



UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

SECCIÓ DE MATEMÀTIQUES

PROGRAMA DE GEOMETRIA I .

I. Classificació d'endomorfismes.

1. Perquè classificar?, segons quina relació d'equivalència? La diagonalització com a cas òptim.
2. La noció de $K[X]$ -mòdul, equivalència del nostre problema al de classificar els $K[X]$ -mòduls.
3. Polinomi característic, teorema de Cayley-Hamilton, polinomi mínim, càlcul pràctic a partir del característic.
4. Primer teorema d'estructura.
5. Segon teorema d'estructura, divisors elementals, factors invariants, caracterització dels divisors elementals en termes que només depenen del $K[X]$ -mòdul, càlcul explícit dels factors invariants.
6. Matriu canònica associada a un endomorfisme (matrius de Jordan). Base canònica d'un endomorfisme (bases de Jordan), càlcul explícit de les bases canòniques.
7. Aplicacions: successions recurrents, equacions diferencials ordinàries lineals amb coeficients constants, etc.

II. Geometria Projectiva.

1. Introducció al pla projectiu.
2. Espai projectiu derivat d'un espai vectorial, subvarietats lineals projectives. Relació entre l'espai projectiu i l'espai afí, l'hiperplà de l'infinit. Projectivitats.
3. Coordenades projectives, subvarietats definides per equacions, equacions d'una projectivitat. Classificació de les projectivitats, equacions canòniques.
4. Teoremes clàssics: Desargues, Fano, Pappus, etc. Dualitat. Raó doble, quaternes armòniques.
5. Teorema fonamental de la geometria projectiva. Teorema fonamental de la geometria afí.
6. Perspectivitats, teorema de Poncelet.



UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

SECCIÓ DE MATEMÀTIQUES

III. Classificació de formes bilineals simètriques.

1. Formes quadràtiques, matrius simètriques i formes bilineals simètriques. La noció d'espai mètric. Equivalència de formes quadràtiques, isometries. El problema de la classificació.
2. Radical, rang, discriminant, vectors ortogonals, ortogonal d'un subespai, suma ortogonal. Subespais isòtrops, el·líptics, hiperbòlics.
3. Existència de base ortogonal. Reducció al cas no-singular.
4. Descomposició en suma ortogonal d'un hiperbòlic i un el·líptic. Teorema de Witt, unicitat de la descomposició anterior. Índex.
5. Classificació si el cos és algebraicament tancat.
6. Classificació si el cos és \mathbb{R} , signe de l'índex, teorema de Sylvester, equació secular, teorema de Descartes.
7. Classificació si el cos és finit. Perquè no classifiquem quan el cos és \mathbb{Q} ?
8. Traducció de tots els resultats al llenguatge de les formes quadràtiques.

IV. Quàdriques.

1. La quàdrica com a conjunt de zeros d'una forma quadràtica i com a imatge en el projectiu dels vectors isòtrops d'una forma bilineal simètrica.
2. Classificació projectiva de les quàdriques en dimensions 2 i 3. Quàdriques reglades de $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$.
3. Polaritat i tangència, dualitat respecte d'una quàdrica. Teoremes clàssics: Chasles, Steiner, Pascal, Brianchon. La cònica real no-degenerada com a recta projectiva.
4. Quàdriques afins. Classificació afí de les quàdriques. Centre, diàmetres assímptotes.
5. Quàdriques euclídees. Classificació mètrica de les quàdriques. Eixos i equació reduïda.