

METODES MATEMÀTICS I

1. Espais n-dimensionals. Tensorés.
  - 1.1 Notes històriques.
  - 1.2 Construcció de l'espai  $R^n$ .
  - 1.3 Vectors i formes.
  - 1.4 Components i lleis de transformació.
  
2. Primers conceptes topològics.
  - 2.1 Espais mètrics.
  - 2.2 Conjunts oberts i tancats en un espai mètric.
  - 2.3 Espais complerts, compactes i connexes.
  - 2.4 Topologia de l'espai  $R^n$ .
  - 2.5 Espais topològics.
  
3. Funcions de varies variables.
  - 3.1 Funcions de  $R^2 \rightarrow R$ . Representació gràfica.
  - 3.2 Funcions contínues. Continuitat uniforme.
  - 3.3 Limit d'una funció en un punt.
  - 3.4 Generalitzacions.
  - 3.5 Derivació parcial.
  
4. Càlcul diferencial de funcions de varies variables.
  - 4.1 Diferencial total d'una funció.
  - 4.2 Derivades direccionals.
  - 4.3 Funcions compostes. Regla de la cadena.
  - 4.4 Teorema de Taylor.
  - 4.5 Generalització a funcions de  $R^n \rightarrow R$
  
5. Geometria diferencial de corbes a l'espai.
  - 5.1 Camps vectorials.
  - 5.2 Corbes a  $R^3$ . Funcions de  $R \rightarrow R^n$ .
  - 5.3 Camp vectorial sobre una corba.
  - 5.4 Triedre de Frenet. Fórmules de Frenet.
  - 5.5 Generalització a corbes de velocitat no unitària.
  - 5.6 Transformacions de coordenades.
  
6. Teoremes de la funció implícita i inversa.
  - 6.1 Teorema de la funció implícita ( $R^2 \rightarrow R$ ).
  - 6.2 Geometria de corbes en forma implícita.
  - 6.3 Punts singulars i punts regulars.
  - 6.4 Jacobià d'una transformació.
  - 6.5 Teorema de la funció inversa ( $R^2 \rightarrow R^2$ ).
  - 6.6 Dependència de funcions.
  - 6.7 Teoremes generals de la funció implícita i inversa.

## 7. Aplicacions del càlcul diferencial.

- 7.1 Problemes d'extremes.
- 7.2 Mètode de Lagrange.
- 7.3 Geometria de superfícies en forma implícita.
- 7.4 Transformació conforme.
- 7.5 Punts singulars de corbes planes.

## 8. Integrals uniparamètriques, Àrees i volums.

- 8.1 Integrals uniparamètriques.
- 8.2 Ordre d'integració.
- 8.3 Producte vectorial. Àrees i volums.
- 8.4 Determinant de Gram.

## 9. Integrals múltiples.

- 9.1 Àrea d'un subconjunt de  $\mathbb{R}^m$ . Mesura de Jordan.
- 9.2 Propietats de les àrees.
- 9.3 Integrals. Sumes de Riemann.
- 9.4 Teorema del valor mitjà del càlcul integral.
- 9.5 Teorema de la descomposició d'integrals.
- 9.6 Transformació d'integrals múltiples.
- 9.7 Integrals impropies.

## 10. Aplicacions del càlcul integral.

- 10.1 Determinació de superfícies.
- 10.2 2a. fórmula fonamental de superfície.
- 10.3 Aplicacions físiques.
- 10.4 Coordenades curvilínies.
- 10.5 Volums i àrees en espais n-dimensionals.
- 10.6 Volums de subvarietats.
- 10.7 Integrals impropies com a funció d'un paràmetre.

## 11. Formes diferencials.

- 11.1 Formes diferencials. Definició.
- 11.2 Integrals de línia de formes diferencials.
- 11.3 Formes exactes i formes tancades.
- 11.4 Formes diferencials alternades a  $\mathbb{R}$ .
- 11.5 Suma i producte de formes diferencials alternades.
- 11.6 Lema de Poincaré.

## 12. Teoremes fonamentals.

- 12.1 Superfícies elementals.
- 12.2 Integració de funcions i formes sobre superfícies elementals.
- 12.3 Superfícies simples. Partició de la unitat.
- 12.4 Integració de funcions i formes sobre superfícies simples

- 12.5 Teorema de Gauss.
- 12.6 Teorema de Stokes.
- 12.7 Generalització a espais n-dimensionals.
- 12.8 Teoremes de Green.

### 13. Sèries de Fourier.

- 13.1 Definició.
- 13.2 Convergència de les sèries.
- 13.3 Derivació i integració de sèries de Fourier.
- 13.4 Sèries de Fourier en varies variables.

### 14. Integral de Fourier.

- 14.1 Definició.
- 14.2 Transformada inversa.
- 14.3 Funcions de varies variables.
- 14.4 Funcions periòdiques generalitzades.

### Bibliografia.

- R.Courant, F. John. "Introducción al cálculo y al análisis matemático", Vol. 2 . Ed. Limusa
- B. O'Neil. "Elementos de geometría diferencial", Ed. Limusa.
- I.L. Iribarren, "Topología de espacios métricos", Ed. Limusa.
- R.V. Churchill, "Series de Fourier y problemas de contorno", Ed. del Castillo.