

TEMA I GRAFS: CONCEPTES FONAMENTALS

DEFINICIONS BASIQUES

- Graf simètric, dirigit i antisimètric.
- Vèrtexs i graus.
- Arcs i arestes.
- Incidència i adjacència.
- Bucles i vèrtexs aïllats.
- Primer teorema fonamental i conseqüència.
- Camins i circuits.

TIPUS DE GRAFS

- Grafs isomorfs.
- Subgraf i graf complementari.
- Grafs parcials.
- Grafs finits.
- Multiplicitat i multigrafs.
- Grafs plans.
- Arbres i arborescències.

CONNECTIVITAT I ACCESSIBILITAT

- Grafs forts, unilaterals i febles.
- Matrius d'accés. Tanca transitiva.
- Càlcul dels components forts.
- Graf condensat.
- Bases, contrabases i base de poder.

OPERACIONS AMB GRAFS

- Suma de grafs.
- Producte de grafs.

REPRESENTACIÓ DELS GRAFS EN L'ORDINADOR

Bibliografia.

- (1) Graph theory, an algorithmic approach.
Cap. I i II. N. Christofides
Academic Press 1975.
- (2) Graph algorithms.
Cap. I. S. Even
Pitman Publishing Limited 1979.
- (3) Applications of graph theory algorithms.
Cap. I Chachra, Gare-Moore
North-Holland 1979.

TEMA II

GRAFS: INDEPENDÈNCIA I COLORACIÓ

INDEPENDÈNCIA I DOMINACIÓ

Conjunts independents.
 Número d'independència.
 Algorisme de Bron & Kerbosch.
 Colles (Cliques). Densitat.
 Conjunts dominants.
 Número de dominació.

EL PROBLEMA DE LA COBERTURA (SCP) O PARTICIÓ (SPP)
D'UN CONJUNT

Formalització del problema.
 Possibles reduccions del problema.
 Algorisme de Garfinkel & Nemhauser pel problema
 de partició
 Adaptació al problema de cobertura.
 Aplicacions.

COLORACIÓ DE GRAFS

Número cromàtic (n.c.)
 Afíament del n.c.
 Teorema de coloració dels grafs plans.

MÈTODES HEURÍSTICS PEL CALCUL DEL N.C.

Coloració seqüencial per graus i algunes de les
 seves variacions.

MÈTODES EXACTES PEL CALCUL DEL N.C.

Reducció al problema de cobertura.
 Recorregut exhaustiu per backtrack.

Bibliografia.

- (1) Cap. III i IV.
 (4) Combinatorial Optimization
 N. Christofides
 Wiley 1979.

TEMA III GRAFS: ARBRES I CAMINS MÍNIMS

ARBRE DE COST MÍNIM D'UN GRAF

 Concepte d'arbre.
 Algorisme de Kruskal.
 Algorisme de Prim.
 Arbres generats per un graf.

ARBRES D'STEINER.

 El problema d'Steiner:
 Cas de distància euclídia
 Cas de distància "rectilínia".

CAMINS MÍNIMS ENTRE DOS VÈRTEXS

 Graf sense circuits: algorisme de Moore i
 algorisme de Bellman & Kalaba.
 Graf sense costos negatius: algorisme de Dijkstra.
 Graf amb costos negatius: algorisme de Ford.

CAMI MÍNIM ENTRE QUALSEVOL PARELLA DE VÈRTEXS

 Algorisme de Floyd.

Bibliografia.

- (1) Cap. VII i VIII.
- (2) Cap. I i II.
- (3) Cap. II.

TEMA IV

GRAFS: CIRCUITS

CIRCUITS I TALLS

Número ciclomàtic i cociclomàtic.
 Circuits fonamentals.
 Suma de circuits mòdul 2.
 Talls i talls propis.
 Talls fonamentals.
 Relació entre la matriu de talls i la de circuits.
 Els codis-graf.

CAMINS I CIRCUITS EULERIANS

Teoremes d'existència.
 Algorisme de Fleury.

CIRCUITS PSEUDOEULERIANS

El problema del carter xinès (C.P.P.):
 Algorisme d'Edmonds.

CAMINS I CIRCUITS HAMILTONIANS

Relacions entre circuits eulerians i hamiltonians.
 Existència de circuits hamiltonians.
 Mètode de la multiplicació llatina.
 Algorisme de Roberts & Flores.

CAMINS I CIRCUITS PSEUDOHAMILTONIANS

El problema del viatjant de comerç (T.S.P.):
 Camí hamiltonià de cost mínim:
 Sense fixar els vèrtexs terminals.
 Fixant dos vèrtexs terminals.
 El mètode ràpid.

Bibliografia.

- (1) Cap. IX i X.
- (5) Worst case analysis of a new heuristic for the TSP
 N. Christofides
 Mathematical Programming Juliol 1980.
- (6) The TSP: a survey
 N. Christofides
 Inform IC-or-80-3 Juny 1980.
- (7) Applied Combinatorics
 Cap. VIII i IX. A. Tucker
 John Wiley & Sons 1980.

TEMA V GRAFS: XARXES DE TRANSPORT

CONCEPTE DE XARXA I FLUX

Capacitat i flux compatible.
Talls en una xarxa.
Teorema de Ford & Fulkerson.

ALGORISME DE FORD & FULKERSON

Xarxes amb capacitats màximes.
Xarxes amb capacitats mínimes.
Xarxes doblement afitades.
Xarxes amb entrades i/o sortides múltiples.
Xarxes amb capacitats associades als vèrtexs.

ALGORISME DE DINIC

CÀLCUL DEL FLUX DE COST MÍNIM

Xarxa incrementada.
Algorisme de Klein (o Primal)
Algorisme de Busacker & Gowen (o Dual)

APLICACIONS DE LES XARXES DE TRANSPORT

Flux en xarxes 0-1.
El problema dels matrimonis.
Dos problemes típics dels grafs P.E.R.T.

XARXES D'ARCS AMB GUANY

Flux màxim i flux òptim.
Cadenes incrementables.
Cicles actius.
Algorisme de Christofides.
Vèrtexs amb guany.

Bibliografia.

- (1) Cap. XI. (2) Cap. V i VI. (4) i
(8) Flows in networks
Ford & Fulkerson
Princeton University Press 1962.

TEMA VI PROGRAMACIÓ LINEAL

INTRODUCCIÓ

Formulació de certs problemes per models matemàtics d'optimització.
Solució gràfica d'un problema de programació lineal.
Qüestions de sensibilitat de la solució òptima.
Programació no lineal i amb nombres enters.

FORMULACIÓ ESTANDARD DEL PROBLEMA

Variables de desviació i d'excés.
Notació matricial del problema.
Transformacions elementals.

L'ALGORISME DE SIMPLEX

Taula canònica del problema.
Primera aproximació a l'algorisme Simplex.
Variables artificials i primera fase de l'algorisme.
Observacions sobre la solució òptima.

DUALITAT

Problema primal i dual.
Teorema de dualitat.
L'algorisme Simplex-Dual.

ANALISI DE SENSIBILITAT POST-OPTIMITZACIÓ

Bibliografia.

- (9) An introduction to linear programming and game theory
P. R. Thie
Wiley 1979.
- (10) Linear and combinatorial programming
K. Murty
Wiley 1976.
- (11) Integer programming and network flows
T. C. Hu
Addison-Wesley 1970.

TEMA VII

PROGRAMACIÓ COMBINATÒRICA I TEORIA DE LA COMPLEXITAT

INTRODUCCIÓ

Formulació de problemes d'optimització no lineal.
Exemples: Afectació, Knapsack, Recobriment,
Empaquetament, TSP, ...

ALGORISME DE PROGRAMACIÓ LINEAL RELAXADA

Relaxació d'un problema.
Matrius totalment unimodulars.
Exemple: Flux màxim de cost mínim en una xarxa.

ALTRES ALGORISMES

CLASSES DE PROBLEMES

Funcions no decidibles.
La classe P i la classe NP.
El problema de veure si $P = NP$.
Teorema de Cook.

ELS PROBLEMES NPC

El problema de la satisfiabilitat.
Definició de Karp.
Definició d'Aho, Hopcroft i Ullman.

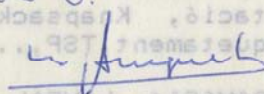
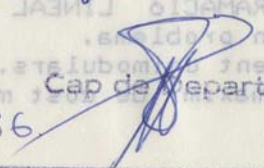
ESTUDI DE LES REDUCCIONS

Transitivitat de les reduccions.
Equivalència de problemes.

Bibliografia.

- (2) Cap. IX i X. (9) i
(12) Combinatorial optimization, networks and matroids
E. L. Lawler
Holt, Rinehart and Winston 1976.

~~~~~

Professor: **LLORENÇ HUGUET**  
 curs: **85-6**  
 Signat:   
 Cap de departament:   
 Data: **4-2-86**

INTRODUCCIÓ  
 Formulació de problemes no lineals.  
 Exemples: Afectació, Knapsack, Recorriments.  
 Empaquetament TSP...  
 ALGORISME DE PROGRAMACIÓ LINEAL RELAXADA  
 Relaxació d'un problema.  
 Matrius totalment modulats.  
 Exemples: Problema de mínim en una xarxa.  
 ALTRES ALGORISMES

CLASSES DE PROBLEMES  
 Funcions no decidibles.  
 La classe P i la classe NP.  
 El problema de vendre si  $P = NP$ .  
 Teorema de Cook.  
 ELS PROBLEMES NPC  
 El problema de la satisfactibilitat.  
 Definició de Karp.  
 Definició d'Aho, Hopcroft i Ullman.  
 ESTUDI DE LES REDUCCIÓNS  
 Transitivitat de les reduccions.  
 Equivalència de problemes.

Bibliografia.

(2) Cap. IX i X. (9) 1

(12) Combinatorial optimization, networks and matroids  
 E. L. Lawler  
 Holt, Rinehart and Winston 1976.