

2002
WRS: 80-81

PROGRAMA DE ALGEBRA II - P. Menal

Definición de grupo. Ejemplos. Subgrupos. Grupos finitos. Teorema de Lagrange.

Subgrupos normales y grupo cociente. Homomorfismos de grupo. Teoremas de isomorfia. Aplicaciones: Teorema de Cauchy para grupos abelianos, Teorema de Sylow para grupos abelianos.

Grupos de automorfismos. Teorema de Cayley. Aplicaciones. Grupos de permutaciones. Grupo alternado.

Normalizador y centralizador de un grupo finito. Teorema de Cauchy. Clases de conjugación en los grupos de permutaciones.

Teoremas de Sylow. Aplicaciones a los grupos de permutaciones.

Grupos abelianos finitos. Teorema de estructura. Grupos resolubles.

Definición y ejemplos de anillos. Construcción de anillos importantes. Dominios de integridad. Característica de un anillo integro. Homomorfismos de anillo. Ideales y anillo cociente.

El cuerpo de cocientes de un dominio de integridad. Anillos Euclídeos. Ejemplos. Teorema de Fermat.

Anillos de polinomios. Anillos principales. Lema de Gauss. Criterio de Eisenstein.

Dominios de factorización única. Anillos de polinomios sobre anillos factoriales.

Recordatorio de las propiedades básicas de los espacios vectoriales. Bases. Dimensión. Espacio cociente. Suma directa. Formulas de dimensión. Espacio dual.

Definición de módulos. Propiedades básicas. Suma directa. Módulo cociente. Módulos finitamente generados sobre anillos euclídeos. Recuperación de los resultados obtenidos para grupos abelianos finitamente generados.

Módulos sobre dominios de ideales principales. Presentaciones. El juego de las matrices. Teorema de Jacobson-Teichmüller. Aplicaciones.

Aplicación del Teorema de Jacobson-Teichmüller para obtener formas canónicas de un endomorfismo de un espacio vectorial. Caso de cuerpos algebraicamente cerrados. Formas de Jordan.

Cuerpos conmutativos. Extensiones. Construcciones.

Extensiones algebraicas. Propiedades generales.

Extensiones trascendentes. Ejemplos. Trascendencia del número e .

Raíces de polinomios. Cuerpos de descomposición.

Clausura algebraica de un cuerpo conmutativo.

Construcciones con regla y compas. Polígonos constructibles. Duplicación del cubo. Trisección del ángulo de 60° .

Raíces de la unidad. Cuerpos finitos. Concepto de separabilidad. Teorema del elemento primitivo.

Los inicios de la teoría de Galois. Introducción histórica.

Teorema fundamental de la teoría de Galois para extensiones finitas. Métodos de construcción de subcuerpos en extensiones Galoisianas.

Resolución de ecuaciones mediante radicales. Fórmulas de la ecuación de tercero y cuarto grado. Relaciones de los grupos resolubles y extensiones resolubles. Teorema de Abel.

Cálculo de grupos de Galois en casos especiales. Grupos de Galois sobre el cuerpo de los racionales.

Extensiones ciclotómicas. Norma y traza de una extensión algebraica finita.

Extensiones cíclicas. Teorema 90 de Hilbert.

Teoría de Kummer y generalización del Teorema de Abel.

Existencia de bases normales en extensiones de Galois finitas. Teorema de la base normal.

Dependencia algebraica. Elementos algebraicamente independientes. Bases de trascendencia. Extensiones puramente trascendentes.