

Programa de la asignatura. "Métodos Matemáticos II"

de Segundo Curso de Físicas.

Profesor: José María Crespo Vicente

Curso 1985-1986

Textos para la primera parte:

L.R. FORD, "Differential equations" (Mac Graw-Hill, Book Company, Inc)

P. PUIG ADAM, "Ecuaciones diferenciales" (Biblioteca Matemática)

F. AYRES, (colección SCHAUM) "Differential equations" (Mac Graw-Hill, Book Company, Inc)

K. YOSIDA, "Equations différentielles et intégrales" (Dunod)

Textos para la segunda parte:

R.V. CHURCHILL, "Teoría de Funciones de Variable Compleja" (Ediciones del Castillo)

M.R. SPIEGEL, (colección SCHAUM) "Complex Variables" Mac Graw-Hill, Book Company, Inc)

## PRIMERA PARTE: ECUACIONES DIFERENCIALES

### 1. Introducción a las ecuaciones diferenciales

1.1 Definición, y clasificación

1.2 Soluciones de una ecuación diferencial

1.3 Primer método de solución: Separación de variables

1.4 Soluciones en series

1.5 Familias de curvas a 1 parámetro

1.6 Ecuación de Clairaut

1.7 Soluciones singulares

1.8 Familias de curvas a n parámetros

1.9 Trayectorias

1.10 Aplicaciones geométricas

1.11 El campo de direcciones

1.12 Ecuaciones de 2º orden resueltas por métodos de 1<sup>er</sup> orden

## Métodos especiales para las ecuaciones de primer orden

- 2.1 Ecuaciones lineales
- 2.2 Ecuación de Bernouilli
- 2.3 Otras ecuaciones reducibles a lineales
- 2.4 Ecuación de Ricatti
- 2.5 Ecuaciones homogéneas
- 2.6 Ecuaciones fraccionales lineales
- 2.7 Ecuaciones con funciones de fracciones lineales
- 2.8 Estudio geométrico de la ecuación fraccional lineal
- 2.9 Ecuaciones exactas
- 2.10 Integrales de línea
- 2.11 Factores integrantes
- 2.12 Métodos para hallar factores integrantes

## 3. Ecuaciones lineales de segundo orden

- 3.1 Soluciones de ecuaciones reducidas y completas
- 3.2 Dependencia lineal. Wronskiano
- 3.3 El wronskiano de dos soluciones de la ecuación reducida
- 3.4 Exponenciales complejas
- 3.5 Raíces de las soluciones de la ecuación reducida
- 3.6 Ecuación reducida con coeficientes constantes
- 3.7 Ecuación completa con coeficientes constantes. Método de los coeficientes indeterminados
- 3.8 Método de la variación de parámetros
- 3.9 Solución de la completa mediante una solución de la reducida
- 3.10 La ecuación de Euler
- 3.11 Ecuaciones exactas
- 3.12 Movimientos oscilatorios unidimensionales

## 4. Ecuaciones lineales generales

- 4.1 La ecuación reducida
- 4.2 Wronskianos
- 4.3 La ecuación reducida con coeficientes constantes
- 4.4 La ecuación completa con coeficientes constantes. Método de los coeficientes indeterminados
- 4.5 Métodos simbólicos
- 4.6 Método de variación de parámetros
- 4.7 Reducción del orden de una ecuación

## 5. Transformadas de Laplace

- 5.1 Transformada de Laplace de una función
- 5.2 Transformada de Laplace de una ecuación diferencial
- 5.3 Unicidad de la transformación inversa de Laplace
- 5.4 Otras propiedades de las transformadas de Laplace

## 6. Método de aproximaciones sucesivas y Teorema de existencia

- 6.1 Método de Picard de aproximaciones sucesivas
- 6.2 Teorema de existencia de una ecuación diferencial de primer orden
- 6.3 Teorema de existencia de un sistema de  $n$  ecuaciones diferenciales de primer orden
- 6.4 Teorema de existencia de una ecuación diferencial de orden  $n$

## 7. Sistemas de ecuaciones diferenciales

- 7.1 Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales
- 7.2 Interpretaciones geométricas
- 7.3 Métodos elementales de solución
- 7.4 Aplicaciones a problemas físicos

## 8. Ecuaciones clásicas con soluciones en series

- 8.1 Soluciones analíticas
- 8.2 Puntos singulares regulares
- 8.3 La ecuación diferencial hipergeométrica
- 8.4 La ecuación diferencial de Legendre
- 8.5 Polinomios de Legendre
- 8.6 Propiedades integrales de los polinomios de Legendre
- 8.7 Raíces de los polinomios de Legendre
- 8.8 La ecuación diferencial de Bessel
- 8.9 Raíces de las funciones de Bessel
- 8.10 Propiedades integrales de las funciones de Bessel

## 9. Ecuaciones en derivadas parciales de primer orden

- 9.1 Definición y ejemplos
- 9.2 Derivación de la ecuación de primer orden
- 9.3 Tipos de soluciones
- 9.4 Interpretación geométrica
- 9.5 Envolventes
- 9.6 La integral completa
- 9.7 Elementos cónicos
- 9.8 Bandas características
- 9.9 Ecuaciones diferenciales de la banda característica
- 9.10 Superficie integral que pasa por una curva dada (problema de Cauchy)
- 9.11 Soluciones completas. Método de Charpit
- 9.12 Ecuaciones diferenciales lineales en derivadas parciales
- 9.13 Factores integrantes

## SEGUNDA PARTE: TEORIA DE FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA

### 1. Introducción a las funciones de variable compleja

- 1.1 Números complejos. Regiones en el plano complejo
- 1.2 Dominio de definición
- 1.3 Transformaciones
- 1.4 Funciones continuas
- 1.5 Derivadas
- 1.6 Las condiciones de Cauchy-Riemann
- 1.7 Funciones analíticas
- 1.8 Funciones armónicas

## 2. Funciones elementales

- 2.1 Función exponencial
- 2.2 Funciones trigonométricas
- 2.3 Funciones hiperbólicas
- 2.4 Función logarítmica. Ramas
- 2.5 Funciones trigonométricas inversas
- 2.6 Funciones hiperbólicas inversas
- 2.7 Exponentes complejos

## 3. Transformaciones mediante funciones elementales

- 3.1 Funciones lineales
- 3.2 Función  $z^n$
- 3.3 Función  $1/z$
- 3.4 El punto del infinito
- 3.5 Transformación bilineal
- 3.6 Transformaciones bilineales especiales
- 3.7 Funciones irracionales
- 3.8 Funciones exponenciales
- 3.9 Funciones trigonométricas
- 3.10 Transformaciones sucesivas

## 4. Integrales

- 4.1 Integrales definidas de funciones complejas de variable real
- 4.2 Contornos
- 4.3 Integrales curvilíneas
- 4.4 Teorema de Green
- 4.5 Teorema de Cauchy-Goursat
- 4.6 Dominios simple y múltiplemente conexos
- 4.7 Fórmula de la integral de Cauchy
- 4.8 Derivadas de funciones analíticas
- 4.9 Teorema de Morera
- 4.10 Módulo máximo de funciones
- 4.11 Desigualdad de Cauchy
- 4.12 Teorema de Liouville
- 4.13 Teorema fundamental del álgebra

## 5. Series potenciales

- 5.1 Series de Taylor y de Mac Laurin
- 5.2 Series de Laurent
- 5.3 Propiedades de las series
- 5.4 Convergencia uniforme
- 5.5 Integración y derivación de series potenciales
- 5.6 Unicidad de las representaciones por series potenciales
- 5.7 Multiplicación y división de series
- 5.8 Ceros de las funciones analíticas

## 6. Residuos y Polos

- 6.1 Residuos
- 6.2 Teorema de los Residuos
- 6.3 Polos
- 6.4 Cociente de funciones analíticas
- 6.5 Cálculo de integrales de tipo I
- 6.6 Cálculo de integrales de tipo II
- 6.7 Cálculo de integrales de tipo III
- 6.8 Cálculo de integrales de tipo III con número finito de polos simples sobre el eje real
- 6.9 Cálculo de integrales de tipo IV
- 6.10 Cálculo de integrales de tipo V