácticamente en reposo. Entonces podemos empezar a girar sobre nosotros mismos. Las estrellas giran alrededor de nuestro ombligo y al mismo tiempo nuestros brazos se levantan por efecto de la fuerza centrífuga. Debemos elegir entre la notable inmutabilidad de que nuestro sistema de referencia en reposo coincide con el de las estrellas lejanas o que de alguna forma hay una interacción entre ellas y nosotros que determina nuestro sistema inercial. El argumento se puede hacer más preciso: Los ejes ligados a la superficie de la Tierra no son exactamente inerciales y por supuesto la rotación de ésta alrededor de su eje y su revolución alrededor del Sol dan a las estrellas un movimiento aparente, pero estos efectos pueden eliminarse usando un sistema de referencia definido por el sistema solar como un todo. Un observador solidario a este sistema gira respecto a un sistema inercial centrado en el Sol y determinado por tres galaxias muy lejanas en menos de un segundo de arco por siglo.

Nos enfrentamos con el siguiente dilema: O admitimos que existe el espacio absoluto de Newton, que define los sistemas inerciales y con respecto al cual, de la casualidad, de que nosotros y las galaxias nos hallamos en reposo o debemos aceptar el principio de Mach según el cual las masas del universo y su distribución determinan los sistemas inerciales.

Para Newton la aceleración es absoluta. Citaba como prueba que si un

un cubo de agua se hace girar alrededor de su eje vertical, la fuerza centrífuga hará que la superficie del agua deje de ser plana y tome una forma cóncava. Es inimaginable que si mantuviéramos el cubo en reposo e hicieramos girar todo el universo esto tuviera ningún efecto sobre la superficie del agua. Por tanto debe concluirse, argumentaba Newton, que la rotación del cubo es absoluta. Para Mach la situación es muy otra:

"La experiencia de Newton con el vaso de agua que gira, nos enseña simplemente que la rotación relativa del agua respecto de las paredes del vaso no despierta ninguna fuerza centrífuga efectiva, pero que ésta es, en cambio, provocada por la rotación relativa respecto de la masa de la Tierra y de los demás astros".

De acuerdo con el principio de Mach no puede existir la inercia de la materia con relación al espacio, sino únicamente la inercia de la materia con relación a la materia. En consecuencia, si un cuerpo se aleja lo suficiente del resto de las masas del Universo, su inercia debe quedar reducida a cero. La magnitud de la inercia de un cuerpo cualquiera queda determinada por las restantes masas del Universo y por su distribución.

El principio de Mach es algo más que un principio puramente filosófico pues la inercia de los cuerpos dependerá no solo de las masas y distribuciones de las galaxias lejanas, sino también, aunque sea de forma muy ligera, de la distribución de la materia en nuestra inmediata vecindad.

El principio de la Relatividad especial no cambia la situación. Este principio afirma que mediante ningún tipo de experiencias físicas es posible distinguir entre sistemas inerciales.

El mismo Einstein afirma "En este estadio nos sentimos obligados a dar una cierta realidad física absoluta al movimiento no uniforme".

Esta discrepancia entre la realidad del movimiento uniforme y el aparente carácter no relativo de los otros tipos de movimiento, entre el hecho de que el primero no tiene sentido sino es comparándolo con algo, mientras que los segundos son evidentes dentro de su propio

sistema de referencia, fue una de las principales preocupaciones de Einstein después de establecer la teoría de la relatividad especial. Como ha dicho Sciama "Esto molestaba a Einstein, que intuía que la armonía de su teoría de la relatividad exigía que todo movimiento fuera relativo".

Ya antes hemos visto la igualdad de la masa inerte y de la masa pesante. Albert Einstein y Leopold Infeld en su libro "The evolution of Physics" escribieron:

"¿Es la identidad de los dos tipos de masa puramente accidental o tiene un significado más profundo? La contestación, desde el punto de vista de la física clásica, es: la identidad de las dos masas es accidental y no se le puede dar un significado más profundo. La contestación de la Física moderna es justamente la opuesta: la identidad de las dos masas es fundamental, y constituye un dato nuevo y esencial que conduce a una comprensión más profunda de la naturaleza. Esto fue, de hecho, uno de los datos más importantes de los que surgió la llamada teoría de la relatividad (general)".

En 1907 Johannes Stark pedía a Einstein que escribiese un artículo para la revista "Jahrbuch der Radioaktivität und Elektromagnetismus" de la que Stark era editor, en la que recopilase todo lo referente al "principio de relatividad". Este artículo, titulado "El principio de relatividad y sus consecuencias", es importante no sólo por su valor pedagógico y de síntesis sino también - y sobre todo - porque en él Einstein publica por primera vez sus reflexiones sobre el principio de la relatividad y la gravitación. Escribía:

"Hasta ahora hemos aplicado el principio de relatividad a es decir, la suposición de que las leyes de la naturaleza son independientes del estado de movimiento del sistema de referencia - solamente a sistemas de referencia no acelerados. ¿Es concebible que el principio de relatividad sea válido también para sistemas acelerados entre sí?"

"Este no es realmente el lugar para un tratamiento exhaustivo de este tema. Sin embargo, y puesto que por sí mismo se impone en la mente de cualquiera que haya seguido las anteriores aplicaciones del

principio de relatividad, no me abstendré aquí de tomar posición en esta cuestión."

A continuación analiza el siguiente ejemplo: Supongamos dos observadores: uno O está en un sistema inercial sumergido en un campo gravitacional constante cuya aceleración es $\vec{g}$; el otro observador O' está en reposo en un ascensor en caída libre en el campo gravitacional. Si elegimos el eje Ox en la dirección de la aceleración y lo mismo hacemos con $O'x'$, entonces el primer observador escribe como ecuación del movimiento

$$M_i \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = M_p g + F$$

donde las restantes fuerzas F las suponemos, para simplificar, en la dirección de $\vec{g}$. El observador O' tiene una coordenada $x'(t)$

$$x'(t) = x(t) - \frac{1}{2} g t^2$$

y por tanto su ecuación de movimiento es

$$M_i \frac{d^2 x'(t)}{dt^2} = (M_p - M_i) g + F$$

Si $M_p \equiv M_i$ entonces la fuerza ficticia que aparece al tratar un sistema no inercial compensa exactamente la atracción gravitacional. Einstein se dio cuenta que debido a la igualdad de ambas masas un campo gravitacional estático y uniforme no podía ser detectado por un observador encerrado en un ascensor que cayera libremente en él, pues el observador, sus cuerpos de prueba, y el mismo ascensor responderían al campo gravitacional con la misma aceleración.

Einstein continúa "Por consiguiente, en base a nuestra experiencia actual, no tenemos ninguna razón para suponer que los sistemas O' y O puedan ser distinguidos entre sí de alguna manera, y por tanto suponemos que existe una equivalencia física completa entre el campo gravitacional y la correspondiente aceleración del sistema de referencia"

"Esta suposición extiende el principio de relatividad al caso de un movimiento de traslación uniformemente acelerado del sistema de referencia. El valor heurístico de esta suposición se encuentra en

que hace posible la sustitución de un campo gravitacional homogéneo por un sistema de referencia uniformemente acelerado, siendo este último caso susceptible de tratamiento teórico hasta cierto grado.

En otras palabras, si un observador inercial ve un sistema de partículas sometidas a un campo gravitacional estático y homogéneo, y escribe las ecuaciones de su movimiento, entonces un observador en caída libre ve que las ecuaciones del movimiento, transformadas a su sistema de referencia, no contienen los términos gravitacionales, que han sido cancelados por las fuerzas inerciales debido a su equivalencia.

Si la aceleración de la gravedad varía de un punto al otro del espacio o de un instante de tiempo a otro, no sería posible eliminar esta fuerza pasando a un sistema de referencia acelerado. Por ejemplo, el observador del ascensor en caída libre en el campo gravitatorio de la Tierra, podría, en principio, detectar este porque los objetos del ascensor caerían radialmente hacia el centro de la Tierra, y por tanto se aproximarían los unos a los otros a medida que el ascensor fuera descendiendo.

Aunque las fuerzas inerciales no cancelan las fuerzas gravitacionales para cuerpos en caída libre en un campo gravitacional inhomogéneo o no estacionario, se puede aun esperar una cancelación aproximada si limitamos nuestra atención a una pequeña región del espacio-tiempo en la que las variaciones del campo gravitacional sean despreciables. Entonces en lenguaje moderno podemos enunciar el principio de equivalencia diciendo:

"En un campo gravitacional arbitrario es posible elegir, en todo punto del espacio-tiempo, un sistema de coordenadas localmente inercial tal que, dentro de una región suficientemente pequeña del punto en cuestión, las leyes de la naturaleza tomen la misma forma que en un sistema de coordenadas cartesianas no acelerado en ausencia de gravitación".

El principio de equivalencia tal como lo hemos enunciado se llama a veces principio de equivalencia fuerte, para distinguirlo del débil en el que

debemos sustituir "las leyes de la naturaleza" por "las leyes del movimiento de las partículas en caída libre". Las experiencias de que $M_i = M_p$ dan una verificación directa sólo del principio débil y dan también alguna evidencia indirecta del fuerte, debido a los distintos tipos de fuerzas que contribuyen a la masa a través de las energías de ligadura.

El principio de equivalencia fue la única pieza de todas las que formaban su "rompecabezas gravitacional" que en ningún momento abandonó Einstein durante los ocho años que mediaron entre 1907 y 1915, cuando llegó a la formulación definitiva de la teoría de la relatividad general. Estaba absolutamente convencido de que en él se encontraba la clave para poder entender la interacción gravitatoria.

Si bien Einstein se consideraba a sí mismo, al menos al principio, como un seguidor de Mach, de hecho la contemplación dada por el principio de equivalencia al problema de la inercia está en una posición intermedia entre Newton y Mach. Los sistemas inerciales, esto es, los sistemas de coordenadas en caída libre, están determinados por el campo gravitacional local, que viene determinado por toda la materia del universo. Sin embargo, ya en un sistema inercial, las leyes del movimiento no vienen afectadas en absoluto por la presencia de masas próximas, ni gravitacionalmente ni de cualquier otra forma. En ausencia de materia cercana, los sistemas inerciales vienen determinados por el campo gravitacional cósmico medio, que a su vez es determinado por la masa y distribución de los objetos celestes, y por tanto no es sorprendente que los sistemas inerciales estén en reposo, o en un estado de movimiento uniforme, con respecto a las estrellas lejanas. Cuando una gran masa como el Sol esté cerca, su efecto es cambiar los sistemas inerciales de forma que son acelerados hacia esta masa, pero las leyes del movimiento en estos sistemas de referencia en caída libre, son aún las de la relatividad especial y no presentan efectos debidos a la distribución cercana de masas. En este sentido el principio de equivalencia y el de Mach están en oposición directa.

¿La presencia de masas cercanas afecta las leyes del movimiento de alguna otra forma que fijando el sistema inercial? C. Cocconi y E.E. Salpeter [Phys. Rev. Letters 4, 176 (1960)] sugirieron que de acuerdo con Mach, al medir la masa inerte de un cuerpo en la dirección del centro de nuestra galaxia y en dirección opuesta, deberían encontrarse valores ligeramente distintos. V.W. Hughes, H. G. Robinson y V. Beltrami-Lopez [Phys. Rev. Letters 4, 432 (1960)] encontraron

$$\frac{\Delta M}{M} \leq 1 \times 10^{-20}$$

lo cual refuerza la posición de Einstein. Digamos sin embargo que hay discusiones sobre la interpretación de este experimento [R.H. Dicke, Phys. Rev. Letters 3, 359 (1961)]

Otras posibles pruebas experimentales del principio de Mach se pueden hallar en Wolfgang Rindler "Essential Relativity" Van Nostrand N.Y. 1969.

Una consecuencia más fácilmente medible del principio de equivalencia es el movimiento hacia el rojo de la luz emitida por átomos en campos gravitacionales intensos.

Cuando un fotón es producido en el punto 1 por algún aparato pesado no relativista, un observador en un sistema de coordenadas localmente inercial moviéndose con el aparato vea su energía interna y en tanto su masa inercial cambian en una cantidad

$$c^2 \Delta m_1 = -h \nu_1$$

donde ν_1 es la frecuencia del fotón emitido. Supongamos ahora que el fotón es absorbido en el punto 2 por un aparato pesado; un observador en caída libre vea que el aparato cambia su masa inercial en una cantidad relacionada con la frecuencia ν_2 del fotón que él observa que es

$$c^2 \Delta m_2 = h \nu_2$$

Sin embargo, la energía interna total sumada con la gravitacional de las dos partes del aparato debe ser la misma antes y después de estos dos sucesos

$$c^2 \Delta m_1 + c^2 \Delta m_2 + \Phi_1 \Delta m_1 + \Phi_2 \Delta m_2 = 0$$

donde Φ es el potencial gravitacional. Entonces

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_1} = - \frac{1}{c^2} (\Phi_2 - \Phi_1) \frac{1}{1 + \Phi_2/c^2} \approx - \frac{1}{c^2} (\Phi_2 - \Phi_1)$$

(En realidad no importa si las frecuencias son medidas en sistemas inerciales, ya que el campo gravitacional en cualquier otro sistema de referencia afectará por un igual el reloj standard y la frecuencia ν). (Se ha incluido un emisor y absorbente no relativístico, aunque el cómputo de energía potencial gravitacional para un fotón, ~~se hace a base~~ en otro caso). Esta derivación usa el principio de equivalencia en dos aspectos: Supone que el cambio de masa gravitacional del aparato es igual al cambio de su masa inercial y por tanto al cambio en su energía interna; y también supone que un sistema de referencia en caída libre la relación entre la energía del fotón y su frecuencia no viene afectada por el campo gravitacional.

R. V. Pound y G. A. Rebka [Phys. Rev. Letters 3, 439 (1959) y 4, 337 (1960)]

compararon, mediante efecto Mossbauer las frecuencias de un radiación γ emitida por un núcleo de ^{57}Fe colocado en una torre de 22.6 m y la de la radiación detectada en la base de la torre. El valor teórico es

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \nu}{\nu} &= - \frac{1}{c^2} (\Phi_{\text{bottom}} - \Phi_{\text{top}}) = \frac{GM}{c^2 R} - \frac{GM}{c^2 (R+h)} = \frac{gh}{c^2} = \\ &= \frac{980 \text{ cm seg}^{-2} \cdot 2260 \text{ cm}}{c^2} = 2.46 \times 10^{-15} \quad (\text{Corrimiento hacia el azul}) \end{aligned}$$

El valor experimental fue $\Delta \nu / \nu = (2.57 \pm 0.26) \times 10^{-15}$. Resultados más recientes

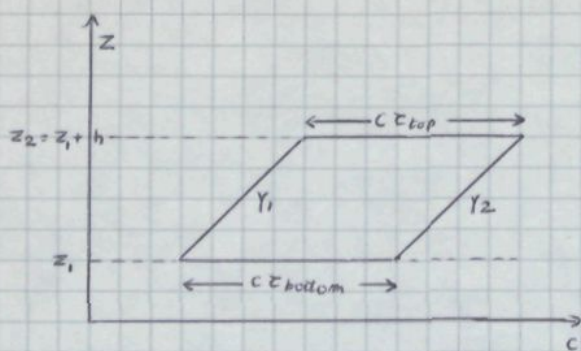
[R. V. Pound y J. L. Snyder Phys. Rev. Letters 13, 539 (1964)] establecen el acuerdo teoría - experiencia al nivel del 1%.

Con anterioridad se habían medido corrimientos hacia el rojo por luz emitida por átomos situados en superficies estelares y recibidos en la Tierra. Los efectos son mayores, pero las incertidumbres sobre la superficie de la estrella hace los resultados menos precisos. Por ejemplo para un átomo situado en la superficie del sol

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = - \frac{GM_0}{c^2 R_0} = - 2.12 \times 10^{-6}$$

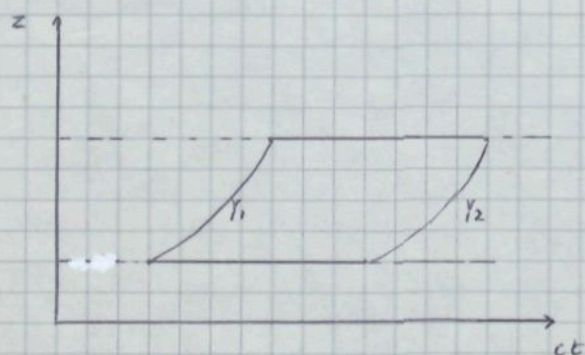
y los corrimientos de las líneas K del espectro solar [J. L. Snyder Phys. Rev. Letters 28, 853 (1972)] dan $\Delta \nu_{\text{exp}} / \Delta \nu_{\text{th}} = 1.01 \pm 0.06$.

A. Schild [Texas Quarterly 3, 42 (1960)] usando el argumento había el rojo de - muestra que una teoría consistente de la gravedad no puede ser construida en el marco de la teoría especial de la relatividad. Consideremos un observador



en reposo en la superficie de la Tierra a una altura z_1 , y un segundo a una altura $z_2 = z_1 + h$. Los dos observadores pueden verificar que están en reposo relativo entre sí y con respecto a la superficie de la Tierra. El observador inferior emite una señal electromagnética de frecuencia ν_b que es recibida por el observador superior. Para concretar, supongamos que la señal emitida dura N periodos. Entonces el intervalo de tiempo necesario para emitir el pulso es $\Delta\tau_b = N/\nu_b$. (el tiempo propio es igual al tiempo de Lorentz asociado con la Tierra, en estos ambos observadores en reposo respecto a la superficie terrestre). El observador superior recibe los N pulsos en un tiempo $\Delta\tau_t = N/\nu_t$. Sabemos que experimentalmente $\nu_t < \nu_b \Rightarrow \Delta\tau_b > \Delta\tau_t$. Las ondas de luz viajan según rectas de pendiente $1/c$. Entonces se llega a una contradicción dando cuenta que aquí se ha dibujado, en el espacio de Minkowski, un paralelogramo en el que dos lados son desiguales ($\Delta\tau_t < \Delta\tau_b$) y esto es imposible. Se concluye que la teoría de la relatividad especial no puede ser válida en presencia de campos gravitacionales y que el espacio-tiempo no puede ser plano.

El argumento ha sido supersimplificado y en la nueva figura inferior se tiene en



cuenta que la velocidad de la luz puede venir influenciada por la presencia del campo gravitacional y por tanto los fotones pueden no seguir líneas rectas en este diagrama. Sin embargo como el campo gravitacional es estático y los observadores están en reposo sea cual sea la curva γ_1 , el camino γ_2 debe ser un camino congruente de la misma forma, simplemente trasladado en el tiempo. En base a esta congruencia y el hecho de que los observadores se mueven en líneas paralelas de nueva se debe concluir, si la geometría plana de Minkowski es válida, que $\Delta\tau_b = \Delta\tau_t$, contradiciendo la evidencia experimental.

No es aquí el lugar de discutir la trayectoria seguida por A. Einstein desde que enunció el principio de equivalencia (para campos homogéneos y estáticos) en 1907 hasta que en Noviembre de 1915 finaliza su trabajo "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" [Ann. der Physik Serie 4, 49, 769-822 (1916)] en el que formula la teoría de la relatividad general y que también hubiera podido llamarse una nueva teoría de la gravitación.

La opinión de Max Born, compartida por muchos otros físicos, sobre dicha teoría es:

"La teoría me pareció entonces, y aún me parece el acto más importante del pensamiento humano ajenos de la naturaleza, la más sorprendentemente combinación de penetración filosófica, intuición física y habilidad matemática. Pero sus conexiones con la experiencia eran débiles. Me resultaba como una gran obra de arte que debe ser disfrutada y admirada a distancia".

Volvamos al principio de equivalencia:

"En un campo gravitacional arbitrario es posible elegir, en todo punto del espacio-tiempo, un sistema de coordenadas localmente inercial tal que, dentro de una región suficientemente pequeña del punto en cuestión, las leyes de la naturaleza toman la misma forma que en un sistema de coordenadas cartesianas no acelerado en ausencia de gravitación".

Precisemos algunos puntos: Al decir "la misma forma que en un sistema de coordenadas cartesianas no acelerado" se debe entender la forma que tienen las leyes de la naturaleza en la teoría de la relatividad especial. Al decir "suficientemente pequeña" debemos entender que la región es lo suficientemente pequeña para que el campo gravitatorio sea sensiblemente constante en ella, pero no podemos precisar más hasta que no se haya hecho una descripción matemática del campo gravitacional.

Consideremos una partícula con masa que se mueve bajo la influencia de un campo de fuerzas gravitacional exclusivamente. De acuerdo con el principio de equivalencia, existe un sistema de coordenadas en caída libre Σ^{μ} en el que las ecuaciones del movimiento corresponden a una trayectoria rectilínea no acelerada, esto es

$$\frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} = 0$$

donde τ es el tiempo propio ($s \equiv c\tau$)

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} d\xi^\mu d\xi^\nu \equiv (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2$$

Métrica Minkowskiana. Supongamos ahora que usamos cualquier otro sistema coordenado x^μ , que puede ser un sistema de coordenadas cartesianas en reposo en el laboratorio, pero puede ser también un sistema curvilíneo, acelerado, en rotación, --- Las coordenadas en cada libre ξ^μ son funciones de las nuevas coordenadas x^μ . Entonces en relación a las nuevas coordenadas las ecuaciones del movimiento son

$$\frac{d\xi^\mu}{d\tau} = \frac{\partial \xi^\mu}{\partial x^\nu} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

$$\frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} = \frac{\partial \xi^\mu}{\partial x^\nu} \frac{d^2 x^\nu}{d\tau^2} + \frac{\partial^2 \xi^\mu}{\partial x^\nu \partial x^\lambda} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0$$

y multiplicando por $\partial x^\sigma / \partial \xi^\mu$ se obtiene

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda}(x) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0$$

donde $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}(x)$ son las llamadas componentes de la conexión afín y vienen dadas por

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} \equiv \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\sigma} \frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\nu \partial x^\lambda}$$

Por otra parte también el tiempo propio puede ser expresado en el sistema de coordenadas arbitrario y es

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu$$

donde $g_{\mu\nu}(x)$ es el llamado tensor métrico y viene definido como

$$g_{\mu\nu}(x) \equiv \frac{\partial \xi^\lambda}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\tau}{\partial x^\nu} \eta_{\lambda\tau}$$

Notemos que la descripción del campo gravitacional viene determinada por $g_{\mu\nu}(x)$ y $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}(x)$. Más aún se puede probar que

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda}(x) = \frac{1}{2} g^{\mu\beta} \left[\frac{\partial g_{\nu\beta}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial g_{\lambda\beta}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\nu\lambda}}{\partial x^\beta} \right]$$

Resumiendo: En presencia de un campo gravitacional arbitrario la métrica del espacio-tiempo es de tipo Riemann

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu$$

y las partículas libres describen geodésicas, que podemos escribir, para partículas con masa, como

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda}(x) \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0.$$

Métrica Euclídea: Consideremos un espacio tridimensional que satisfaga los postulados de Euclides o en otras palabras un espacio plano, entonces la distancia entre dos puntos infinitamente cercanos puede calcularse mediante

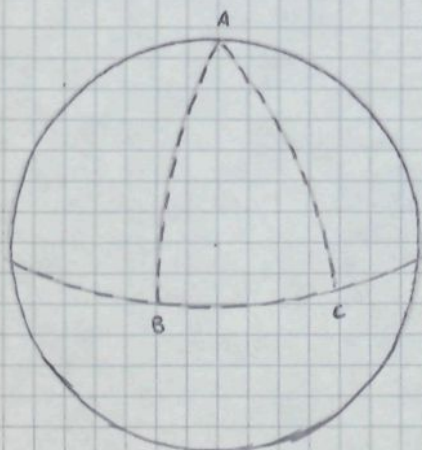
$$ds^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2$$

Es decir $g_{\mu\nu} \equiv \delta_{\mu\nu}$; en este caso $\Gamma^\mu_{\nu\lambda} = 0$ y la ecuación de las geodésicas son

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0 \Rightarrow x^\mu = a^\mu \tau + b^\mu$$

es decir líneas rectas.

Espacio no Euclídeo: Uno de los ejemplos más simples de espacios no Euclídeos es el espacio bidimensional formado por la superficie de una esfera de radio R . En este caso



$$ds^2 = R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\phi$$

donde θ y ϕ son los ángulos polar y azimutal que determinan un punto cualquiera del espacio. En este caso

$$g_{\theta\theta} = R^2, \quad g_{\phi\phi} = R^2 \sin^2 \theta, \quad g_{\theta\phi} = g_{\phi\theta} = 0.$$

$$g^{\theta\theta} = \frac{1}{R^2}, \quad g^{\phi\phi} = \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta}, \quad g^{\theta\phi} = g^{\phi\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \Gamma^\theta_{\phi\phi} = -\sin\theta \cos\theta, \quad \Gamma^\phi_{\theta\phi} = \Gamma^\phi_{\phi\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \quad \text{Nótese los signos}$$

Entonces las ecuaciones de las geodésicas son

$$\frac{d^2 \Theta}{d\tau^2} - \sin \Theta \cos \Theta \frac{d\phi}{d\tau} \frac{d\phi}{d\tau} = 0, \quad \frac{d^2 \phi}{d\tau^2} + 2 \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta} \frac{d\Theta}{d\tau} \frac{d\phi}{d\tau} = 0$$

Para darnos cuenta de que tipo de curvas son estas consideremos $\phi = \text{cte}$; entonces la segunda ecuación es idénticamente satisfecha y la primera se reduce a $d^2 \Theta / d\tau^2 = 0$, es decir $\Theta = A + B\tau$. Se trata pues de un meridiano y en general las geodésicas coinciden con los círculos máximos.

Geodésicas: En el caso de la esfera hemos visto que las geodésicas son los círculos máximos. Una propiedad importante de éstos es que si A y B son dos puntos sobre la superficie de la esfera, el camino más corto para ir de A a B, estando sobre la superficie de la esfera, es precisamente siguiendo el arco menor del círculo máximo. Un resultado análogo es cierto para todo espacio de Riemann: Dados dos puntos cualesquiera el camino de longitud estacionaria entre ellos es precisamente la geodésica. Vemos que de alguna forma las geodésicas son las líneas equivalentes a las rectas de los espacios Euclídeos.

Es obvio que las propiedades de un espacio de Riemann arbitrario son muy distintas de las de un espacio plano. Por ejemplo en el caso de la superficie esférica:

- i) Consideremos una geodésica y un punto exterior a ella. Todas las geodésicas que pasan por este están a la geodésica primitiva.
- ii) Consideremos tres puntos sobre la superficie de la esfera que no están sobre una misma geodésica. Estos tres puntos, al unirse mediante arcos de geodésicas, determinan un triángulo para el cual la suma de los ángulos interiores es siempre mayor que π .
- iii) A diferencia de un espacio plano, el espacio de Riemann constituido por una superficie esférica tiene un área finita $4\pi R^2$.

En el caso de la superficie esférica, y en general en todo espacio de Riemann, si consideramos un punto P y un entorno del mismo suficientemente pequeño, entonces podemos confundir la superficie de la esfera con la del plano tangente y usar una métrica Euclídea.

Carl Friedrich Gauss (1777-1850) sugirió que el carácter Euclídeo del nuestro espacio tridimensional debe comprobarse midiendo la suma de los tres

ángulos de un triángulo de grandes dimensiones. Gauss midió de forma muy precisa los ángulos internos de un triángulo que forman en Alemania los montes Brocken, Hohenhemgen y Inselberg. El lado mayor del triángulo es de unos 100 km. Obtuvieron para la suma de los ángulos internos $180^\circ 00' 14.173''$. Como los instrumentos de medida se instalaron sobre planos horizontales en cada lugar, estos tres planos no eran paralelos y en este motivo debía substraherse a la cantidad medida $14.853''$ y así se obtenía $179^\circ 59' 59.320''$. La diferencia de $0.680''$ al valor de 180° , era compatible con los errores de las medidas y por tanto Gauss tuvo que concluir que en la proximidad de sus medidas el espacio era plano.

Al comparar la teoría y la experiencia de los movimientos planetarios, se deduce que si el espacio no es plano su radio de curvatura debe ser mayor que 0.5 año-luz. Mas aún de observaciones de estrellas cercanas sabemos que su radio de curvatura debe ser mayor de 60 año-luz. Más adelante volveremos sobre esto al hablar de cosmología.

Para entender mejor el sentido de todo lo aquí realizado consideremos el caso de una partícula que se mueve lentamente en un campo gravitacional débil y estacionario. Por ser un movimiento muy lento $d\vec{x}/dt$ puede despreciarse frente a $c dt/d\tau$ y las ecuaciones de las geodésicas se pueden escribir

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{00} c^2 \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 = 0$$

Como el campo es estacionario, todas las derivadas temporales de $g_{\mu\nu}$ se anulan, y en tanto

$$\Gamma^\mu_{00} = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^\nu}$$

Finalmente como el campo es débil

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1.$$

y en tanto en primer orden en $h_{\mu\nu}$

$$\Gamma^\mu_{00} = -\frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^\nu}$$

Las ecuaciones de las geodésicas son

$$\frac{d^2 t}{d\tau^2} = 0, \quad \frac{d^2 x^i}{d\tau^2} = -\frac{1}{2} \frac{\partial h_{00}}{\partial x^i} \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 c^2$$

La primera ecuación nos dice que $dt/d\tau$ es una constante y por tanto la segunda ecuación da

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = -\frac{1}{2} c^2 \vec{\nabla} h_{00}$$

Si ϕ es el potencial gravitacional la ley de Newton nos dice que

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = -\vec{\nabla} \phi$$

y ambas ecuaciones deben coincidir. Consideremos una masa M situada en el origen de coordenadas, entonces $\phi(r) = -\frac{GM}{r}$ y la igualdad de ambas ecuaciones nos dice que $h_{00} = 2\phi(r)/c^2 + \text{cte.}$ Más aun al alejarnos mucho del origen $h_{00} \rightarrow 0$ y por tanto $\text{cte} = 0$. Así pues en el límite de campo débiles reproducimos la teoría newtoniana si

$$g_{00} = 1 + 2\phi/c^2, \quad \phi(r) = -\frac{GM}{r^2}$$

Notar que

$$\frac{1}{c^2} \phi = -\frac{GM}{c^2 r} = -7.4236(45) \times 10^{-29} \frac{\text{cm}}{\text{g}} \frac{M}{r}$$

Superficie del sol $\frac{1}{c^2} \phi = -2.12 \times 10^{-6}$

Superficie de la Tierra $\frac{1}{c^2} \phi = -6.96 \times 10^{-10}$

Enana blanca: masa del sol y radio 100 veces menor $\frac{1}{c^2} \phi \approx -10^{-4}$

Estrella de neutrones: masa del sol y radio 10^4 veces menor $\frac{1}{c^2} \phi \approx -10^{-2}$.

Sólo en los últimos estadios de evolución estelar los efectos gravitacionales juegan algún papel.

Situación: Hasta aquí y de acuerdo con el principio de equivalencia hemos visto que la existencia de campos gravitacionales implica que la métrica del espacio-tiempo sea de tipo Riemann y que las partículas que sobre las que actúan únicamente fuerzas gravitacionales describen geodésicas en este espacio-tiempo. La gravitación actúa sobre las partículas a través de la geometrización del espacio-tiempo.

Para hallar la ecuación de una partícula libre hemos usado el principio de equivalencia para escribir las ecuaciones válidas para un sistema de coordenadas localmente inercial y a continuación hemos hecho una transformación de coordenadas para lo hallar las ecuaciones correspondientes en el sistema laboratorio.

En principio podríamos usar este método en general pero resulta extraordinariamente fastidioso, pero es más conveniente usar una versión alternativa del principio de equivalencia conocida como el Principio de la Covarianza General.

Principio de covarianza general: Afirmar que una ecuación física es válida en un campo gravitacional arbitrario si se cumplen las dos condiciones siguientes:

- i) La ecuación es válida en ausencia de gravitación; esto es, coincide con la ecuación de la relatividad especial cuando $g_{\mu\nu} \rightarrow \eta_{\mu\nu}$ y $\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} \rightarrow 0$.
- ii) La ecuación es totalmente covariante; es decir, conserva su forma bajo una transformación cualquiera de coordenadas $x^{\mu} \rightarrow x'^{\mu} = f^{\mu}(x)$.

Veamos que el principio de covarianza general es consecuencia del de equivalencia. Consideremos un campo gravitacional arbitrario y una ecuación que satisfaga los dos requisitos anteriores. Del segundo, sabemos que la ecuación es válida frente todos los sistemas coordenados. En cualquier punto del espacio-tiempo hay una clase de sistemas coordenados, los sistemas localmente inerciales, en los que los efectos gravitacionales están ausentes. La condición i) nos dice que la ecuación es válida en estos sistemas, y en tanto en todos los sistemas coordenados.

La importancia del principio de covarianza general estaba en su afirmación sobre los efectos de la gravitación; que una ecuación física, en virtud de este principio, será válida en presencia de un campo gravitacional, si es válida en ausencia de este.

El significado del principio de covarianza general puede destacarse comparándolo con el principio de covarianza Lorentz. De la misma forma que cualquier ecuación puede escribirse en forma covariante general, cualquier ecuación puede hacerse covariante Lorentz, escribiéndola en un sistema de coordenadas y

viendo como es después de realizar una transformación de Lorentz. Sin embargo, si hacemos esto con una ecuación no relativista tal como la segunda ley de Newton, encontramos que después de hacerla invariante Lorentz una nueva cantidad ha aparecido en la ecuación, que por supuesto es la velocidad del nuevo sistema de referencia con respecto al original. La exigencia de que esta velocidad no aparezca en la ecuación transformada es lo que se denomina el principio de la Relatividad Especial o "covarianza Lorentz" y este requisito impone poderosas restricciones sobre la ecuación original. De la misma forma, cuando hacemos que una ecuación sea covariante general, aparecen nuevos ingredientes: $g_{\mu\nu}$ y sus derivadas. La diferencia es que no exigimos que estas cantidades desaparezcan al final, y en tanto no obtenemos restricciones sobre las ecuaciones de partida, sino que explotamos la presencia de $g_{\mu\nu}$ para representar campos gravitacionales. En resumen el principio de covarianza general no es un principio de invariancia, sino que es una afirmación sobre los efectos de la gravitación y nada más.

Cualquier principio físico, como el de covarianza general, que toma la forma de un principio de invariancia, pero cuyo contenido es realmente limitado a una restricción sobre las interacciones de un campo particular, se denomina una simetría dinámica.

El principio de covarianza general puede aplicarse únicamente en una escala que es pequeña comparada con las distancias espacio-temporales típicas del campo gravitacional, ya que sólo en este caso el principio de equivalencia nos permite construir un sistema de coordenadas en los que los efectos gravitacionales están ausentes. Hay en general muchas ecuaciones covariantes que se deducen a partir de la relatividad especial en ausencia de gravitación. Sin embargo, como aplicamos el principio de la covarianza general a una región pequeña, esperamos que solo $g^{\mu\nu}$ y sus primeras derivadas aparezcan en las ecuaciones covariantes. Con esta restricción el principio de covarianza general permite hacer afirmaciones, sin ambigüedad, sobre los efectos de campos gravitacionales sobre cualquier sistema, o parte de un sistema, que sea suficientemente pequeño.

Hasta aquí hemos explotado el principio de equivalencia, pero no hemos dicho nada como calcular $g_{\mu\nu}(x)$. Estas vienen determinadas por las ecuaciones del campo, en las que derivadas del tensor métrico se hallan relacionadas con el tensor energía-momento, que describe la distribución de energía y momento en los distintos puntos del espacio-tiempo. No entraremos aquí en la discusión de estas ecuaciones, que son no lineales pues los campos gravitacionales tienen energía y por tanto deben contribuir a la gravitación.

Usando la teoría de la Relatividad General es decir el principio de equivalencia y las ecuaciones de campo se pueden predecir algunos efectos que pueden comprobarse experimentalmente.

Precesión del perihelio: Consideremos una partícula de prueba ligada en una órbita alrededor del Sol. De acuerdo con la mecánica Newtoniana describe una elipse de semieje mayor a y excentricidad e . De acuerdo con la teoría de la relatividad hay una precesión del perihelio que vale

$$\Delta\phi = \frac{6\pi M_{\odot} G}{a(1-e^2)c^2}$$

Consideremos el caso de Mercurio donde el denominador es relativamente pequeño

$$a = 5.791 \times 10^{12} \text{ cm} \quad e = 0.2056 \quad 6\pi M_{\odot} G/c^2 = 2.7832 \times 10^6 \text{ cm.}$$

$$\Delta\phi = 0.1035'' \quad \text{Revoluciones por siglo} = 415.$$

Contribución predicha por los efectos de la relatividad general $42.95''$ sig/siglo.

Hay muchas perturbaciones como las que contribuyen a la precesión de las órbitas planetarias. La teoría Newtoniana da para Mercurio $\Delta\phi_N = 5557.62(20)''$ por siglo de los que alrededor de $5025''$ son debidos a la rotación del sistema de coordenadas estelares ligadas a la Tierra, y alrededor de $532''$ son debidos a las perturbaciones gravitacionales debidas a la existencia de otros planetas. La precesión observada es $\Delta\phi_{obs} = 5600.73 \pm 0.41''$ y por tanto $\Delta\phi = \Delta\phi_{obs} - \Delta\phi_N = 43.11 \pm 46''$ en perfecto acuerdo con la teoría de la relatividad general.

Desviación de los rayos de luz que pasan cerca de la superficie del Sol: Un rayo de luz cuya mínima distancia de acercamiento al centro del Sol sea $r > R_{\odot}$ se desvía de su trayectoria rectilínea en un ángulo

$$\Delta\phi = \frac{4GM_{\odot}}{R_{\odot}c^2} \frac{R_{\odot}}{r} \approx \Delta\phi_0 \frac{R_{\odot}}{r} = 1.75'' \frac{R_{\odot}}{r}$$

Esta predicción de la relatividad general fue confirmada apreciando el eclipse total de Sol del 29 de Mayo de 1919. La expedición de A.S. Eddington y E.T. Cottingham estuvo en la isla del Príncipe y encontró $\Delta\phi_0 = 1.61 \pm 0.40$ y la de A.C.D. Crommelin y C.R. Davidson en Sobral y encontraron $\Delta\phi_0 = 1.98 \pm 0.16$. [F.W. Dyson, A.S. Eddington y C. Davidson Phil. Trans. Roy. Soc. 220A, 291 (1920) y Mem. Roy. Astron. Soc. 62, 291 (1920)] Desde entonces la experiencia se ha repetido muchas veces. Los errores son siempre grandes.

Desarrollos recientes en radio astronomía han hecho posible medir la desviación de las señales de radio, en el Sol, con mayor precisión que la lograda en la astronomía óptica. Cada mes de octubre, la fuente cuasi-estelar 3C 279 es ocultada por el Sol y varios grupos han medido el cambio en el ángulo entre esta radio fuente y la 3C 772, justo antes y justo después de la ocultación. Los resultados obtenidos están de acuerdo con el resultado teórico con errores del orden del 5%.

Estos efectos y algunos otros (retardo de los ecos de radar, ...) solo prueban la relatividad general en el límite postnewtoniano: campos débiles y velocidades pequeñas comparadas con la de la luz.

La relatividad general permite predecir que cuando un cuerpo con masa es acelerado debe emitir ondas gravitacionales. En 1974 se descubrió un sistema estelar doble, PSR 1513-16, cuyos componentes son estrellas de neutrones y cuyos parámetros se han podido medir con gran precisión. La órbita relativa es muy excentrica y desplazamiento del periastron es de 4.22° cada año y de acuerdo con la Relatividad general debe emitir energía gravitacional a un ritmo análogo al de emisión electromagnética por el Sol. La continua pérdida de energía por radiación gravitacional debe afectar al periodo de rotación del sistema. La variación del periodo detectada por J. H. Taylor y sus colaboradores es de 10^{-3} s al año, que coincide, dentro de los errores experimentales ($\sim 5\%$), con la predicción de la Relatividad general.

Pasemos ahora a considerar las interacciones electromagnéticas.

La electricidad y el magnetismo tienen su origen en tiempos muy remotos.

En la Grecia antigua, hace más de 2000 años, se conocían dos hechos básicos de estas ramas de la física: que si se frotaba un trozo de ámbar (en griego ἤλεκτρον) con un paño se lograba hacer mover otros objetos muy pequeños en virtud de lo que ahora se llaman fuerzas electrostáticas, y que ciertas piedras procedentes de Magnesia, ahora denominadas magnetitas, atraían trozos de hierro. Para los griegos estos eran fenómenos sin ningún interés práctico. Hubo que esperar hasta el S. XII para encontrar referencias sobre el uso del imán en la navegación.

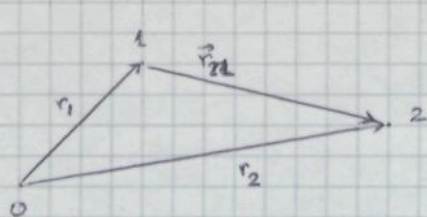
En el año 1600 aparece la obra fundamental de William Gilbert "De magnete magnetisque corporibus et de magno magnete tellure physiologia nova", en la que desarrolla, dentro del espíritu de la ciencia escolástica, extensas teorías de los fenómenos electrostáticos y magnéticos. En ella se da, por primera vez, la razón de que la aguja de la brújula se orienta por sí misma en una dirección definida: la Tierra es un imán permanente. Esta obra se puede considerar como el hito que marca el nacimiento de la electricidad y magnetismo como ciencias.

En los 200 años siguientes el avance de estas dos ciencias es lento, centrándose muchos de los estudios en el magnetismo en razón de su importancia para la navegación.

En este periodo merecen destacarse el descubrimiento de la máquina electrostática por Otto von Guericke en 1672, a cuya mejora se dedicaron un gran número de científicos y técnicos a lo largo del S. XVIII. El condensador, descubierta independientemente, en 1745, por Ewald Georg von Kleist y Petrus van Musschenbroek. Los estudios de la electricidad atmosférica iniciados a mediados del siglo XVIII por el norteamericano Benjamin Franklin, los cuales despertaron gran interés y numerosas controversias sobre si los hombres debían interferir, en este tipo de experiencias, en los fenómenos naturales considerados en general como la expresión directa de la voluntad de Dios.

En 1785, Charles Augustin Coulomb (1736-1806) formula matemáticamente

la ley fundamental de toda la electrostática



$$r \equiv |\vec{r}_{21}|$$

$\vec{F}_{21}$ = fuerza que la carga 2 ejerce sobre la 1

$$\vec{F}_{21} = - \frac{e_1 e_2}{r^2} \hat{r}_{21}$$

Si $e_1 e_2 > 0$ las cargas se repelen, si $e_1 e_2 < 0$ las cargas se atraen.

La cantidad e_i (≥ 0) se llama carga eléctrica $[e] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$.

Se ha medido hoy día con gran precisión la posibilidad de ser la ley $F \propto 1/r^{2+E}$ y se sabe que $E = (2.7 \pm 3.1) \times 10^{-16}$ [E. R. Williams, J. E. Faller y H. A. Hill Phys. Rev. Letters 26, 721 (1971)]. Veremos más adelante que este dato es importante en relación con la masa del fotón.

Otro descubrimiento importante es debido al anatomista Aloisio Galvani (1737-1798) que en su obra "De viribus electricitatis in motu musculari commentarius" (1791) introduce el concepto de corriente eléctrica. Poco después (1745-1827) Alessandro Volta aisla el fenómeno físico del contexto fisiológico y usa, en 1800, la primera pila voltaica, que será fundamental para las experiencias posteriores.

En 1820, Hans Christian Oersted (1777-1851) demostró experimentalmente que existía una relación clara entre la electricidad y el magnetismo, al ver que el paso de una corriente eléctrica por un conductor influenciará un imán.

Cuando Oersted anuncia su descubrimiento, en julio de 1820, la primera reacción fue de escepticismo, pero pronto este cambió en entusiasmo y en los meses que siguieron se realizaron varios descubrimientos importantes para comprender la relación entre la electricidad y el magnetismo. No seguiremos aquí una historia bien conocida.

En 1873 James Clerk Maxwell (-) publica el libro fundamental "A Treatise on Electricity and Magnetism" en el que mediante unas pocas ecuaciones fundamentales que relacionaban entre sí el campo eléctrico $\vec{E}$, el campo magnético $\vec{B}$, y las densidades de carga ρ y de corriente $\vec{j}$

lograba formular una teoría completa del electromagnetismo, unificándose así la electricidad y el magnetismo. Estas ecuaciones son, en el vacío,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}; t) = 4\pi \rho(\vec{r}; t), \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}; t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}; t)}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}(\vec{r}; t)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}; t) = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}; t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}(\vec{r}; t)}{\partial t} = 0$$

que permitan calcular $\vec{E}$ y $\vec{B}$ para una distribución arbitraria de cargas y corrientes, en condiciones de contorno apropiadas. $[\vec{E}] = [\vec{B}] = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$

Consideremos un ejemplo sencillo: Supongamos una esfera de radio R , homogéneamente cargada y carga total Q , centrada en el origen. Entonces

$$\rho(\vec{r}; t) = \frac{3Q}{4\pi R^3} \Theta(R-r), \quad \vec{j}(\vec{r}; t) = 0.$$

Por simetría: $\vec{E}(\vec{r}; t) = f(r) \vec{r} \Rightarrow$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}; t) = 3f(r) + r \frac{df(r)}{dr}$$

$$\text{Si } r > R: \quad r \frac{df(r)}{dr} + 3f(r) = 0 \Rightarrow f(r) = \frac{C_1}{r^3}, \quad C_1 = \text{constante}$$

$$\text{Si } r < R: \quad r \frac{df(r)}{dr} + 3f(r) = \frac{3Q}{R^3} \Rightarrow f(r) = \frac{Q}{R^3} + \frac{C_2}{r^3}, \quad C_2 = \text{constante}.$$

El hecho de que $\vec{E}(\vec{r}; t)$ no puede ser singular en ningún punto del espacio implica que $C_2 \equiv 0$ y la continuidad de $\vec{E}$ en $r=R$ implica $C_1 = Q$. $\Rightarrow$

$$E(\vec{r}; t) = \begin{cases} \frac{Q}{R^3} r \hat{r} & r \leq R \\ \frac{Q}{r^2} \hat{r} & r \geq R \end{cases}$$

Notón que $\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}; t) = 0$ y las ecuaciones implican $\vec{B}(\vec{r}; t) = 0$.

De las leyes anteriores se pueden deducir todas las leyes típicas de los fenómenos electromagnéticos. Por ejemplo sea V un volumen en el espacio y S su superficie entonces de la primera ecuación

$$\int_V d\vec{r} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}; t) = 4\pi \int_V \rho(\vec{r}; t) = 4\pi Q_{in}$$

donde Q_{in} es la carga contenida en V . Usando el teorema de Gauss

$$\Phi = \int_S d\vec{S} \cdot \vec{E}(\vec{r}; t) = 4\pi Q_{in}$$

donde $d\vec{S}$ es el elemento de área orientado en sentido de la normal exterior. Así mismo obteniendo el conocido resultado de que el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a 4π veces la carga en su interior (Teorema de Gauss).

Notar que una consecuencia de estas ecuaciones es que

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}; t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{r}; t) = 0$$

En efecto

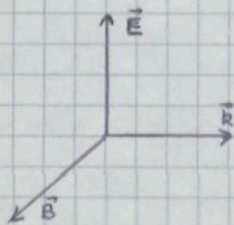
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} + c \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \times \vec{E}] - \vec{\nabla} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\} = 0.$$

Previamente el término $\partial \vec{E} / \partial t$ de la segunda ecuación es fundamental para demostrar la validez de esta ecuación que no es más que la de conservación de la carga eléctrica: Integrando la ecuación dada

$$\frac{d}{dt} \int_V d\vec{r} \rho = - \int_V d\vec{r} \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = - \int_S d\vec{S} \cdot \vec{j} \Rightarrow \frac{dQ_{\text{en}}}{dt} = - \int_S d\vec{S} \cdot \vec{j}(\vec{r}; t).$$

Corrientes de desplazamiento: El término $+\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}; t)}{\partial t}$ recibe el nombre de corriente de desplazamiento, y fue introducido por Maxwell.

Las ecuaciones de Maxwell predicen también que al acelerar una carga eléctrica esta emite radiación. Estas ondas electromagnéticas, que se propagan con la velocidad de la luz, son transversales. La perturbación que se propaga son variaciones de los campos eléctricos y magnéticos perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación. Estas ondas son idénticas a las de la luz y así Maxwell



estableció la teoría electromagnética de la luz. La prueba experimental concluyente fue dada en 1887 por Heinrich Rudolph Hertz al generar la primera vez ondas electromagnéticas mediante una bobina de inducción.

Fuerza de Lorentz: Las ecuaciones de Maxwell debían completarse dando la fuerza de Lorentz: La fuerza que actúa sobre una partícula de carga q sometida a un campo $\vec{E}$ y $\vec{B}$ es

$$\vec{F} = q \left[\vec{E}(\vec{r}; t) + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}(\vec{r}; t) \right]$$

donde $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula.

Es interesante hacer notar que experimentalmente se ha observado que la carga eléctrica está cuantificada, es decir que todas las cargas eléctricas son múltiplos enteros de una carga elemental. Para partículas libres observadas se ha visto que

$$Q = m e, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad e = 4.803 \ 242 \ (14) \times 10^{-10} \text{ u.e.s.}$$

Así por ejemplo se han estudiado las cargas de distintas moléculas (H_2 , He , SF_6 ...) [J. G. King Phys. Rev. Letters 5, 562 (1960)] [L. J. Fraser, E. R. Farlsom y V. W. Hughes Bull. Am. Phys. Soc. 13, 636 (1968)] para poder comparar las cargas del protón Q_p y del electrón Q_e . Para H_2 se ha encontrado que

$$\frac{Q_p}{Q_e} + 1 = (0.9 \pm 2.7) \times 10^{-21}$$

y cantidades del mismo orden de magnitud en los otros casos.

Las ecuaciones de Maxwell no dan ninguna explicación de este hecho y de la misma forma que la igualdad de la masa inerte y pesante no es una casualidad tampoco podemos esperar que esto lo sea.

En 1934, P. A. M. Dirac [Proc. Roy. Soc. A133, 60 (1934)] logró probar que si existen cargas magnéticas libres, monopolos magnéticos, entonces la carga eléctrica debe estar cuantificada. Su argumento es como sigue: Consideremos que una partícula de masa m y carga eléctrica q se mueve lentamente en el campo magnético de un monopolo de intensidad g situado en el origen. La ecuación del movimiento

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}(\vec{r})$$

donde el campo magnético creado por el monopolo es

$$\vec{B}(\vec{r}) = g \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Tengamos en cuenta que

$$\frac{d}{dt} [\vec{r} \times m \dot{\vec{r}}] = \frac{qg}{cr^3} \vec{r} \times [\dot{\vec{r}} \times \vec{r}] = \frac{qg}{cr^3} [r^2 \dot{\vec{r}} - (\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}) \vec{r}] \Rightarrow$$

$$\frac{d}{dt} \left[\vec{r} \times m \dot{\vec{r}} - \frac{qg}{c} \frac{\vec{r}}{r} \right] = 0$$

En realidad la cantidad conservada

$$\vec{J} \equiv \vec{r} \times m \vec{v} - \frac{q_i q_j}{c} \frac{\vec{r}}{r}$$

no es más que el momento angular total del sistema. El primer término es, obviamente, el momento angular orbital de la partícula y, se puede probar que, el segundo el momento angular del campo electromagnético existente.

Sea la componente radial el

$$\hat{r} \cdot \vec{J} = - \frac{q_i q_j}{c}$$

En Mecánica Cuántica sabemos que la componente del momento angular total está cuantificada y en tanto

$$\frac{q_i q_j}{c} = \frac{m}{2} \hbar, \quad m = \text{entero.}$$

que es la famosa condición de cuantificación de Dirac.

Consideremos un universo en el que las partículas tienen o carga eléctrica o carga magnética, pero no ambas simultáneamente. Sean q_i y q_j los valores posibles de estas cargas; entonces

$$q_i q_j = m_{ij} \frac{1}{2} \hbar c, \quad m_{ij} = \text{enteros}$$

Tomando $q_j = \text{fijo}$, todas las cargas eléctricas deben ser múltiplos enteros de $\hbar c / 2 q_j$ y podemos construir el máximo común divisor m_{0j} de todos los enteros m_{ij} . Todas las cargas eléctricas deben ser múltiplos de la forma

$$q_i = m_i q_0, \quad m_i = \text{entero}, \quad q_0 = m_{0j} \frac{\hbar c}{2 q_j}$$

Más aún, el algoritmo de Euclides dice que m_{0j} debe ser una combinación lineal de los m_{ij} con coeficientes enteros. Por tanto q_0 es una combinación lineal de los q_i con coeficientes enteros (no necesariamente todos positivos).

Puesto que la combinación de estados da un estado cuya carga es la suma de las cargas de los estados combinados, y la conjugación de carga de un estado con carga opuesta, q_0 debe ser la carga de un estado físicamente realizable. Consideraciones similares dan que q_j deben ser múltiplos enteros de una carga físicamente realizable q_0 y ambas q_i dan lugar a modos salvo signo y tiempo

$$q_0 q_0 = m_0 \frac{1}{2} \hbar c, \quad m_0 = \text{entero.}$$

Notar que la constante de estructura fina usual es

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = 1 / 137.03604(11)$$

entonces, suponiendo que la carga del electrón sea la carga menor libre, se tiene

$$\alpha_m \equiv \frac{q_0^2}{\hbar c} = 34.259010(38) m_0^2$$

que incluso para $m_0 = 1$ es muy grande.

Las ecuaciones de Maxwell en la forma anterior no son compatibles con la existencia de monopolos. Si la existencia de ellos fuera cierta, tomarían una forma mucho más elegante y simétrica. Volvemos más adelante sobre el problema de los monopolos.

De momento supondremos que los monopolos no existen y que por tanto son válidas las ecuaciones de Maxwell en su forma original y que por tanto todos los campos magnéticos de la naturaleza son debidas a la presencia de corrientes eléctricas.

La ley de Coulomb y la de Newton para la gravitación tienen exactamente la misma dependencia en $1/r^2$. Este tipo de fuerzas se denominan técnicamente de alcance infinito, por razones que precisaremos más adelante. Las fuerzas gravitacionales y las electromagnéticas son las únicas fuerzas conocidas desde la antigüedad pues, como veremos, las restantes interacciones son de corto alcance y solo dejan sentir su efecto a distancias $\lesssim 1 \text{ fm}$.

Al estar los cuerpos celestes sin carga neta, las fuerzas electromagnéticas carecen de importancia al intentar estudiar los movimientos planetarios, los conglomerados de estrellas o el movimiento de las galaxias.

Para darnos cuenta de la importancia relativa de la electricidad y la gravitación cuando ambas puedan actuar podemos comparar las fuerzas gravitacionales y las electrostáticas entre dos protones

$$\frac{|F_G|}{|F_E|} = \frac{G m_p^2}{e^2} = \frac{G m_p^2}{\hbar c} \frac{\hbar c}{e^2} = \frac{\alpha_G}{\alpha_e} = \frac{5.9042(37) \times 10^{-39}}{1/137.03604(11)} = 8.0904(51) \times 10^{-37}$$

Esta cifra es tan extraordinariamente pequeña que la interacción gravitacional queda totalmente eclipsada por el electromagnetismo si ambas actúan. Las interacciones electromagnéticas son las que ligam los electrones a los núcleos para formar los átomos, los átomos entre sí para formar las moléculas y son, en gran parte, las responsables de toda la química y la biología.

Es bien sabido que en problemas de electrostática en lugar del campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$ podemos trabajar con el potencial escalar $\phi(\vec{r})$ y que la relación entre ambos es

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \phi(\vec{r}).$$

En las ecuaciones de Maxwell, se puede probar, que aquellas que no contienen ρ y $\vec{J}$ solo sirven para garantizar que es posible dar una ecuación alternativa del electromagnetismo en términos de un potencial escalar $\phi(\vec{r}; t)$ y un potencial vector $\vec{A}(\vec{r}; t)$ de forma que

$$\vec{E}(\vec{r}; t) = -\vec{\nabla} \phi(\vec{r}; t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}; t)}{\partial t}, \quad \vec{B}(\vec{r}; t) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}; t).$$

$$[\phi] = [\vec{A}] = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$$

Comprobación

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot [\vec{\nabla} \times \vec{A}] = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \phi] - \frac{1}{c} \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0.$$

Entonces las dos primeras ecuaciones se pueden reescribir en términos de ϕ y $\vec{A}$.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\Delta \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\nabla} \cdot \vec{A}] = 4\pi \rho$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[-\vec{\nabla} \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right] = \\ &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \Delta \vec{A} + \vec{\nabla} \left[\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] = \frac{4\pi}{c} \vec{J} \end{aligned}$$

Introduciendo el símbolo $\square \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$ se obtiene

$$\left. \begin{aligned} \square \vec{A}(\vec{r}; t) + \vec{\nabla} \left\{ \vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}; t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi(\vec{r}; t)}{\partial t} \right\} &= \frac{4\pi}{c} \vec{J}(\vec{r}; t) \\ \square \phi(\vec{r}; t) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}; t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi(\vec{r}; t)}{\partial t} \right\} &= 4\pi \rho(\vec{r}; t) \end{aligned} \right\}$$

Transformaciones de gauge. En realidad, al menos al nivel clásico, la interacción de un campo electromagnético con la materia viene descrita por la fuerza de Lorentz y en tanto $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son las únicas cantidades con pleno sentido físico, mientras que ϕ y $\vec{A}$ juegan un papel auxiliar. ¿Para unos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ dados, ¿están totalmente determinados ϕ y $\vec{A}$? La contestación a esta pregunta es negativa pues si $\phi(\vec{r}; t)$ y $\vec{A}(\vec{r}; t)$ describen un cierto campo electromagnético, el mismo campo es descrito haciendo las sustituciones

$$\phi(\vec{r}; t) \longrightarrow \phi'(\vec{r}; t) = \phi(\vec{r}; t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda(\vec{r}; t)}{\partial t}$$

$$\vec{A}(\vec{r}; t) \longrightarrow \vec{A}'(\vec{r}; t) = \vec{A}(\vec{r}; t) + \vec{\nabla} \Lambda(\vec{r}; t)$$

donde $\Lambda(\vec{r}; t)$ es una función arbitraria. Estas transformaciones son las llamadas transformaciones de gauge

Notemos que

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}'(\vec{r}; t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi'(\vec{r}; t)}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}; t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi(\vec{r}; t)}{\partial t} - \square \Lambda(\vec{r}; t)$$

entonces se puede probar que siempre es posible encontrar ϕ y $\vec{A}$ tales que

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}; t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi(\vec{r}; t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{Condición de Lorentz})$$

Incluso así ϕ y $\vec{A}$ no son únicos pues aun es posible llevar a cabo transformaciones de gauge pero ahora exigiendo que $\square \Lambda(\vec{r}; t) = 0$.

Ejemplos simples

$$i) \quad \vec{E} = \frac{Q}{r^2} \hat{r}, \quad \vec{B} = 0$$

$$\text{Entonces se suele tomar } \phi = \frac{Q}{r}, \quad \vec{A} = 0$$

Satisface la condición de Lorentz

$$ii) \quad \vec{E} = 0, \quad \vec{B} = c\vec{a}$$

$$\text{Se puede tomar } \phi = 0, \quad \vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}$$

Satisface la condición de Lorentz.

Si elegimos ϕ y $\vec{A}$ de forma que se cumple la condición de Lorentz entonces las ecuaciones para determinar los potenciales son

$$\square \phi(\vec{r}; t) = 4\pi \rho(\vec{r}; t) ; \quad \square \vec{A}(\vec{r}; t) = \frac{4\pi}{c} \vec{j}(\vec{r}; t)$$

Antes de proseguir vamos a hacer un intermedio de mecánica: Consideremos una partícula de masa m y cuya coordenada posición indicaremos por $\vec{r} \equiv (q_1, q_2, q_3)$, sometida a una fuerza derivable de un potencial $V(q)$, entonces las ecuaciones del movimiento son

$$m \frac{d^2 q_i}{dt^2} = - \frac{\partial V(q)}{\partial q_i} , \quad i=1, 2, 3$$

Como es bien sabido podemos llegar a la misma ecuación partiendo del Lagrangiano

$$L \equiv \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{q}_i^2 - V(q)$$

aplicando el principio variacional de Hamilton lo cual conduce a las ecuaciones de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

Comprobación

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = m \dot{q}_i \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = m \ddot{q}_i , \quad \frac{\partial L}{\partial q_i} = - \frac{\partial V(q)}{\partial q_i}$$

de donde se deduce inmediatamente el primer resultado.

Si la partícula tiene además carga Q y está en el seno de un campo electromagnético

$$L = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{q}_i^2 - V(q) - Q\phi(q; t) + \frac{Q}{c} \sum_{i=1}^3 \dot{q}_i A_i(q; t)$$

Comprobemos

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = m \dot{q}_i + \frac{Q}{c} A_i(q; t) \Rightarrow$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = m \ddot{q}_i + \frac{Q}{c} \frac{\partial A_i(q; t)}{\partial t} + \frac{Q}{c} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial A_i(q; t)}{\partial q_j} \dot{q}_j$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = - \frac{\partial V(q)}{\partial q_i} - Q \frac{\partial \phi(q; t)}{\partial q_i} + \frac{Q}{c} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial A_j(q; t)}{\partial q_i} \dot{q}_j$$

Así por ejemplo si $i = 1$

$$m \ddot{q}_1 = - \frac{Q}{c} \frac{\partial A_1(q; t)}{\partial t} - \frac{Q}{c} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial A_j(q; t)}{\partial q_j} \dot{q}_j - \frac{\partial V(q)}{\partial q_1} - Q \frac{\partial \phi(q; t)}{\partial q_1} \\ + \frac{Q}{c} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial A_j(q; t)}{\partial q_1} \dot{q}_j \Rightarrow$$

$$m \ddot{q}_1 = - \frac{\partial V(q)}{\partial q_1} + Q \left\{ - \frac{\partial \phi(q; t)}{\partial q_1} - \frac{1}{c} \frac{\partial A_1(q; t)}{\partial t} \right\} \\ + Q \frac{1}{c} \left\{ \dot{q}_2 \left[\frac{\partial A_2(q; t)}{\partial q_1} - \frac{\partial A_1(q; t)}{\partial q_2} \right] - \dot{q}_3 \left[\frac{\partial A_1(q; t)}{\partial q_3} - \frac{\partial A_3(q; t)}{\partial q_1} \right] \right\} \\ = - \frac{\partial V(q)}{\partial q_1} + Q E_1(q; t) + \frac{Q}{c} \left[\dot{q}_2 B_3(q; t) - \dot{q}_3 B_2(q; t) \right] \Rightarrow$$

$$m \ddot{\vec{q}} = - \vec{\nabla} V(q) + Q \left[\vec{E}(q; t) + \frac{1}{c} \dot{\vec{q}} \times \vec{B}(q; t) \right]$$

Otra forma de proceder para hallar las ecuaciones del movimiento es mediante el formalismo Hamiltoniano. Definimos

$$p_i \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$$

y el Hamiltoniano es

$$H(q, p) \equiv \sum_{i=1}^3 \dot{q}_i p_i - L(q, \dot{q})$$

donde $\dot{q}_i = \dot{q}_i(q, p)$. Las ecuaciones del movimiento son

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = - \frac{\partial H}{\partial q_i}$$

En el caso anterior $p_i = m \dot{q}_i + \frac{Q}{c} A_i(q; t) \Rightarrow \dot{q}_i = \frac{1}{m} p_i - \frac{Q}{mc} A_i(q; t)$

$$H(q, p) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{m} p_i^2 - \sum_{i=1}^3 \frac{Q}{mc} A_i(q; t) p_i - \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{1}{m^2} p_i^2 - \frac{2Q}{m^2 c} p_i A_i(q; t) \right. \\ \left. + \frac{Q^2}{m^2 c^2} A_i^2(q; t) \right\} + V(q) + Q \phi(q; t) - \frac{Q}{c} \sum_{i=1}^3 A_i(q; t) \left\{ \frac{1}{m} p_i - \frac{Q}{mc} A_i(q; t) \right\} \Rightarrow$$

$$H(q, p) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^3 \left[p_i - \frac{Q}{c} A_i(q; t) \right]^2 + V(q) + Q \phi(q; t)$$

Entonces de aquí se pueden deducir las ecuaciones del movimiento.

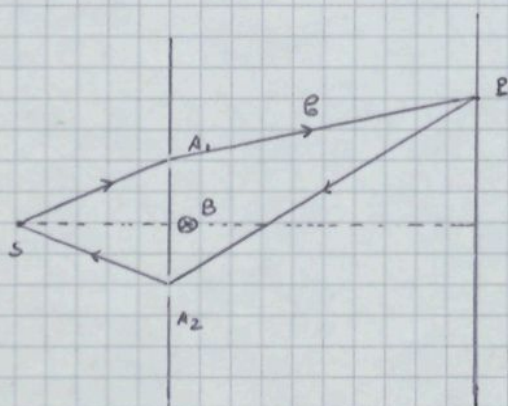
¿Son ϕ y $\vec{A}$ observables? La contestación, de acuerdo con la física clásica, a esta pregunta es no, ya que en la fuerza de Lorentz aparecen solo $\vec{E}$ y $\vec{B}$. Alguien podría pensar que esto no es claro en el formalismo Hamiltoniano pues en él aparecen solo ϕ y $\vec{A}$. Sin embargo debe recordarse que esto no es más que un formalismo totalmente equivalente al usual y que al final la ecuación del movimiento de la partícula es la de Newton con la fuerza de Lorentz.

En física cuántica la situación es distinta. En este caso la función de ondas de la partícula viene determinada por la ecuación

$$H \Psi(\vec{r}; t) = i \hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}; t)}{\partial t}$$

en la que aparecen solo ϕ y $\vec{A}$ y no tenemos el equivalente de las ecuaciones de Newton con la fuerza de Lorentz. Entendamos en primer lugar el efecto de la acción local sobre las funciones de onda viene dada por los potenciales electromagnéticos y no por los campos

Efecto Aharonov - Bohm. Este efecto fue predicho por Y. Aharonov y D. Bohm [Phys. Rev. 115, 485 (1959)] y observado experimentalmente por R. G. Chambers [Phys. Rev. Lett. 5, 3 (1960)]. Consideremos el dispositivo experimental esquematizado en la figura, en el que la



fuente S produce electrones que después de atravesar las aberturas A_1 y A_2 originan en la pantalla las típicas figuras de interferencia. La novedad consiste en un solenoide situado en B tal que el campo magnético, confinado totalmente

en su interior, sea perpendicular al plano del dibujo, siendo el tamaño de este solenoide lo suficientemente pequeño para que los electrones que se difractan tengan una probabilidad despreciable de penetrar en su interior. Se puede probar que debido a la presencia del solenoide aparece una diferencia de fase adicional

$$\delta = - \frac{e}{\hbar c} \oint_{\gamma} d\vec{r} \cdot \vec{A} = - \frac{e}{\hbar c} \int_S d\vec{S} \cdot \vec{B} = - \frac{e}{\hbar c} \Phi$$

donde Φ es el flujo magnético que atraviesa cualquier superficie limitada por el camino C , en orientación adecuada. Al variar el campo magnético se produce un corrimiento de la figura de interferencia, que será nulo si

$$\Phi = n \Phi_0, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad \Phi_0 = \frac{2\pi \hbar c}{e}$$

Vemos pues que la figura de interferencia producida en la pantalla irá variando a pesar de que los electrones nunca pasan por la región en que $\vec{B} \neq 0$. Aunque el campo $\vec{B}$ es nulo fuera del solenoide, no existe ningún gauge asociado para el que $\vec{A} = 0$ en esa región exterior. Localmente el gauge puede anularse, pero no globalmente, porque dicha región no es simplemente conexa (idealizámonos a un solenoide infinito). Los electrones notan la existencia de $\vec{A}$, pero de forma invariante gauge.

Volvamos a las ecuaciones que determinan ϕ y $\vec{A}$. Todas estas ecuaciones son de la forma

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(\vec{x}; t)}{\partial t^2} - \Delta \phi(\vec{x}; t) = 0$$

si estamos en una zona del espacio alejada de cargas y corrientes. Limitémonos por simplicidad al caso unidimensional

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(x; t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi(x; t)}{\partial x^2} = 0$$

Introduciendo

$$\eta = x - ct \quad \xi = x + ct$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta}, \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta}$$

la ecuación anterior es $[\bar{\phi}(\xi, \eta) = \phi(x; t)]$

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}(\xi, \eta)}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

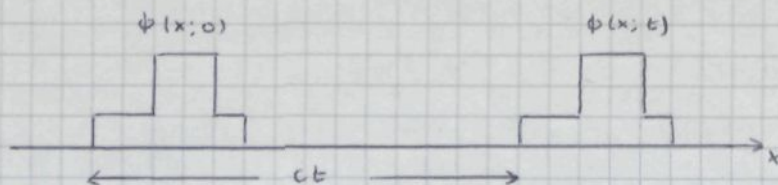
cuya solución general es

$$\phi(x; t) = g(x - ct) + h(x + ct)$$

donde g y h son funciones arbitrarias.

Si por ejemplo

$$\phi(x; t) = g(x - ct)$$



Se trata pues de una onda luminosa que se propaga con velocidad c hacia la derecha. La solución $\psi(x+ct)$ es una onda propagándose hacia la izquierda. Notar que todas estas ondas electromagnéticas tienen velocidad c .

En la mecánica Newtoniana tenemos un principio de relatividad galileana que afirma: Las leyes de la mecánica tienen la misma forma en todos los sistemas de referencia llamados inerciales o lo que es equivalente mediante experiencias de tipo mecánico es totalmente imposible distinguir entre dos sistemas inerciales. Sabemos que estos sistemas inerciales se mueven los unos con respecto a los otros con velocidad constante.

Parece que el electromagnetismo permite establecer en el espacio un sistema de referencia privilegiado: Aquél en que las ondas electromagnéticas se mueven con velocidad c . Según esto tiene sentido intentar determinar cuál es este sistema privilegiado, el éter. Los intentos de determinar este sistema, a finales del siglo pasado e incluso del presente, fracasaron.

A. Einstein, en 1905, usó la teoría de la relatividad especial basándose en dos principios

- i) Principio de la constancia de la velocidad de la luz: La luz se propaga siempre, en el vacío, con velocidad c , independiente de la velocidad del cuerpo emisor.
- ii) Principio de la relatividad: Mediante ningún tipo de experiencias físicas es posible distinguir un sistema inercial de otro.

Las ecuaciones de Maxwell satisfacen este principio, mientras que toda la mecánica clásica debe ser reformulada: mecánica relativista.

Ondas planas: En óptica se estudian frecuentemente ondas planas

$$\vec{\phi}(\vec{x}; t) = \vec{\phi}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \phi)}$$

$$\vec{k} = \text{vector número de ondas} \quad ; \quad \lambda = \text{longitud de onda} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$\omega = \text{pulsación}, \quad T = \text{período}, \quad \nu = \text{frecuencia} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$

ϕ = fase, ϕ_0 = amplitud

velocidad de propagación $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$

Las ondas electromagnéticas planas por ser solución de $\square \phi = \square \vec{A} = 0$ son de la forma

$$\phi(\vec{x}; t) = \phi_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}, \quad \vec{A}(\vec{x}; t) = \vec{A}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}, \quad \omega = ck.$$

La condición de Lorentz implica

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \left\{ i \vec{A}_0 \cdot \vec{k} - i \phi_0 k \right\} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} = 0 \Rightarrow \phi_0 k = \vec{A}_0 \cdot \vec{k}$$

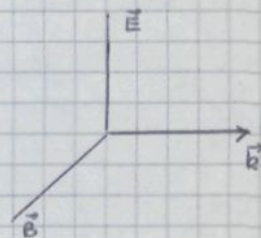
Entonces

$$\vec{E} = (-i \vec{k} \phi_0 + i k \vec{A}_0) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}, \quad \vec{B} = -i (\vec{k} \times \vec{A}_0) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$$

Notemos que

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = \vec{k} \cdot \vec{B} = 0, \quad \vec{E} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{E} \times \vec{B}^* = \vec{k} k [(\vec{A}_0 \cdot \vec{k})^2 - (\vec{A}_0 \cdot \vec{A}_0)]$$



Esto implica que existen dos polarizaciones independientes. Para ondas polarizadas rectilíneamente se suele denominar plano de polarización aquel en que vibra $\vec{E}$.

Antes ya hemos mencionado que las ondas electromagnéticas no son más que haces de fotones.

Onda	fotón
Intensidad	Número de fotones
λ	$p = h/\lambda$
Polarización	Helicidad (spin) = $\pm 1 (\hbar)$

Como $p = h/\lambda$ entonces $E = cp = ch/\lambda = h/T = h\nu$, pues su masa es nula. Entonces podemos escribir

$$\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t = -\frac{1}{\hbar} (Et - \vec{p} \cdot \vec{x})$$

donde E es la energía y $\vec{p}$ es el momento.

En mecánica cuántica toda partícula tiene asociada una onda. Las ondas planas se definen como

$$\Psi(\vec{x}; t) = (2\pi\hbar)^{-3/2} e^{-\frac{i}{\hbar} (Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}$$

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 \vec{p}^2}$$

Notemos que en este caso

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi(\vec{x}; t)}{\partial t^2} - \Delta \Psi(\vec{x}; t) = \left\{ -\frac{1}{c^2 \hbar^2} E^2 + \frac{1}{\hbar^2} \vec{p}^2 \right\} \Psi(\vec{x}; t) = -\frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \Psi(\vec{x}; t) \Rightarrow$$

$$\left(\square + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \Psi(\vec{x}; t) = 0$$

que es la llamada ecuación de Klein-Gordon.

Consideremos de nuevo el problema de la esfera cargada uniformemente pero en la hipótesis de que la masa del fotón sea no nula. Podemos elegir un gauge tal que $\vec{A}(\vec{x}; t) = 0$ y por simetría $\phi(\vec{r}; t) = \phi(r)$. En la región exterior tendremos

$$\left(-\Delta + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \phi(r) = 0 \Rightarrow \frac{d^2 \phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi(r)}{dr} + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \phi(r) = 0$$

la solución de esta ecuación tal que $\phi(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$ es

$$\phi(r) = \frac{A}{r} e^{-\mu r} \quad \mu = \frac{mc}{\hbar}$$

y por razones de continuidad con la solución interior $A = Q$; por tanto

$$\phi(r) = \frac{Q}{r} e^{-\mu r}, \quad \mu = \frac{mc}{\hbar}$$

El hecho de que la ley de Coulomb sea $1/r^2$ es una consecuencia de que la masa del fotón sea nula.

En mecánica la interacción de una partícula cargada con un campo E.M. externo viene descrita por la ecuación de Newton y la fuerza de Lorentz. Para describir el comportamiento cuántico del electrón debemos asociarle una función de onda $\Psi(\vec{x}; t)$ que es toda la información que poseemos sobre el sistema cuántico, y se determina resolviendo la ecuación de Schrödinger:

$$H \Psi(\vec{x}; t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{x}; t)}{\partial t}$$

donde, si se desprecia el spin, H es el Hamiltoniano de una partícula en un campo E.M. en la que $\vec{p} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$. La cantidad $|\Psi(\vec{x}; t)|^2$ es la densidad de probabilidad de hallar el electrón en el punto $\vec{x}$ y en el instante t .

Estados estacionarios: Son soluciones de la ecuación anterior del tipo

$$\Psi(\vec{x}; t) = \psi(x) e^{-iEt/\hbar}$$

donde E es la energía del estado. El nombre es debido a que $|\Psi(\vec{x}; t)|^2$ es independiente del tiempo.

Átomo: Para un átomo hidrogenoide la ecuación que determina $\psi(x)$ es

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + \frac{Ze^2}{r} \right\} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

Al imponer que

$$\int d^3r |\psi(\vec{r})|^2 = 1 \quad (\text{condición de normalización})$$

esta ecuación presenta soluciones solo para algunos valores de E que son las energías de los posibles estados estacionarios.

Los valores propios de la ecuación anterior son

$$E_n = -\frac{1}{2} \mu (Z\alpha c)^2 \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

que coinciden con los obtenidos por Bohr. Este valor, sin tener en cuenta el spin está n^2 veces degenerado es decir le corresponden este número de funciones propias linealmente independientes, que suelen denominarse en la forma

$$\psi_{n\ell m}(\vec{r}), \quad \ell = 0, 1, \dots, n-1, \quad m = -\ell, -\ell+1, \dots, \ell-1, \ell.$$

Las correspondientes a misma energía son $a \equiv \hbar / \mu (Z\alpha c)$

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{4\pi} a^{3/2}} e^{-r/a}$$

$$\psi_{200} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi} a^{3/2}} e^{-r/2a} \left(1 - \frac{r}{2a} \right)$$

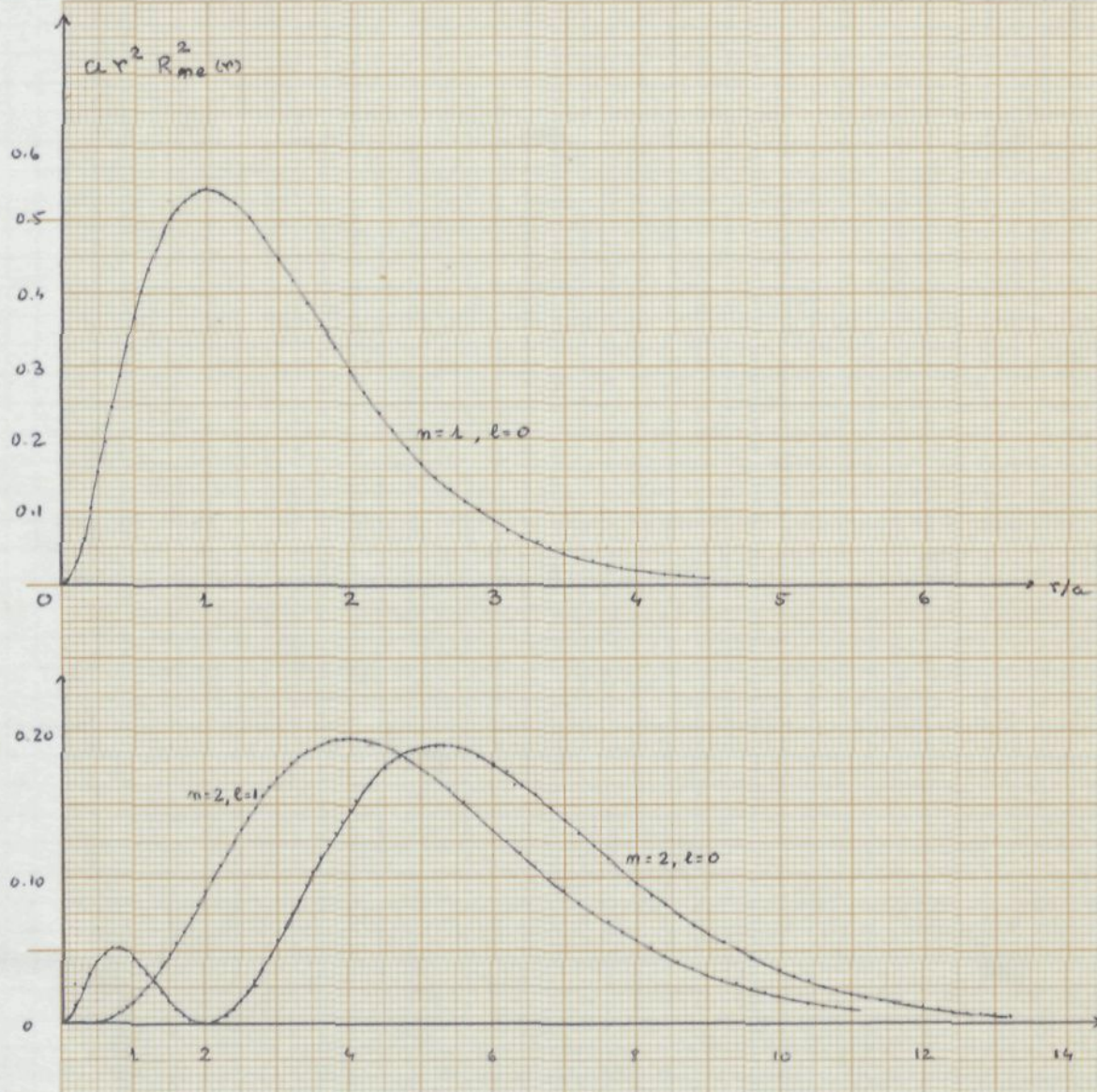
$$\psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi} a^{3/2}} e^{-r/2a} \frac{r}{a} \cos \theta$$

$$\psi_{2,1,1}(\vec{r}) = -\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \frac{1}{a^{3/2}} e^{-r/2a} \frac{r}{a} \sin\theta e^{i\phi}, \quad \psi_{2,1,1}^* = -\psi_{2,1,-1}$$

La densidad de probabilidad de hallar el electrón a una distancia r del núcleo, supuesto puntual, es

$$r^2 \int d\Omega |\psi_{n,m,l}(r)|^2 = |R_{n,l}(r)|^2 r^2$$

y se obtiene



Es posible probar que

$$\langle r \rangle_{n,l} = \frac{1}{2} [3n^2 - l(l+1)] a, \quad \langle r^2 \rangle_{n,l} = \frac{1}{2} [5n^2 + 1 - 3l(l+1)] n^2 a^2$$

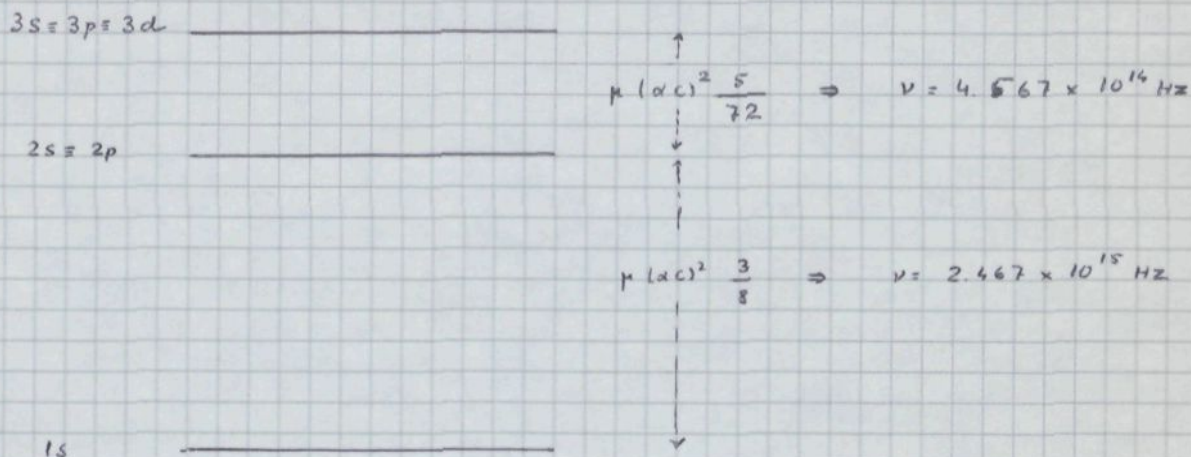
$$\Delta_{n,l} r = \langle (r - \langle r \rangle_{n,l})^2 \rangle_{n,l}^{1/2} = \langle r^2 \rangle_{n,l}^{1/2} - \langle r \rangle_{n,l}^2 = \frac{1}{2} [n^4 + 2n^2 - l^2(l+1)^2]^{1/2} a \rightarrow$$

$$\Delta_{n,n-1} r = \frac{1}{2} \sqrt{2n+1} \, n a$$

$$\frac{\Delta_{n,n-1} r}{\langle r \rangle_{n,n-1}} = \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \rightarrow 0 \quad n \rightarrow \infty$$

Este último resultado permite afirmar que para $l=m-1$, y $m \gg 1$ las correspondientes funciones de onda se comportan sobre una capa esférica de radio $a m^2$ y espesor despreciable frente al mismo, es decir, se está en el límite clásico.

Al ser los niveles energéticos iguales a los del modelo de Bohr es que también válido lo dicho allí sobre el espectro de energías. Para $Z=1$



En el modelo de Bohr la velocidad media de las electrones en sus órbitas es

$$v_m = (Z\alpha c) \frac{1}{n}$$

y por tanto los efectos relativistas son importantes en órbitas bajas y estos efectos son más importantes al crecer Z .

El intentar tener en cuenta estos efectos se hizo ya usando la nueva mecánica cuántica usando las reglas de cuantificación de Sommerfeld - Wilson - Ishiwara [A. Sommerfeld Ann. Phys. (Leipzig) 51, 1 y 125 (1916)] [W. Wilson, Phil. Mag. 29, 795 (1915)] [J. ISHIWARA, Tokyo Sugaku Butsugakkaishi Kizai 8, 106 (1915)] que obtuvieron una expresión correcta si bien la interpretación de los números cuánticos que en ella aparecían no eran correctos, igual que sucedía en el modelo de Bohr. Los niveles calculados permitían explicar medidas experimentales realizadas por F. Paschen [Ann. Phys. (Leipzig) 50, 901 (1916)] en helio ionizado y esto fue uno de los grandes triunfos de la mecánica cuántica.

Desde los inicios de la Mecánica Cuántica se intentó formular una ecuación de ondas relativista. Los primeros intentos fueron los de W. Gordon [Zeits für Physik 40, 117 y 121 (1926)] y O. Klein [Zeits. für Physik 37, 795 (1926)] que condujeron a la ecuación de Klein-Gordon.

$$\left(\square + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \phi(x) = 0$$

donde $\phi(x) \equiv \phi(\vec{x}; t)$ es una función escalar bajo transformaciones de Lorentz. Hoy día sabemos que esta ecuación es la adecuada para describir partículas sin spin. En aquellos momentos no se entendió la interpretación correcta de la ecuación y cayó en desuso. Fue en 1934 cuando W. Pauli y V. Weisskopf [Helv. Phys. Acta 7, 709 (1934)] reestablecieron la utilidad de dicha ecuación, reinterpretándola como una ecuación de campo en el mismo sentido que las ecuaciones de Maxwell y quantificándola.

En 1928, P.A.M. Dirac [Proc. Roy. Soc. A117, 610 (1928)] descubrió la ecuación relativista que lleva su nombre, en un intento de resolver las dificultades de la ecuación de Klein-Gordon. Durante algunos años se creyó que era la única ecuación relativista posible para partículas con masa. Si bien esto no es así, su importancia es enorme pues es la adecuada para describir el comportamiento de partículas de spin $1/2$. Veamos algunos puntos importantes de la misma.

En primer lugar, mediante esta ecuación, se podía explicar la estructura fina del los espectros atómicos. Para el átomo de hidrógeno los niveles energéticos vienen dados por

$$E_{nj} = E_n \left\{ 1 + \frac{\alpha^2}{n} \left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right\}$$

que es la fórmula obtenida anteriormente por Sommerfeld, pero ahora se entendían las multiplicidades. La cantidad j es el momento angular total del electrón que puede tomar los valores $j = 1/2$ si $l=0$ y $j = l-1/2, l+1/2$ si $l \neq 0$. La multiplicidad del nivel n, j es $(2j+1)$. Se ve inmediatamente que el antiguo nivel E_n con degeneración $2n^2$ (incluido el spin) se desdobra ahora en n niveles caracterizados por $j = 1/2, 3/2, \dots, n-1/2$. Nótese que el término corrector es siempre negativo y por tanto los niveles quedan más ligados. Su módulo disminuye al aumentar j , manteniendo n fijo, y por tanto el orden de los niveles finos es

$$(ms_{1/2}, mp_{1/2}), (mp_{3/2}, md_{3/2}), (md_{5/2}, mfs_{3/2}) \dots$$

$$\dots (m(m-2)_{m-3/2}, m(m-1)_{m-3/2}), m(m-1)_{m-1/2}$$

dependía no sólo del campo magnético aplicado, sino también de la raya espectral considerada. Este efecto, actualmente llamado "efecto Zeeman anómalo", resultó inexplicable por la teoría clásica de Lorentz, y también en la mecánica precuántica y cuántica.

Consideremos la ecuación de Schrödinger para una partícula de carga Q en el seno de un campo electrostático y magnetostático uniformes. Podemos elegir $\phi = \phi(\vec{r})$, $\vec{A} = (\vec{B} \times \vec{r})/2$, que cumple la condición de Lorentz. El operador de Hamilton correspondiente es

$$H = \frac{1}{2m} \left[-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{Q}{c} \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r} \right]^2 + Q\phi(\vec{r}) \Rightarrow$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{Q}{2mc} \vec{B} \cdot \vec{L} + \frac{Q^2}{2mc^2} \left(\frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r} \right)^2 + Q\phi(\vec{r}).$$

siendo $\vec{L}$ el operador momento angular orbital y donde hemos tenido en cuenta la condición de Lorentz $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$. De acuerdo con esto se puede probar que para campos magnéticos débiles

$$E_{mm} = -\frac{1}{2} \mu (Z\alpha c)^2 \frac{1}{m^2} - \frac{eB}{4\pi m_e c} \hbar m$$

y la frecuencia de la luz emitida es

$$\nu_{mm \rightarrow m'm'} = \frac{\mu (Z\alpha c)^2}{4\pi \hbar} \left(\frac{1}{m'^2} - \frac{1}{m^2} \right) + \frac{eB}{4\pi m_e c} (m' - m)$$

donde $(m' - m)$ puede ser un entero cualquiera comprendido entre $-(m+m')$ y $+(m+m')$. En la práctica solo las transiciones $m' - m = 0, \pm 1$ son importantes (transiciones dipolares eléctricas) y así queda explicado el efecto Zeeman normal. Es de destacar que el término que depende de B no depende de $\hbar$ y esto explica porque Lorentz pudo dar una explicación clásica.

$$\frac{eB}{4\pi m_e c} = 1.399\,612\,3(83) \times 10^6 \text{ seg}^{-1} \text{ gauss}^{-1} B.$$

El efecto Zeeman anómalo no se entendía. En 1925 W. Pauli [Z. Phys. 31, 765 (1925)] sugirió la introducción de un cuarto número cuántico para describir el electrón. Esta idea de Pauli fue recogida inmediatamente por G. E. Uhlenbeck y S. Goudsmit [Naturwissenschaften 13, 953 (1925)] en su teoría del spin del electrón.

Para una partícula con spin el momento angular total es $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ donde $\vec{L}$ es el momento angular orbital y $\vec{S}$ el momento angular de spin.

Para tener en cuenta los efectos del spin es necesario sustituir en la ecuación anterior

$$\frac{Q}{2mc} \vec{B} \cdot \vec{L} \longrightarrow \frac{Q}{2mc} \vec{B} (\vec{L} + g \vec{S})$$

donde $g = 2$. Teniendo en cuenta el spin es posible dar una explicación satisfactoria del efecto Zeeman. La ecuación de Dirac en su límite no relativista conduce a esta ecuación con $g = 2$.

Dirac en su celebre artículo del año 1928 en el que formula por primera vez la ecuación llamada hoy día de Dirac, presenta dos objeciones contra la llamada ecuación relativista de Klein-Gordon: el no ser lineal y el poseer soluciones de energía negativa. Dirac reconoce expresamente "en el presente artículo nos vamos a ocupar únicamente de la primera de estas dos dificultades". Sin embargo la ecuación propuesta por Dirac también tiene soluciones de energía negativa. En 1930, P.A.M. Dirac [Proc. Roy. Soc. A126, 360 (1930)] se preocupa de las soluciones de energía negativa introduciendo la teoría de los agujeros. En este artículo titulado "A theory of electrons and protons" interpreta las soluciones de energía positiva como electrones, y multiplica las soluciones de energía negativa para interpretarlas como protones. Razones de simetría exigen la misma masa para las partículas correspondientes a ambos tipos de soluciones [H. Weyl "Gruppentheorie und Quantenmechanik" Heibel. Leipzig, ed. 1931]. Además, según esta interpretación la probabilidad de aniquilación de un protón con un electrón resultaba muy importante, lo que suponía un grave atentado contra la estabilidad de nuestro mundo material [I. Tamm Zeits. f. Physik 62, 555 (1930)] [J. R. Oppenheimer Phys. Rev. 35, 939 (1930)]. El mismo Dirac hubo de reconocer la serie de estas objeciones [P.A.M. Dirac Proc. Camb. Phil. Soc. 26, 361 (1930)].

Solo entonces, forzado por la necesidad e inspirado por Oppenheimer, se atrevió Dirac a producir el "anti-electrón", e incluso, usando de la misma lógica, el "anti-protón". [P.A.M. Dirac Proc. Roy. Soc. A133, 60 (1931)]:

"Parece pues que hemos de abandonar la idea de identificar los agujeros con protones, y hemos de encontrarles alguna otra interpretación. Siguiendo

a Oppenheimer [Phys. Rev. 35, 562 (1930)], podemos suponer que en el mundo, tal como lo conocemos, todos - y no solo casi todos - los estados de electrones con energía negativa están ocupados. Un agujero, si se produjera uno, sería un nuevo tipo de partícula, desconocido para la física experimental, que tendría la misma masa que el electrón y carga opuesta. Podemos llamar a tal partícula un anti-electrón. No hemos de esperar encontrar ninguno de esos anti-electrones en la naturaleza, debido a su rápido ritmo de recombinación con electrones. Pero si pudieran ser producidos experimentalmente en alto vacío, serían totalmente estables y observables. Un encuentro entre dos rayos γ duros (con una energía de al menos medio millón de voltios) conduciría a la creación simultánea de un electrón y un anti-electrón...

"Los protones, en esta concepción, están totalmente desconectados de los electrones. Es de suponer que los protones tendrían sus correspondientes estados de energía negativa, que están normalmente todos ocupados; pero si se desocupara uno, aparecería como anti-proton."

La idea es totalmente revolucionaria. W. Pauli en "Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik" en el Handbuch der Physik. Springer, Vol 24, Berlín 1933. reconoce que la ecuación de Dirac constituye una aportación maravillosa para la microfísica; pero implica la existencia de electrones positivos, y por consiguiente esa ecuación tiene que ser falsa.

El descubrimiento experimental del "electrón positivo" tiene una historia fantástica e independiente. Parece que fue Skobelzyin [Zets f. Physik 55, 686 (1929)] [Nature 133, 23 (1934)] el primero en detectar, mediante su cámara de Wilson sometida a un campo magnético, unas ramificaciones producidas por rayos cósmicos, que hoy identificamos como materialización de un rayo γ en un par electrón positrón. Pero dado lo débil de su campo magnético, difícilmente pudo identificar las cargas eléctricas de esas partículas.

Con la idea de poder medir la energía de rayos cósmicos muy duros. R.A. Millikan construyó en el Norman Bridge Laboratory un dispositivo análogo al de Skobelzyin, pero con un campo magnético mucho más intenso (de hasta 24 kG). Con él obtuvo pares de trazas claramente curvadas en sentidos opuestos, cuya interpretación resultaba enigmática. Las fotos de

esos sucesos fueron presentados en Europa en noviembre de 1931, en sendas conferencias pronunciadas en el Cavendish Laboratory y en Institut Henri Poincaré. En diciembre de 1931 fueron además publicadas [R.A. Millikan Science Service 18 Dec 1931]. Las trayectorias con curvatura opuesta a la del electrón se daban como correspondientes a "electrones que caían hacia atrás en la fuente" Pero lo más normal para el esquema de la época era interpretar aquellas trazas como electrones y protones. Por ejemplo los esposos Joliot Curie, en una carta del 1-01-1932, relatan así a Skobeltzky la conferencia dada por Millikan en París:

"A propósito de rayos cósmicos, hemos asistido a una comunicación del Prof. Millikan. Nos ha participado un resultado realmente interesante. En el método de Vd. (que por cierto no he usado, pero se lo hemos recordado después de la conferencia) sus colaboradores han fotografiado trayectorias de rayos cósmicos en un campo magnético muy elevado (13000 gauss) y han visto que ciertas trayectorias se deben a electrones y otras a protones. Incluso nos ha proyectado un diapositiva en que se ve partir del mismo punto o un electrón y o un protón de energía considerable, unos 50 MeV. Como ve hay novedades que ciertamente le interesarán".

Si bien una de las fotos daba ocasión a tal interpretación, en las demás eso no era así. Millikan y sus colaboradores se vieron forzados a pensar que "algo quizá era falso en nuestra teoría sobre el modo como la ionización de los protones variaba con la energía". [R.A. Millikan "Electrons (+ and -), protons, photons, neutrons and cosmic rays" Univ. Chicago Press 1957].

Uno de esos colaboradores, Carl D. Anderson, obtiene en la tarde del 2 de agosto de 1932 la fotografía de un suceso que se hará célebre. Tras una noche entera consagrada a su estudio, en compañía de Seth Neddermeyer, Anderson no pudo eludir la conclusión de que se trataba de un "electrón positivo" libre, y así lo publica en Septiembre de 1932 [C.D. Anderson, Science 76, 239 (1932)]. En febrero de 1933 lo envía, junto con otros sucesos, para publicación en Phys. Rev. [53, 491 (1933)], en un artículo que comienza así:

"El 2 de agosto de 1932, al fotografiar trazas de rayos cósmicos producidas en una cámara de Wilson vertical (con un campo magnético de 15.000 gauss), que había, que había sido proyectada en el verano de 1930 por el Prof. R. A. Millikan y por el autor, fueron obtenidas las trazas que se muestran

en la Fig 1, y que al parecer sólo pueden interpretarse admitiendo allí la existencia de una partícula de carga positiva y masa del mismo orden que la ordinaria del electron negativo libre. El estudio ulterior de la fotografía realizada en todo un equipo del Norman Bridge Laboratory, ha conducido únicamente a corroborar esta afirmación".

Sin embargo físicos eminentes, entre los que parece que se encontraban Rutherford y Bohr, no acababan de aceptar esa partícula, ya no encajaban en su esquema donde el mercurio se concebía como un sistema electron-proton, y suponían que algo fallaba en los argumentos de Anderson.

P. M. S. Blackett y G. P. S. Occhialini [Proc. Roy. Soc. A139, 699 (1933)] publican, en febrero, un artículo que impone definitivamente la aceptación del "positron". Poseían una estadística muy superior, gracias al dispositivo de contadores Geiger, responsable del disparo automático de las cámaras fotográficas.

Pero la aportación de Blackett y Occhialini no es una mera confirmación del descubrimiento de Anderson. Su novedad y su fuerza de convicción están en las consideraciones físicas que les inspiran estas trazas. Hasta entonces se habían presupuesto implícitamente que las partículas materiales que brotaban de un núcleo pre-existían en él. Ellos en cambio introducen "la hipótesis" que que esas partículas "pueden haber sido creadas durante el proceso de colisión". De este modo explican su fenomenología mediante procesos de creación y aniquilación de pares y la encajan en la "teoría de las elecciones de Dirac". Esto aporta una noción nueva y más profunda del positron y ha sido llamado su "descubrimiento metafísico". En realidad Anderson descubrió la teoría de Dirac a través del trabajo de Blackett y Occhialini.

Se da así sentido fenomenológico a la creación y aniquilación de corpus correspondientes a corpusculas materiales, como se habían dado antes a los fotones y rayos γ .

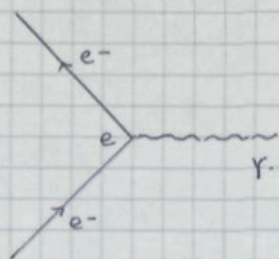
En el cuadro de la mecánica cuántica se puede calcular la absorción de radiación por un átomo o la emisión de radiación inducida por la acción de un campo electromagnético sobre el átomo. Para ello bastaba resolver, mediante un cálculo perturbativo, la ecuación de Schrödinger correspondiente a un Hamil-

tomamos en el que se introducía en el que se introducía un potencial adecuado que describiera la perturbación electromagnética, en el principio de correspondencia. Pero este método en modo alguno podía explicar "la reacción en el campo electromagnético" es decir la desaparición en él del fotón absorbido, o la aparición del emitido. Tampoco podía explicarse en este método el fenómeno de la emisión espontánea. No había más remedio que relacionarla con la emisión inducida, utilizando para ello de nuevo el principio de correspondencia como "Zauberstab" = "varita mágica", según la había apodado Sommerfeld. Dirac mismo había publicado este tipo de cálculos en 1926 [P.A.M. Dirac Proc. Roy. Soc. A112, 661 (1926)].

En 1927 [P.A.M. Dirac Proc. Roy. Soc. A114, 243 (1927)] publica el trabajo que cambia la teoría cuántica de campos. La nueva idea consiste en tratar el campo radiante del mismo modo que el átomo. Para ello introduce (partiendo de lo que hoy llamamos imagen de interacción) un Hamiltoniano libre que consta de dos términos, uno que describe el átomo, y otro el campo de radiación, "que en principio podemos suponer compuesto en un instante, de forma que sólo tenga un conjunto discreto de grados de libertad". A este Hamiltoniano añade un tercer término de interacción "que dará el efecto de la radiación en el átomo, y también la reacción del átomo sobre el campo de radiación". La ecuación de Schrödinger correspondiente dará la evolución total del átomo y campo radiante. Introduce el concepto de "segunda cuantización" al considerar que el campo electromagnético es un operador con posibilidades de crear y destruir fotones.

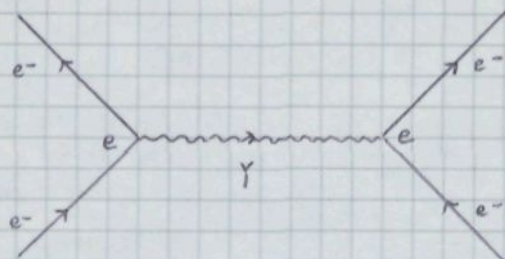
La historia de la teoría cuántica de campos es larga y no vamos a repasarla aquí ver p. ej. Manuel Yangua Domínguez "Partículas, campos y simetrías" UAB-HEF-D2.

Como ya hemos apuntado antes la primera teoría cuántica de campos que logra ser formulada de forma satisfactoria es la Q.E.D. Se parte de un campo $\psi(x)$ que describe al electrón y un campo $A^\mu(x) \equiv (\phi(x), \vec{A}(x))$ que describe el campo electromagnético. Se escribe una densidad lagrangiana que contiene tres términos: el correspondiente a los electrones libres, el correspondiente a los fotones libres y un término de interacción. Si en el término de interacción se reproducen, usando las ecuaciones de Lagrange, las ecuaciones de Maxwell y Dirac, y el término de interacción de el acoplamiento entre ambos campos. El acoplamiento es de la forma diagonal



$$e j_{\mu}(x) A^{\mu}(x).$$

En el nivel más bajo de teoría de perturbaciones la interacción entre electrones es debida al intercambio de un fotón



Se puede interpretar esto diciendo que un electrón en su propagación emite un fotón que es absorbido por el segundo electrón. De acuerdo con el dibujo (diagrama de Feynman) la amplitud de probabilidad para este proceso es proporcional a $\alpha = 1/137.03604$ (16) que es el parámetro en términos del cual se hacen los desarrollos en la teoría.

El fotón emitido por 1 y absorbido por 2 no puede ser un fotón real, pues la ley de conservación de energía-momento, que se cumple en toda reacción, impide el proceso $e^- \rightarrow e^- + \gamma$; tales fotones se llaman virtuales. En este sentido decimos que el fotón es el mediador de las interacciones electromagnéticas.

Ya hemos visto que el hecho de que el fotón tenga masa nula es lo que hace que la interacción electromagnética disminuya muy lentamente con la distancia y tal vez de modo que no alcance es infinito. Volvamos sobre este punto: consideremos dos partículas de masa M que interactúan debido al intercambio de una partícula de masa m . Supongamos inicialmente las dos partículas interaccionantes en reposo con lo cual la energía del sistema es $E_i = 2Mc^2$; supongamos que una de las partículas emite una partícula medidora, entonces antes de que la partícula medidora sea absorbida por la otra partícula la energía del sistema es al menos $E_{int} = 2Mc^2 + mc^2$, es decir ha habido una violación de la ley de conservación de la energía en una cantidad de al menos $\Delta E = mc^2$. De acuerdo con la mecánica cuántica tal violación puede existir a lo sumo un tiempo $\Delta t \approx \hbar / \Delta E = \hbar / mc^2$. Esto significa que la distancia a que se puede propagar la partícula medidora es a lo

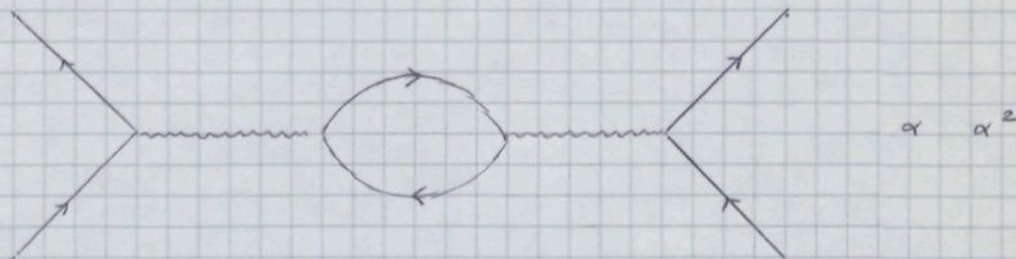
durro $d \propto c \lambda$

$$d = \frac{h}{mc}$$

y esta cantidad suele llamarse el alcance de la interacción.

$$d = \frac{hc}{mc^2} = \frac{197.32858(51) \text{ MeV fm}}{mc^2}$$

En el siguiente orden de teoría de perturbaciones contribuyen varios diagramas uno de los cuales es



Es de esperar que este diagrama de una pequeña corrección (de orden α^2) al diagrama dominante que es de orden α . Si bien al final resulta ser así las cosas se complican extraordinariamente pues cuando se calculan las contribuciones de todos los diagramas de orden α^2 a la amplitud de probabilidad de transición se encuentra un resultado infinito. Sin embargo una redefinición de la carga y de la masa del electrón, así como un cambio de normalización adecuados de $\psi(x)$ y $\bar{\psi}(x)$ permiten eliminar todos los infinitos en cualquier orden de teoría de perturbaciones. Este proceso se llama renormalización y una teoría que en cualquier orden de teoría de perturbaciones los resultados físicos puedan ser expresados en términos de un número finito de constantes a determinar experimentalmente (en la QED están son la masa y carga del electrón) se dice que es una teoría renormalizable. La QED es una teoría renormalizable y además que solo las teorías cuánticas de campos que son renormalizables juegan un papel en la teoría de los fenómenos físicos.

En la ecuación de Dirac se explica de forma automática la aparición del acoplamiento spin-campo magnético con $g/2 = 1$. Medidas modernas dan

$$\left. \frac{g}{2} \right|_{\text{exp}} = 1.001\,159\,652\,209\,(34)$$

La QED da para esta cantidad en primer orden de teoría de perturbaciones

$$\frac{g}{2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\pi} = 1.001161409.$$

Correcciones de orden superior dan (incluido orden octavo)

$$\frac{g}{2} \Big|_h = 1.001159652460(148)$$

De acuerdo con la ecuación de Dirac los niveles energéticos $E_{2s_{1/2}}$ y $E_{2p_{1/2}}$ en el átomo de hidrógeno están degenerados. Gracias a las medidas de W.E. Lamb y R.C. Retherford [Phys. Rev. **72**, 241 (1947)] establecen que el estado $2s_{1/2}$ es mas alto que el $2p_{1/2}$. Hoy día sabemos que

$$E_{2s_{1/2}} - E_{2p_{1/2}} = 1057.911(12) \text{ MHz}$$

la Q.E.D. da el valor (incluido orden cuartito).

$$E_{2s_{1/2}} - E_{2p_{1/2}} = 1057.88(4) \text{ MHz.}$$

Muchos otros son los efectos de la Q.E.D. que hoy día se considera con mucho la teoría más precisa de toda física.

El hecho de que el electrón pueda emitir fotones virtuales y que estos a su vez puedan crear pares virtuales electrón-positrón hacen que en la Q.E.D. el electrón tenga una estructura relativamente complicada: En el interior del electrón hay una carga negativa, llamada carga desnuda, de gran tamaño, que pudiera ser muy bien infinita. Esta carga induce en el vacío que la rodea un halo de carga positiva, que casi cancela la carga desnuda. La carga efectiva del electrón, cuando se mide desde muy lejos (muy bajas energías) es simplemente la diferencia entre estas dos cargas. Una partícula de prueba dotada de gran energía podría penetrar la pantalla de carga positiva y empezar a notar la gran carga desnuda. Si q^2 es la transferencia de momento relevante para el proceso considerado y definimos $Q^2 \equiv -q^2$ entonces la constante de estructura fina efectiva mencionada, en la aproximación de un loop, es

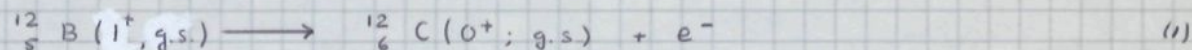
$$\bar{\alpha}(Q^2) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{Q^2}{m^2 c^2}}$$

donde m es la masa del electrón y α la constante de estructura fina, ambas medidas a bajas energías. Esta variación es muy lenta y incluso para

$Q^2 = (100 \text{ GeV}/c)^2$ a los que $\bar{\alpha}(Q^2) \approx 1.0192$. Todo esto nos hace ver que las interacciones electromagnéticas, cuya intensidad viene medida por $\bar{\alpha}(Q^2)$ se hacen más y más intensas a medida que trabajamos con energías más y más elevadas. En Q.E.D. pura y a energías suficientemente altas las soluciones perturbativas carecen de todo sentido.

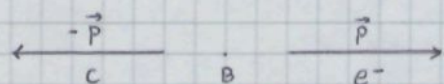
Pusemos ahora a comentar las interacciones débiles

Espectros de electrones producidos en la desintegración β , habían sido estudiados por J. Chadwick [Verh. d. deutschen Phys. Ges. 16, 383 (1914)], durante su estancia en Berlín con el Prof. H. Geiger. A diferencia de los espectros α y γ , el espectro β resultaba continuo. Este resultado era sorprendente. ¿Por qué? Consideremos una desintegración β típica



cuya vida media es $\tau = 3.031(13) \times 10^{-2}$ seg. Sea M_B la masa del núcleo inicial, M_C la del final y m la del electrón. Podemos considerar el núcleo inicial en reposo. La ley de conservación del momento obliga a que el núcleo final y el electrón tengan momentos iguales y opuestos.

Por otra parte la ley de conservación de la energía exige



$$M_B c^2 = (M_C^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2)^{1/2} + (M^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2)^{1/2} \Rightarrow$$

$$|\vec{p}| = \frac{c}{2M_B} \lambda^{1/2}(M_B^2, M_C^2, m^2)$$

donde

$$\lambda(x, y, z) \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$$

es la llamada función λ de Källen. Por tanto la energía de los electrones salientes debía ser siempre

$$E_e = \frac{c^2}{2M_B} (M_B^2 - M_C^2 + m^2) \quad (2)$$

Es decir los electrones salen con una energía totalmente fija, lo cual no está de acuerdo con los hechos experimentales ya que estos aparecen con una distribución de energías que viene descrita, en este caso de transiciones permitidas, por

$$\frac{dN_e}{dE} \propto p_e E_e (E_{\max} - E_e)^2 \quad (3)$$

donde $E_{\max}$ es precisamente la expresión deducida anteriormente como consecuencia de las leyes de conservación de energía y momento. Recordemos que $m_e c^2 = 0.5110034$. De las formulas másicas aproximadas dadas antes

$$\begin{aligned} M_B c^2 &= [5 M_p + 7 M_n] c^2 - B(12,5) \\ &= 11268.4097 - \{189.120 + 93.351 + 7.764 + 7.901 + 5.273\} \\ &= 11193.579 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_C c^2 &= 11267.1162 - \{189.120 + 93.351 + 11.180 + 0 + 5.273\} \\ &= 11177.254 \text{ MeV} \end{aligned}$$

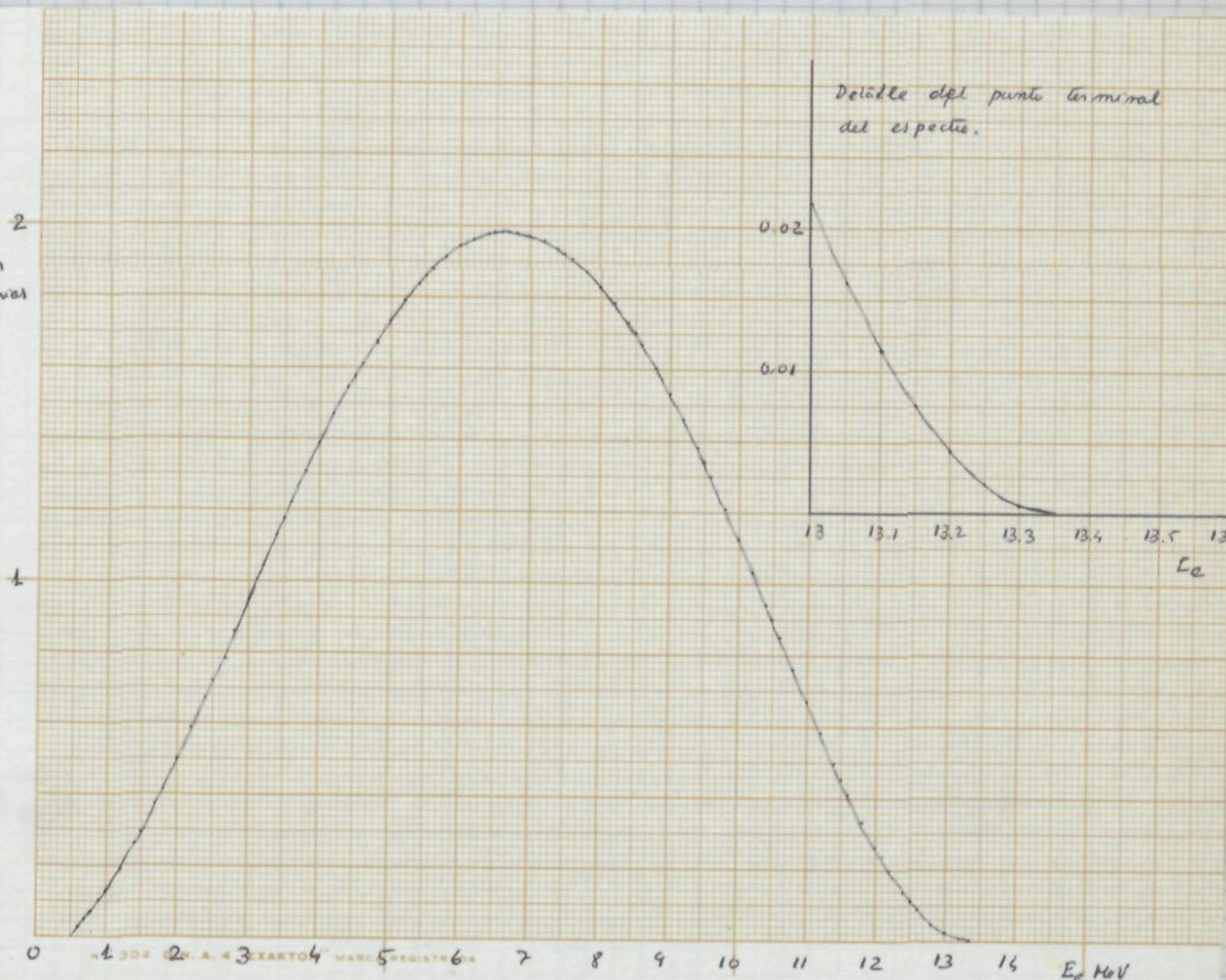
$$(M_B - M_C) c^2 = 16.325 \text{ MeV}$$

$$\text{Valor experimental } (M_B - M_C) c^2 = 13.369(1) \text{ MeV}$$

De aquí

$$E_{\max} = 13.359(1) \text{ MeV}$$

$\frac{dN_e}{dE} \sim 2$
unidades
arbitrarias



Lisa Meitner [Zeits. f. Physik 9, 145 (1922) y 11, 35 (1922)] explicaba la continuidad del espectro como efecto secundario, producido por interacciones de los electrones emitidos con los contornos. C.D. Ellis [Proc. Roy. Soc. A101, 1 (1922)] en cambio defendía que la desintegración β era un proceso puramente nuclear pero complejo. C.D. Ellis y W. A. Wooster [Proc. Roy. Soc. A117, 109 (1927)] midieron calorimétricamente el valor absoluto de la energía producida por cada desintegración β , y resultó coincidir con la energía media del espectro y no con su máximo que era lo que debía resultar de la explicación de L. Meitner.

Niels Bohr habituado a las sorpresas conceptuales de la Mecánica cuántica condujo así su Faraday Lecture de 1932:

"Sin embargo, en el estado actual de la teoría atómica hay que decir que no tenemos ningún argumento, empírico o teórico, para defender el principio de conservación de la energía en el caso de las desintegraciones β ; más aún, al intentar hacerlo, nos conduce a complicaciones y dificultades... Del mismo modo que al dar cuenta de los aspectos de la constitución atómica, esenciales en la explicación de las propiedades ordinarias de la materia - las propiedades físicas y químicas - nos exige renunciar a la idea clásica de causalidad, así también las características de la estabilidad atómica, nos pueden obligar a renunciar a la idea misma de balance energético... Lo indico sólo para subrayar que en la teoría atómica, a pesar de todo el progreso reciente, hemos de estar preparados para nuevas sorpresas".

La existencia del proceso de desintegración β considerado antes nos implica una nueva sorpresa: El momento angular total no es conservado. Como el momento angular total es $\hbar$ (en unidades $\hbar$) en el estado inicial, también debe ser uno en el estado final. El núcleo final tiene spin 0 y el electrón spin $1/2$ y por tanto el momento angular final resulta de componer $1/2$ en el momento angular orbital que es siempre entero y por tanto $J_i \neq J_f$.

W. Pauli para solventar ambos problemas decide introducir una nueva partícula la cual comunica en una carta abierta fechada en Zürich

el 4 de Diciembre de 1930 a los participantes de unas jornadas de Radioactividad en Tübingen. Dice así:

" Queridos señores y caballeros radioactivos:

"... En vista de la "falsa" estadística de los núcleos de N y 6Li y también del espectro β continuo, se me ha ocurrido una escapatoria desesperada para salvar el "principio de intercambio" de la estadística y el principio de conservación de la energía. A saber, la eventualidad de que en los núcleos puedan existir partículas eléctricamente neutras, a las que llamaré "neutrones" que tienen spin $1/2$, y obedecen al principio de exclusión, y se distinguen además del cuanto luminoso, en que no se propagan a la velocidad de la luz. La masa de los neutrones debería ser del mismo orden de magnitud que la de los electrones, y en todo caso no superior a 0.01 de la del protón. El espectro β continuo se entendería en la hipótesis de que, en la desintegración β , con el electrón se emite también un "neutrón", de forma que la suma de las energías del "neutrón" y electrón es constante."

"... Pero de momento no me atrevo a publicar nada sobre esta idea, y sólo a nosotros, queridos radioactivos, dirijo conpiado la pregunta de cómo sería la demostración experimental de un neutrón de esos, suponiendo que posea un poder de penetración del orden de los rayos x , o unas diez veces mayor."

"Soy consciente de que mi escapatoria quizás parezca a antemano poco probable, porque si los "neutrones" existen, se los habría visto desde hace tiempo. Pero todo el atrevido renace, y lo grave de la situación usada por el espectro β continuo, queda bien ilustrado con una frase de mi respetable antecesor en el cargo, el Sr. Debye quien me decía hace poco en Bruselas: "Oh, sobre eso vale más no pensar, como sobre los nuevos impuestos". Por eso hoy que discutir seriamente toda posible vía de salvación. - Así que, queridos radioactivos, examinaod y juzgad - siénto no poder aparecer por ahí, en Tübingen, personalmente, pero debido a un baile que tendrá lugar aquí en Zürich la noche del 6 al 7 de diciembre, resultó aquí imprescindible..."

Esa idea de "neutrón" iba madurando lentamente. En junio de 1931, en unas jornadas organizadas por la American Physical Society en Pasadena, Pauli habla por primera vez en una conferencia pública, de

"una radiación muy penetrante de partículas neutras, que acompaña la emisión de partículas β , y no ha sido observada hasta aquí" sin hacer hincapié en su carácter de constituyente nuclear. De América Pauli se dirige directamente a un congreso de Física Nuclear, organizado en Roma por la Fundación Volta de la Real Academia de Italia. Allí, en octubre de 1931, expone de nuevo su idea, que fue recibida con aceptación por parte de Fermi, y con reservas por parte de Bohr, cuya mentalidad de entonces conocemos por su Faraday Lecture de 1932.

El paso decisivo en la evolución de esas ideas de Pauli fue dado tras la publicación por Chadwick de su identificación del "neutrón de Rutherford" (Febrero, 1932). Esto distinguirá dos partículas neutras, que convergerán después terminológicamente. Fue Fermi quien jugando con el término italiano "neutrone" (que suena a objeto neutro, grande), acuñó el término "neutrino" (objeto neutro, pequeño).

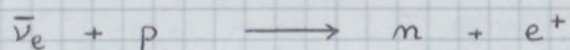
El primer documento publicado aparece en las Actas de la séptima Conferencia Solvay (Bruselas 22-29 Octubre de 1933). Pauli escribe --- "Por supuesto que no admitimos sólo la conservación de la energía, sino también la del momento, la del momento angular y la del carácter de la estadística, en todos los procesos nucleares".

"Es posible que la masa propia de los neutrinos sea igual a cero, de forma que deban propagarse a la velocidad de la luz, como los fotones. Sin embargo, su poder de penetración sobrepasaría en mucho al de los fotones de igual energía. Me parece admisible que los neutrinos tengan spin $1/2$ y obedezcan a la estadística de Fermi, aunque las experiencias no nos proporcionen ninguna prueba directa de esta hipótesis. No sabemos de la interacción de los neutrinos con las demás partículas materiales ---".

En realidad costará casi un cuarto de siglo el observar esa interacción de los neutrinos con la materia. El 15 de Junio de 1956 Pauli recibe de F. Reines y C. Cowan el siguiente telegrama:

"Tenemos satisfacción de informarle que hemos detectado definitivamente neutrinos de fragmentos de fisión, observando inmensa desintegración beta de protones. Sección eficaz observada concuerda bien con esperada $6 \times 10^{-44} \text{ cm}^2$ ".

C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse y A. D. McGuire [Science 124, 103 (1956)], utilizaron la gran reactor de Savannah River que produce un gran flujo de antineutrinos para detectar la reacción



Siendo detectados las dos partículas finales en coincidencia, el e^+ al aniquilarse con un e^- dando 2γ y el n por su absorción en Cadmio dando también un γ . Observaban unos tres sucesos por hora que podían distinguirse claramente de todo ruido de fondo.

Dos meses después de la conferencia de Solvay en la que W. Pauli expusiera su teoría de los neutrinos, E. Fermi [Ric. Scientifica 4, 491 (1933)] publica su famoso artículo "Tentativo di una teoria dell'emissione dei raggi "beta"".

La idea vigente es que las partículas que emite el núcleo atómico preexisten en él. El núcleo atómico es concebido hasta 1932 como un agudado de protones y electrones, a pesar de las dificultades que, según vimos, suponía la presencia en el núcleo de tales electrones. Más aún, el neutrino de Pauli en su primitiva idea además de ser emitido en la radiación β , era una partícula constitutiva del núcleo. La intuición fundamental de la teoría de Fermi es que esos electrones y neutrinos no preexistían en el núcleo, sino que son creados en el momento de la desintegración β . En la introducción dice:

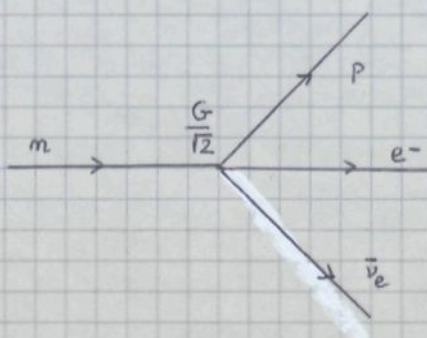
"Aparte de la dificultad de la distribución continua de la energía, una teoría de los rayos β encuentra otra dificultad esencial

en el hecho de que las actuales teorías de las partículas ligeras no explican de modo satisfactorio cómo están puedan estar ligadas de una manera estable o cuasestable en el interior de un núcleo, dado el pequeño volumen de este."

"El método más sencillo para construir una teoría que permita una discusión cuantitativa de los fenómenos en que intervienen los electrones nucleares, parece por tanto que hay que buscarlo en la hipótesis de que los electrones no existen como tales en el núcleo antes de la emisión β , sino que, por así decir, adquieren existencia en el instante mismo en que son emitidos; de la misma manera que un cuanto de luz emitido por un átomo en un salto cuántico no se puede de ningún modo considerar preexistente en el átomo antes del proceso de emisión. En esta teoría, pues, el número total de electrones y neutrinos (de la misma manera que el número total de cuantos de luz en la teoría de la irradiación) no será necesariamente constante, al poder darse procesos de creación o de destrucción de las partículas ligeras".

Fermi mandó un primer manuscrito para su publicación en *Nature* como "letter" al editor. Pero éste lo rechazó "por contener especulaciones abstractas demasiado alejadas de la realidad física para que puedan ser de interés a los lectores". El trabajo fue ampliado con algunos cálculos antes de su publicación en *Rivista Scientifica*. Su forma es expuesta en más detalle en E. Fermi *Nuovo Elemento* 11, 1 (1934) y E. Fermi *Zeits. f. Physik* 88, 161 (1934).

La teoría de Fermi se deja guiar por el criterio de máxima simplicidad para construir una interacción covariante entre los cuatro campos que podemos representar mediante el diagrama



es decir corresponde a una interacción puntual de cuatro campos con una constante de acoplamiento cuyo valor actual es

$$\frac{G_F M_p^2 c}{\hbar^3} = 1.0267(3) \times 10^{-5}$$

El acierto fundamental de este primer intento está avalado por el hecho de que hasta un cierto punto aun sigue vigente al cabo de cincuenta años, para procesos debiles a bajas energías, aun cuando haya recibido varias modificaciones.

La teoría de Fermi permitía explicar las desintegraciones permitidas de tipo Fermi

$$J_i - J_f = 0, \quad \text{Sin cambio de paridad}$$

Ya G. Gamow y E. Teller [Phys. Rev. 49, 895 (1936)] vieron la necesidad de que la teoría además de acoplar una corriente vectorial con otra corriente vectorial hiciera intervenir corrientes axiales y así poder explicar las desintegraciones permitidas de tipo Gamow-Teller

$$J_i - J_f = 0, \pm 1, \quad J_i = 0 \nrightarrow J_f = 0, \quad \text{Sin cambio de paridad.}$$

La teoría de Fermi se irá extendiendo para describir la desintegración de los piones [G. Puppi, Nuovo Cimento 5, 587 (1948)], de los muones [L. Michel, Proc. Roy. Soc. A63, 516 (1950)], y de las partículas extrañas [N. Dalla porta Nuovo Cimento 1, 962 (1955)].

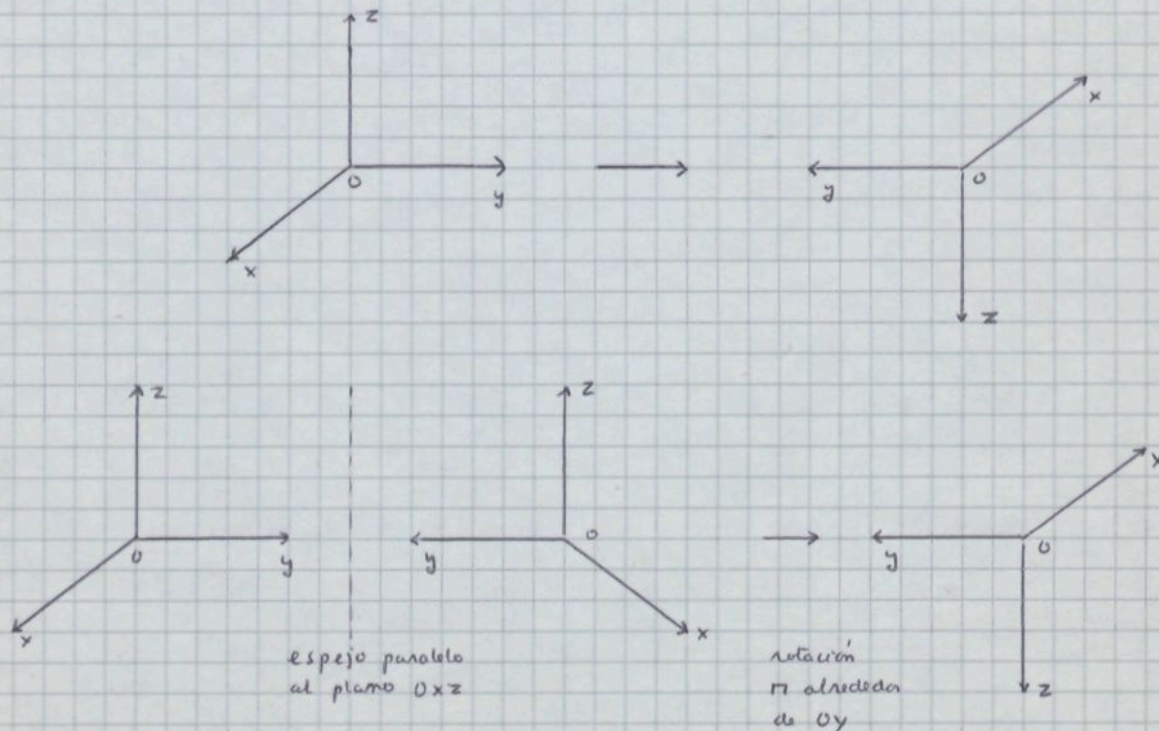
Uno de los hitos más importantes en su evolución es debida a T.D. Lee y C.N. Yang [Phys. Rev. 104, 254 (1956)]. La simetría ha sido siempre una idea fascinante para la mente humana. La naturaleza exhibe diversos tipos de simetría en los objetos que vemos a nuestro alrededor. El concepto de simetría, como principio operativo, en la descripción de los fenómenos naturales ha sido una de las grandes aportaciones de la física a la cultura. Supongamos un sistema físico y consideremos una operación que lo conduce a otro estado. Si en éste tenemos una descripción equivalente del sistema, en el sentido

que produce los mismos efectos observables que el estado original, decimos que la operación realizada es de simetría. Para la mayor parte de las operaciones de simetría esa invariancia, como principio fundamental, conduce a la ley de conservación de algún observable del sistema físico. Frecuentemente los datos experimentales conducen a la existencia de una ley de conservación, lo cual implica un principio de simetría obedecido por las leyes que rigen el comportamiento de la naturaleza. Ejemplos bien conocidos son la homogeneidad y la isotropía del espacio que conducen respectivamente a las leyes de conservación del momento y del momento angular.

Vamos a considerar una operación espacial, la paridad o reflexión espacial, consistente en cambiar de signo las tres coordenadas

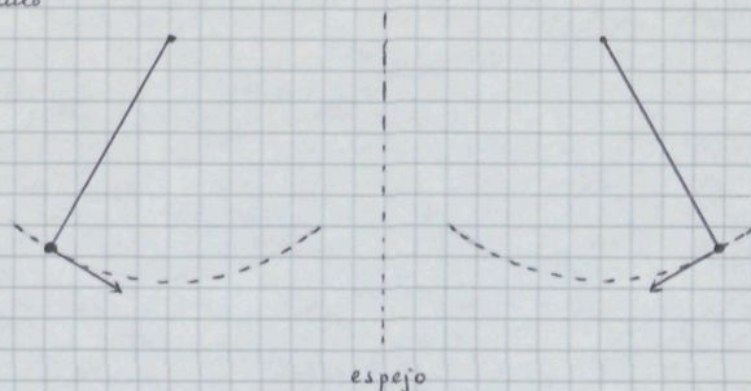
$$P: \quad x \longrightarrow -x, \quad y \longrightarrow -y, \quad z \longrightarrow -z$$

Esta operación no puede obtenerse mediante rotaciones, aunque sí por operaciones sucesivas de una reflexión especular más una rotación alrededor de un eje perpendicular al plano del espejo.

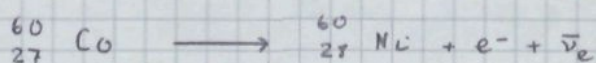


Así pues, admitiendo el principio de la invariancia bajo rotaciones, la simetría asociada a la operación de paridad es equivalente a la simetría por reflexión en un espejo.

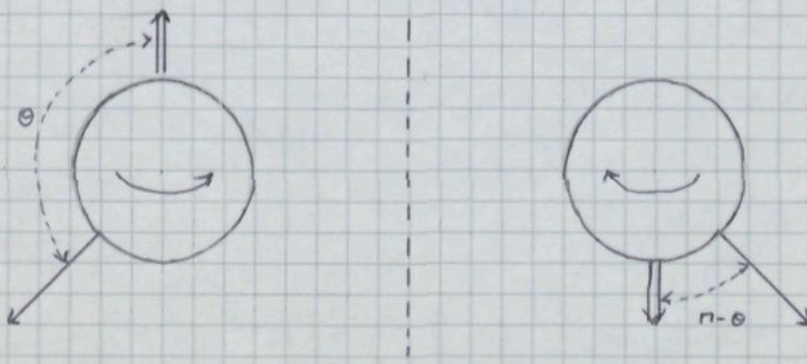
El mundo reflejado en un espejo, ¿se comporta idénticamente al original?, esto es ¿se rige por las mismas leyes físicas?. Durante años se creyó que esto era siempre así. Por ejemplo la imagen especular de un péndulo en movimiento, era también un posible movimiento del péndulo.



Lee y Yang para resolver ciertos problemas relacionados con la desintegración beta de los mesones K (nombre actual) postularon que las interacciones débiles debían violar la paridad. C. S. Wu et al [Phys. Rev. 105, 1413 (1957)] confirmaron las predicciones de Lee y Yang estudiando la desintegración



que es una transición $5^{+} \rightarrow 4^{+}$ y por tanto Gamow-Teller pura, con núcleos polarizados, logrando esto al sumergir la muestra original a bajas temperaturas y campos magnéticos intensos. Si la paridad fuera conservada y hubiera una dirección preferente de emisión de electrones con relación a la dirección de polarización nuclear se tendría



Si la paridad es conservada el número de electrones emitidos con ángulo θ debería ser igual al emitido con ángulo $180^{\circ} - \theta$, al desintegrarse muchos núcleos de cobalto todos ellos polarizados en la misma dirección.

De acuerdo con lo predicho por Lee y Yang esto no era así y también de acuerdo con su predicción la violación de la paridad era máxima, es decir que la amplitud que conserva y la que viola paridad son de idéntica importancia.

Experiencias posteriores en física nuclear y en partículas elementales, han establecido claramente la violación de la paridad en las interacciones débiles, mientras que esta simetría es exacta en las interacciones fuertes y electromagnéticas, al menos al nivel presente de precisión experimental.

Otro paso importante es debido a S.S. Gershtein y J.B. Zeldovitch [Z. Eksperim. Teor. Fiz. 29, 698 (1955)] y R.P. Feynman y M. Gell-Mann [Phys. Rev. 109, 193 (1958)] al darse cuenta que el Lagrangiano que describe las interacciones débiles puede escribirse como el producto de una corriente por ella misma. Que esta corriente tiene un término vectorial y otro axial, ambos de la misma importancia. La corriente vectorial es conservada y se halla relacionada con la corriente electromagnética.

Finalmente N. Cabibbo [Phys. Rev. Letters 10, 531 (1963)] da una formulación de la teoría aplicable a todos los procesos débiles conocidos hasta entonces que contiene solo dos parámetros: la constante de Fermi G y un ángulo, llamado de Cabibbo, cuyo valor actual es

$$\sin \theta_c = 0.230 \quad (3)$$

Esta teoría ha tenido innumerables éxitos ya que, en primer orden en teoría de perturbaciones, permite explicar un número extraordinariamente elevado de datos experimentales, y el hecho de que la constante de acoplamiento de esas interacciones sea muy pequeña hace esperar que los efectos de segundo orden o superior, en teoría de perturbaciones, sean totalmente despreciables. Sin embargo para que la teoría fuera ideal debería existir la posibilidad de calcular no sólo el primer término de la serie de perturbaciones sino también los de orden superior, lo cual no es posible aquí pues, a diferencia de la electrodinámica cuántica, esta teoría no es renormalizable.

lizable, y por tanto es una teoría puramente fenomenológica. Volvemos sobre esto más adelante.

Hoy día sabemos que el neutrino ν_e tiene spin $1/2$. Su masa es

$$m_{\nu_e} c^2 \leq 46 \text{ eV}$$

si bien es necesario mencionar que V.A. Lyubimov, E.G. Morozov, V.Z. Nozik, E.F. Tretyakov, y V.S. Kuzik [Phys. Letters 94B, 266 (1980)] han encontrado un valor no compatible con cero. Han estudiado la forma del espectro de los electrones emitidos en la desintegración beta $^3\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$. Para esta reacción la $E_{\text{max}} = 18.6 \text{ keV}$ y la forma del espectro, para energías cercanas a E_0 , es sensible a la masa del neutrino. El núcleo original formaba parte de una molécula de hidrógeno y sin necesidad de hacer hipótesis sobre la estructura de ésta molécula obtuvieron

$$14 \text{ eV} \leq m_{\nu_e} c^2 \leq 46 \text{ eV} \quad (99\% \text{ C.L.})$$

Haciendo hipótesis razonables sobre la composición de esta molécula se obtiene

$$24 \text{ eV} \leq m_{\nu_e} c^2 \leq 46 \text{ eV}$$

Volvemos más adelante sobre la importancia de este resultado.

La teoría de Fermi permite calcular la sección eficaz de procesos tales como

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$$

que vale de $\sigma \approx 12 \times 10^{-44} \text{ cm}^2$ para neutrinos producidos en reactores hasta $\sigma \approx 10^{-38} \text{ cm}^2$ para neutrinos $E_\nu = 1-2 \text{ GeV}$, lo cual ha hecho posible la física de neutrinos. Notemos que en un material como la Tierra el recorrido libre medio de los neutrinos es

$$\lambda = \frac{1}{n \sigma}$$

$$n \approx \frac{5.5}{2} \frac{1}{1.67 \times 10^{-24}} \approx 1.65 \times 10^{24} \text{ proton/cm}^2$$

$$\sigma \approx 10^{-38} \text{ cm}^2 \quad \text{a} \quad 1 \text{ GeV}$$

$$\lambda = 6 \times 10^{13} \text{ cm} = 6 \times 10^8 \text{ km}$$

fomentemos finalmente las interacciones fuertes.

La existencia de núcleos estables no puede ser entendida mediante las interacciones hasta aquí introducidas. Por ejemplo en un núcleo $^{12}_6\text{C}$ hay 6 protones y 6 neutrones. Los protones se repelen electrostáticamente y esta repulsión no puede ser contrarrestada por la atracción gravitacional que es en muchos órdenes de magnitud demasiado débil. Es necesario que existan entre los nucleones (neutrones y protones) fuerzas atractivas más intensas que las electromagnéticas para explicar la estabilidad nuclear.

Indudablemente el alcance de estas fuerzas no puede ser infinito, ni siquiera muy grande pues entonces serían las dominantes en toda la física molecular, contra toda evidencia experimental. H. Yukawa [Proc. Phys. - Math. Soc. Japam 17, 48 (1935)] propone un modelo de interacción nuclear, en el que supone que la interacción fuerte entre nucleones es debido al intercambio de una partícula y que el alcance de estas fuerzas es del orden de los radios nucleares $\approx 1 \text{ fm}$. De acuerdo con esto la masa de la partícula intercambiada debe ser

$$mc^2 \approx \frac{hc}{d} = \frac{197.32858(51) \text{ MeV fm}}{d} \approx 200 \text{ MeV.}$$

El "cuanto masivo" inventado por Yukawa se convirtió a partir de 1939 [H. J. Bhabha, Nature 143, 276 (1939)] con el nombre de mesón (que sustituye al nombre de mesotróica usado inicialmente), simplemente por tener una masa intermedia entre la partícula pesada (nucleón) y la partícula ligera (electrón o neutrino).

Como la energía media de ligadura en un átomo pesado para los protones y neutrones es aproximadamente la misma, es necesario que las interacciones fuertes n-n, n-p y p-p sean de análoga intensidad lo cual exige que el mesón de Yukawa pueda aparecer en tres estados de carga. Es decir las partículas mediadoras son el π^+ , π^0 y π^- , que son bosones de spin cero.

La fuerza nucleón-nucleón es muy complicada y no sabemos deducirla de primeros principios. Hoy día disponemos de potenciales fenomenológicos que reproducen bien las secciones eficaces nucleón-nucleón y los datos de la estructura nuclear. Sabemos que para $r \leq 0.4$ fm el potencial nucleón-nucleón es altamente repulsivo y por este motivo los núcleos tienen, aproximadamente, toda la misma densidad. Viene después una zona intermedia de estructura muy complicada debida no sólo al intercambio de piones sino también de partículas más pesadas. Finalmente existe una zona externa $r \gtrsim 1$ fm donde las fuerzas debidas al intercambio de piones son dominantes. En esta zona y para nucleones en estado singlete el potencial se puede aproximar por

$$V(r) = - \frac{g^2}{4\pi} \frac{1}{r} e^{-r/\mu} \quad (1)$$

$$\mu = \frac{h}{m_\pi c} \approx 1.43 \text{ fm}, \quad g_s^2 = \frac{g^2}{4\pi \hbar c} \approx 14.8$$

Notese que el parámetro sin dimensiones que caracteriza esas interacciones es del orden de 1000 veces superior al correspondiente electromagnético. Cuando las interacciones fuertes actúan, las interacciones electromagnéticas pueden ser consideradas como pequeñas perturbaciones.

$$\begin{aligned} X(r) \equiv |V_{em}(r)/V_{st}(r)| &\approx \frac{e^2}{r} \frac{4\pi}{g^2} r e^{+r/\mu} \approx \frac{e^2}{\hbar c} \frac{4\pi \hbar c}{g^2} e^{r/\mu} = \\ &= 4.93 \times 10^{-4} e^{r/\mu} \end{aligned}$$

r	1 fm	5 fm	10 fm	100 fm	1 Å
X(r)	9.92×10^{-4}	0.0163	0.537	1.15×10^{27}	9×10^{30366}

*

El artículo de Yukawa no tuvo especial difusión en Occidente. Pero dos años más tarde S. H. Neddermeyer y C. D. Anderson [Phys. Rev. 51, 884 (1937), 55, 88 (1938)] y también J. C. Street y E. C. Stevenson [Phys. Rev. 51, 1005 (1937)] anunciaron el descubrimiento experimental de un "mesón" cósmico, que se identificara pronto con el "cuanto masivo" de

41/002

* Despreciando la carga exponencial $V(r) = - \frac{g^2}{4\pi} \frac{1}{r}$ a comparan con la fuerza electromagnética $V(r) = \frac{e^2}{4\pi r^2}$

Para el deuterio debemos esperar un radio y una energía de ligadura ($\mu = m_p/2$)

$$a_0 = \frac{2\hbar}{m_p \alpha_s c} = 0.421 \text{ fm} \frac{1}{\alpha_s}$$

$$E_0 = - \frac{1}{4} m_p (\alpha_s c)^2 \frac{1}{2^2} = - 234.6 \alpha_s^2 \frac{1}{4} = - 58.6 \alpha_s^2$$

↑
Arrodonde L=1

Como $E_0 = - 2.226 \text{ MeV} \Rightarrow \alpha_s \approx 0.19.$

La discrepancia es debida al hard-core que obliga a un α_s mucho mayor para producir la E_0 correcta

Yukawa [H. Yukawa . Proc. Phys. - Math. Soc. Japan 19, 712 (1937)]

[J. R. Oppenheimer y R. Serber Phys. Rev. 51, 1113 (1937)] [E. C. G.

Stueckelberg Phys. Rev. 52, 41 (1937)] . Este descubrimiento experimental

profundiza los trabajos teóricos de Yukawa . Medidas ulteriores de la masa y vida media del mesotróon corroboran esa confirmación experimental.

En 1940 Williams y Roberts [Nature 145, 102 (1940)] anuncian que los mesotróon parece desintegrarse en electrón y neutrino.

Así que completaba un esquema de todo el universo a nuevas partículas:

El fotón (γ), cuatro leptones ($e^-, e^+, \nu_e, \bar{\nu}_e$), dos nucleones (n, p) y los mesotróones que se suponen de ambas cargas. Veremos como al terminar la Segunda Guerra Mundial todo es esquema se tambalea al descubrirse que esta partícula de la radiación cósmica no es la de Yukawa y al aparecer nuevas partículas.

LAS "NUEVAS" PARTICULAS

Ya hemos visto la situación en el año 1940. Al terminar la Segunda Guerra Mundial aparecen "nuevas partículas"

M. Conversi, E. Pancini y O. Piccioni [Phys. Rev. 71, 209 (1947)] demuestran que los mesotrones negativos capturados por carbono se desintegran, después de haber permanecido durante periodos del orden de $2 \mu\text{seg}$ en órbita K en torno al núcleo, sin interactuar con él

E. Fermi, E. Teller y V. Weisskopf [Phys. Rev. 71, 314 (1947)] dicen:

"Esto está en claro desacuerdo con lo que solía esperarse, y parece indicar que, según los esquemas convencionales, la interacción de mesotrones con nucleones es muchos ordens de magnitud (un factor de unos 10^{12}) más débil que lo ordinariamente supuesto"

Parece pues excluida la interpretación de esos mesotrones cósmicos como los cuantos de Yukawa, responsables de la interacción fuerte, y se atiende a los que sugerían la existencia de distinto tipo de mesones [S. Sakata y T. Imome, Progr. Theor. Phys. 1, 143 (1946)] [R. E. Marshak y H. A. Bethe Phys. Rev. 72, 506 (1947)].

El enigma comenzó a esclarecerse gracias al perfeccionamiento experimental del equipo de Bristol dirigido por Cecil Frank Powell. Hacen una emulsión fotográfica especial "para investigación nuclear", y el método de contar la densidad de granulos en las trazas, permite apreciar masa y energía de las partículas cósmicas detenidas en la emulsión.

C. M. G. Lattes, H. Muirhead, G. P. S. Occhialini y C. F. Powell [Nature 159, 694 (1947)] publican el análisis de 65 trazas de "mesones", y entre ellas se encuentran dos en las que un mesón (al que llaman m_1) se desintegra en otro mesón (m_2). Concluyen:

"Es pues posible que nuestras fotografías indiquen la existencia de mesones con masa diferente. La evidencia proporcionada por el recuento de los granulos no es inconsistente con tal hipótesis".

C. M. G. Lattes, G. P. S. Occhialini y C. F. Powell [Nature 130, 453 y 486 (1947)]

Analizan placas expuestas a 5.500 m de altitud en los Andes Bolivianos y observan 40 sucesos de mesones " π^0 " que se desintegran en mesones " μ " (introducen así la nomenclatura actual, aun cuando el μ no es un mesón). Realizan una estimación grosera de la masa ($m_0/m_\mu = 2, 1.8$ y 1.5), que pronto se obtendría con mayor precisión [Y. Goldschmidt-Clermont, D.T. King, H. Muirhead y D.M. Ritson Proc. Phys. Soc. 61, 183 (1948)]

La distinción de estas dos partículas dejaba resuelto el enigma. Muy pronto, además con una nueva emulsión fotográfica sensible a las elecciones rápidas, logran detectar la cascada pion-muon-electrón [R. Brown, U. Camerini, P.H. Fowler, H. Muirhead, C. F. Powell y D.M. Ritson Nature 163, 47 y 82 (1949)]

Por otra parte los piones eran producidos artificialmente en el ciclotrón de Berkeley de 184 pulgadas, y son fácilmente observados en sus formas $\pi^\pm$ [E. Gardner y C.M. G. Lattes Science 107, 270 (1948)]

El π^0 había sido también predicho, dentro del cuadro teórico de Yukawa, por la "independencia de la carga" en las experiencias de dispersión p-p y p-n [S. Sakata y Y. Tanikawa Phys. Rev. 57, 548 (1940)]. Fue descubierta experimentalmente en 1950 en tres experiencias distintas. Dos en Berkeley, realizadas con el ciclotrón [P. Bjorklund, W.E. Brandt, B. J. Moyer y H. F. York Phys. Rev. 77, 213 (1950)], y en el nuevo ciclotrón de 300 MeV [J. Steinberger, W.K.H. Panofsky y J. Steller Phys. Rev. 78, 802 (1950)]. La tercera, realizada en Bristol mediante emulsiones [A.G. Carlsson, J.E. Hooper y D.T. King Phil. Mag. 41, 701 (1950)] permite además que $\tau_{\pi^0} < 5 \times 10^{-14}$ seg.

En 1950 están ya plenamente confirmadas experimentalmente ($e^-, e^+, p, n, \mu^-, \mu^+, \pi^+, \pi^0, \pi^-, \gamma$) y teóricamente eran necesarios ($\nu_e, \bar{\nu}_e, \bar{p}, \bar{n}$), pero ya hay rumores de nuevas partículas. [C. F. Powell [Nobel Lecture 1950]:

"Además de los mesones π y μ , experiencias recientes de Manchester [G. D. Rochester y C.C. Butler Nature 160, 855 (1947)] y en Bristol [R. Brown, U. Camerini, P.H. Fowler, H. Muirhead, C. F. Powell y D.M.

Ritson, *Nature* 163, 57 y 82 (1949)] y de otros laboratorios, han demostrado que existen tipos de mesones más masivos... Aunque aparecen con frecuencia mucho menor que los mesones π , la aclaración de sus propiedades parece ser de gran trascendencia para el desarrollo futuro de la física nuclear.

En realidad los primeros en detectar estas nuevas partículas, llamadas extrañas por la poca frecuencia en que se producían, fueron R. Leprince-Ringuet y M. L'Heritier [Com. Rend. 246, 618 (1944)] que en una cámara de Wilson observaron la colisión con un e^- de una partícula cargada de masa $(990 \pm 100) m_e$. La experiencia, sin embargo, apenas ha tenido en cuenta debido a la crítica de H. A. Bethe [Phys. Rev. 70, 821 (1946)] que interpretaba el suceso como probablemente producido por un protón.

Las primeras experiencias mencionadas, en el discurso de Powell fueron realizadas en 1947 en el Instituto que Blackett dirige en Manchester. Allí se detectaron en cámaras de Wilson gigantescas dos sucesos "V" que fueron interpretados como la desintegración, en reposo, de dos mesones masivos ($\sim 1000 m_e$) uno neutro y otro cargado, pero no se pudo identificar las partículas secundarias.

La segunda experiencia mencionada por Powell es la realizada por el mismo con las refinadas técnicas de Bristol. En unas placas expuestas en la Galletada del Jungfrau se detectó un suceso único interpretable como la desintegración en reposo de un mesón masivo ($\sim 970 m_e$), dando 3 piones cargados. A este tipo de suceso se le denominó Σ (hoy $K_{\pi 3}$). Casi dos años más tarde se detectó un segundo suceso de este tipo en unas placas expuestas a tres metros de profundidad en la misma galletada [Handing Phil. Mag. 41, 405 (1950)]

El grupo de Galleta dirigido por E. D. Anderson instaló, en 1950, una cámara de Wilson en White Mountain que detectaba aproximadamente un suceso V por día [A. J. Seriff, R. B. Leighton, C. Hsiao, E. D. Lowan y E. D. Anderson Phys. Rev. 78, 290 (1950)]. Deán

* Para interpretar estas fotografías hemos de llegar a la notable conclusión obtenida por Rochester y Butler basados en dos fotografías, a saber, que estos dos tipos de sucesos representan la desintegración

espontánea de una partícula de un tipo nuevo, neutro y cargado, respectivamente".

En 1953 se habían registrado en total 12 sucesos en todas ellas en placas fotográficas expuestas en distintas montañas o globos [C. F. Powell, P. H. Fowler y D. H. Perkins 'The study of elementary particles by the photographic method; An account of the principal techniques and discoveries illustrated by an atlas of photomicrographs' Pergamon, Londres (1959)]

En 1954 C. O'Ceallaigh detecta otro tipo de suceso que él llama κ ($K_{\mu 3}$)

En 1955 se conocen 6 sucesos de este tipo. Erán difíciles de interpretar pues el μ presentaba energías muy variadas y apenas se podía establecer su espectro.

En 1953 M. G. K. Henon y C. O'Ceallaigh [Proc. Roy. Soc. A221, 292 (1954)] descubren un modo que llaman X y posteriormente denominan θ^+ (hoy $K_{\pi 2}^+$). y en 1955 se conocen 9 sucesos de este tipo. El θ^0 (hoy $K_{\pi 2}^0$) es detectado por R. W. Thompson, A. V. Bussink, L. R. Eller, C. J. Karsmark y R. H. Rediker [Phys. Rev. 90, 329 (1953)] mediante una cámara de Wilson.

En 1951 R. Armenteros, K. H. Barker, C. C. Butler y A. Cachon [Phil. Mag. 42, 1113 (1951)], R. N. Thompson, Cohen y Flum [Phys. Rev. 83, 175 (1951)] y Leighton, Wamman y Alfred [Phys. Rev. 83, 843 (1951)] establecen la existencia del primero de los hiperones. $\Lambda \rightarrow p \pi^+$ detectado e identificadas las partículas secundarias en cámaras de Wilson.

Al año siguiente el mismo equipo del Pic du Huet [R. Armenteros, R. H. Barker, C. C. Butler, A. Cachon y C. H. York Phil Mag 43, 597 (1952)] descubren el primer suceso de desintegración en cascada de la partícula que hoy llamamos Ξ^- . En 1955 se habían ya registrado 7 sucesos de este tipo.

El Σ^+ fue detectado por primera vez en emulsión fotográfica [A. Bonetti, R. Lenzi-Setti, M. Panetti y G. Tomasini (Nuov. Cim. 10, 345 (1953))] y en cámara de Wilson [York, Leighton y Bjorknerud. Phys. Rev. 90, 167 (1953)]

A. Pais [Phys. Rev. 86, 663 (1952)] para intentar adonar el panorama lanza la idea de la "producción asociada": las nuevas partículas se producen siempre en pares. Esta idea es elaborada por M. Gell-Mann [Phys. Rev. 92, 833 (1953)] y por K. Nishijima [Prog. Theor. Phys. 12, 107 (1954)] quienes introducen un nuevo número cuántico aditivo: la extrañeza S . Es conservado en las interacciones fuertes y electromagnéticas y es violado en las interacciones débiles. Así se explica la producción asociada y las vidas relativamente largas de estas partículas al tener que desintegrarse débilmente.

Hadrónes: Partículas que tienen interacción fuerte y las restantes

Leptones: Partículas que tienen solo interacción débil y electromagnética, si están cargados

Hadrónes: 1) Mesones: spin entero
2) Bariones: spin semientero

La combinación de extrañeza e isospin produce una clasificación teórica que predijo la existencia de nuevas partículas extrañas: dos K^0 y Σ^0 y Ξ^0 que son detectadas antes de terminar la década de los 50. El Ξ^0 fue descubierto por L. W. Alvarez et al [Phys. Rev. Letters 2, 245 (1959)]

La predicción del antiprotón era un reto lanzado en los años 30' por Dirac a los experimentadores [P.A.M. Dirac Nobel Lecture 1933]

"La teoría de electrones y positrones que acaba de indicar es una teoría autoconsistente que media bien con los hechos experimentales conocidos hasta ahora --- Quizás pueda pensarse que la misma teoría podría aplicarse a los protones. Esto exigiría la posibilidad de que existan protones con carga negativa, que constituirían una imagen especular de los protones ordinarios con carga positiva. Hay sin embargo pruebas experimentales recientes, obtenidas por Stern, sobre el momento magnético espín del protón que excluyen la aplicación del postulado de esta teoría ---

De todas maneras yo creo que es probable la posibilidad de que existan protones negativos, ya que en la medida en que la teoría está ya establecida, presenta una simetría perfecta y completa entre cargas eléctricas positivas y negativas, y si esta simetría es realmente fundamental

TABLES OF PARTICLE PROPERTIES

April 1982

M. Aguilar-Benitez, R.L. Crawford, R. Frosch, G.P. Gopal, R.E. Hendrick, R.L. Kelly, M.J. Losty, L. Montanet,
F.C. Porter, A. Rittenberg, M. Roos, L.D. Roper, T. Shimada, R.E. Shrock, T.G. Trippe, Ch. Walck, C.G. Wohl, G.P. Yost

(Closing date for data: Jan. 1, 1982)

Stable Particle Table

For additional parameters, see Addendum to this table.

Quantities in italics have changed by more than one (old) standard deviation since April 1980.

Particle	$I^G(J^P)C_n^a$	Mass ^b (MeV) Mass ² (GeV ²)	Mean life ^b (sec) $c\tau$ (cm)	Partial decay mode		
				Mode	Fraction ^b	p or p _{max} ^c (MeV/c)
PHOTON						
γ	0.1(1 ⁻) ⁻	(< 6×10 ⁻²²)	-----	stable		
LEPTONS						
ν_e	$J=\frac{1}{2}$	(< 0.000046) ^d	stable (> 3×10 ⁸ m _{ν_e} (MeV))	stable		
e	$J=\frac{1}{2}$	0.5110034 ±0.0000014	stable (> 2×10 ²² y)	stable		
ν_μ	$J=\frac{1}{2}$	0(< 0.52)	stable (> 1.1×10 ⁵ m _{ν_μ} (MeV))	stable		
μ	$J=\frac{1}{2}$	105.65943 ±0.00018 m ² =0.01116392	2.19714×10 ⁻⁶ ±0.00007 $c\tau$ =6.5868×10 ⁴	$\mu^- \rightarrow \nu_\mu$ (or $\mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu$)		
				$e^- \bar{\nu}_\nu$	(98.6 ± 0.4)%	53
				$e^- \bar{\nu}_\nu \gamma$	(1.4)%	53
				$\dagger [e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu]$	(<9)%	53
				$e^- \gamma$	(<1.9)×10 ⁻¹⁰	53
				$e^- e^+ e^-$	(<1.9)×10 ⁻⁹	53
$e^- \gamma \gamma$	(<5)×10 ⁻⁸	53				
ν_τ	$J=\frac{1}{2}$	< 250				
τ	$J=\frac{1}{2}$	1784.2 ±3.2 m ² =3.18	(4.6±1.9)×10 ⁻¹³ $c\tau$ =0.014	$\tau^- \rightarrow \nu_\tau$ (or $\tau^+ \rightarrow \bar{\nu}_\tau$)		
				$\mu^- \bar{\nu}_\nu$	(18.5 ± 1.2)%	889
				$e^- \bar{\nu}_\nu$	(16.2 ± 1.0)%	892
				hadron ⁻ neutrals	(37.0 ± 3.2)%	
				3(hadron [±]) neutrals	(28.4 ± 3.0)%	
				5(hadron [±]) neutrals	(<6)%	
				$\dagger [3(\text{hadron}^\pm) \nu]$	(13 ± 8)%	
				3(hadron [±]) ν (≥1 γ)	(15 ± 7)%	
				$\dagger [\pi^- \nu]$	(10.7 ± 1.6)%	887
				$\rho^- \nu$	(21.6 ± 3.6)%	726
				K ⁻ neutrals	(small)	
				$\pi^- \pi^- \pi^+ \nu$	(7 ± 5)%	864
				$\pi^- \pi^- \pi^+ (\geq 0\pi^0) \nu$	(18 ± 7)%	864
				$\dagger [K^{*-}(892) \nu]$	(1.7 ± 0.7)%	669
				K ⁻ (1430) ν	(<0.9)%	316
$\pi^- \rho^0 \nu$	(5.4 ± 1.7)%	718				

(continued next page)

(continued next page)

Stable Particle Table (cont'd)

Particle	$I^G(J^P)C_n^a$	Mass ^b (MeV) Mass ² (GeV ²)	Mean life ^b (sec) $c\tau$ (cm)	Partial decay mode		
				Mode	Fraction ^b	p or $p_{\max}^c$ (MeV/c)
$\tau^- \rightarrow \tau^- \gamma$ (or $\tau^+ \rightarrow \tau^+ \gamma$)						
τ (continued)				e^- chgd. parts. + μ^- chgd. parts.	(<4) %	
				$\mu^- \gamma$	(<5.5) $\times 10^{-4}$	889
				$e^- \gamma$	(<6.4) $\times 10^{-4}$	892
				$\mu^- \mu^+ \mu^-$	(<4.9) $\times 10^{-4}$	876
				$e^- \mu^+ \mu^-$	(<3.3) $\times 10^{-4}$	886
				$\mu^- e^+ e^-$	(<4.4) $\times 10^{-4}$	889
				$e^- e^+ e^-$	(<4.0) $\times 10^{-4}$	892
				$\mu^- \pi^0$	(<8.2) $\times 10^{-4}$	884
				$e^- \pi^0$	(<2.1) $\times 10^{-3}$	887
				$\mu^- K^0$	(<1.0) $\times 10^{-3}$	819
				$e^- K^0$	(<1.3) $\times 10^{-3}$	823
				$\mu^- \rho^0$	(<4.4) $\times 10^{-4}$	722
				$e^- \rho^0$	(<3.7) $\times 10^{-4}$	726
	NONSTRANGE MESONS ^a					
$\pi^\pm \rightarrow \pi^\pm \gamma$ (or $\pi^\pm \rightarrow \pi^\pm \gamma$)						
$\pi^\pm$	$1^-(0^-)$	139.5673	2.6030×10^{-8}	$\mu^+ \nu$	100%	30
		± 0.0007	± 0.0023	$e^+ \nu$	(1.267 ± 0.023) $\times 10^{-4}$	70
		$m^2 = 0.0194790$	$c\tau = 780.4$	$\mu^+ \nu \gamma$	(1.24 ± 0.25) $\times 10^{-4}$	30
		$m_{\pi^\pm - m_{\mu^\pm}} = 33.9079$	$(\tau^+ - \tau^-)/\bar{\tau} =$	$e^+ \nu \gamma$	(5.6 ± 0.7) $\times 10^{-8}$	70
		± 0.0007	$(0.05 \pm 0.07)\%$	$e^+ \nu \pi^0$	(1.02 ± 0.07) $\times 10^{-8}$	5
			(test of CPT)	$e^+ \nu e^+ e^-$	(<5) $\times 10^{-9}$	70
π^0	$1^-(0^-) +$	134.9630	0.83×10^{-16}	$\gamma \gamma$	(98.787 ± 0.030) %	67
		± 0.0038	± 0.06 $S = 1.8^*$	$\gamma e^+ e^-$	(1.213) %	67
		$m^2 = 0.018215$	$c\tau = 2.5 \times 10^{-6}$	$\gamma \gamma \gamma$	(<3.8) $\times 10^{-7}$	67
		$m_{\pi^\pm - m_{\pi^0}} = 4.6043$		$e^+ e^- e^+ e^-$	(3.32) $\times 10^{-5}$	67
		± 0.0037		$\gamma \gamma \gamma \gamma$	(<4) $\times 10^{-6}$	67
				$e^+ e^-$	(2.2 ± 2.4) $\times 10^{-7}$	67
				$\nu \nu$	(<2.4) $\times 10^{-5}$	67
η	$0^+(0^-) +$	548.8	$\Gamma = (0.83 \pm 0.12) \text{ keV}$	$\gamma \gamma$	(39.1 ± 0.8) %	274
		± 0.6	Neutral decays	$3\pi^0$	(31.8 ± 0.8) % $S = 1.1^*$	180
		$S = 1.4^*$	(70.9 ± 0.7) %	$\pi^0 \gamma \gamma$	(<0.3) %	258
		$m^2 = 0.3012$		$\pi^+ \pi^- \pi^0$	(23.7 ± 0.5) %	175
				$\pi^+ \pi^- \gamma$	(4.91 ± 0.13) %	236
				$e^+ e^- \gamma$	(0.50 ± 0.12) %	274
				$\mu^+ \mu^- \gamma$	(3.1 ± 0.4) $\times 10^{-4}$	253
				$e^+ e^-$	(<3) $\times 10^{-4}$	274
				$\mu^+ \mu^-$	(6.5 ± 2.1) $\times 10^{-6}$	253
			Charged decays	$\pi^+ \pi^- e^+ e^-$	(0.13 ± 0.13) %	236
			(29.1 ± 0.7) %	$\pi^+ \pi^- \gamma \gamma$	(<0.21) %	236
				$\pi^+ \pi^- \pi^0 \gamma$	(<6) $\times 10^{-4}$	175
				$\pi^+ \pi^- \pi^-$	(<0.15) %	236
				$\pi^0 e^+ e^-$	(<5) $\times 10^{-5}$	258
				$\pi^0 \mu^+ \mu^-$	(<5) $\times 10^{-6}$	211
				$\pi^0 \mu^+ \mu^- \gamma$	(<3) $\times 10^{-6}$	211

Stable Particle Table (cont'd)

Particle	$I^G(J^P)C_n^a$	Mass ^b (MeV) Mass ² (GeV ²)	Mean life ^b (sec) $c\tau$ (cm)	Mode	Partial decay mode Fraction ^b	p or p_{max}^c (MeV/c)
STRANGE MESONS ^a						
$K^\pm$	$\frac{1}{2}(0^-)$	493.667 ± 0.015 $m^2=0.2437$ $m_{K^\pm}-m_{K^0}=-4.01$ ± 0.13 $S=1.1^*$	1.2371×10^{-8} ± 0.0026 $S=1.9^*$ $c\tau=370.9$ $(\tau^+-\tau^-)/\bar{\tau}=$ $(0.11 \pm 0.09)\%$ (test of CPT) $S=1.2^*$	$K^+\rightarrow$ (or $K^-\rightarrow CC$)		
				$\mu^+\nu$	(63.50 $\pm$ 0.16)%	236
				$\pi^+\pi^0$	(21.16 $\pm$ 0.15)%	205
				$\pi^+\pi^+\pi^-$	(5.59 $\pm$ 0.03)%	$S=1.1^*$ 125
				$\pi^+\pi^0\pi^0$	(1.73 $\pm$ 0.05)%	$S=1.4^*$ 133
				$\pi^0\mu^+\nu$	(3.20 $\pm$ 0.09)%	$S=1.7^*$ 215
				$\pi^0e^+\nu$	(4.82 $\pm$ 0.05)%	$S=1.1^*$ 228
				$\mu^+\nu\gamma$	$e^{\pm}(5.8 \pm 3.5) \times 10^{-3}$	236
				$\pi^0\pi^0e^+\nu$	(1.8 ± 2.4) $\times 10^{-5}$	207
				$\pi^+\pi^-e^+\nu$	(3.90 $\pm$ 0.15) $\times 10^{-5}$	203
				$\pi^+\pi^-e^-\bar{\nu}$	(<1.2) $\times 10^{-8}$	203
				$\pi^+\pi^-\mu^+\nu$	(1.4 $\pm$ 0.9) $\times 10^{-5}$	151
				$\pi^+\pi^-\mu^-\bar{\nu}$	(<3.0) $\times 10^{-6}$	151
				$e^+\nu$	(1.54 $\pm$ 0.07) $\times 10^{-5}$	247
				$e^+\nu\gamma$ (SD+) ^h	(1.52 $\pm$ 0.23) $\times 10^{-5}$	247
				$e^+\nu\gamma$ (SD-) ^h	(<1.6) $\times 10^{-4}$	247
				$\pi^+\pi^0\gamma$	$i,e^{\pm}(2.75 \pm 0.16) \times 10^{-4}$	205
				$\pi^+\pi^+\pi^-\gamma$	$e^{\pm}(1.0 \pm 0.4) \times 10^{-4}$	125
				$\pi^0\mu^+\nu\gamma$	$e^{\pm}(<6) \times 10^{-5}$	215
				$\pi^0e^+\nu\gamma$	$e^{\pm}(3.7 \pm 1.4) \times 10^{-4}$	228
				$\pi^+e^+e^-$	(2.7 $\pm$ 0.5) $\times 10^{-7}$	227
				$\pi^-e^+e^+$	(<1) $\times 10^{-8}$	227
				$\pi^+\mu^+\mu^-$	(<2.4) $\times 10^{-6}$	172
				$\pi^+\gamma\gamma$	$e^{\pm}(<3.5) \times 10^{-5}$	227
				$\pi^+\gamma\gamma\gamma$	$e^{\pm}(<3.0) \times 10^{-4}$	227
				$\pi^+\nu\bar{\nu}$	(<1.4) $\times 10^{-7}$	227
				$\pi^+\gamma$	(<4) $\times 10^{-6}$	227
				$\pi^+e^+\mu^\pm$	(<7) $\times 10^{-9}$	214
				$\pi^+e^-\mu^+$	(<5) $\times 10^{-9}$	214
				$e^+\nu\nu\bar{\nu}$	(<6) $\times 10^{-5}$	247
				$\mu^+\nu\bar{\nu}$	(<6) $\times 10^{-6}$	236
				$\mu^+\nu e^+e^-$	(11 $\pm$ 3) $\times 10^{-7}$	236
				$\mu^-\nu e^+e^+$	(<2.0) $\times 10^{-8}$	236
				$e^+\nu e^+e^-$	(2 ± 1) $\times 10^{-7}$	247
$\mu^+\nu_e$	(<4) $\times 10^{-3}$	236				
K^0 $\bar{K}^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	497.67 ± 0.13 $S=1.1^*$ $m^2=0.24768$	0.8923×10^{-10} ± 0.0022 $c\tau=2.675$	$50\% K_{Short}, 50\% K_{Long}$		
K_S^0	$\frac{1}{2}(0^-)$			$\pi^+\pi^-$	(68.61 $\pm$ 0.24)%	206
				$\pi^0\pi^0$	(31.39)%	209
				$\pi^+\pi^-\gamma$	$e^{\pm}(1.85 \pm 0.10) \times 10^{-3}$	206
				$\mu^+\mu^-$	(<3.2) $\times 10^{-7}$	225
				e^+e^-	(<3.4) $\times 10^{-4}$	249
K_L^0	$\frac{1}{2}(0^-)$			$\gamma\gamma$	(<0.4) $\times 10^{-3}$	249

Stable Particle Table (cont'd)

Particle	$I^G(J^P)C_n^a$	Mass ^b (MeV) Mass ² (GeV ²)	Mean life ^b (sec) $c\tau$ (cm)	Mode	Partial decay mode Fraction ^b	p or $p_{\max}^c$ (MeV/c)
K_L^0	$\frac{1}{2}(0^-)$	$m_{K_L} - m_{K_S} = 0.5349 \times 10^{10} \hbar \text{ sec}^{-1}$ ± 0.0022	5.183×10^{-8} ± 0.040 $c\tau = 1554$	$\pi^0 \pi^0 \pi^0$	(21.5 ± 1.0) %	$S=1.7^*$ 139
				$\pi^+ \pi^- \pi^0$	(12.39 ± 0.20) %	$S=1.3^*$ 133
				$\pi^\pm \mu^\mp \nu$	(27.1 ± 0.4) %	$S=1.4^*$ 216
				$\pi^\pm e^\mp \nu$	(38.7 ± 0.5) %	$S=1.5^*$ 229
				$\dagger[\pi e \nu \gamma]$	$^e(1.3 \pm 0.8) \%$	229
				$\pi^+ \pi^-$	$^j(0.203 \pm 0.005) \%$	$S=1.1^*$ 206
				$\pi^0 \pi^0$	$^j(0.094 \pm 0.018) \%$	$S=1.5^*$ 209
				$\pi^+ \pi^- \gamma$	$^e(4.41 \pm 0.32) \times 10^{-5}$	206
				$\pi^0 \gamma \gamma$	(< 2.4) $\times 10^{-4}$	231
				$\gamma \gamma$	(4.9 ± 0.4) $\times 10^{-4}$	249
				$e \mu$	$^k(< 6) \times 10^{-6}$	238
				$\mu^+ \mu^-$	(9.1 ± 1.9) $\times 10^{-9}$	225
				$\mu^+ \mu^- \gamma$	(2.8 ± 2.8) $\times 10^{-7}$	225
				$\pi^0 \mu^+ \mu^-$	(< 1.2) $\times 10^{-6}$	177
				$e^+ e^-$	$^k(< 2.0) \times 10^{-7}$	249
				$e^+ e^- \gamma$	(1.7 ± 0.9) $\times 10^{-5}$	249
				$\pi^0 e^+ e^-$	(< 2.3) $\times 10^{-6}$	231
				$\pi^+ \pi^- e^+ e^-$	(< 8.8) $\times 10^{-6}$	206
				$\pi^0 \pi^\pm e^\mp \nu$	(6.2 ± 2.0) $\times 10^{-5}$	207
				CHARMED NONSTRANGE MESONS ^a		
$D^\pm$	$\frac{1}{2}(0^-)$	1869.4 ± 0.6 $m^2 = 3.495$ $m_{D^\pm} - m_{D^0} = 4.7$ ± 0.3	$(9.1^{+2.2}_{-1.5}) \times 10^{-13}$ $c\tau = 0.027$	$D^{+,-} \rightarrow (\text{or } D^- \rightarrow CC)$		
				$e^\pm \text{ anything}$	(19^{+4}_{-3}) %	
				$K^- \text{ anything}$	(16 ± 4) %	
				$\bar{K}^0 \text{ any} + K^0 \text{ any}$	(48 ± 15) %	
				$K^+ \text{ anything}$	(6.0 ± 3.3) %	
				$\eta \text{ anything}$	$^e(< 13)$ %	
				$\dagger[K^- \pi^+ \pi^+]$	(4.6 ± 1.1) %	845
				$K^- \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(< 4) %	772
				$\bar{K}^0 \pi^+$	(1.8 ± 0.5) %	862
				$\bar{K}^0 \pi^+ \pi^0$	(13 ± 8) %	845
				$\bar{K}^0 \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(8.4 ± 3.5) %	814
				$\bar{K}^0 K^+$	(0.45 ± 0.30) %	792
				$K^+ K^- \pi^+$	(< 0.6) %	744
				$K^+ \pi^+ \pi^-$	(< 0.23) %	845
				$\pi^+ \pi^0$	(< 0.5) %	925
				$\pi^+ \pi^+ \pi^-$	(< 0.37) %	908
				$\dagger[\bar{K}^0 \pi^+]$	(< 3.7) %	714
$D^0/\bar{D}^0$	$\frac{1}{2}(0^-)$	1864.7 ± 0.6 $m^2 = 3.477$ $\frac{\Gamma(D^0 \rightarrow \bar{D}^0 + K^+ \pi^-)}{\Gamma(D^0 \rightarrow K \pi)} < 0.16$	$(4.8^{+2.4}_{-1.5}) \times 10^{-13}$ $c\tau = 0.014$	$D^0 \rightarrow (\text{or } \bar{D}^0 \rightarrow CC)$		
				$e^\pm \text{ anything}$	(< 6) %	
				$K^- \text{ anything}$	(44 ± 10) %	$S=1.3^*$
				$\bar{K}^0 \text{ any} + K^0 \text{ any}$	(33 ± 10) %	
				$K^+ \text{ anything}$	(8 ± 3) %	
				$\eta \text{ anything}$	$^e(< 13)$ %	
				$\dagger[K^- \pi^+]$	(2.4 ± 0.4) %	861
				$K^- \pi^+ \pi^0$	(9.3 ± 2.8) %	844
				$K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(4.5 ± 1.3) %	$S=1.4^*$ 812
				$K^- \pi^+ \pi^0 \pi^0$	(seen)	815
				$\bar{K}^0 \pi^0$	(2.2 ± 1.1) %	860
				$\bar{K}^0 \pi^+ \pi^-$	(4.2 ± 0.8) %	842
				$\pi^+ \pi^-$	(7.9 ± 3.8) $\times 10^{-4}$	922
				$\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$	(< 9) $\times 10^{-4}$	768
				$K^+ K^-$	(2.7 ± 0.8) $\times 10^{-3}$	791
				$\dagger[K^- \pi^+]$	(3.4 ± 1.4) %	711
				$\bar{K}^0 \pi^0$	($1.4^{+2.3}_{-1.4}$) %	711
				$K^- \rho^+$	($7.2^{+3.0}_{-3.1}$) %	679
				$\bar{K}^0 \rho^0$	($0.1^{+0.6}_{-0.1}$) %	677

Stable Particle Table (cont'd)

Particle	$I^G(J^P)C_n^a$	Mass ^b (MeV) Mass ² (GeV ²)	Mean life ^b (sec) $c\tau$ (cm)	Partial decay mode		
				Mode	Fraction ^b	p or p _{max} ^c (MeV/c)
CHARMED STRANGE MESON ^a						
$F^\pm$	$\alpha(0^-)^m$	2021 ± 15	$(2.2^{+2.8}_{-1.1}) \times 10^{-13}$	$F^+ \rightarrow \frac{1}{2} \{ \text{or } F^- \rightarrow CC \}$		
				$\eta\pi^+$	(seen)	930
				$\eta\pi^+\pi^+\pi^-$	(seen)	885
				$\eta'\pi^+\pi^+\pi^-$	(seen)	713
				$\rho^+\phi$	(seen)	467
$\rightarrow B$						
NONSTRANGE BARYONS ^a						
p	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	938.2796 ± 0.0027 $m^2=0.880369$	stable ($\geq 8 \times 10^{30}y$)	stable		
				$ q_p - q_e < 10^{-21} q_e ^n$		
n	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	939.5731 ± 0.0027 $m^2=0.882798$ $m_p-m_n=-1.29343$ ± 0.00004	925 $\pm$ 11 $c\tau=2.77 \times 10^{13}$	$pe^-\bar{\nu}$	100%	1
				$p\nu\bar{\nu}$ (chg.noncons.)	(<9) $\times 10^{-24}$	1
				$ q_n < 10^{-21} q_e ^n$		
STRANGENESS -1 BARYONS ^a						
Λ	$\alpha(\frac{1}{2}^+)$	1115.60 ± 0.05 $S=1.2^*$ $m^2=1.2446$ $m_\Lambda-m_{\Sigma^0}=-76.86$ ± 0.08	2.632×10^{-10} ± 0.020 $S=1.6^*$ $c\tau=7.89$	$p\pi^-$	(64.2 $\pm$ 0.5)%	100
				$n\pi^0$	(35.8 $\pm$ 0.5)%	104
				$pe^-\nu$	(8.35 $\pm$ 0.15) $\times 10^{-4}$	163
				$p\mu^-\nu$	(1.57 $\pm$ 0.35) $\times 10^{-4}$	131
				$p\pi^-\gamma$	^e (8.5 $\pm$ 1.4) $\times 10^{-4}$	100
Σ^+	$1(\frac{1}{2}^+)$	1189.36 ± 0.06 $S=1.8^*$ $m^2=1.4146$ $m_{\Sigma^+}-m_{\Sigma^-}=-7.97$ ± 0.07 $S=1.3^*$	0.800×10^{-10} ± 0.004 $c\tau=2.40$ $\frac{\Gamma(\Sigma^+ \rightarrow \ell^+ \nu)}{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \ell^- \nu)} < .04$	$p\pi^0$	(51.64 $\pm$ 0.30)%	189
				$n\pi^+$	(48.36 $\pm$ 0.30)%	185
				$p\gamma$	(1.20 $\pm$ 0.13) $\times 10^{-3}$	$S=1.4^*$ 225
				$n\pi^+\gamma$	^e (4.5 $\pm$ 0.5) $\times 10^{-4}$	185
				$\Lambda e^+\nu$	(2.0 $\pm$ 0.5) $\times 10^{-5}$	71
				$n\mu^+\nu$	(<3.0) $\times 10^{-5}$	202
				$ne^+\nu$	(<5) $\times 10^{-6}$	224
				pe^+e^-	(<7) $\times 10^{-6}$	225
Σ^0	$1(\frac{1}{2}^+)^p$	1192.46 ± 0.08 $m^2=1.4220$	5.8×10^{-20} ± 1.3 $c\tau=1.7 \times 10^{-9}$	$\Lambda\gamma$	100%	74
				Λe^+e^-	^e (5.45) $\times 10^{-3}$	74
				$\Lambda\gamma\gamma$	(<3) %	74
Σ^-	$1(\frac{1}{2}^+)$	1197.34 ± 0.05 $m^2=1.4336$ $m_{\Sigma^0}-m_{\Sigma^-}=-4.88$ ± 0.06	1.482×10^{-10} ± 0.011 $S=1.3^*$ $c\tau=4.44$	$n\pi^-$	100%	193
				$ne^-\nu$	(1.08 $\pm$ 0.04) $\times 10^{-3}$	230
				$n\mu^-\nu$	(0.45 $\pm$ 0.04) $\times 10^{-3}$	210
				$\Lambda e^-\nu$	(0.61 $\pm$ 0.05) $\times 10^{-4}$	79
				$n\pi^-\gamma$	^e (4.6 $\pm$ 0.6) $\times 10^{-4}$	193

Stable Particle Table (cont'd)

Particle	$I^G(J^P)C_n^a$	Mass ^b (MeV) Mass ² (GeV ²)	Mean life ^b (sec) $c\tau$ (cm)	Partial decay mode						
				Mode	Fraction ^b	p or $P_{\max}^c$ (MeV/c)				
STRANGENESS -2 BARYONS ^a										
Σ^-	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)^q$	1314.9 ± 0.6 $m^2=1.729$ $m_{\Sigma^0}-m_{\Sigma^-}=-6.4$ ± 0.6	2.90×10^{-10} ± 0.10 $c\tau=8.69$	$\Delta\pi^0$	100%	135				
				$\Delta\gamma$	(0.5 $\pm$ 0.5)%	184				
				$\Sigma^0\gamma$	(<7)%	117				
				$p\pi^-$	(<3.6) $\times 10^{-5}$	299				
				$pe^- \nu$	(<1.3) $\times 10^{-3}$	323				
				$\Sigma^+e^- \nu$	(<1.1) $\times 10^{-3}$	120				
				$\Sigma^-e^+ \nu$	(<0.9) $\times 10^{-3}$	112				
				$\Sigma^+\mu^- \nu$	(<1.1) $\times 10^{-3}$	65				
				$\Sigma^-\mu^+ \nu$	(<0.9) $\times 10^{-3}$	49				
				$p\mu^- \nu$	(<1.3) $\times 10^{-3}$	309				
				Σ^-	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)^q$	1321.32 ± 0.13 $m^2=1.7459$	1.641×10^{-10} ± 0.016 $c\tau=4.92$	$\Delta\pi^-$	100%	139
								$\Delta e^- \nu$	(2.9 $\pm$ 1.1) $\times 10^{-4}$	190
$\Sigma^0 e^- \nu$	(<1.4) $\times 10^{-4}$	123								
$\Delta\mu^- \nu$	(3.5 $\pm$ 3.5) $\times 10^{-4}$	163								
$\Sigma^0\mu^- \nu$	(<8) $\times 10^{-4}$	70								
$n\pi^-$	(<1.1) $\times 10^{-3}$	303								
$ne^- \nu$	(<3.2) $\times 10^{-3}$	327								
$n\mu^- \nu$	(<1.5)%	313								
$\Sigma^- \gamma$	(<1.2) $\times 10^{-3}$	118								
$p\pi^- \pi^-$	(<4) $\times 10^{-4}$	223								
$p\pi^- e^- \nu$	(<4) $\times 10^{-4}$	304								
$p\pi^- \mu^- \nu$	(<4) $\times 10^{-4}$	250								
$\Sigma^0 e^- \nu$	(<2.3) $\times 10^{-3}$	6								
STRANGENESS -3 BARYON ^a										
Ω^-	$0(\frac{3}{2}^+)^q$	1672.45 ± 0.32 $m^2=2.7971$	0.819×10^{-10} ± 0.027 $c\tau=2.46$					ΔK^-	(68.6 $\pm$ 1.3)%	211
				$\Sigma^0 \pi^-$	(23.4 $\pm$ 1.3)%	294				
				$\Sigma^- \pi^0$	(8.0 $\pm$ 0.8)%	290				
				$\Sigma^0 e^- \nu$	($\sim$ 1)%	319				
				$\Sigma^0(1530)\pi^-$	($\sim$ 2) $\times 10^{-3}$					
				$\Delta\pi^-$	(<1.3) $\times 10^{-3}$	449				
				$\Sigma^- \gamma$	(<3.1) $\times 10^{-3}$	314				
				NONSTRANGE CHARMED BARYON ^a						
Λ_c^+	$0(\frac{1}{2}^+)^r$	2282.2 ± 3.1 $S=1.8^*$ $m^2=5.21$	$(1.1^{+0.9}_{-0.4}) \times 10^{-13}$ $c\tau=0.003$	$pK^- \pi^+$	(2.2 $\pm$ 1.0)%	820				
				$p\bar{K}^0$	(1.1 $\pm$ 0.7)%	870				
				$p\bar{K}^0 \pi^+ \pi^-$	(<4)%	751				
				$\Delta\pi^+$	(0.6 $\pm$ 0.5)%	861				
				$\Delta\pi^+ \pi^+ \pi^-$	(<3.1, seen)%	804				
				$\Sigma^0 \pi^+$	(seen)	822				
				$\dagger(p\bar{K}^{*0})$	(0.48 $\pm$ 0.30)%	682				
				$\Delta^+ K^-$	(0.45 $\pm$ 0.27)%	707				
				$pK^{*-} \pi^+$	(seen)]	576				
				e^+ anything	(4.5 $\pm$ 1.7)%					
				$\dagger[pe^+]$ anything	(1.8 $\pm$ 0.9)%					
				Δe^+ anything	(1.1 $\pm$ 0.8)%					

 $\rightarrow \Lambda_b^0$

- $\rightarrow$ searches for massive neutrinos and lepton mixing
- $\rightarrow$ ν bounds from astrophysics and cosmology
- $\rightarrow$ heavy lepton searches
- $\rightarrow$ weak gauge boson searches
- $\rightarrow$ free quark searches
- $\rightarrow$ magnetic monopole searches
- $\rightarrow$ charm searches and evidence
- $\rightarrow$ bottom hadron searches
- $\rightarrow$ top hadron searches
- $\rightarrow$ other stable particle searches

en la naturaleza, ha de ser posible invertir la carga de cualquier tipo de partícula. Por supuesto que los protones negativos serán mucho más difíciles de producir experimentalmente, ya que se requerirá una energía mucho mayor, correspondiente a su mayor masa".

Jobemos $p + p \longrightarrow p + p + p + \bar{p}$ es el proceso mas favorable

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 2M_p^2 + 2M_p E_{lab} = (4M_p)^2 \Rightarrow E_{lab} = 7M_p \approx 6.6 \text{ GeV}$$

Numero bariónico

Con este dato E. McMillan y E. Lawrence proyectan el "Berntson" de Berkeley capaz de acelerar protones hasta una energía total de 7.2 GeV. El aparato entró en funcionamiento en 1954. Era el momento oportuno para competir con las experiencias entonces muy dudosas de fotones anti-protones cósmicos [E. Hayward Phys. Rev. 72, 937 (1947)] [H.S. Bridge, H. Courant, H. Destaeble y B. Rossi Phys. Rev. 95, 1101 (1954)] [E. Amaldi, C. Castagnoli, G. Coradini, C. Franchini y A. Manfredini Nuovo Cim. 1, 492 (1955)]

El gran problema técnico era el sistema experimental de detección que pudiera identificar los anti-protones, midiendo su masa. El aparato que permitía esta medida era de una complejidad notable [O. Chamberlain, E. Segre, C. Wiegand y T. Ypsilantis Phys. Rev. 100, 947 (1955)]. Medía directamente el momento lineal y la velocidad, lo cual permitía fijar sin ambigüedad la masa. Un prisma magnético seleccionaba un haz de partículas con carga y momento lineal bien determinados. Este haz resultará contener 1 antiprotón cada cuatro de hadrón, enmascarado por otros 30000 partículas, principalmente π^- . La medida de su velocidad permitía establecer la distinción. Se mide el tiempo empleado por las partículas en recorrer 12 metros. Experiencias realizadas con este sistema permiten identificar el $\bar{p}$ es decir una partícula con carga negativa y masa igual a la del protón dentro de un error experimental del 3%.

El $\bar{n}$ es detectado por B. Cork, G.R. Lamberton, O. Piccioni y W.A. Wenzel [Phys. Rev. 104, 1193 (1958)] en una experiencia de contadores ($p + \bar{p} \rightarrow n + \bar{n}$). y poco después en cámara de burbujas de neón [L.E. Agnew, T. Elioff, B.W. Fowler, L. Gilby, R. Lander, L. Oswald, W. Powell, E. Segre, H. Störmer, H. White

C. Wiegand y T. Ypsilantis [Phys. Rev. 110, 994 (1958)] . El $\bar{\Lambda}$ se observó en una emulsión fotográfica expuesta a un haz de π^- de 4.5 GeV en el Beratron de Berkeley [M. Baldo-Ceolin y D.J. Prowse Bull. Am. Phys. Soc. 3, 163 (1958)] . El $\bar{\Sigma}$ es observado al año siguiente por el equipo de Alvarez en Berkeley [J. Buttom, P. Eberhard, G.R. Kalbfleisch, J.E. Lanutti, B.G. Hagler y H.L. Stevenson Phys. Rev. Letters 4, 530 (1960)] en la reacción $p + \bar{p} \rightarrow \bar{\Sigma}^0 + \Lambda$. El Ξ^+ fue observado en el CERN con el nuevo acelerador de 30 GeV en 1962 en interacciones $p + \bar{p}$. [CERN, Ecole Polytechnique, Paris, CERN. Today Phys. Rev. Letters 8, 257 (1962)] . Sin embargo todos estos bariones estaban ya completamente identificados antes de su descubrimiento.

M. Yell-Mann y A.H. Rosenfeld [Ann. Rev. Nuc. Sci. 7, 507 (1957)] dan como partículas fundamentales

Medicinas : γ (1)

Leptones : $e^-, \bar{\nu}_e, \mu$ (3+3) = (6)

Mesones : $\pi^+, \pi^0, \pi^-, K^+, K^0, K^-, \bar{K}^0$ (7)

Bariones : $p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-$ (8+8) = 16

es decir un total de treinta partículas.

Las partículas anteriores son estables o se desintegran vía las interacciones débiles o electromagnéticas. Pronto empiezan a aparecer partículas que se desintegran vía las interacciones fuertes.

En 1952 [H.L. Anderson, E. Fermi, E.A. Long, R. Harlin y D.E. Nagle Phys. Rev. 85, 934 (1952) y H.L. Anderson, E. Fermi, E.A. Long y D.E. Nagle Phys. Rev. 85, 936 (1952)] descubren la primera de las resonancias hadrónicas que hoy día llamamos $\Delta(1232)$ al estudiar la sección eficaz total π^-p y π^+p , y se le pueden asignar $J = 3/2$, $T = 3/2$. Sin embargo no se la reconoce como partícula, lo cual también sucederá con las que se van detectando al estudiar las reacciones πN [R.L. Cool, L. Madansky y O. Piccioni Phys. Rev. 93, 632 (1955)] [R.F. Peierls Phys. Rev. 118, 325 (1960)].

Como bien indica L.W. Alvarez, la nueva noción de resonancia fue impuesta por las tres resonancias extrañas descubiertas por un equipo en 1960. A fines de 1958 estaba en funcionamiento junto al Beratron de Berkeley la cámara de burbujas de 15 pulgadas, que era entonces la mayor del mundo. Eberhard

Good y Ticho producen el primer haz de K^- con energía mayor a 1 GeV. Como primera experiencia se logra producir y detectar el Ξ^0 producido por yell-Hamm. y como producto secundario se obtienen fotografías en que se producen tres partículas, $\Lambda\pi\pi$, $\Sigma\pi\pi$, $K\pi\pi$. El análisis cinemático de $\Lambda\pi\pi$ es emprendido por dos estudiantes, Wojcicki y Graziano. Así descubren la $\Sigma(1385)$ [M. Alston, L.W. Alvarez, P. Eberhard, H.L. Good, W. Graziano, H.K. Ticho y S.G. Wojcicki Phys. Rev. 5, 520 (1960)] y es presentado a la Conferencia de Rochester de 1960. Antes de terminar el año 1960 el mismo equipo detecta dos más: $\Lambda(1505)$ [M. Alston y los mismos Phys. Rev. Lett. 6, 898 (1961)] y $K^*(892)$ [los mismos Phys. Rev. Lett. 6, 300 (1961)].

Nuevas resonancias son descubiertas las w y p producidas teóricamente [W. Holladay Phys. Rev. 101, 1498 (1956)] [Y. Nambu Phys. Rev. 106, 1366 (1957)] [W.R. Frazer y J.R. Fulco Phys. Rev. 117, 1609 (1960)] [F.J. Bowcock, W.N. Collingham, D. Lurie Phys. Rev. Letters 5, 386 (1960)] [G.F. Chew Phys. Rev. Lett. 4, 152 (1960)] al interpretar teóricamente los factores de forma nucleónicas estudiados experimentalmente por R. Hofstadter [Rev. Mod. Phys. 28, 215 (1956)]. La w fue descubierta por B.C. Hagler, L.W. Alvarez, A.H. Rosenfeld y H.L. Stenerson [Phys. Rev. Lett. 7, 178 (1961)] y la p por J.A. Anderson, V.K. Burg, P.G. Burke, D.D. Garmon y M. Schmitz [Phys. Rev. Lett. 6, 365 (1961)].

La η fue descubierta por A. Persner, R. Kraemer, H. Nussbaum, C. Richardson, P. Schleim, R. Strand, T. Töhrig, H. Block, A. Engler, R. Gessardt y C. Heltzer [Phys. Rev. Lett. 7, 421 (1961)] e independientemente por P.L. Bastien, J.P. Berge, O.I. Dahl, H. Ferro-Luzzi, D.W. Miller, J.J. Murray, A.H. Rosenfeld y M.B. Watson [Phys. Rev. Lett. 8, 145 (1962)].

La $\Lambda(1520)$ es descubierta por M. Ferro-Luzzi, R.D. Tripp y M.B. Watson [Phys. Rev. Letters 8, 28 (1962)] y la $\Xi(1530)$ por E.M. Pjennou, D.J. Knowse, P. Schleim, W.E. Slater, D.H. Stork y H.K. Ticho [Phys. Rev. Letters 9, 115 (1962)] y fue confirmada por L. Benlamiha, V. Brisson, P.L. Comolli, E.L. Hart, I.S. Hittner, G.C. Moneti, R.R. Rau, N.P. Samios, I.O. Skellern, S.S. Yamamoto, M. Goldberg, L. Gray, J. Leitner, S. Lichtman y J. Westgard [Phys. Rev. Letters 9, 180 (1962)]. Esto último es particularmente importante pues junto con la $\Delta(1232)$ y la $\Sigma(1385)$ forman parte del decuplo $3/2^+$.

La Ω^- , predicha por Gell-Mann, se descubrió en el acelerador de 30 GeV de Berkeley [V.E. Barnes, P.L. Comolli, D.J. Frennelli, B.B. Culwick, W.C. Delamby, W.B. Fowler, P.E. Hagerty, E.L. Hart, N. Horwitz, P.V.C. Hough, J.E. Jensen, J.K. Kopp, K.W. Lai, J. Leitner, J.L. Lloyd, G.W. Lomdon, T.W. Morris, Y. OREN, R.B. Palmer, A.G. Prodel, D. Radojicic, D.C. Rahm, C.R. Richardson, N.P. Samios, J.R. Sanford, R.P. Schutt, J.R. Smith, D.L. Stonhill, R.C. Strand, A.M. Thordike, M.S. Webster, W.J. Willis y S.S. Yamamoto Phys. Rev. Letters 12, 204 (1964)] . Esta completaba el decuplete $3/2^+$ y era estable bajo interacciones fuertes.

Las tablas de partículas de Abril 1982 dan

$$\text{Hadrones} : \quad \gamma = 1$$

$$\text{Leptones} : \quad 6 + \bar{6} = 12$$

$$\text{Mesones "estables"} : \quad 14$$

$$\text{Bariones "estables"} : \quad 11 + \bar{11} = 22$$

$$\text{Resonancias mesónicas} \quad 76 + \text{antipartículas} \quad 21 = \quad 97$$

$$\text{Resonancias barónicas} \quad 148 + \bar{148} = \quad 296 \quad \approx \quad 442.$$

LAS SIMETRÍAS

En la Física Moderna las simetrías juegan un papel extraordinariamente importante.

Ley de conservación del momento: Supongamos dos partículas de masas M_1 y M_2 , aisladas, que interactúan a través de fuerzas newtonianas, es decir que satisfacen la tercera ley de Newton. Sus ecuaciones del movimiento son

$$M_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}_{21}, \quad M_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{F}_{12}, \quad \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

Es evidente que el momento total del sistema $\vec{P} = M_1 \vec{v}_1 + M_2 \vec{v}_2$ es una cantidad conservada:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = M_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + M_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0 \Rightarrow \vec{P}(t) = \text{const.}$$

La misma demostración puede extenderse a un sistema de N partículas aisladas interactuando entre sí por fuerzas newtonianas. Entonces podemos afirmar que en tales sistemas el momento total

$$\vec{P}(t) \equiv \sum_{i=1}^N M_i \vec{v}_i(t)$$

es una cantidad conservada, es decir adquiere el mismo valor en cualquier instante de tiempo.

La ley que acabamos de formular tiene una validez muy limitada, pues hemos supuesto interacciones newtonianas. Sin embargo existe una ley de conservación del momento que se cree que es siempre válida.

Supongamos un sistema aislado. Supongamos ~~para~~ instante inicial en el que



hay N_i partículas que se mueven libremente y sea $\vec{P}_i$ el momento total del sistema (suma de los momentos de cada una de las partículas del sistema). En el transcurso del tiempo

estas partículas pueden interactuar entre sí, aniquilándose algunas y creándose otras. Al final tenemos N_f partículas que se alejan las unas de las otras moviéndose libremente y con momento total $\vec{P}_f$, entonces

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{i=1}^{N_i} \vec{P}_i = \sum_{j=1}^{N_f} \vec{P}_j'$$

Nota: Si se usa mecánica clásica $\vec{p} \equiv m\vec{v}$

Si u debe usar mecánica relativista $\vec{p} \equiv \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, $m \neq 0$

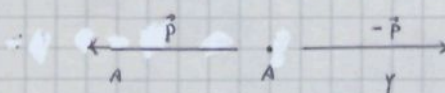
$$|\vec{p}|c = \sqrt{E^2 - m^2c^4} \quad \text{válida siempre.}$$

En realidad existe un vector $\vec{\hat{E}}(t)$ que se conserva para todo t , pero solo en el instante inicial y final coincide con la expresión típica del momento. Su expresión general puede ser muy difícil de obtener.

De la misma forma que tenemos una ley de conservación del momento, tenemos siempre una ley de conservación de la energía: $E_i = E_f$.

Consecuencia inmediata de estas leyes es la imposibilidad de procesos tales como

$$A + \bar{A} \rightarrow \gamma, \quad A \rightarrow A + \gamma, \dots$$



$$M_A c^2 = \sqrt{M_A^2 c^2 + c^2 \vec{p}^2} + E|\vec{p}|$$

No tiene solución para $|\vec{p}| \neq 0$.

La ley de conservación del momento es una consecuencia de la homogeneidad del espacio, es decir el origen de coordenadas empleado no juega ningún papel especial en la dinámica de sistemas aislados. Las leyes de la naturaleza son invariantes bajo traslaciones espaciales.

Consideremos un sistema de partículas aisladas. Sean $\vec{r}_i$ sus coordenadas y su Lagrangiano es $L = L(\vec{r}_i, \dot{\vec{r}}_i; t)$. Sea la traslación infinitesimal

$$\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}_i + \delta \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \dot{\vec{r}}_i \rightarrow \dot{\vec{r}}_i$$

entonces la invariancia traslacional implica

$$L(\vec{r}_i, \dot{\vec{r}}_i; t) = L(\vec{r}_i + \delta \vec{a}, \dot{\vec{r}}_i; t) \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^N \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} = 0$$

y como

$$\vec{P} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{r}}_i} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{r}}_i} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \text{const.}$$

Generalización de esta demostración demuestra en general que (invariancia traslacional) $\Rightarrow$ (conservación del momento)

La homogeneidad del espacio se puede comprobar directamente midiendo en dos puntos del universo una constante dimensional de la naturaleza y comparando los valores obtenidos. Así, por ejemplo [M. P. Savardoff *Nature* 178, 488 (1956)] se encuentra

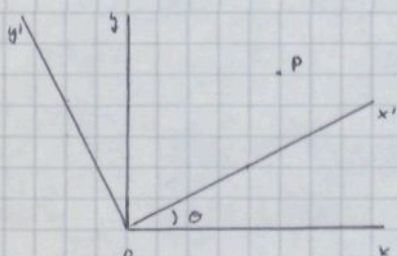
$$\frac{(\alpha^2)_{\text{corno A}}}{(\alpha^2)_{\text{local}}} = 1.0036 (32)$$

La radio-fuente corno A está a 3×10^8 años-luz.

De la misma manera que la invariancia de la dinámica bajo traslaciones espaciales conduce a la conservación del momento, la homogeneidad del tiempo para la descripción de las leyes físicas fundamentales, esto es, la independencia de estas del origen de tiempo elegido, conduce a la conservación de la energía.

Invariancia bajo rotaciones: La invariancia bajo las rotaciones traduce la asencia general de que en la formulación de las leyes de la naturaleza en sistemas aislados, la orientación del sistema de coordenadas empleado no juega ningún papel especial. El espacio es isotrópico.

Recordemos que bajo un giro alrededor de OZ las coordenadas de un punto P cambian



$$\left. \begin{aligned} x' &= \cos \theta x + \sin \theta y \\ y' &= -\sin \theta x + \cos \theta y \\ z' &= z \end{aligned} \right\}$$

La invariancia de las leyes físicas bajo esta rotación, considerada infinitesimal, implica

$$L(x_i, y_i, z_i; \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i) = L(x_i + \delta \theta y_i, y_i - \delta \theta x_i, z_i; \dot{x}_i + \delta \theta \dot{y}_i, \dot{y}_i - \delta \theta \dot{x}_i, \dot{z}_i) \Rightarrow$$

$$\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial x_i} y_i - \frac{\partial L}{\partial y_i} x_i + \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \dot{y}_i - \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i} \dot{x}_i \right) = 0$$

Consideremos ahora la cantidad

$$L_z(t) \equiv \sum_i \left(x_i \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i} - y_i \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right)$$

entonces

$$\frac{dL_z(t)}{dt} = \sum_i \left(\dot{x}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i} - \dot{y}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} + x_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i} - y_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) = 0 \quad (\text{usando las ecuaciones del momento})$$

Por otra parte cuando las partículas están suficientemente alejadas las leyes de las otras de forma que no pueda despreciar su interacción

$$L = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} = m_i \dot{x}_i, \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i} = m_i \dot{y}_i \quad \text{y} \quad L_z = \sum m_i (x_i \dot{y}_i - y_i \dot{x}_i) = \text{tercera componente}$$

del momento angular.

Tenemos pues como antes la ley de validez general

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f, \quad \vec{J} \equiv \vec{L} + \vec{S}$$

En todo proceso físico de un proceso aislado el momento angular inicial y el final se conserva.

Para sistemas newtonianos aislados $\vec{L}(t) \equiv \sum_i (\vec{r}_i \times \vec{p}_i)$ es una constante del movimiento

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i (\dot{\vec{r}}_i \times \vec{p}_i) + \sum_i (\vec{r}_i \times \dot{\vec{p}}_i) = \sum_i (\vec{r}_i \times \dot{\vec{p}}_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^N \left[\vec{r}_i \times \sum_{j=1}^N \vec{F}_{ji} \right] = 0.$$

Veamos una aplicación $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma$ El estado inicial tiene $\vec{J}_i = 0$ y el final $(\vec{J}_f)_z = \pm 1$, luego el suceso es imposible

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \text{all})} < 4 \times 10^{-6}$$

Experimentos muy precisos indican conservación de J Una posible amplitud que violase la conservación del momento angular debería ser, en módulo, $< 0.3 \times 10^{-8}$ veces el módulo de la que lo conserve.

Paridad o inversión espacial aparece en física a fines del siglo pasado relacionado con el tema de la polarización rotatoria de la luz Uno de los primeros fue Pierre Curie [Bull. Soc. Mineralogique de France 2, 448 (1884)] y escribe [Jour. de Physique 3, 393 (1894)]:

"A mi juicio sería interesante introducir en el estudio de los fenómenos físicos las consideraciones sobre la simetría familiares a los cristalógrafos -- En el estudio de la electricidad, por ejemplo, había que enumerar así al comienzo la simetría característica del campo eléctrico y la del campo magnético; se podríam

después usar esas nociones para simplificar muchas demostraciones".

La paridad P refleja con respecto al origen de coordenadas el equipo experimental que se usa para preparar un estado físico, o equivalentemente

$$\vec{r}_i \longrightarrow \vec{r}_i' = -\vec{r}_i$$

Bajo paridad debemos distinguir los vectores polares o simplemente vectores $\vec{V}$ de los vectores axiales $\vec{A}$

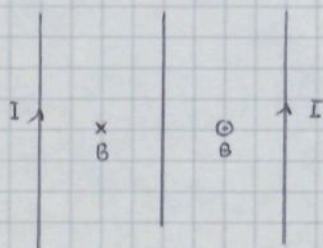
$$\begin{array}{ccc} \vec{V} & \xrightarrow{P} & -\vec{V} \\ \vec{A} & \xrightarrow{P} & +\vec{A} \end{array}$$

$\vec{v}$ y $\vec{p}$ son vectores polares, mientras que $\vec{L}$ es un vector axial.

La invariancia bajo paridad de las leyes de los sistemas físicos implica que una experiencia y su imagen especular sean ambas físicamente realizables. Decimos imagen especular pues solo una rotación de π es equivalente a P .

En la física clásica la paridad, que no da origen a ninguna ley de conservación, se cree que es una buena simetría de la naturaleza. Las ecuaciones de Maxwell son invariantes bajo P si $\vec{E}$ es un vector y $\vec{B}$ un vector axial. Recordemos

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B})$$



La introducción de la paridad en mecánica cuántica parte de un trabajo de O. Laporte [Zets. f. Physik 23, 135 (1924)] que estudiando las regularidades del espectro del Fe introduce su "regla de recombinación". Tres años después E. P. Wigner

[Zets. f. Physik 43, 624 (1927)] explica esta regla de selección como consecuencia de la invariancia de la ecuación de Schrödinger.

A diferencia de lo que sucede en mecánica clásica en mecánica cuántica, debido a la estructura matemática de la teoría, la conservación de la paridad da lugar a una ley de conservación: $\Pi_i = \Pi_f$

Si un sistema físico es invariante bajo paridad entonces se puede caracterizar no solo por E y (J, M) sino también por la paridad $\Pi = \pm 1$. Para un sistema

de dos partículas A y B su paridad es $\Pi = \Pi_A \Pi_B (-1)^L$ donde L es el momento angular orbital relativo. Fijemos que la paridad es un número cuántico multiplicativo.

Durante muchos años la creencia general era que la paridad era una simetría de todas las leyes físicas. Hubo algunas notorias excepciones como P.A.M. Dirac [Rev. Mod. Phys. 21, 392 (1949)].

El descubrimiento de la violación de la paridad en las interacciones débiles se origina con la "paradoja $\tau-\theta$ ". Recordemos $\theta^+ \rightarrow 3\pi$, $\tau^+ \rightarrow 2\pi$ y aparentemente las estas partículas tienen la misma masa, g^+m y vida media. Se distinguen únicamente por su paridad $\Pi_\tau = +1$, $\Pi_\theta = -1$.

Yang [Nobel Lecture 1957] dice "ante el fracaso de todos los demás esfuerzos realizados para entender la paradoja $\tau-\theta$ " hicieron (Lee y Yang) la "sorprendente propuesta" de que la paridad era violada en las interacciones débiles.

T.D. Lee y C.N. Yang [Phys. Rev. 104, 255 (1956)] empiezan su famoso artículo diciendo:

"Datos experimentales recientes indican masas y vidas medias muy iguales para los mesones θ^+ y τ^+ . Por otra parte, análisis de los productos de desintegración del τ^+ , sugieren claramente, basándose en la conservación del momento angular y la paridad que el τ^+ y el θ^+ no son la misma partícula. Esto crea una situación bastante enigmática que ha sido ampliamente discutida."

"Una escapatoria a esta dificultad consiste en suponer que la paridad no es estrictamente conservada, de forma que θ^+ y τ^+ son dos modos de desintegración diferentes de una misma partícula, que necesariamente tiene una única masa y una única vida media. En el presente artículo desearíamos analizar esta posibilidad, contrastándola con el fondo de evidencia experimental existente sobre la conservación de la paridad. Resultará claro que las experiencias realizadas indican claramente conservación de la paridad en las interacciones fuertes y electromagnéticas, con un alto grado de precisión, pero para las interacciones débiles (i.e. interacciones de desintegración de mesones o hiperones y diversas desintegraciones de Fermi) la conservación de la paridad es hasta el momento una mera hipótesis extrapolada, sin soporte ninguno de evidencia experimental. (Incluso cabría decir que la actual paradoja $\theta-\tau$ puede tomarse como una indicación de que la conservación de la paridad es violada en las interacciones débiles. Sin embargo esta argumentación no ha de tomarse en serio

por la pobreza de nuestros conocimientos actuales respecto a las partículas extrañas. Constituye más bien un incentivo a que se examine la cuestión de la conservación de la paridad). Para decidir sin ambigüedades si la paridad se conserva en las interacciones débiles, es necesario hacer una experiencia que determine si las interacciones débiles distinguen la derecha de la izquierda. Se discutían algunas de estas experiencias".

Las experiencias se pusieron rápidamente en marcha y ya en 1958 Pauli escribe "Con gran sorpresa de muchos físicos, entre los que yo mismo me cuento, las primeras realizaciones de algunas de estas experiencias dieron el resultado, comunicado ya en enero de 1957, de que en la desintegración β [C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes y R.P. Hudson Phys. Rev. 105, 1413 (1957)] y también en la producción y desintegración del mesón μ [R.L. Garwin, L.M. Lederman, y M. Weinrich. Phys. Rev. 105, 1415 (1957)] [J.I. Friedman y V.L. Telegdi Phys. Rev. 105, 1681 (1957)] tanto la operación de simetría C como la P no pueden realizarse separadamente".

Ver I-62.

Conjugación partícula - antipartícula (C). o conjugación de carga. La invariancia bajo C significa la invariancia de las leyes físicas al sustituir las partículas por las correspondientes antipartículas.

Si bien las interacciones fuertes y electromagnéticas conservan C, las débiles no conservan esta simetría.

Weyl I.H. Weyl "Gruppentheorie und Quantenmechanik, Hinzl, Leipzig Ed. 1931] dice "La electricidad positiva y negativa tienen esencialmente las mismas propiedades, en el sentido de que las leyes que las gobiernan son invariantes bajo cierta sustitución que intercambia los números cuánticos de los electrones con los de los positrones" (1931! aun no se había postulado el e^-)

Un estudio sistemático de las consecuencias de la conservación de C puede hallarse en L. Michel [Nuovo Cim. 10, 319 (1953)]

La conjugación partícula - antipartícula es cambiar todas las cargas.

Carga bariónica: Parece que fue formulada explícitamente por vez primera por E. C. G. Stüeckelberg [Helv. Phys. Acta 11, 299 (1938)] en su "principio de conservación de la carga pesada" cuando las partículas pesadas aún eran solo el p y el n . Mas tarde se estudió esta conservación en relación al antiprotón y los mesones [L. Michel Nature 166, 655 (1950)] y en relación a los primeros hiperones [E. P. Wigner Proc. Nat. Acad. Sci. U.S. 38, 449 (1952)] con el nombre de "carga neutrálica":

"Las partículas "pesadas" en el sentido usado aquí (las que se transforman en proton, como el neutrón y el Λ^0) se puede decir que tienen unidad de carga neutrálica. La carga neutrálica jugaría en la ley de conservación de partículas pesadas, el mismo papel que juega la carga eléctrica en la ley de conservación de las cargas eléctricas. Tiene también signo opuesto para la partícula y la antipartícula".

Los leptones y mesones tienen $B=0$, los bariones $B=1$ y los antibariones $B=-1$. Se ve que es aditivamente conservada en todas las interacciones, salvo en las GUTS.

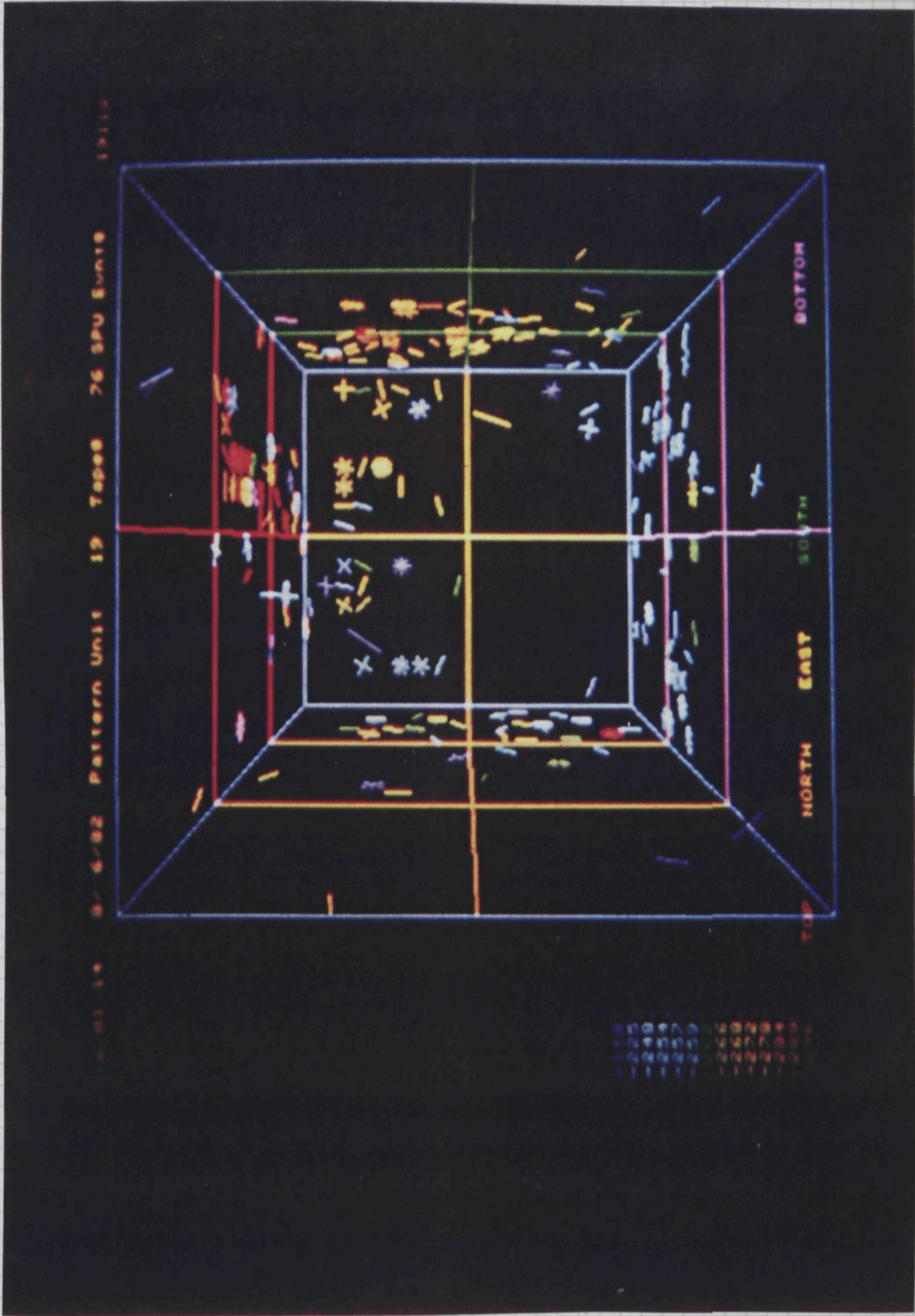
La conservación de B es la razón por la que el protón es estable. En 1983 (Institute Michigan - Brookhaven coll) han estudiado $p \rightarrow e^+ \pi^0$ y de aquí deducen (ausencia de sucesos)

$$\tau(p)/B \geq 6.5 \times 10^{31} \text{ años.}$$

La predicción de $SU(5)$ es $\tau(p)/B \approx 4.5 \times 10^{29 \pm 1.7}$

Carga leptónica: Los primeros inicios de esta nueva ley de conservación son debidos a E. Komopinski y H. M. Mahmoud [Phys. Rev. 92, 1045 (1953)] G. Marx [Acta Phys. Hung 3, 55 (1953)] y A. B. Zeldovich [Dokl. Akad. Nauk USSR 91, 1317 (1953)]. y quedará establecida con la distribución experimental ν y $\bar{\nu}$ [R. Davis Bull Am. Phys. Soc., Washington Meeting 1956, 219 (1956)] Lee y Yang enumeran [Phys. Rev. 105, 1671 (1957)] enumeran el "principio de conservación de las partículas ligeras", condicionado a los resultados experimentales el que sea el neutrino izquierdo o el dextrógino la tercera "partícula ligera" junto al electrón y el muón negativo. W. Pauli [Nuovo Tim. 6, 204 (1957)] estudia los test generales de la carga leptónica

$$e^-, \nu_e (\Leftrightarrow) L_e = +1.$$



Suceso de la colab. Inme- Michigan - Brookhaven

La experiencia de G. Danby, J.M. Gaillard, K. Gouliamos, L.M. Lederman, N. Histry, M. Schwartz y J. Steinberger [Phys. Rev. Letters 9, 36 (1962)] establece que $\nu_e \neq \bar{\nu}_e$ y obligan a introducir L_e y L_μ .

Perl, en 1975, descubre el τ^- y ν_τ con lo cual hay L_e , L_μ y L_τ , que son rigurosamente conservados si $m_\nu = 0$ y solo son violados en esquemas de G.U.T.

La extrañeza S también cambia de signo al pasar de la partícula a la antipartícula.

Se denomina inversión temporal a aquella transformación de simetría T , que hace pasar de un sistema físico a otro en el que se ha invertido el sentido de la evolución temporal. En mecánica clásica esto corresponde a sustituir cada trayectoria $\vec{r}_i = \vec{r}_i(t)$ del sistema por la trayectoria $\vec{r}_i = \vec{r}_i(-t)$, es decir, a recorrer las trayectorias dadas invirtiendo el sentido de la velocidad en cada punto.

Las especulaciones sobre la inversión temporal T , entran en la física a propósito de ~~del~~ concepto de entropía y del segundo principio de la termodinámica.

En mecánica cuántica H.A. Kramers [Proc. Acad. (Amsterdam) 33, 959 (1930)] demuestra un teorema sobre la degeneración de niveles que E.P. Wigner [Gött. Nachr., Math.-Phys. Kl. 546, (1932)] demuestra que es una simple consecuencia de la invariancia de la ecuación de Schrödinger bajo inversión temporal.

Al iniciarse la década de los 50 se cree, generalmente, que la inversión temporal es una buena simetría de las leyes microscópicas de la física.

De las simetrías discretas P , C y T no todas ellas son invariantes de las leyes físicas pero en 1952, G. Lüders [Zeits. f. Physik 133, 325 (1952)] conjetura que bajo condiciones muy generales las teorías físicas son invariantes bajo CPT. El teorema CPT es probado dos años más tarde [G. Lüders, Dan. Mat. Fys. Medd. 28, no 5 (1955)]. W. Pauli [en "Niels Bohr and the development of physics" p. 30. Pergamon (1955)] da una demostración mejor y prueba que toda teoría de campos que sea invariante bajo el grupo de Lorentz y que satisfaga el teorema de conexión spin-estadística debe tener la invariancia CPT. Demostraciones más rigurosas son debidas a [R. Jost Helv. Phys. Acta 31, 263 (1958)] [H. EPSTEIN, Journ. Math. Phys. 8, 750 (1967)]

La teoría de Lee y Yang de las interacciones débiles es tal que si bien C y P son violadas de forma máxima, el producto CP es conservado. T.D. Lee, R. Oehme y C.N. Yang [Phys. Rev. 106, 340 (1957)] especulan sobre la conservación o violación de CP en las interacciones débiles y en particular sobre el sistema $K^0, \bar{K}^0$.

En 1964 J.H. Christenson, J.W. Cronin, R.L. Fitch y R. Turlay [Phys. Rev. Letters 13, 138 (1964)] detectan una ligera ($\approx 1\%$) violación de CP en el sistema $K^0-\bar{K}^0$ y esto implica violación de T en estas interacciones, de acuerdo con el teorema CPT , lo cual ha sido observado directamente.

Las llamadas simetrías internas aparecen en Física con el trabajo de W. Heisenberg [Zeits. f. Physik 77, 1, (1932)] en el marco de la física nuclear. En el mundo real el protón y el neutrón son dos partículas claramente distinguibles; supongamos un mundo en que las interacciones débiles no existieran, entonces ambas partículas serían estables; más aún, si en este mundo ideal también existieran las interacciones electromagnéticas, conceptos tales como la carga eléctrica y el momento magnético dejarían de tener sentido y la única forma de distinguir ambas partículas podría ser el hecho de que M_n es ligeramente superior a M_p : $(M_n - M_p)/M_n = 1.3 \times 10^{-3}$. Sin embargo, es muy general que esta diferencia de masa es de origen electromagnético y en tanto es de esperar que en un mundo en el que solo hubiere interacciones fuertes el neutrón y el protón fueran dos partículas indistinguibles. Se usa la palabra nucleón para designar indistintamente al neutrón y al protón.

La estructura matemática que permite desarrollar las ideas que acabamos de exponer es el formalismo de isospin. Este consiste en suponer que las interacciones fuertes son invariantes bajo rotaciones en un espacio interno tridimensional llamado de isospin, o en un lenguaje más matemático, que las interacciones fuertes son invariantes bajo un grupo $SU(2)$ de isospin y cuyo generador $\vec{T}$ juega aquí un papel totalmente análogo al operador momento angular en el grupo de rotaciones ordinario.

Se admite que las partículas hadrónicas deben clasificarse en isomultipletes caracterizados por el valor de $T = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots$. Si un conjunto de partículas constituye un isomultiplete caracterizado por T , decimos que tiene isospin T y por consiguiente entre si las $2T+1$ partículas que lo forman difieren la tercera componente de $\vec{T}$ que puede tomar los valores $T_3 = T, T-1, \dots, -T+1, -T$. Por otra parte todas las par-

de un isomultiplete tienen la misma masa y el mismo J^P . La degeneración en masa se rompe debido a las interacciones electromagnéticas básicamente.

Debido a la estructura matemática subyacente las leyes de conservación del isospin son las mismas que las del momento angular: si un sistema está formado por dos subsistemas caracterizados por (T'_3, T'_3) y (T''_3, T''_3) entonces para el sistema total $T_3 = T'_3 + T''_3$ y los valores posibles de T son $T = T' + T'', T' + T'' - 1, \dots, |T' - T''|$, con $T \geq |T_3|$.

Ejemplo $(p, n) = (1/2, -1/2)$, $\Lambda = (0, 0)$, $(\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-) = (+1, 0, -1) \dots$

Tengamos en cuenta que a-bien el formalismo matemático fue introducido por Heisenberg el no lo pensaba como una nueva simetría sino para dar una descripción a las fuerzas nucleares y en particular para describir las fuerzas de intercambio protón-neutrón. El formalismo atraiga granos a los trabajos de E. Fermi sobre desintegraciones β y a H. Yukawa sobre interacciones fuertes.

El principio físico de conservación del isospin se inicia con L.A. Young [Phys. Rev. 47, 972 (1935)] al notar que el defecto nuclear de masa es aproximadamente proporcional a A independientemente de los valores de N y Z . [Ver H.G. Domal "Partículas, campos y simetrías" U.A.B. 1982].

H. Gell-Mann y K. Nishijima introducen la extrañeza y en particular establecen la relación

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad Y = B + S$$

y producen la existencia de Ξ^0 y Ξ^- .

En 1961 [H. Gell-Mann en "The Eightfold way: A theory of strong interactions symmetry" Report CTSL-20 (1961)] [y Ne'eman Nuel. Phys. 26, 222 (1961)] se produce un avance importante.

De los bariones estables hay 8 que tienen $1/2^+$ ($p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^- \Xi^0, \Xi^-$) con masas medias $M_N = 938.93 \text{ GeV}$, $M_\Lambda = 1115.60$, $M_\Sigma = 1193.05$, $M_\Xi = 1318.11$

La masa media es $M = 1154 \text{ MeV}$ y difieren de ella en menos de 0.19 M

Podemos imaginar la siguiente situación: La interacción fuerte en realidad es una suma de dos; una parte, que llamaremos ahora fuerte, con una simetría interna superior a las hasta aquí consideradas y otra que se acostumbra a llamar

medio-fuente, que rompa de algún modo esta simetría. Si la interacción medio-fuente no existiera, sería de esperar que las partículas se agruparan en supermultipletes con idénticas propiedades espacio-temporales y es precisamente la interacción medio-fuente la causante del desdoblamiento de los supermultipletes en isomultipletes.

El grupo de simetría interna superior es $SU(3)$, conjunto de las transformaciones unitarias en un espacio tridimensional. Los supermultipletes pueden caracterizarse por dos números enteros (p, q) . La dimensión del supermultiplete es

$$D(p, q) = \frac{1}{2} (1+p)(1+q)(2+p+q)$$

$$(0, 0) = 1, \quad (1, 0) = 3, \quad (0, 1) = 3^*, \quad (1, 1) = 8, \dots$$

Para caracterizar de forma única los estados del supermultiplete (p, q) es necesario dar tres números cuánticos que suelen elegirse como (Y, T, T_3) .

$$(1, 0) = (1/3, 1/2) \oplus (-2/3, 0)$$

$$(0, 1) = (1, 1/2) \oplus (0, 1) \oplus (0, 0) \oplus (-1, 1/2) \quad SU(3) \supset SU_Y(1) \oplus SU_T(2)$$

$$(3, 0) = (1, 3/2) \oplus (2, 1) \oplus (-1, 1/2) \oplus (-2, 0)$$

Con hipótesis razonables de cómo se rompe la simetría $SU(3)$ es posible deducir la fórmula másica de Gell-Mann - Okubo [M. Gell-Mann Phys. Rev. 125, 1067 (1962)] [S. Okubo Prog. Theor. Phys. 27, 959 (1961)]

$$M(Y, T, T_3) = M_0 + M_1 Y + M_2 \left[T(T+1) - \frac{Y^2}{4} \right]$$

En particular $\frac{1}{2} (M_{\pi} + M_{\Xi}) = \frac{3}{4} M_{\Lambda} + \frac{1}{4} M_{\Sigma} \Rightarrow 1129 = 1135$

En el deuplete se pueden encajar las resonancias $3/2^+$: $\Delta(1232)$ ($T=3/2, Y=1, M=1232$)

$\Sigma(1385)$ ($T=1, Y=0, M=1385$) y $\Xi(1530)$ ($T=1/2, Y=-1, M=1533$) faltando una

partícula que debía tener $T=0, Y=-2$, su masa es calculable pues

$$M_{\Xi} - M_{\Delta} = M_{\Xi} - M_{\Sigma} = M_{\Xi} - M_{\Xi} = 152 \quad 149$$

$M_{\Xi} \approx 1683$ MeV. Esta partícula postulada por Gell-Mann [Conf. Altos Energ. CERN 1962]

fue hallada por Barnes et al en 1965 y sabemos hoy de que $M_{\Xi} = 1672.45(32)$ MeV

LEPTONES Y QUARKS